

制約条件の部分近似によるトラス構造物の最適設計に関する研究

ON OPTIMUM DESIGN OF TRUSS STRUCTURES BY PARTIALLY APPROXIMATING THE CONSTRAINTS

杉本 博之*

By Hiroyuki SUGIMOTO

Optimum design method based on the approximation concepts is studied. Generally, the stress constraints of the structural optimization are composed of the stress of a member and its allowable stress. In the dual method, both of the stress and the allowable stress are approximated with respect to the reciprocal variables. On the other hand, in the method proposed in this paper, only the terms related to the structural analysis are approximated using the most proper approximation function. This method is applied to the truss minimization and from the results it is concluded that the move-limit is unnecessary and the screening is effective in so far as the proper approximation function is applied. Also the several properties of the method are compared with those of the dual method. It is concluded that the method is superior to the dual method in the convergence stability.

1. まえがき

何らかの数値計画法を用いる構造最適設計においては、100回から数100回の構造解析を要するのが一般であった。橋梁の設計が、いくらそれが全応力設計であり、経験的なアルゴリズムに基づく設計法だとしても、その設計が数回の構造解析で得られるのに比べると、多過ぎる構造解析の回数ということになる。コンピューターの能力が急速に発達し、構造解析の回数は気にする必要は無いという議論もあるが、大型計算機の恩恵に浴する技術者の数は限られており、一方では、EWSが身近な設計のツールとして広く用いられていることを考慮すると、要する構造解析の回数は少ない方が良いことは当然と考えられる。

構造最適設計における近似法は、要する構造解析の回数を極力少なくするために開発された方法である。近似法あるいは近似の概念 (approximation concepts) は、設計変数のリンク、制約条件式のスクリーニング、および制約条件式の近似を含むが^{1) 2)}、本論文では、最後の制約条件式の近似について考察を加える。

逐次線形計画法および内接超球法³⁾も、制約条件式を順変数 (direct variable) に関して線形近似する手法であるが、一般にこれらを近似法ということではなく、制約条件式を逆変数 (reciprocal variable) に関して線形近似し、それを内接超球法で最適化したSchmitらの論文¹⁾以降に発表されたものを近似法といっている。三浦らは、拡張ペナルティ関数法に近似法を応用し、ACCESS-1²⁾およびACCESS-2⁴⁾という構造最適設計のためのプログラムを発表した。これらの方法が、従来の方法に比べて良好な結果を示したのは、応力の逆変数に関する線形近似式が、比較的良い近似式だったことによる。さらに、制約条件式の逆変数に関する線形近似式が、分離関数 (separable function) になることに注目し、近似最適化問題に双対

* 工博 室蘭工業大学助教授 工学部土木工学科 (〒050 室蘭市水元町27-1)

定理を応用して効率的に解いたのがFleuryら^{5) 6)} および大久保ら^{7) 8) 9)} の双対法 (dual method) である。Fleuryら¹⁰⁾ はその後、この双対法に混合変数の考え方を応用し、新双対法として発表している。

以上の近似法において、特に応力の近似式に注目すると、それらは、応力に関する制約条件式を逆変数に関して線形近似していた。これは、許容応力度が設計変数の関数である場合は、許容応力度も逆変数に関して線形近似することを意味する。上記のように、近似法の最初の動機は、制約条件式のより良い近似式を導入し、最適化の過程で要求される厳密な構造解析の大部分を、近似式の計算ですませるということである。その観点からすると、構造解析とは直接関係のない許容応力度の計算に近似式を用いる必要性は考えられない。応力に関する制約条件式の近似式としては、応力のみを適当な近似式で置換える方が良いように考えられる。その時、その近似式は分離関数とはならないので、双対定理の応用は困難になるが、より良質の近似最適化問題を設定できるとすれば、それが最適化過程の効率に寄与するところは大きいと考えられる。

このように、制約条件式を構成する数式の内、構造解析に係わるもののみを、その最も適当と思われる数式で近似する最適設計法を、本論文では、部分近似による最適設計法という。

Vanderplaatsら^{11) -13)} は、要素内力を順変数に関して線形近似する方法を、新しい近似法として発表している。この方法では、応力に関する制約条件式は、要素内力のみが順変数に関して線形近似されている。

筆者はすでに、骨組構造物の応力近似式について、それらを最適設計に適用する前の段階として、応力の順変数および逆変数に関する線形近似、部材内力の順変数に関する線形近似の他に、部材内力の逆変数に関する線形近似式およびそれらの合成式の厳密解に対する近似度を数値計算により検討した¹⁴⁾。

本論文は、部分近似による最適設計法をトラス構造物の最小重量設計に適用し、ムーブリミットの必要性等、数値計算上の種々の問題について検討を加えている。また、その効率を検討するために、双対法、新双対法、および一般の数値計画法としては優れているといわれているGRG法との理論的および数値計算による比較を行っている。

本論文は、トラス構造物を対象としている。近似法そのものは、一般の骨組構造物あるいは連続体の最適設計に適用した方が、その効果は顕著に現われると考えられる。しかし、ここでは、近似法そのものの収束性、効率等を検討するために、構造解析が完成されており、最適設計問題として定式化が容易なトラス構造物を研究の対象とした。得られた結果は、当然、一般の骨組構造物の最適設計、連続体の形状最適化のための参考になるものと考えられる。

