

構造物の逐次オープンループ制御の一手法

A METHOD OF ON-LINE OPEN-LOOP CONTROL FOR STRUCTURAL SYSTEMS

松井邦人* 栗田哲史**

By Kunihito MATSUI and Tetsushi KURITA

A method of instantaneous optimal open-loop control algorithm for structural systems is presented. This algorithm is developed for a feasible control algorithm that can easily be implemented for seismically excited structures. A main advantage of the algorithm lies in the fact that it does not require priori informations on the records of earthquake excitations. Another advantage consists in avoiding Riccati equation required to solve in common optimal control algorithms.

Numerical examples are worked out to demonstrate the efficiency of the proposed control algorithm.

1. はじめに

最適制御は電気・機械工学の分野において精力的に研究されてきた。そして、今や制御工学として重要な一分野を確立してきている。土木構造物も大型化が進行し柔軟性が増す傾向がある中で、強震や突風に対し安全性を確保することが要求されており、土木構造物へ免震、防振に加え制振の適用可能性が一層期待されてきている。なかでもアクティブ制御への関心が高く、特に過去10数年、アメリカ、ヨーロッパで精力的な研究がなされてきた^{1)~11)}。近年我が国でもこの種の研究が活発になってきている^{12)~14)}。

従来の最適制御理論は大別すると、i) クローズドループ制御、ii) オープンループ制御、iii) クローズド・オープンループ制御がある。クローズドループ制御は制御力が構造物の応答ベクトルだけで規定できるものである。従って、構造応答を測定する必要があるが、加振力の記録は必要でない。オープンループ制御は、加振力を測定する必要があるが、構造物の応答の記録は必要でない。また、クローズド・オープンループ制御は、構造応答と加振力の両方を測定する必要がある。従って、構造物の質量、減衰係数、及び剛性が同定手法等¹⁵⁾で予め正確に分かっている時、加振力を測定するだけで制御できるオープンループ制御が便利である。ここで、加振力とは制御力を除き、構造物に振動を励起する全ての外乱を意味している。

今、応答ベクトルを $\mathbf{z}(t)$ 、制御ベクトルを $\mathbf{q}(t)$ 、そして $\mathbf{W}$ 及び $\mathbf{R}$ を重み行列とすると、標準的な最適制御の評価関数は

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T \{ \mathbf{z}^T(t) \mathbf{W} \mathbf{z}(t) + \mathbf{q}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{q}(t) \} dt \quad (1)$$

* Ph.D. 東京電機大学 教授 理工学部建設工学科 (〒350-03 埼玉県比企郡鳩山町石坂)

** 東京電機大学大学院 理工学研究科建設工学専攻 (同上)

で与えられる。そして、 J が最小となるように制御力が決定される。このとき加振力が構造応答、あるいはその両方の全記録が前もって分かっているなければならない。従って、地震や突風による構造物の振動を制御するには適さない。

Yang等¹¹⁾は、基本的には変分学に基づく古典的最適制御理論から出発しているが、式(1)の評価関数が最小となるのは、加振力の継続時間を離散化し、個々の時刻で最小となれば式(1)の最小につながるという考えに基づいている。その結果、Riccati式を解く必要がなく効率的である。また、同様にRodellar等¹²⁾もRiccati式を必要としない方法を提案している。

本研究はYang等の考え方から、更に変分学の概念を除去している。基本的な考え方は、構造物の応答に線形弾性論が適用できると、構造物の応答を加振力による応答と制御力による応答の線形結合で表せる、即ち、式(1)の被積分関数の第1項を制御力の陽な関数として表すことができるとしている。このように考えることにより、Yang等のようにラグランジュ乗数を制御力や応答ベクトルと関係付ける必要はなくなり、更に計算効率が増す。著者等は、質量、減衰係数、剛性等の構造パラメータは、同定手法等¹⁵⁾を用いて既知であるとし、順次加振力が測定できると、瞬間的に応答を予測し、それに対応できる制御力を決定できるon-line制御の一手法を誘導した。そして、例題として5質点系モデルを用い、地震入力を加振力として構造物の振動制御のシミュレーションを行い、本手法の有効性を確認した。

本手法は非常に簡単であるが、構造応答を測定していないため、あくまで入力から応答が推定できること、また、系の動特性が変化しないことが前提となっている。

2. 逐次オープンループ制御

クローズドループ制御、オープンループ制御、クローズド・オープンループ制御等の古典最適制御理論は、一般に地震力のような予知できない入力に対し、制御が不可能である。その中で、クローズドループは外力がゼロあるいはホワイトノイズの時、Riccati微分方程式を解くことができ、最適制御が可能となる。しかし、通常の地震力はゼロでもホワイトノイズでもないため、最適制御の条件を満足しない。その他、Leipholz¹⁾・⁵⁾等により提案されたボールアサイメント法等は、構造物が複雑になるとボールの位置を決めることに問題があると考えられている。

本研究は、実現の可能性があるon-line制御の一手法について、そのアルゴリズムを提示するものである。動的外力を受ける構造物の振動方程式は一般に次式で表される。

$$M\ddot{\mathbf{z}}(t) + C\dot{\mathbf{z}}(t) + K\mathbf{z}(t) = \mathbf{Q}(t) + \Gamma\mathbf{q}(t) \quad (2)$$

