

ボンドクラックを有する異質埋設物周辺の散乱問題の解析

ANALYSIS OF SCATTERING PROBLEMS OF AN INCLUSION WITH CRACKED BONDING

福井卓雄* 松田勝彦**

By Takuo FUKUI and Katsuhiko MATSUDA

This paper is concerned with a time marching boundary element method which is applicable to solve the SH wave scattering problems of an inclusion with a cracked bonding. The interface between inclusion and surrounding matrix is assumed to be a spring contact where the bonding crack is expressed by zero spring constant. A formulation is described for the time marching boundary element system of the inclusion problem with spring contacts. The applicability of the method is examined to solve the scattering by an inclusion with both of the extremal values of spring constant. Numerical examples are given for the inclusion problem with cracked bondings.

1. はじめに

本論文は弾性体中に埋め込まれたボンドクラックを有する異質埋設物（インクルージョン）にSH波が入射するときの散乱問題に対する一解析手法を提案する。ここでは、インクルージョンはバネを介して周辺弾性体と接触していると仮定し、この系を解くための境界要素モデルを提案した。ボンドクラックはインクルージョンと周辺媒質の接触のバネ定数を位置の関数とすることにより表現した。こうすることにより、クラックに対する特別の取り扱いをすることなしに、ボンドクラックを有するインクルージョン周辺の散乱状況を全体的に把握することができる。ここで提案される解析手法は、種々の界面特性を有するインクルージョン周辺の散乱特性の評価、静止あるいは進行するボンドクラックによる散乱の評価など、非破壊評価のための基礎となるインクルージョン周辺の散乱解析に有効に利用できるものである。

インクルージョンによる散乱の問題を過渡的に解析するために、時間領域境界要素法^{1) 2)}を用いた。周辺の物質と密着したインクルージョンの問題は福井³⁾により扱われている。ここでは、ボンドクラックを表現するために、周辺領域とインクルージョンはバネを介して結合していると仮定する。インクルージョン表面のクラックの部分のバネ定数を0、密に結合している部分のバネ定数を十分に大きな値とすることによって、ボンドクラックを有するインクルージョンを表現することができる。インクルージョン表面のバネは適当な

* 工修 福井大学講師 工学部環境設計工学科 (〒910 福井市文京3-9-1)

** 福井大学大学院工学研究科 (同上)

離散化を導入することによりモデル化され、境界要素法をこのモデルにあうように修正することができる。北原ら⁴⁾はこの考え方を周波数領域の境界要素法に適用している。ここでは、時間ステップ解析に適合するように、北原らのバネモデルを変形したモデルを採用し、境界要素法の構成も異なったものとなっている。

解析手法の有効性は、一様なバネ定数を持つインクルージョンの問題により検討した。数値解析例として、内部の物質が柔らかいものと堅いものと二例について、クラックに対する進行波の入射方向を変えて解析した例を示す。

2. 解析手法

(1) 時間領域境界要素法

二次元動弾性問題の時間領域境界要素法の構成については文献^{1,2)}に述べられている。ここでは、とくに S H 波の散乱問題について、ここで提案する解析手法の構成に必要な部分を簡潔に述べる。図 1 の様に、無限領域中に一個のインクルージョンが存在するものとする。また、周辺領域の媒質およびインクルージョンともに等方均質であると仮定する。図 1 において、 (ρ, c_2) は周辺媒質の質量密度およびせん断波速度であり、 $(\bar{\rho}, \bar{c}_2)$ はインクルージョンの質量密度およびせん断波速度である。