2. トラス構造物の最小重量設計

まず最初に、トラス構造物の最小重量設計の一般的な問題を定義しておく。

トラス構造物の最小重量設計問題は、一般に次のように定式化される。これを原問題とする。

$$\text{○目的関数: } 0(X, Y) = \sum_{i=1}^n \ell_i(Y) x_i \rightarrow \min \quad (1)$$

○制約条件:

$$\cdot \text{応力 } g_{ij}^s(X, Y) = \sigma_{ij}(X, Y) - \sigma_{ai}(x_i, \ell_i) \leq 0 \quad (i=1 \sim n, j=1 \sim NL) \quad (2)$$

$$\cdot \text{変位 } g_k^d(X, Y) = \delta_{kj}(X, Y) - \delta_a \leq 0 \quad (k=1 \sim ND, j=1 \sim NL) \quad (3)$$

$$\cdot \text{細長比 } g_i^r(x_i, Y) = r_i(x_i, Y) - r_a \leq 0 \quad (i=1 \sim n) \quad (4)$$

$$\cdot \text{上下限 } x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad (i=1 \sim n) \quad (5)$$

$$y_i^L \leq y_i \leq y_i^U \quad (i=1 \sim m) \quad (6)$$

$$\text{○設計変数: } X = \{x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n\}, \quad Y = \{y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_m\} \quad (7)$$

ここで、 ℓ_i は i 部材の部材長、 x_i は i 部材の断面寸法に関する設計変数で、何らかの部材断面レベルの最適化^{15) 16)} がなされているものとする。部材断面積となる。 n はその数である。 y_i は、幾何的形状

に関する設計変数で、節点座標であり、 m はその数である。 σ は応力度、 σ_a は許容応力度で、一般に設計変数の関数である。 NL は荷重条件の数、 δ は節点変位、 δ_a は許容変位量、 ND は制約される変位の数、 r_i は i 部材の細長比、 r_a は許容細長比量、 x_i^U 、 x_i^L 、 y_i^U 、 y_i^L は設計変数の上下限值である。

3. 双対法と部分近似による最適設計法の近似最適化問題の比較

前節の式(1)～(7)で定義される原問題を、何らかの数値計画法で直接解くことも可能である。しかし、最適化の過程では、各探索方向の決定および1次元探索において、設計変数が更新される度に式(1)の目的関数、および式(2)～(4)の制約条件式の値を計算する必要がある。これはその中に含まれる応力および変位を計算するために、その度に厳密な構造解析を行なうことを意味する。設計変数の数にもよるが、最適化の過程では、100回から数100回の設計変数の更新がある¹⁷⁾のが普通であるので、構造系の規模が小さい場合以外は、直接数値計画法を応用するのは実用的でない。

そこで、原問題を何らかの形でそれとほぼ等価な近似問題に置換し、最適化の過程で要求される厳密な構造解析をその近似問題の解析で代行させる近似法が開発された。この方法では、厳密な構造解析は、近似問題の作成にのみ用いられる。

近似最適化問題の作成に際しては、最適化手法の利用に重点を置く場合と、近似問題としての質の高さに重点を置く場合とが考えられる。前者としては、双対法のように、双対定理を有効に利用するために、制約条件式を逆変数あるいは混合変数に関して線形近似し分離関数に近似する方法があり、後者としては、本論文のように、応力、変位等構造解析に関係する項のみを近似する部分近似による最適設計法がある。

なお、分離関数とは、次のような関数をいう。

$$F = f_1(x_1) + f_2(x_2) + \dots + f_n(x_n) \quad (8)$$

部分近似による構造最適設計法の特徴を明確にするために、その近似最適化問題を、双対法のそれと比較する。まず、双対法における近似最適化問題は、逆変数を用いる場合、次のようになる。

$$\text{○目的関数: } \bar{O}(\hat{X}, \hat{Y}) \rightarrow \min \quad (9)$$

○制約条件:

$$\cdot \text{ 応 力 } \bar{g}_{ij}^s(\hat{X}, \hat{Y}) = \bar{\sigma}_{ij}(\hat{X}, \hat{Y}) - \sigma_{ai}(x_i, \hat{Y}) \leq 0 \quad (i=1 \sim n, j=1 \sim NL) \quad (10)$$

$$\cdot \text{ 変 位 } \bar{g}_{kj}^d(\hat{X}, \hat{Y}) = \bar{\delta}_{kj}(\hat{X}, \hat{Y}) - \delta_a \leq 0 \quad (k=1 \sim ND, j=1 \sim NL) \quad (11)$$

$$\cdot \text{ 細長比 } \bar{g}_i^r(\hat{x}_i, \hat{Y}) = \bar{r}_i(\hat{x}_i, \hat{Y}) - r_a \leq 0 \quad (i=1 \sim n) \quad (12)$$

$$\cdot \text{ 上下限 } \hat{x}_i^L \leq \hat{x}_i \leq \hat{x}_i^U \quad (i=1 \sim n) \quad (13)$$

$$\hat{y}_i^L \leq \hat{y}_i \leq \hat{y}_i^U \quad (i=1 \sim m) \quad (14)$$

$$\text{○設計変数: } \hat{X} = \{\hat{x}_1 \quad \hat{x}_2 \quad \dots \quad \hat{x}_n\}, \quad \hat{Y} = \{\hat{y}_1 \quad \hat{y}_2 \quad \dots \quad \hat{y}_m\} \quad (15)$$