M 、 C 、 K は各々 $N \times N$ の、質量マトリックス、減衰マトリックス、剛性マトリックスである。また、 $\mathbf{Q}(t)$ は $N \times 1$ の動的外力ベクトル、 $\mathbf{q}(t)$ は $M \times 1$ の制御力ベクトルである。そして、 $\ddot{\mathbf{z}}$ 、 $\dot{\mathbf{z}}$ 、 $\mathbf{z}$ はそれぞれ $\mathbf{Q}(t)$ 及び $\mathbf{q}(t)$ の作用するときの $N \times 1$ の応答加速度ベクトル、応答速度ベクトル、応答変位ベクトルである。 Γ は制御力の作用位置を示す $N \times M$ のBooleanマトリックスである。式(2)は線形の連立方程式であるとする、2つの微分方程式に分離することができる。即ち、

$$M\ddot{\mathbf{y}}(t) + C\dot{\mathbf{y}}(t) + K\mathbf{y}(t) = \mathbf{Q}(t) \quad (3)$$

$$M\ddot{\mathbf{u}}(t) + C\dot{\mathbf{u}}(t) + K\mathbf{u}(t) = \Gamma\mathbf{q}(t) \quad (4)$$

式(3)は外力 $\mathbf{Q}(t)$ が作用するときの運動方程式であり、それに対応する加速度応答ベクトル、速度応答ベクトル、変位応答ベクトルは $N \times 1$ のベクトルで、 $\ddot{\mathbf{y}}$ 、 $\dot{\mathbf{y}}$ 、 $\mathbf{y}$ で表している。ここでは、 $\mathbf{Q}(t)$ を測定することにより、 $\ddot{\mathbf{y}}$ 、 $\dot{\mathbf{y}}$ 、 $\mathbf{y}$ は式(3)を解くことにより求めることができる。同様に式(4)は制御力 $\mathbf{q}(t)$ による加速度応答ベクトル、速度応答ベクトル、変位応答ベクトルを $N \times 1$ のベクトルで $\ddot{\mathbf{u}}$ 、 $\dot{\mathbf{u}}$ 、 $\mathbf{u}$ で表すものとする、式(2)の解は

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{y}(t) + \mathbf{u}(t) \quad (5)$$

と書くことができる。式(2)、(3)、(4)の解をモーダル解析を用い書くことが可能であり、通常、構造制御ではその方法が用いられているが、重要なことは効率的に精度良く応答解析ができることである。ここでは Newmark β 法 ($\beta=1/6$) を用いて行うものとする次のような関係式を得る。

$$\dot{\mathbf{y}}(k+1) = \dot{\mathbf{y}}(k) + \frac{\Delta t}{2} (\ddot{\mathbf{y}}(k) + \ddot{\mathbf{y}}(k+1)) \quad (6)$$

$$\mathbf{y}(k+1) = \mathbf{y}(k) + \Delta t \dot{\mathbf{y}}(k) + \frac{(\Delta t)^2}{3} \ddot{\mathbf{y}}(k) + \frac{(\Delta t)^2}{6} \ddot{\mathbf{y}}(k+1) \quad (7)$$

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{y}}(k+1) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{y}}(k+1) + \mathbf{K} \mathbf{y}(k+1) = \mathbf{Q}(k+1) \quad (8)$$

式(6)、(7)を式(8)に代入すると

$$\mathbf{A}_1 \ddot{\mathbf{y}}(k+1) = \mathbf{Q}(k+1) - \mathbf{A}_2 \ddot{\mathbf{y}}(k) - \mathbf{A}_3 \dot{\mathbf{y}}(k) - \mathbf{K} \mathbf{y}(k) \quad (9)$$

但し、
$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{M} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C} + \frac{(\Delta t)^2}{6} \mathbf{K} \quad (10)$$

$$\mathbf{A}_2 = \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C} + \frac{(\Delta t)^2}{3} \mathbf{K} \quad (11)$$

$$\mathbf{A}_3 = \mathbf{C} + \Delta t \mathbf{K} \quad (12)$$

式(7)と式(9)より

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(k+1) = & \frac{(\Delta t)^2}{6} \mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{Q}(k+1) + \frac{(\Delta t)^2}{3} \mathbf{A}_1^{-1} (\mathbf{M} + \frac{\Delta t}{4} \mathbf{C}) \ddot{\mathbf{y}}(k) \\ & + \Delta t \mathbf{A}_1^{-1} (\mathbf{M} + \frac{\Delta t}{3} \mathbf{C}) \dot{\mathbf{y}}(k) + \mathbf{A}_1^{-1} (\mathbf{M} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C}) \mathbf{y}(k) \end{aligned} \quad (13)$$

同様に式(4)を解くと

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(k+1) = & \frac{(\Delta t)^2}{6} \mathbf{A}_1^{-1} \Gamma \mathbf{q}(k+1) + \frac{(\Delta t)^2}{3} \mathbf{A}_1^{-1} (\mathbf{M} + \frac{\Delta t}{4} \mathbf{C}) \ddot{\mathbf{u}}(k) \\ & + \Delta t \mathbf{A}_1^{-1} (\mathbf{M} + \frac{\Delta t}{3} \mathbf{C}) \dot{\mathbf{u}}(k) + \mathbf{A}_1^{-1} (\mathbf{M} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C}) \mathbf{u}(k) \end{aligned} \quad (14)$$