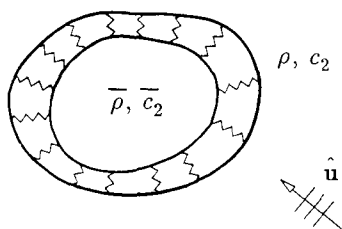


図 1 バネで接合された非均質領域

周辺領域における境界積分方程式は、境界 ∂B がなめらかであるときには、

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} u(x, t) = \hat{u}(x, t) + \int_0^t \int_{\partial B} \frac{H(\tau - r/c_2)}{2\pi\rho c_2^2 \sqrt{\tau^2 - r^2/c_2^2}} s(y, t - \tau) ds_y d\tau \\ + \int_0^t \int_{\partial B} \frac{\tau H(\tau - r/c_2)}{2\pi r \sqrt{\tau^2 - r^2/c_2^2}} \frac{\partial r}{\partial n} \hat{u}(y, t - \tau) ds_y d\tau \end{aligned} \quad (1)$$

である。ここに、 $u, \hat{u}$ は境界変位および変位速度、 $s = \rho c_2^2 \partial u / \partial n$ は境界応力、 $\hat{u}$ は入射波である。また、 $r = |x - y|$ であり、 $\partial / \partial n$ は y 点における外向き法線微分、 $H(x)$ は Heaviside のステップ関数を表わす。式(1)は、境界変位 $u(x, t)$ が連続であり、かつ、 $u(x, 0) = 0$ であることを仮定して、Kirchhoff の公式を変形して得られるものであり、通常の Kirchhoff の公式よりも積分核の形が単純で数値解析に有利に用いることができるが、離散化においては境界変位が時間の連続関数になるように近似してやる必要がある。

時間軸を一定時間間隔 Δt で分割し、式(1)の境界変位を時間の区分線形関数、境界応力を時間の階段関数で近似すると、時間ステップ境界積分方程式

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} u^N(x) + \int_{\partial B} B^0(x; y) u^N(y) ds_y - \int_{\partial B} A^0(x; y) s^N(y) ds_y \\ = \hat{u}(x, N\Delta t) + \sum_{M=1}^{N-1} \left[\int_{\partial B} A^{N-M}(x; y) s^M(y) ds_y - \int_{\partial B} B^{N-M}(x; y) u^M(y) ds_y \right] \end{aligned} \quad (2)$$

が得られる．ここに， u^N ， s^N は第Nステップにおける境界変位および応力である．上で述べた近似を用いるときには，積分核 $A^n(x; y)$ ， $B^n(x; y)$ は

$$\begin{aligned} A^M(x; y) &= D^{(0)}[(M+1)\Delta t] - D^{(0)}[M\Delta t] \\ B^M(x; y) &= -\frac{1}{\Delta t} [T^{(0)}[(M+1)\Delta t] - 2T^{(0)}[M\Delta t] + T^{(0)}[(M-1)\Delta t]] \end{aligned}$$

ここに，

$$\begin{aligned} D^{(0)}(x; y)[\tau] &= \frac{H(c_2\tau - r)}{2\pi\rho c_2^2} \log \left| \frac{c_2\tau + \sqrt{c_2^2\tau^2 - r^2}}{r} \right| \\ T^{(0)}(x; y)[\tau] &= H(c_2\tau - r) \frac{\sqrt{c_2^2\tau^2 - r^2}}{2\pi c_2 r} \frac{\partial r}{\partial n} \end{aligned}$$

となる¹⁾²⁾．式(2)は境界値 u^n ， s^n ($M \leq N$) の値を与えて第Nステップの未知関数 u^N または s^N を決定する境界積分方程式である．

式(2)において，境界上の関数 u^N ， s^N を

$$u^N(x) = \sum_{j=1}^m u^{Nj} \psi_j(x), \quad s^N(x) = \sum_{j=1}^m s^{Nj} \psi_j(x) \quad (3)$$

で近似すると，境界積分が離散化される．ここでは，近似関数の基底 ψ_j として，4階のB-スプラインの基底⁵⁾を用いた． m 個の選点 x_i を境界上に取れば，線形代数方程式が得られる．第Nステップの方程式をマトリクスの形でまとめると

$$B^0 u^N - A^0 s^N = \hat{u}^N + \sum_{M=1}^N [A^{N-M} s^M - B^{N-M} u^M] = \hat{u}^N + F^N \quad (4)$$