ここで、 $\hat{x}_i$ 、 $\hat{y}_i$ は逆変数で次式である。

$$\left. \begin{aligned} \hat{x}_i &= -\frac{1}{x_i} & (i=1 \sim n) \\ \hat{y}_i &= -\frac{1}{y_i} & (i=1 \sim m) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

また、上に(一)がついた関数は、次式のように、逆変数に関する線形近似式である。

$$\bar{f}(\hat{X}, \hat{Y}) = f(\hat{X}^0, \hat{Y}^0) + \sum_{p=1}^n \frac{\partial f(\hat{X}^0, \hat{Y}^0)}{\partial \hat{x}_p} (\hat{x}_p - \hat{x}_p^0) + \sum_{q=1}^m \frac{\partial f(\hat{X}^0, \hat{Y}^0)}{\partial \hat{y}_q} (\hat{y}_q - \hat{y}_q^0) \quad (17)$$

一方、部分近似による最適設計法においては、近似最適化問題は次のようになる。

$$\text{○目的関数: } O(X, Y) = \sum_{i=1}^n \ell_i(Y) x_i \rightarrow \min \quad (1)$$

○制約条件:

$$\cdot \text{応力 } \widetilde{g}_{ij}^s(X, Y) = \widetilde{\sigma}_{ij}(X, Y) - \sigma_{ai}(x_i, Y) \leq 0 \quad (i=1 \sim n, j=1 \sim NL) \quad (18)$$

$$\cdot \text{変位 } \overline{g}_{kj}^d(\hat{X}, \hat{Y}) = \overline{\delta}_{kj}(\hat{X}, \hat{Y}) - \delta_{aj} \leq 0 \quad (k=1 \sim ND, j=1 \sim NL) \quad (11)$$

$$\cdot \text{細長比 } g_i^r(x_i, Y) = r_i(x_i, Y) - r_a \leq 0 \quad (i=1 \sim n) \quad (4)$$

$$\cdot \text{上下限 } x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad (i=1 \sim n) \quad (5)$$

$$y_i^L \leq y_i \leq y_i^U \quad (i=1 \sim m) \quad (6)$$

$$\text{○設計変数: } X = \{x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n\}, \quad Y = \{y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_m\} \quad (7)$$

ここで、上に(～)がついた関数は、適当な何らかの方法による近似関数を表す。Xのみの関数である場合の応力近似式については、応力を順変数あるいは逆変数に関して線形近似する応力近似式、軸力を順変数あるいは逆変数に関して線形近似する応力近似式、およびそれらの合成式が考えられる¹⁴⁾。変位については、逆変数に関する線形近似式が適当と考えられるので、式(11)をそのまま用いた。

以上の、双対法における近似最適化問題と、部分近似による近似最適化問題を比較すると、次のことがいえる。

- 1) 双対法の場合は、目的関数とすべての制約条件式が分離関数にならないといけないが、部分近似による方法では、近似が必要な項のみ、それが適当と考えられる方法で近似すれば良く、あえて分離関数とする必要はない。
- 2) 応力の制約条件式において、双対法では許容応力度まで分離関数に近似する必要がある。許容応力度の、逆変数あるいは順変数に関する線形近似の妥当性については論じられないで使われるのが一般であるが、これは後述の計算例で示されるように、収束性に悪影響を及ぼす可能性がある。
一方、部分近似による方法では、式(18)に見られるように、許容応力度を近似する必要はない。
- 3) 細長比の制約条件式も、それが設計変数の関数であれば、双対法では分離関数に近似する必要があるが、部分近似による方法ではその必要がない。

以上より、双対法においては、双対定理が有効に利用できることに重点を置いて近似最適化問題を設定しているのに対し、部分近似による方法では、応力および変位など構造解析に係わる応答値のみを、それぞれに適当な方法で近似して近似最適化問題を設定しており、後者の方がより原問題に近い近似最適化問題であると考えられる。

4. 数値計算上の諸問題

近似最適化問題における応力あるいは変位の近似式は、あくまでも近似式であるので、設計変数が初期の値から遠く離れると近似度が悪くなり、最適設計の過程の収束性が悪くなる可能性がある。そのために、逐次線形計画法¹⁸⁾や双対法⁸⁾と同様にムーブリミットの必要性が考えられる。また、各近似最適化問題の作成においては、スクリーニングにより、明らかに考慮する必要のない制約条件は無視できる。このとき、考慮する制約条件の数は少ない方が、各繰返し計算における効率はあるが、今度は解が振動し全体の最適化の過程の収束性は悪くなる可能性が出てくる。