式(5)の関係式を用いると

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(k+1) = & \mathbf{y}(k+1) + \frac{(\Delta t)^2}{6} \mathbf{A}_1^{-1} \Gamma \mathbf{q}(k+1) \\ & + \frac{(\Delta t)^2}{3} \mathbf{A}_1^{-1} (\mathbf{M} + \frac{\Delta t}{4} \mathbf{C}) \ddot{\mathbf{u}}(k) \\ & + \Delta t \mathbf{A}_1^{-1} (\mathbf{M} + \frac{\Delta t}{3} \mathbf{C}) \dot{\mathbf{u}}(k) \\ & + \mathbf{A}_1^{-1} (\mathbf{M} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{C}) \mathbf{u}(k) \end{aligned} \quad (15)$$

今、式(1)の評価関数を任意の時刻 t_{k+1} で成立するものと考えたと

$$\begin{aligned} J(k+1) = & \frac{1}{2} \mathbf{z}^T(k+1) \mathbf{W} \mathbf{z}(k+1) \\ & + \frac{1}{2} \mathbf{q}^T(k+1) \mathbf{R} \mathbf{q}(k+1) \end{aligned} \quad (16)$$

となる。ここで、例えば $\mathbf{z}(k+1)$ は $t=t_{k+1}$ での応答を意味している。式(16)の $\mathbf{z}(k+1)$ は、時刻 t_{k+1} までの加振力及び制御力の影響を受ける。ここでは、時刻 t_{k+1} での応答 $\mathbf{z}(k+1)$ をできる限り小さくしたい。そのためには $J(k+1)$ が最小となるように $\mathbf{q}(k+1)$ を決定すればよい。式(16)は $\mathbf{z}(k+1)$ が式(15)より明らかのように $\mathbf{q}(k+1)$ の線形関数であるため、 $J(k+1)$ は $\mathbf{q}(k+1)$ の2次関数となり、その必要条件より容易に $\mathbf{q}(k+1)$ を決定できる。

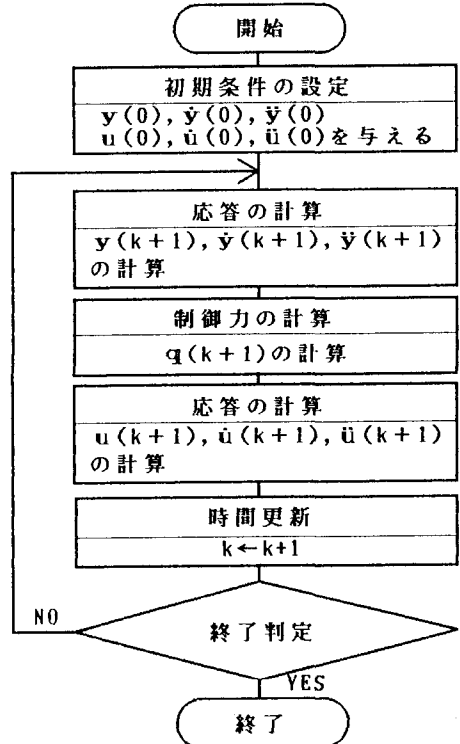


図-1 計算の流れ図

即ち、

$$\begin{aligned} \left(\frac{(\Delta t)^4}{36} \Gamma^T A_1^{-1} W A_1^{-1} \Gamma + R \right) \mathbf{q}(k+1) = & - \frac{(\Delta t)^2}{6} \Gamma^T A_1^{-1} W \{ \mathbf{y}(k+1) \\ & + \frac{(\Delta t)^2}{3} A_1^{-1} (M + \frac{\Delta t}{4} C) \ddot{\mathbf{u}}(k) + \Delta t A_1^{-1} (M + \frac{\Delta t}{3} C) \dot{\mathbf{u}}(k) \\ & + A_1^{-1} (M + \frac{\Delta t}{2} C) \mathbf{u}(k) \} \end{aligned} \quad (17)$$

式(17)を解くことにより、順次制御力 $\mathbf{q}(k+1)$ を決定することが可能となる。計算手順は図-1に示す通りである。

3. 数値計算例

前節に述べたアルゴリズムの有効性を示すため、4種類の地震波、①Hachinohe, 1968, NS, ②Tohoku Univ., 1978, EW, ③El Centro, 1940, NS, Imperial Vally Earthquake, ④Taft, 1952, S69E, Arvine Tahachapi Earthquake, をそれ等の最大加速度が300galとなるように調節して計算を行った。例題として図-2に示すような5自由度系モデルを用いている。構造系の特性は $m_i = 50/9.8 \text{ tf} \cdot \text{sec}^2/\text{m}$, $c_i = 10 \text{ tf} \cdot \text{sec}/\text{m}$, $k_i = 3000 \text{ tf}/\text{m}$ ($i=1 \sim 5$)であり、このとき1次の非減衰固有振動数は1.10 Hzとなる。便宜上、ウェイトマトリックス $\mathbf{W}$ は単位マトリックスとした。この場合、評価関数の第1項は地盤に対する各質点の相対変位の2乗和を意味している。層間変位の2乗和をできるだけ小さくしたい場合、 $\mathbf{W}$ の選定の仕方で調節できる。また、 $\mathbf{R}$ は制御力のウェイトマトリックスであり、適切な値に設定する必要がある。今、質点⑤だけを制御する場合、 $\mathbf{R}$ はスカラーとなる。これを R_{55} と表示する。 R_{55} の値