となる．ここに，係数マトリクス A^n ， B^n とベクトル u^n ， s^n ， $\hat{u}^n$ の成分は

$$\begin{aligned} [A^M]_{ij} &= \int_{\partial B} A^M(x_i; y) \psi_j(y) ds_y \quad (M=0,1,2,3, \dots) \\ [B^0]_{ij} &= \frac{1}{2} \psi_j(x_i) + \int_{\partial B} B^0(x_i; y) \psi_j(y) ds_y, \quad [B^M]_{ij} = \int_{\partial B} B^M(x_i; y) \psi_j(y) ds_y, \quad (M=0,1,2,3, \dots) \\ [u^M]_j &= u^{Mj}, \quad [s^M]_j = s^{Mj}, \quad [\hat{u}^M]_i = \hat{u}(x_i, M\Delta t) \end{aligned}$$

である．インクルージョン領域についても式(4)と同様に

$$B^0 \bar{u}^N - A^0 \bar{s}^N = \sum_{M=1}^N [\bar{A}^{N-M} \bar{s}^M - \bar{B}^{N-M} \bar{u}^M] = \bar{F}^N \quad (5)$$

となる．ただし，インクルージョンについての量にはすべて上に $-$ をつけて表わした．

(2) バネ接触のモデル化

図1のバネ接触境界の離散化モデルについて考えよう．接触境界の単位面積あたりのバネ定数が $k(x)$ で与えられるとすると，周辺領域およびインクルージョンの境界変位・応力の間には

$$s(x) = k(x)[\bar{u}(x) - u(x)], \quad \bar{s}(x) = k(x)[u(x) - \bar{u}(x)] \quad (6)$$

の関係がある．境界変位・応力は式(3)で近似されるので，式(6)は

$$\psi^T(x) s(x) = k(x) \psi^T(x) [\bar{u} - u] \quad (7)$$

と書かれる．ここに，

$$\psi^T(x) = [\psi_1(x), \psi_2(x), \dots, \psi_m(x)]^T$$

である。

式(7)を近似する方法には、選点法、部分領域法、Galerkin法などが考えられるが、ここでは、式(4)を導いたときと同じ選点法を採用することにする。選点法はその選点の数を十分多く取らないと必要な精度が得られないが、プログラミングが簡便なこと、式(4)と近似程度が同等になることから、この方法を採用した。式(7)が式(4)と同じ m 個の選点上で満足されたとすると、

$$\Psi s = k\Psi(\bar{u} - u)$$

となり、さらに左辺について解くと

$$s = \Psi^{-1}k\Psi(\bar{u} - u) = K(\bar{u} - u) \quad (8)$$

と表わされる。ここに、

$$k = \begin{bmatrix} k(x_1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & k(x_2) & \cdots & 0 \\ . & . & \cdots & . \\ 0 & 0 & \cdots & k(x_m) \end{bmatrix}, \quad \Psi = \begin{bmatrix} \psi^T(x_1) \\ \psi^T(x_2) \\ . \\ \psi^T(x_m) \end{bmatrix}, \quad K = \Psi^{-1}k\Psi$$

である。式(6)₂についても同様にして

$$\bar{s} = K(u - \bar{u}) \quad (9)$$

が得られる。

(3) バネ接触する非均質領域の境界要素法

上のことより、図1のバネ接触する非均質領域の散乱問題は、周辺領域・インクルージョンそれぞれの境界量が式(4)、(5)を満足し、それらの境界での接触条件が式(8)、(9)で表わされる問題となる。

式(4)、(5)に式(8)、(9)を代入して、ひとつのマトリクス式として表現すれば

$$\begin{bmatrix} B^0 + A^0 K & -A^0 K \\ -\bar{A}^0 K & \bar{B}^0 + \bar{A}^0 K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^N \\ \bar{u}^N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{u} + F^N \\ F^N \end{bmatrix} \quad (10)$$