そこで本論文では、部分近似による最適設計法を、いくつかのトラス構造物の最小重量設計に応用し、ムーブリミットの必要性、スクリーニングについて、数値計算により検討を加えた。次に、各応力近似式¹⁴⁾を最小重量設計に応用した場合の結果より、それらの優劣を比較する。

設計変数は部材断面積のみとし、鋼材は S S 4 1、許容応力度等細部の規定は道路橋示方書¹⁹⁾ に従うものとする。なお、以下のトラス構造物の図において、() 内は設計変数の番号、[] 内は荷重条件の番号を示す。

(1) ムーブプリミットの検討

ムーブリミットは、解が振幅し収束性に問題がある場合に用いられる。一般には 2 段階で与え、最終段階は強制的に収束させるようにムーブリミットの値を設定するのが一般である。これは逆に、各段階のタイミングを間違えると、真の解とはほど遠い設計に収束させる原因となることもあるので、必要がなければムーブリミットは用いない方が望ましい。

近似法におけるムーブリミットの効果を検討するために、図-1~3 に示す、3 部材トラス (case 1、設計変数 2、制約条件 6)、10 部材トラス (case 2、設計変数 10、制約条件 20)、および 15 部材トラス (case 3、設計変数 8、制約条件 31) の最小重量設計に種々のムーブリミットを与えて計算した。case 1 と case 3 では設計変数をリンクしている。また、case 3 では、節点 A の垂直変位を 2.5 cm に制約している。

各近似最適化問題を解く手法は、汎用最適化プログラム ADS²⁰⁾ 中の GRG 法²¹⁾ を用いている。

それぞれのムーブリミットの値と各応力近似式に対応する結果が、表-1~3 に示されている。各ます目には、3 行に 4 個の数値が示されている。上から、第 1 行は目的関数 (cm³)、第 2 行は繰返し回数、第 3 行は、左が最大の制約条件の値 (%)、() 内はアクティブな制約条件の数である。表-1 の空白のます目は、対応する条件では振幅を起こし、正常な解に収束しなかったことを意味する。

それぞれのケースにおいて、最大のムーブリミットの値は、ムーブリミットが無いのと同じ状態に設定しである。

これらの 3 ケースより、正常に最適解が得られている場合は、目的関数の値はほとんど同じであり、ムーブリミットの値は大きい方が繰返し回数は少なくなっている。部分近似による最適設計法では、適当な応力近似式さえ選択すればムーブリミットは必要ないと考えられる。ただし、応力および軸力の順変数に関する近似式は、ムーブリミットの大きい範囲で、case 1 ではほとんど正常な値に収束しないし、case 3 では、制約条件を満足しない結果も得られている。

適当な応力近似式については、(3) で説明する。

(2) スクリーニングについて

最終的な最適設計において、アクティブな制約条件の数が、設計変数の数を大きく越えることは無く、場合によっては、非常に少ない制約条件しかアクティブにならないこともある。そのため、近似最適化問題を作成する時、原問題の制約条件をすべて近似する必要はない。これをスクリーニングという。しかし、極端に少ないと、最適化の過程で解が振動することもあり、特に本論文のように近似法を用いる場合は、各繰返し計算において、考慮すべき制約条件の数の決定については慎重を要する。

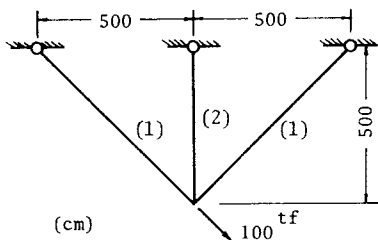
スクリーニングにおいて考慮すべき制約条件の数を検討するために、図-4~6 に示す、20 部材トラス (case 4、設計変数 10、制約条件 120)、31 部材トラス (case 5、設計変数 16、制約条件 201) および 39 部材トラス (case 6、設計変数 8、制約条件 195) の最小重量設計を種々の応力近似式を用いて行なった。case 4、6 は、変位の制約条件は考慮されていないが、case 5 では、節点 A、B、C の垂直変位を 2 cm に制約している。

ムーブリミットは、前項の結果を参考にして、ここでは課していない。

考慮する制約条件の数を N_c 、設計変数の数を n とすると、 N_c は次式で与えた。

$$N_c = \alpha \times n \quad (19)$$

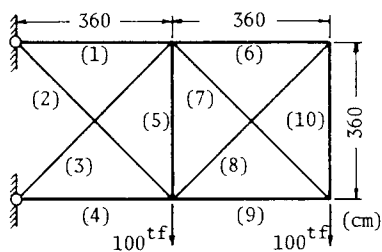
この α の値を、各問題毎に種々変えて与えた。各応力近似式、各 α の値に対応する結果が、表-4~6 に示されている。各ます目には、4 行に 5 個の数値が示されている。上から 3 行目までの値は (1) と同じで



図－１ ３部材トラス
(case 1)