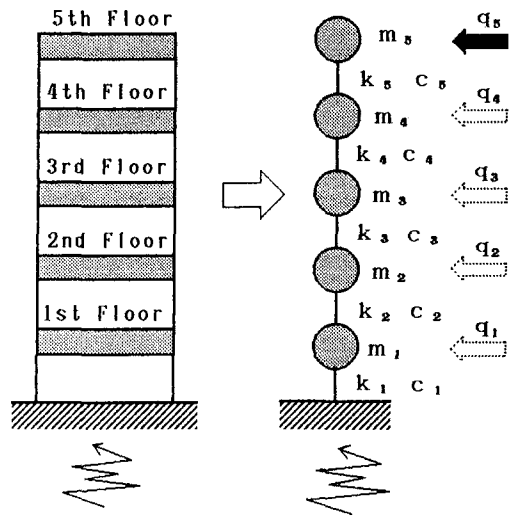
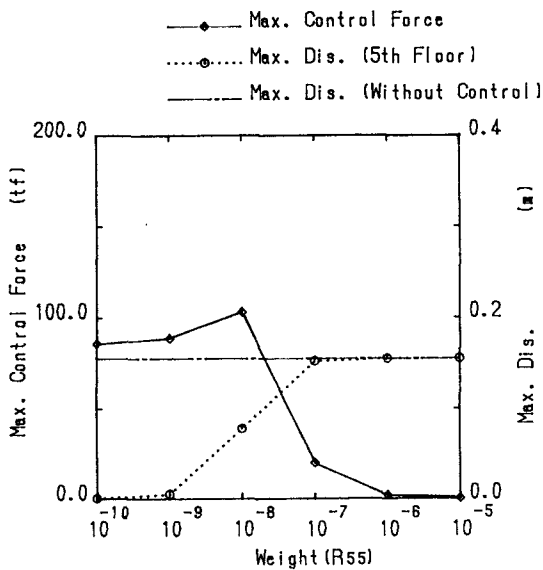


図-2 5自由度系モデル

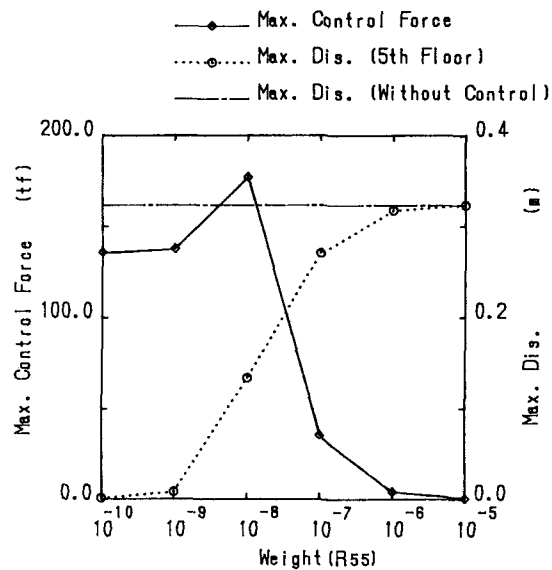
を変え、上記の4種類の地震波を用いて計算し、最大制御力と質点⑤の最大変位を求めた。その結果は図-3に示した。尚、制御しないと時の質点⑤の最大変位は 0.155 m (Hachinohe)、0.323 m (Tohoku Univ.)、0.194 m (El Centro) 及び 0.154 m (Taft) である。図-3は、この例題では R_{55} の値は 10^{-7} 以上ではほとんど効果がなく、 10^{-8} 以下に選定する必要があることを示している。

本手法では、前もって構造物に作用する地震入力全体が、その開始から終了まで既知として制御力を作らせているのではなく、制御力を作用させる瞬間までの地震入力だけが既知であると考えている。従って、ここで求められた制御力は、古典最適制御理論に基づく制御力とは異なってくるであろう。図-3(d)では、 $R_{55} \geq 10^{-7}$ のとき無制御の場合より、制御した場合の応答最大値が大きくなっている。これも、上述のように地震力の全体が既知の上で制御しているわけではないので、地震波形によってはこのような現象が起こりうるであろう。しかし、制御力と R_{55} の関係から、本例題では $R_{55} \leq 10^{-8}$ のとき、制御力の最大値はほぼ平坦になり、また、制御効果が充分に表れている。

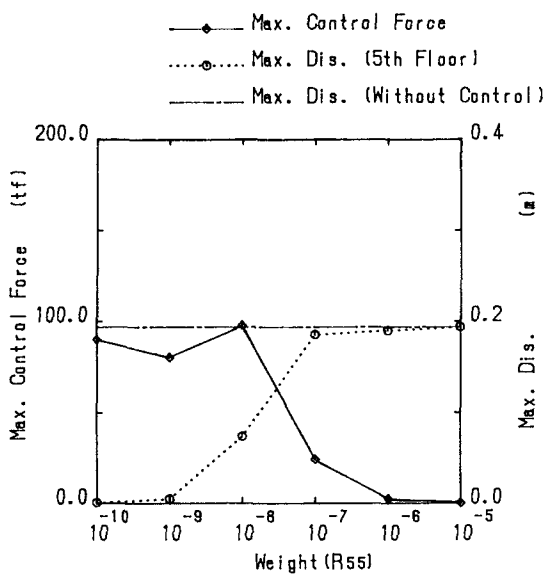
図-4はEl Centro波を用いた解析結果を示している。図-4(a)は $R_{55} = 10^{-8}$ のとき、各質点の変位(地盤に対する相対変位)と制御力の波形を示した。特に上層の変位が小さくなっていることがわかる。後半で、制御したときの応答が無制御の場合と比べ少し大きめになっている。その時点で制御を止めて応答解析を行う