となる。上式により u^N 、 $\bar{u}^N$ が決定されれば、式(8)、(9)により s^N 、 $\bar{s}^N$ が求まる。

一方、式(8)、(9)を書き直すと、

$$\bar{u} = u + K^{-1}s, \quad \bar{s} = -s \quad (11)$$

という関係が得られる。上式を式(4)、(5)に代入すると、

$$\begin{bmatrix} B^0 & -A^0 \\ \bar{B}^0 & \bar{B}^0 K^{-1} + \bar{A}^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^N \\ s^N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{u} + F^N \\ F^N \end{bmatrix} \quad (12)$$

となる。この場合には、各ステップで u^N 、 s^N が決定され、式(11)により、 $\bar{u}^N$ 、 $\bar{s}^N$ を求めることができる。

式(10)、(12)のいずれにおいても、バネ定数が $k(x) \rightarrow 0$ のとき、非接触問題（空洞問題）となり、バネ定数を無限大 $k(x) \rightarrow \infty$ とすれば、完全接触の問題となる。インクルージョン境界のボンドクラックを接触境界面の一部が $k = 0$ となるバネ定数分布を設定してやることにより表現するので、式(10)の形式を用いることにする。式(10)は $k \rightarrow \infty$ の場合には左辺が発散し、数値計算上はバネ定数を無限大にすることはできない。しかし、 k として十分に大きな値を採用すれば完全接触に近い条件をつくり出すことができ

る。この点に関する数値的な検討については次章で述べる。

3. 解析手法の検討

前章で構成した解析手法の適用性を検討するために、この手法を使って、空洞問題、完全接触のインクルージョン問題を解析した。半径 a の円形のインクルージョンを対象とし、 $\bar{c}_2/c_2 = 1/2$ (柔らかいインクルージョン) および $\bar{c}_2/c_2 = 2$ (硬いインクルージョン) の場合を解析した。密度は $\bar{\rho}/\rho = 1$ とした。入射波としては、 x_1 -軸の負の方向へ進行するステップ応力波

$$\hat{u}(x, t) = \frac{\tau_0}{\rho c_2^2} (c_2 t + x_1) H(c_2 t + x_1)$$

を与えた。ここに、 τ_0 はステップ応力の大きさである。この章の解析例において時間増分は $\Delta t = T_0/12$ ($T_0 = 2a/c_2$ は入射波がインクルージョンを通過する時間) とし、境界関数の自由度 (節点数) は $m = 16$ とした。また、入射進行波の波面付近での因果率を満足させるために、入射波がインクルージョンを通過するまでは限定された影響域内でのみ境界量が値を持つように解析範囲を調整している (文献¹⁾ 参照)。

式(10)においてバネ定数を $k(x) = 0$ とすれば、空洞問題となる。この場合には、マトリクス $K = 0$ であり、式(10)は簡単に

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}^0 & 0 \\ 0 & \mathbf{B}^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}^N \\ \mathbf{\bar{u}}^N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{u}} + \mathbf{F}^N \\ \mathbf{F}^N \end{bmatrix}$$

となって、二つの独立した問題を同時に解くことになる。結果は明白であるが、後の数値計算結果と比較するために $\bar{c}_2/c_2 = 1/2$ の場合の解析例を図2に示しておいた。図において $\tau_s = \rho c_2^2 \partial u / \partial s$ は境界上の接線方向応力成分である。ただし、接線方向は時計回りにとってある。