表－１ ３部材トラスの結果

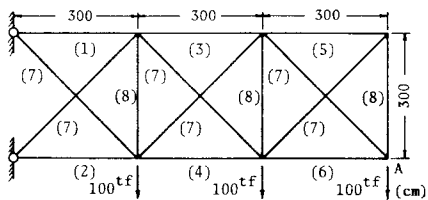
move limit (cm ²)	応力近似		軸力近似		
	順変数	逆変数	順変数	逆変数	合成式
10	94240 10 0.00 (1)	94260 10 -0.01 (1)	94240 10 0.00 (1)	94250 10 0.00 (1)	94240 9 -0.01 (1)
20		94250 8 -0.01 (1)		94250 7 -0.01 (1)	94240 6 -0.01 (1)
50		94250 7 -0.01 (1)		94240 6 0.00 (1)	94240 5 -0.01 (1)
100		94250 6 -0.01 (1)		94250 6 -0.01 (1)	94240 4 -0.01 (1)



図－２ １０部材トラス
(case 2)

表－２ １０部材トラスの結果

move limit (cm ²)	応力近似		軸力近似		
	順変数	逆変数	順変数	逆変数	合成式
20	381600 14 0.19 (8)	381600 13 0.13 (8)	381600 12 0.01 (8)	381600 24 0.00 (8)	381600 12 0.17 (8)
40	381600 8 0.18 (8)	381600 9 0.01 (8)	381600 8 0.03 (8)	381700 15 0.01 (8)	381600 7 0.07 (8)
80	381700 7 0.02 (8)	381600 9 0.17 (8)	381600 8 0.03 (8)	381600 9 0.06 (8)	381600 10 0.02 (8)
150	381600 8 0.01 (8)	381600 12 0.15 (8)	381600 6 0.04 (8)	381800 7 0.02 (8)	381500 6 0.23 (8)



図－３ １５部材トラス
(case 3)

表－３ １５部材トラスの結果

move limit (cm ²)	応力近似		軸力近似		
	順変数	逆変数	順変数	逆変数	合成式
50	758300 11 0.86 (5)	758900 11 0.01 (5)	758400 11 0.82 (5)	759000 11 0.01 (5)	758900 11 0.00 (5)
100	758600 7 0.55 (5)	758900 8 0.04 (5)	758700 7 0.57 (5)	758900 8 0.01 (5)	759500 7 0.23 (5)
200	759100 6 0.10 (5)	758900 6 0.01 (5)	758000 6 1.22 (4)	758900 6 0.05 (5)	759000 6 0.14 (5)
400	758900 6 0.09 (5)	758900 5 0.02 (5)	758600 4 0.34 (5)	758900 6 0.02 (5)	759000 6 0.14 (5)

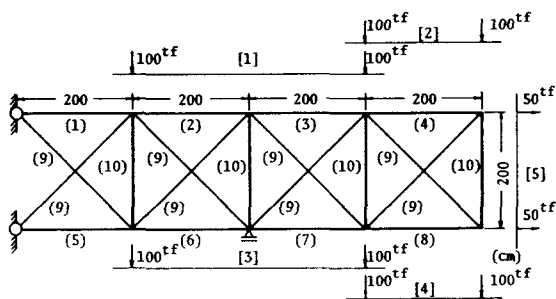


図-4 20部材トラス
(case 4)

表-4 20部材トラスの結果

α	応力近似		軸力近似		
	順変数	逆変数	順変数	逆変数	合成式
8		523600 5 0.12 (11) 1.61 s	523200 13 0.01 (11) 5.57 s	523100 5 0.04 (11) 1.94 s	522900 4 0.07 (11) 1.64 s
4	523000 19 0.14 (10) 4.19 s	523600 5 0.13 (11) 0.90 s		523100 5 0.04 (11) 1.11 s	522900 4 0.07 (11) 0.93 s
2		523000 7 0.03 (11) 1.20 s		523000 6 0.06 (11) 0.88 s	521800 6 0.39 (11) 1.31 s
1.5		523000 7 0.10 (11) 1.23 s		522900 6 0.07 (11) 0.78 s	523600 7 0.01 (11) 1.11 s

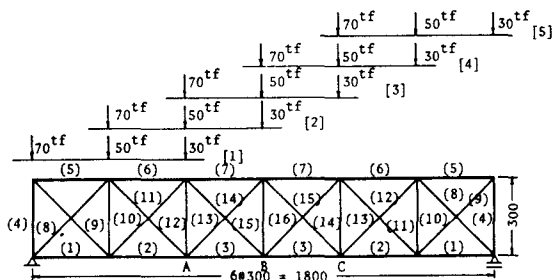


図-5 31部材トラス
(case 5)

表-5 31部材トラスの結果

α	応力近似		軸力近似		
	順変数	逆変数	順変数	逆変数	合成式
5	701200 8 0.01 (11) 6.15 s	701200 5 0.01 (11) 2.72 s	701300 18 0.02 (11) 17.48 s	701100 6 0.02 (11) 3.88 s	701100 6 0.04 (11) 5.26 s
4	701000 7 0.03 (11) 5.30 s	701000 5 0.02 (11) 2.46 s	701000 11 0.03 (11) 5.72 s	701000 6 0.04 (11) 4.12 s	701000 6 0.02 (11) 4.11 s
3	701200 9 0.07 (11) 6.68 s		701000 20 0.15 (11) 7.74 s	701000 6 0.02 (11) 2.74 s	701000 6 0.02 (11) 3.63 s
2	702000 20 0.32 (11) 7.63 s		701000 10 0.03 (11) 4.81 s	701000 6 0.02 (11) 2.46 s	701000 6 0.02 (11) 3.26 s