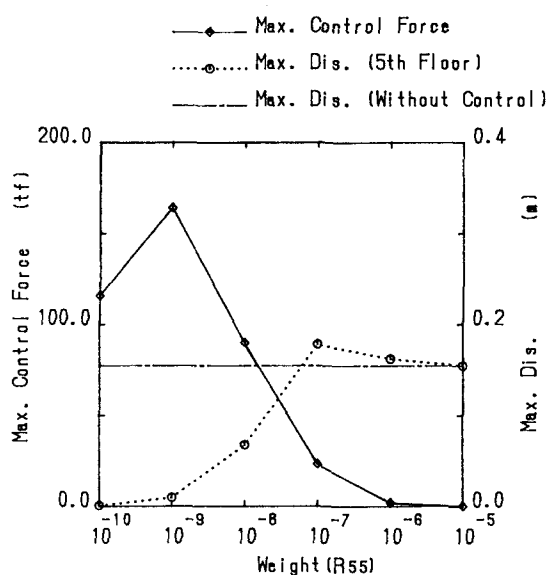
(a) Hachinohe



(b) Tohoku Univ.

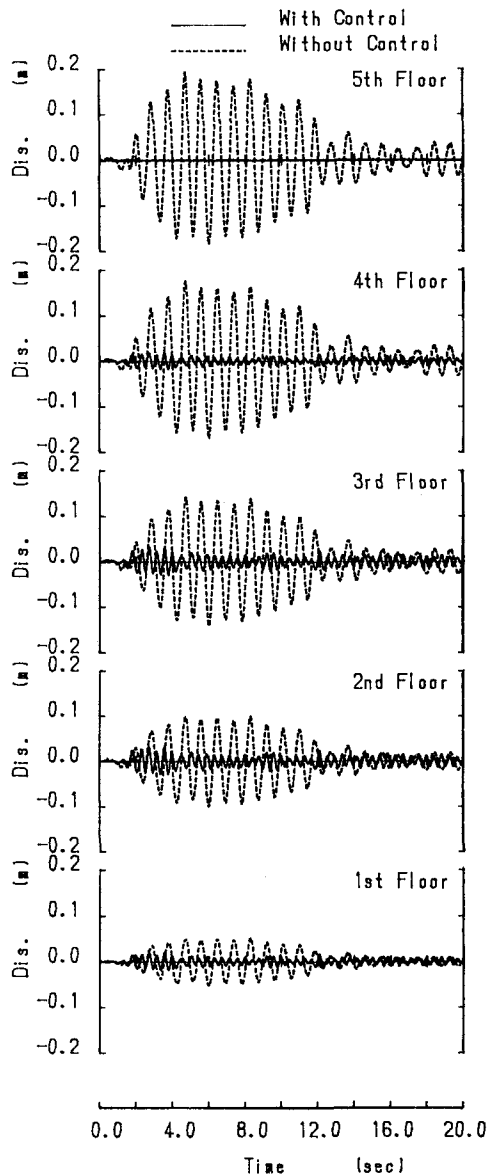
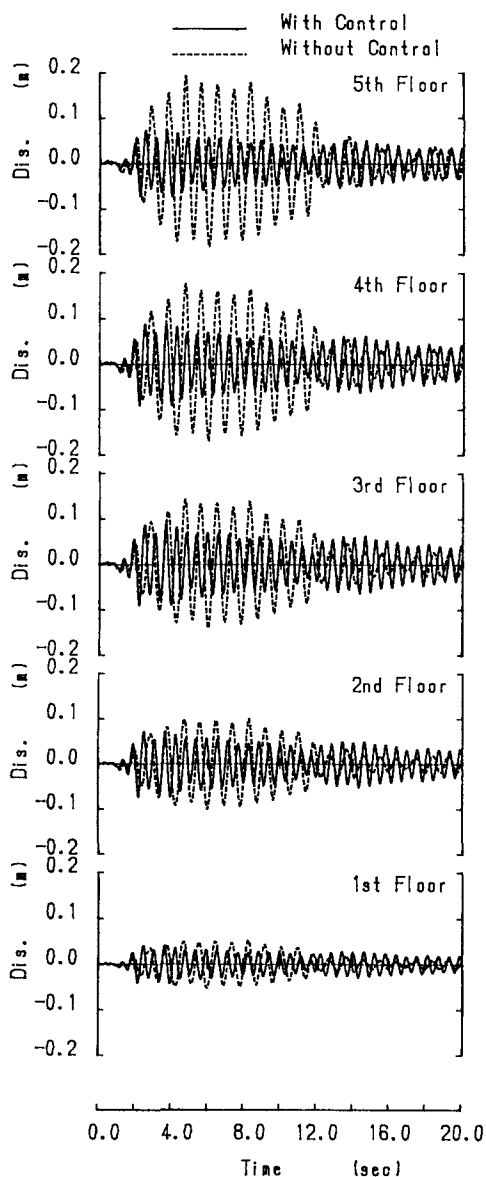
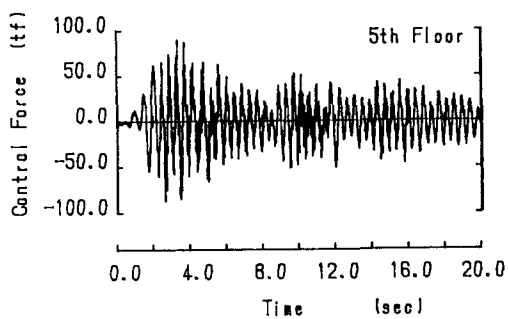
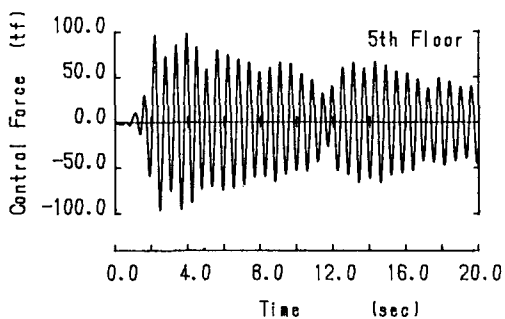