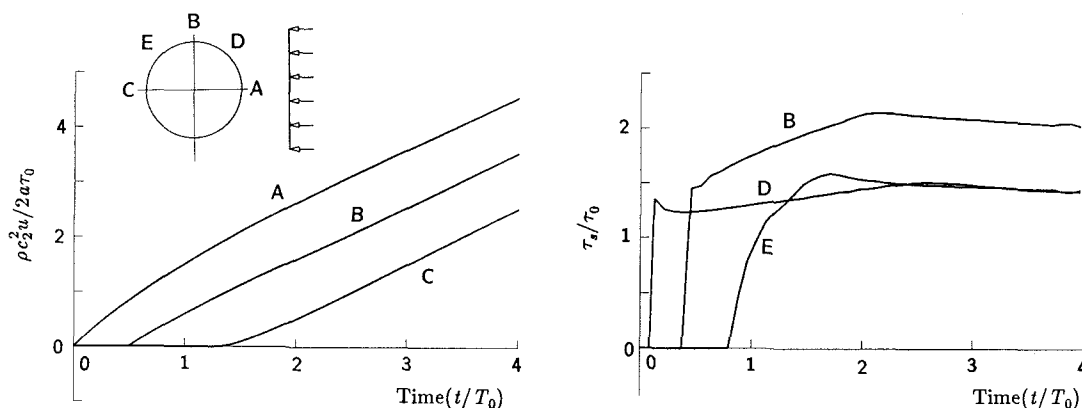
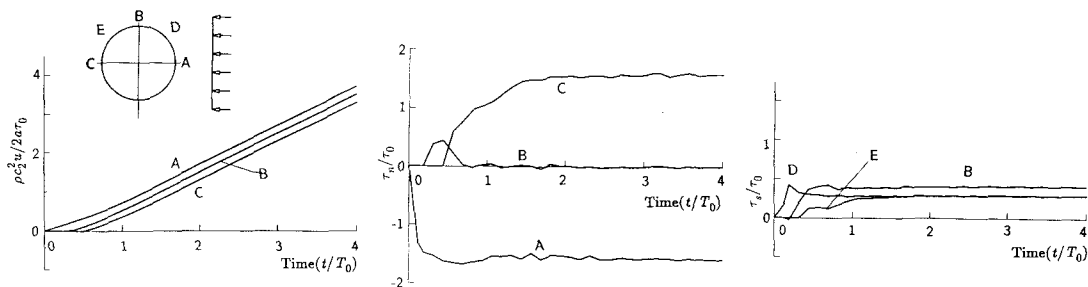


図2 空洞問題 ($\bar{c}_2/c_2 = 1/2$, $k = 0$)

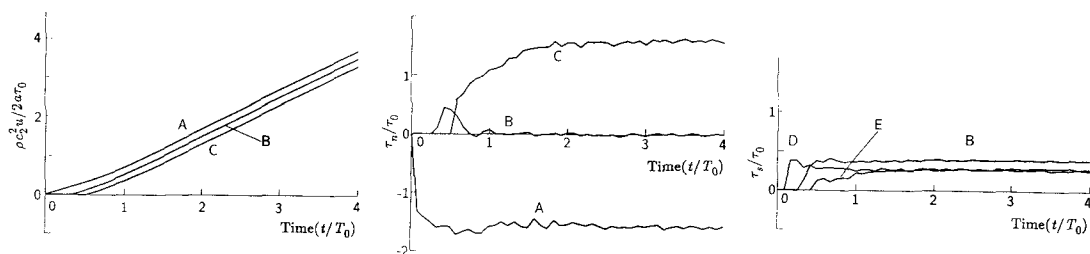
完全接触のインクルージョン問題を扱うために、バネ定数の値として大きな値を選んで解析を行ない、完全接触問題として直接に解いた結果と比較した。図3に $\bar{c}_2/c_2 = 2$ の場合の結果を、図4に $\bar{c}_2/c_2 = 1/2$ の場合の結果を示す。図3で、(a)は $k/G = 100$ ($G = \rho c_2^2$ は周辺媒質のせん断弾性係数) として、本解析法により解析した結果であり、(b)は文献²⁾ で述べられた解析法により完全接触問題を解析した結果である。図において、 $\tau_n = s = \rho c_2^2 \partial u / \partial n$ である。本解析法による結果(a)は、境界応力の微小なゆらぎを除いて、(b)の結果とよく一致している。図4では、(a)に $k/G = 50$ とした本解析法の数値結果を、(b)に完