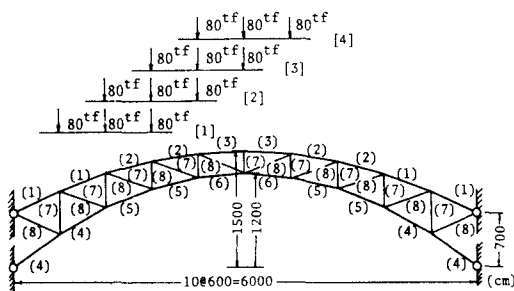


図-6 39部材トラス
(case 6)

表-6 39部材トラスの結果

α	応力近似		軸力近似		
	順変数	逆変数	順変数	逆変数	合成式
10	3374900 6 0.01 (11) 1.84 s	3375000 4 0.01 (11) 1.13 s	3374900 4 0.00 (11) 1.62 s	3374800 4 0.01 (11) 1.60 s	3374900 4 0.01 (11) 1.30 s
5	3374900 6 0.01 (11) 1.29 s	3375000 4 0.01 (11) 0.82 s	3374900 4 0.00 (11) 1.16 s	3375200 5 0.00 (11) 1.70 s	3374900 4 0.01 (11) 0.92 s
2	3374900 6 0.01 (11) 1.24 s	3375000 4 0.01 (11) 0.79 s	3374900 4 0.00 (11) 1.10 s	3375200 5 0.00 (11) 1.55 s	3374900 4 0.01 (11) 0.87 s
1.5	3374900 6 0.01 (11) 1.26 s	3375000 4 0.01 (11) 0.79 s	3374900 4 0.00 (11) 1.11 s	3375200 5 0.00 (11) 1.56 s	3374900 4 0.01 (11) 0.88 s

ある。第4行目の値は、最適設計を得るのに要したCPU時間である。空白は、正常に収束しなかったことを意味する。

これらの3ケースより、正常に最適解が得られている場合は、目的関数の値はほとんど同じであり、本論文の計算の範囲では、 α の値が小さい方がCPU時間が少なくなっている傾向が見られる。適当な応力近似式さえ選択すれば、スクリーニングの効果はあると考えられる。

α の値は、1以下は考えられなく、また以上の結果よりある程度値が小さいとCPU時間にそれ程差はないので、1.5～2が適当と考えられる。

(3) 応力近似式の比較

ここでは、5種類の応力近似式¹⁴⁾を最小重量設計に応用したcase1～6の結果(表1～6)より、各応力近似式の比較を行なう。

まず、応力あるいは軸力の順変数に関する近似式は、case1とcase4でほとんど正常な解に収束せず、これらは適当な近似法とは考えられない。残りの3つの手法の内、軸力を近似する2法の収束の安定性はほとんど同じと考えられるが、応力を逆変数に関して近似する方法は、case5で正常な解に収束しない場合があり、case2で、ムーブリミットが大きい時に多くの収束回数を要する等、若干収束の安定性に不安がある。

5. 他の手法との比較

ここでは、構造物の最適設計に適していると考えられている双対法、新双対法およびGRG法と、本論文の部分近似による最適設計法との比較を、数値計算の結果を参考にして行う。

計算例としては、図7の図中に示す6部材トラス(case7、設計変数6、制約条件14)、および図8の図中に示す31部材トラス(case8、設計変数31、制約条件64)の最小重量設計を行なった。これらは、すでに双対法を用いて解かれている⁹⁾問題である。case7では変位の制約条件はなく、case8では、節点A、Bの変位が表8の δ_a に制約されている。

応力近似式は、(3)の結果を参考にして、応力を逆変数に関して線形近似する応力近似式、軸力を逆変数に関して線形近似する応力近似式および合成式の3種類のみ考慮した。また、ムーブリミットは課さず、式(19)の α は、case7で2、case8で1.5とした。

それぞれの方法による結果を、表7および表8に示した。新双対法および参考として示したGRG法は、汎用最適化プログラムADS中のものを使用した。また、軸力を逆変数に関して線形近似した応力近似式を用いた最適設計の収束過程を図7、8に示した。

表の各ます目の中の数字の意味は、(1)の表1～3と同じである。双対法の欄の数字は繰返し回数であるが、それらは文献8)から引用した。*は、ムーブリミットを用いた場合の結果であり、case7の $P=10\text{ tf}$ のケースでは、ムーブリミットを用いない場合、解が振動して収束しなかったと報告されている。GRG法の欄の[]内の数字は、要した構造解析の回数である。

表より、目的関数および制約条件に関する値は、それぞれ適当な値に収束していると考えられるので繰返し回数を比較する。

繰返し回数を比較すると、部分近似による場合は、用いる応力近似式に係わらずcase7で3～4、case8で5～8とほぼ同数で収束しており、これらはcase8の $\delta_a=1.4\text{ cm}$ のケースを双対法で解いた場合以外双対法、新双対法よりも少ない。双対法において、case7の荷重が少ない場合、およびcase8の許容変位量大きい場合に繰返し回数が多く、また、上述のようにムーブリミットがないと解が振動して収束しない場合があるのは、3.で指摘したように許容応力度まで近似しているためと考えられる。