(c) El Centro



(d) Taft

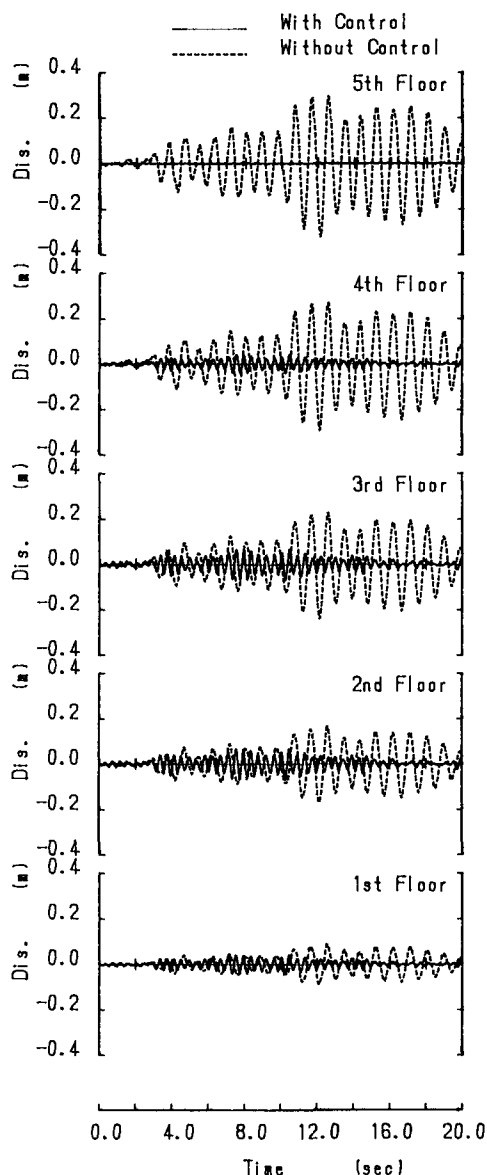
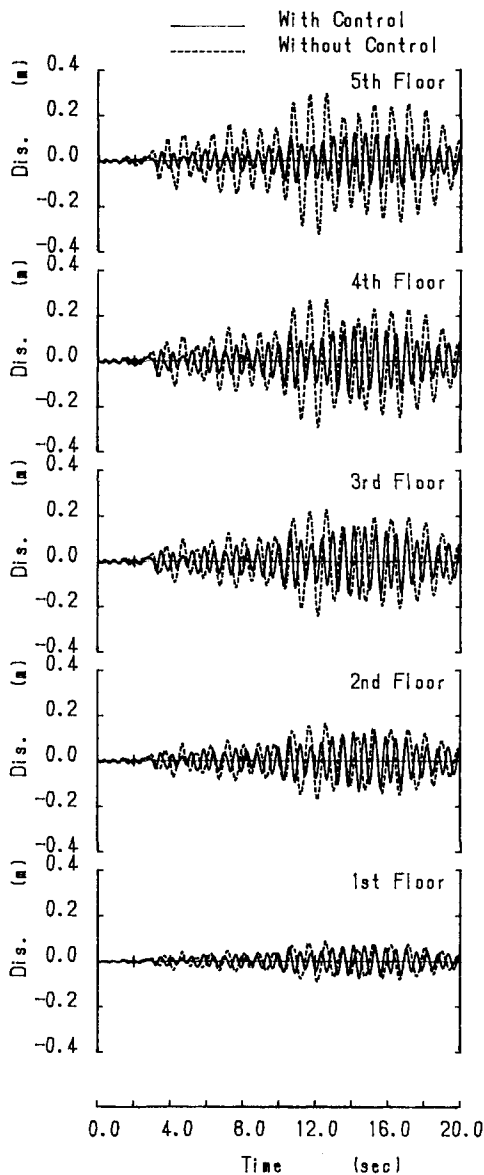
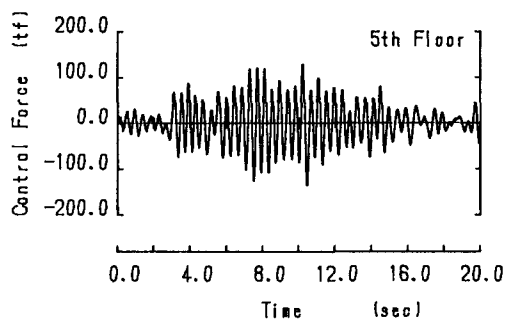
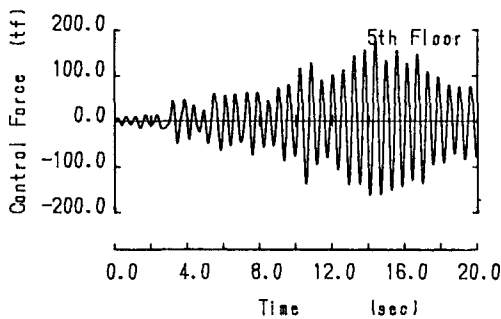
図-3 Weight(R55) - 最大制御力 - 質点⑤の最大変位の関係