全接触問題の解析結果を示す。両者の結果は非常によく一致している。

一般に、 k の値がきわめて大きくなると、式(10)の左辺のマトリクスは不安定に近くなり、数値的な誤差も増大すると考えられる。したがって、 k の値としては、許容できる範囲で、できるだけ小さな値をとる方

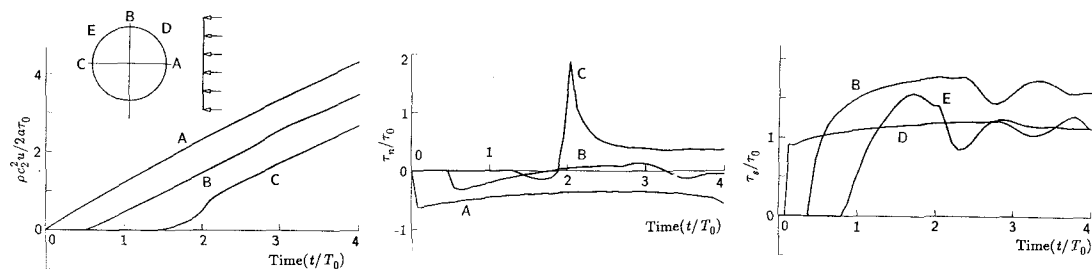


(a) 本解析法による解 ($\bar{c}_2/c_2 = 2$, $k/G = 100$)

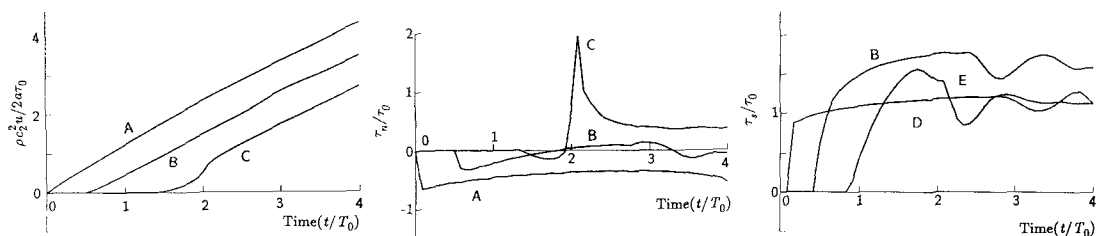


(b) 完全接触問題の解

図3 完全接触インクルージョン問題の近似（硬いインクルージョン）



(a) 本解析法の解 ($\bar{c}_2/c_2 = 1/2$, $k/G = 50$)



(b) 完全接触問題の解

図4 完全接触インクルージョン問題の近似（柔らかいインクルージョン）

が数値処理上有利である．図3，4の例から，接触媒質の弾性係数のうち大きい方の弾性係数に対する k の値の比率（図3では 25，図4では 50）が 20～30 程度以上であれば，完全接触を十分に表現し得ることがわかる．この程度の k の値であれば数値計算上も問題がないので，ここに提示したモデルで十分幅広い接触条件を表現できるものと考えられる．

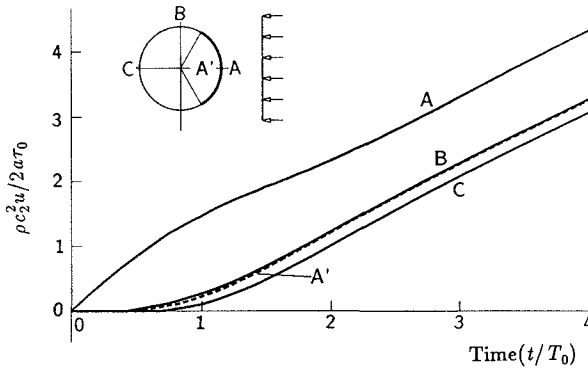
以上の解析例により，ここで提案する時間領域境界要素法は，バネ接触するインクルージョンの散乱問題を扱うためには有効な方法であることが確認できた．現象の過渡的応答を把握する目的のためには，この解析手法は非接触および完全接触を含む種々の接触条件を持つインクルージョン問題について十分に適用できるものである．また，ここで用いたバネ接触のモデルは接触境界の変位あるいは応力の履歴には依存しない形のものであるので，この解析手法を，非線形バネあるいはバネ定数が時間とともに変化する接触条件に適用することもそのままの形で可能である．