部分近似による場合、要する構造解析の回数は、(設計変数の数+1)×(繰返し回数)に等しいと考えられる。例えば、case8の $\delta_a=10.0\text{ cm}$ の場合、応力近似式に関係なく繰返し回数は5であるから、

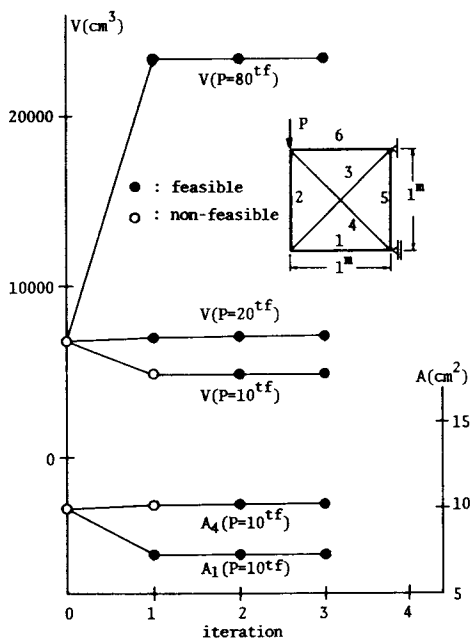


図-7 6部材トラスの収束過程

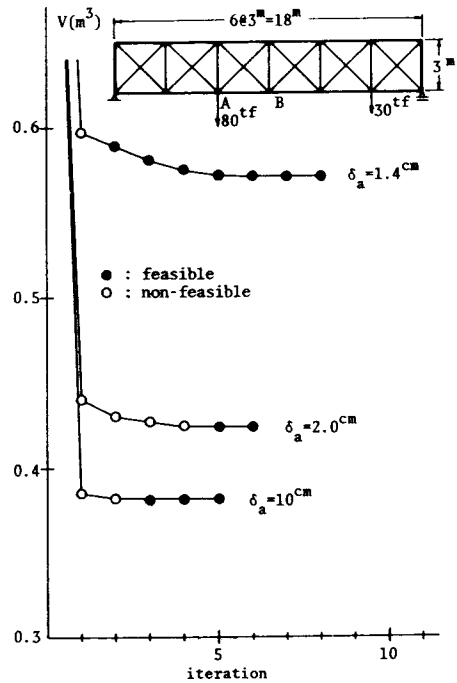


図-8 31部材トラスの収束過程

表-7 6部材トラスの結果

P (tf)	応力近似	軸力近似		双対法 ^{a)}	新双対法	GRG法
	逆変数	逆変数	合成式			
1 0	4790 4 0.08 (6)	4790 3 0.06 (6)	4793 3 0.01 (6)	1 0*	4795 4 0.01 (6)	4790 [51] 0.23 (6)
2 0	7046 3 0.27 (6)	7051 3 0.06 (6)	7055 4 0.40 (6)	1 4	7058 4 -0.01 (6)	7050 [63] 0.13 (6)
8 0	23310 3 0.03 (6)	23310 3 0.01 (6)	23310 3 0.12 (6)	3	23300 5 0.13 (6)	23310 [109] 0.00 (6)

表-8 31部材トラス (図-8) の結果

δ_a (cm)	応力近似	軸力近似		双対法 ^{a)}	新双対法	GRG法
	逆変数	逆変数	合成式			
10.0	381600 5 0.06 (32)	381700 5 0.09 (32)	381700 5 0.01 (32)	1 1*	382000 8 0.08 (32)	381000 [1296] 0.01 (30)
2.0	423600 7 0.24 (23)	423600 6 0.06 (22)	423800 6 0.12 (23)	1 4*	423600 1 2 0.11 (22)	424000 [1209] 0.01 (21)
1.4	570800 7 0.03 (15)	570800 8 0.23 (15)	570800 8 0.03 (15)	5	570800 9 0.06 (15)	570600 [1024] 0.19 (15)

構造解析回数は160となる。そのようにして計算された構造解析回数をG R G法の結果と比較すると、部分近似による最適設計法による方がかなり少ないことになる。

6. 結論およびあとがき

構造物の最適設計において、制約条件式を構成する各項の内、構造解析に関係する項のみを、それぞれの最も適当な方法で部分的に近似する近似法を、トラス構造物の最小重量設計に応用し、理論的および数値計算の結果より種々の考察を加えた。得られた事項を箇条書きにすると、以下のようになる。

- (1) 5種類の応力近似式をトラス構造物の最小重量設計に応用し比較した。その結果、応力および軸力を順変数に関して線形近似する応力近似式は、それらを逆変数に関して線形近似する応力近似式、および軸力を順変数と逆変数に関して線形近似する応力近似式の合成式よりも、収束の安定性でかなり劣ることが示された。
- (2) 部分近似によるトラス構造物の最適設計においては、上で示された適当な応力近似式を用いれば、ムーブリミットは必要ないことが示された。ムーブリミットは、数値計算上でできれば避けたいパラメーターであるので、これは部分近似による最適設計法の長所の1つと考えられる。
- (3) スクリーニングは効果があり、各ステージで考慮すべき制約条件の数は、設計変数の数の1.5～2倍であることが、数値計算の結果得られた。
- (4) 部分近似による最適設計法と、双対法、新双対法およびG R G法を、その収束性および効率について比較した。