(a) $R_{55} = 10^{-8}$

(b) $R_{55} = 10^{-10}$

図-4 変位応答と制御力 (E1 Centro)



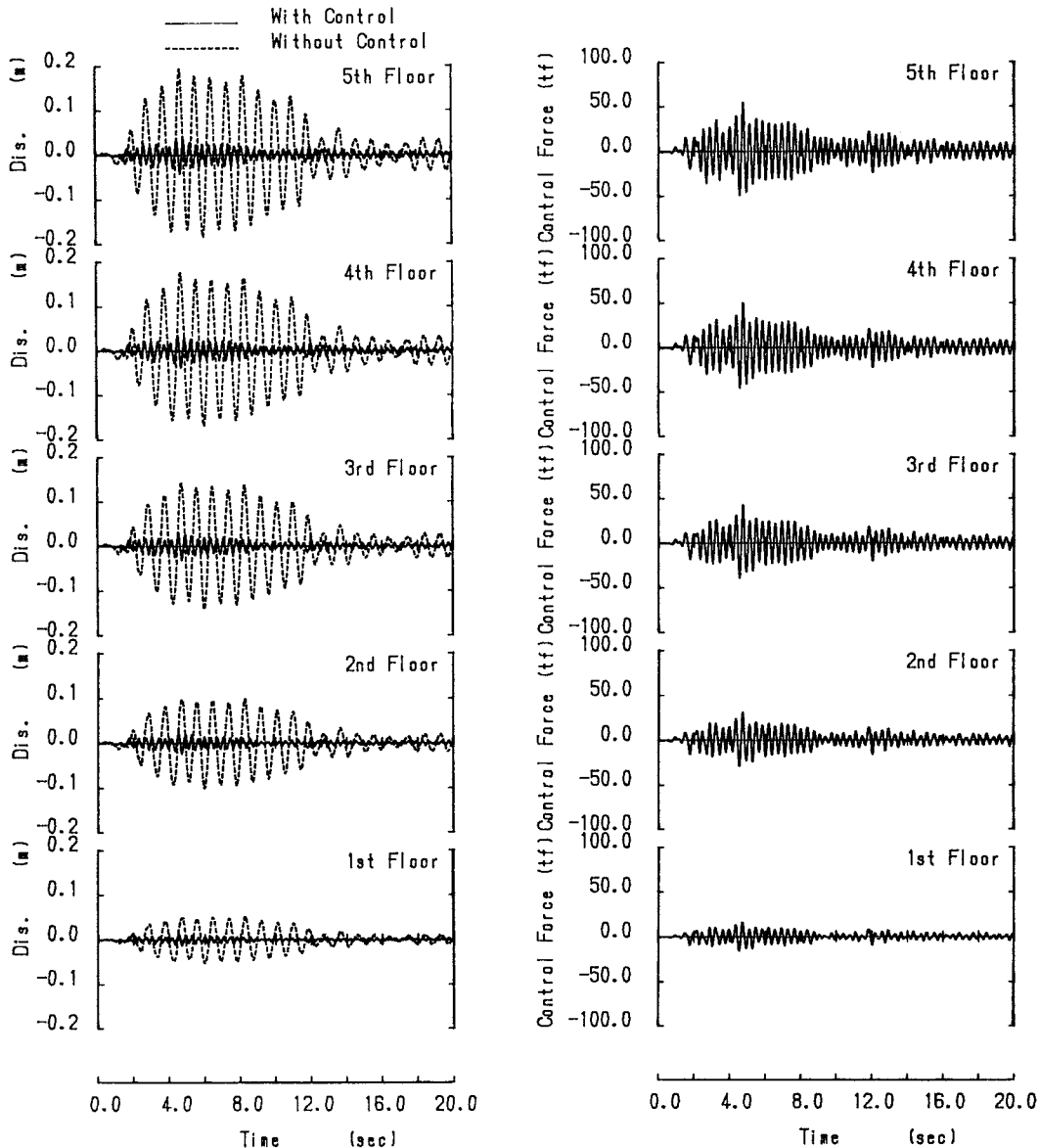
(a) $R_{55} = 10^{-8}$

(b) $R_{55} = 10^{-18}$

図-5 変位応答と制御力 (Tohoku Univ.)