4. ボンドクラック問題への応用

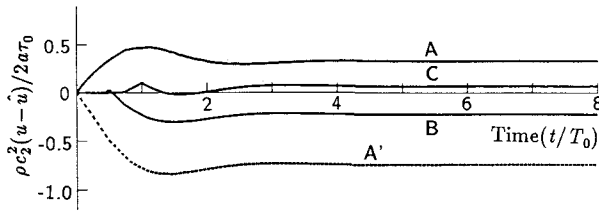
この解析手法を用いて，ボンドクラックを有するインクルージョンまわりの散乱問題を解析した．例として，前章と同じ，半径 a の円形の硬いインクルージョンと柔らかいインクルージョンとを対象とし，ステップ応力波の入射に対する応答を解析した．インクルージョンと周辺領域の物理定数は前章と同じものを使っている．クラックの長さはインクルージョン境界の全周の長さの $1/3$ とした．また，クラックの位置として，入射波に対してインクルージョンの前面にクラックがある場合と背面にクラックがある場合を解析した．この章の数値例では， $\Delta t = T_0/16$ とし，境界関数の自由度は $m = 32$ とした．この程度の精度ではクラック先端の挙動までを明確に追跡することはできないかもしれないが，クラックとインクルージョンの全体的な挙動は十分に解析できる．

図5，6は硬いインクルージョン， $\bar{c}_2/c_2 = 2$ ，の解析例である．入射波に対してインクルージョン前面にクラックがある場合の解析例を図5に，背面にクラックがある場合の解析例を図6に示す．結合部のバネ定数は $k/G = 100$ とした．これらの図において，(a)は代表点における境界変位の時間的変化を示す．実線は周辺媒質の変位，破線はインクルージョンの変位である．(b)は境界変位分布の変化の様子を $T_0/4$ 毎に表示したものである．上半分は周辺媒質の変位を，下半分はインクルージョンの変位を表わす．図の上では変位の大きさは境界から外向きにとってある．したがって，内側の線ほど早い時刻の変位を表わしており，境界が一様に変位する場合には図は同心円状に広がっていく．(c)は境界変位の散乱成分 $u_s = u - \bar{u}$ および $\bar{u}_s = \bar{u} - \bar{\bar{u}}$ の時間変化を示す．(d)は境界上の応力成分 τ_n ， τ_s および $\bar{\tau}_s = -\bar{\rho} \bar{c}_2^2 \partial \bar{u} / \partial s$ の絶対値の分布の変化の様子を $T_0/4$ 毎に表わしている．図の表現方法は(b)と同じである．

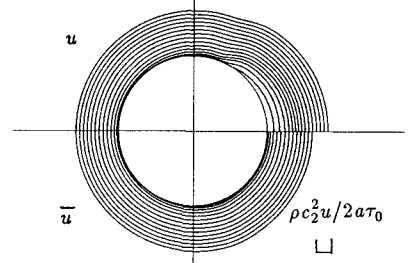
(a)，(b)，(c)より，波が入射したときのクラックの開口の様子がわかる．図5(b)に示されるように，クラックが前面にある場合には，クラックの開口はクラック部の周辺媒質が入射波により引きずられることによって生じている．また，この効果は，クラックの裏側の点(A')への波の到達が回折により少し遅らせることにより強調される．クラックの開口が最大になるのは，波が入射してから約 $1.25T_0$ 後であり，そのときの開口の大きさは，波が通過して定常状態になったときの大きさ ($2.13a \tau_0/G$) の約1.2倍であることが(c)よりわかる．一方，背面にあるクラックの開口は，図6(b)，(c)に示されるように，インクルージョンによる散乱波がクラック裏側(点C)には伝わりにくく，また，周辺媒質を伝わる入射波もクラックによって回折することになり，クラック裏側の変位が時間的に遅れることによって生じている．クラックの開口が最大になるのは，波が入射してから約 $2.1T_0$ 後であり，そのときの開口の大きさは定常状態の大きさの約1.1倍である．これらのことは，(d)に見られるように，境界応力の変化にも反映されている．前面にあるクラック周辺では，背面にクラックがある場合よりも，急激に応力集中が生じ比較的早期に定常状態に向かう．また，図3に見られるように，硬いインクルージョンの場合には接触応力 τ_n の方が接線成分 τ_s よりも