その結果、双対法では収束に困難が伴った問題でも部分近似による方法では容易に収束し、かつ繰返し回数が少ない例が多かった。これは、双対法では、許容応力まで近似しているためと考えられる。G R G法と比較すると、要した構造解析の回数はかなり少なかった。また、新双対法との比較では、要した繰返し回数は若干少ないという結果が得られた。

以上より、トラス構造物の種々の最適設計において、部分近似による最適設計法は優れた方法であると考えられる。なお、今後、立体トラス構造物を含むより大規模なトラス構造物に応用し、CPU時間の比較などを行ない、また、幾何的な変数に対する有効な近似式を研究する予定である。

本論文より得られた事項は、定性的には一般の骨組構造物、連続体の最適設計にも当てはまると考えられるので、それらへの応用も試みる予定である。

本論文の計算は、室蘭工業大学情報処理教育センターのF A C O M M-380を使用した。

本論文の作成に当たり、新日本製鐵の山村和人氏の御助力を頂いた。末筆ではあるが謝意を表する。

参考文献

- 1) Schmit, L.A. & B. Farshi: Some Approximation Concepts for Structural Synthesis, AIAA J., Vol.12, No.5, pp.692-699, 1974.
- 2) Schmit, L.A. & H. Miura: A New Structural Analysis/Synthesis Capability-ACCESS 1, AIAA J., Vol.14, No.5, pp.661-671, 1976.
- 3) Baldur, R.: Structural Optimization by Inscribed Hyperspheres, J. Mech. Div., ASCE, Vol.98, No.EM3, pp.503-518, 1972.
- 4) Schmit, L.A. & H. Miura: An Advanced Structural Analysis/Synthesis Capability-ACCESS 2, Int. J. Numer. Methods Eng., Vol.12, pp.353-377, 1978.

- 5) Fleury, C. : Structural Weight Optimization by Dual Methods of Convex Programming, Int. J. for Numerical Methods in Engineering, Vol.14, No.12, pp.1761-1783, 1977.
- 6) Fleury, C. & Schmit, L.A. : Primal and Dual Methods in Structural Optimization, J. of the Structural Division, ASCE, Vol.106, No.ST5, pp.1117-1133, 1980.
- 7) 大久保禎二、谷脇一弘：双対理論による構造最適化に関する研究、愛媛大学工学部紀要、第10巻、第2号、pp.135-150、1983.
- 8) 大久保禎二、谷脇一弘：双対理論および部材のSuboptimization によるトラス構造物の最適設計、土木学会論文集、第350号／I-2、pp.331-340、1984.
- 9) 大久保禎二、谷脇一弘、上野盛勝：Dual Approach における双対変数の決定法に関する検討、愛媛大学工学部紀要、第10巻、第4号、pp.149-168、1985.
- 10) Fleury, C. & V. Braibant:Structural Optimization:A New Dual Method Using Mixed Variables, Int. J. Numer. Methods Eng., Vol.23, pp.409-428, 1986.
- 11) E. Salajegheh & G.N. Vanderplaats:An Efficient Approximation Method for Structural Synthesis with Reference to Space Structures, Space Structures, 2, pp.165-175, 1987.
- 12) G.N. Vanderplaats & E. Salajegheh : A New Approximation Method for Stress Constraints in Structural Synthesis, AIAA J., Vol.27, No.3, pp.352-358, 1989.
- 13) Kodiyalam, S. & G.N. Vanderplaats:Shape Optimization of 3D Continuum Structures via Force Approximation Techniques, AIAA J., (will be presented).
- 14) 杉本博之、山村和人：骨組構造物の最適設計における応力近似モデルについて、構造工学論文集、Vol. 35A、pp.347-359、1989.
- 15) 大久保禎二：トラス構造物の最適設計法に関する研究、土木学会論文報告集、第208号、pp.23-31、1972.
- 16) Sugimoto, H.:Minimum Weight Design of Trusses with Discrete Plate Thickness, Proc. 2nd East Asia-Pacific Conf. on St. Eng. and Const., pp.1294-1299, 1989.
- 17) 杉本博之：構造最適設計の数値計画法からの脱皮、構造工学論文集、Vol.35A、pp.339-345、1989.
- 18) 山田善一編：構造工学シリーズ1 構造システムの最適化～理論と応用～、土木学会、pp.77-78、1988.
- 19) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 II 鋼橋編、丸善株式会社、1980.
- 20) Vanderplaats, G.N. & H. Sugimoto:A General-Purpose Optimization Program for Engineering Design, Computers and Structures, Vol.24, No.1, pp.13-21, 1986.
- 21) Vanderplaats, G.N.:An Efficient Feasible Directions Algorithm for Design Synthesis, AIAA J., Vol.22, No.11, pp.1633-1640, 1984.

(1989年10月2日受付)