と、制御を継続したときよりも更に応答が大きくなることがわかった。図-4 (b)は $R_{55}=10^{-10}$ としたときの同様の結果である。この場合、質点⑤の変位(地盤に対する相対変位)はほぼ0となり、他の質点の変位も減少している。それに関わらず制御力は図-4 (b)の場合の方が僅かに小さい。しかし、図-4 (a)の場合と比べ、波形は高周波成分を少し多く含んでおり複雑になっている。

図-5は宮城県沖地震時のTohoku Univ.の地震波形を用いた結果である。El Centro波と比べ、無制御の時の質点⑤の変位はかなり大きくなっている。図-5 (a)は $R_{55}=10^{-8}$ としたときの各質点の応答変位と制御力を時刻歴で示している。対応するEl Centro波の結果と比べると変位も制御力も大きくなっている。図-5 (b)は $R_{55}=10^{-10}$ のときの結果である。制御力是对应するEl Centroの結果と比べると大きい、質点⑤の変位はほぼ0となっている。図-5 (a)と比べると、図-5 (b)は応答変位が小さいにも関わらず、制御力の最大



(a) 変位応答 (b) 制御力

図-6 変位応答と制御力 (El Centro)

値も小さくなっている。

次に、全ての質点で制御することを試みた。図-6 (a) は $R_{ii}=10^{-8}$ ($i=1\sim5$) としたときの各質点の応答変位である。図-6 (b) はそれぞれの質点に対応する制御力である。全ての質点で制御をした場合、質点⑤のみを制御する場合と比べ、最大制御力及び各質点の変位は小さくなっている。さらに $R_{ii}=10^{-10}$ ($i=1\sim5$) についても同様に計算した。その結果は省略するが全ての質点の変位(地盤に対する相対変位)はほぼ0となる。また、このときの制御力の大きさは図-6 (b) より若干大きくなっている。

4. あとがき

地震力のような外力で加振される構造物の変位応答のオープンループ制御をon-lineで行う手法を開発した。動的解析にはNewmark β 法($\beta=1/6$)を用いているが、モーダル解析を用いても同様に定式化できる。

古典最適制御手法とは異なり、Riccatiの微分方程式を用いていないのが特色である。このため制御を行うとき前もって外力の全記録を必要とせず、逐次入力を測定しながら制御することが可能である。

例題の結果より次のようなことが言える。

- 1) 制御力に対するウェイトを適正な値に設定することにより、構造応答を制御することが可能である。
- 2) 4種類の特性の異なる地震波を用いて制御を行った。全ての場合についてアルゴリズムの不安定さは全く観察されていない。
- 3) 着目する質点の相対変位をほぼ0とすることは可能である。また、全ての質点を制御することにより、それらの相対変位をほぼ0に減少させることが可能である。
- 4) 変位を減少させるためには、制御力を大きくするだけでなく、高周波成分も含む幅広い周波数帯域での制御が重要となる。

本研究では、質点の応答変位にのみ着目した。これら質点の応答速度、応答加速度を制御することは理論的に可能である。また、入力としてここでは地震力を考えているが、風力、波力に対する構造制御にも適用できる。

最後に本研究では、地震力の測定ノイズ、制御力の作用時間の遅れの影響は考えていない。また、制御力の最大値に制約を設けていない。今後、これらについても検討する必要があると考える。

参考文献

- 1) Leipholz, H.H.E. ed. : Structural control, North-Holland Publishing Company, 1980.
- 2) Yang, J.N. : Application of optimal control theory to civil engineering structures, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.101, No.EM6, pp.819-838, December, 1975.
- 3) Martin, C.R. and Soong, T.T. : Modal control of multistory structures, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.102, No.EM4, pp.613-623, August, 1976.
- 4) Abdel-Rohman, M. and Leipholz, H.H.E. : General approach to active structural control, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.105, No.EM6, pp.1007-1023, December, 1979.
- 5) Abdel-Rohman, M., Quintana, V.H. and Leipholz, H.H.E. : Optimal control of civil engineering structures, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.106, No.EM1, pp.57-73, February, 1980.
- 6) Abdel-Rohman, M. : Active control of large structures, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.108, No.EM5, pp.719-730, October, 1982.

- 7) Yang, J.N. : Control of tall buildings under earthquake excitation, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.108, No.EM5, pp.833-849, October, 1982.
- 8) Meirovitch, L. and Silverberg, L.M. : Control of structures subjected to seismic excitation, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.109, No.2, pp.604-618, April, 1983.
- 9) Soong, T.T. and Manolis, G.D. : Active structures, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.113, No.11, pp.2290-2302, November, 1987.
- 10) Rodellar, J., Barbat, A.H. and Martin-Sanchez, J.M. : Predictive control of structures, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.113, No.6, pp.797-812, June, 1987.
- 11) Yang, J.N., Akbarpour, A. and Ghaemmaghami, P. : New optimal control algorithms for structural control, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.113, No.9, pp.1369-1386, September, 1987.
- 12) 矢作 枢・吉田和彦 : 高架橋における交通振動のアクティブコントロール, 土木学会論文集, No.356/I-3, pp.435-444, 1985年4月.
- 13) 馬場俊介・二宮公紀・梶田建尾 : 鋼構造物のデジタル最適自動制御, 土木学会論文集, No.380/I-7, pp.375-381, 1987年4月.
- 14) Kawahara, M. and Fukazawa, K. : Optimal control of structure subject to earthquake loading using dynamic programming, Proceedings of JSCE, Structural Engineering/Earthquake Engineering, No.404/I-11, pp.201-212, April, 1989.
- 15) 松井邦人・栗田哲史 : 応答加速度波を用いた構造特性の同定, 構造工学論文集, Vol.35A-II, pp.689-698, 1989年3月.

(1989年10月2日受付)