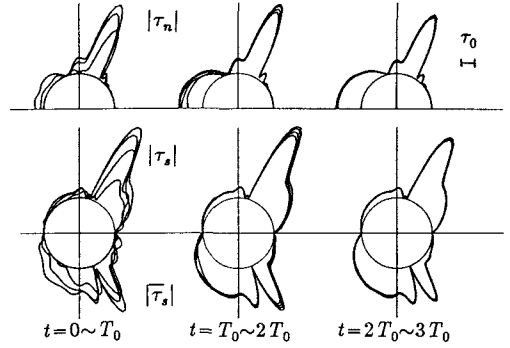
(a) 境界変位の時間変化



(c) 変位の散乱成分の時間変化

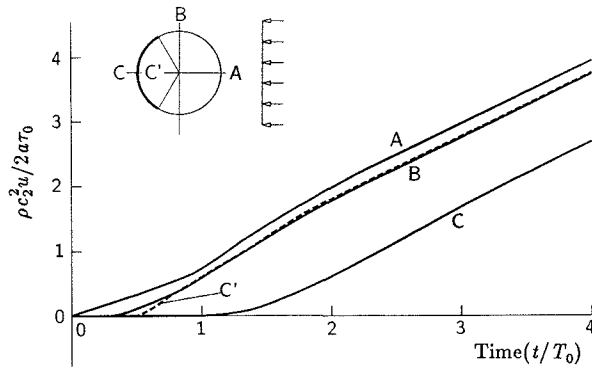


(b) 境界変位分布の変化

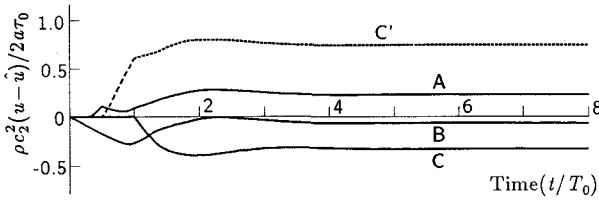


(d) 境界上の応力分布の変化

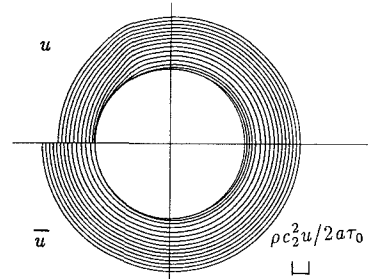
図5 クラックを有するインクルージョン: $\bar{c}_2/c_2 = 2$, $k/G = 100$, 前面のクラック



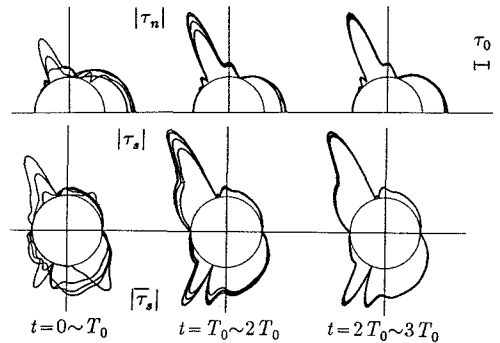
(a) 境界変位の時間変化



(c) 変位の散乱成分の時間変化



(b) 境界変位分布の変化



(d) 境界上の応力分布の変化

図6 クラックを有するインクルージョン: $\bar{c}_2/c_2 = 2$, $k/G = 100$, 背面のクラック

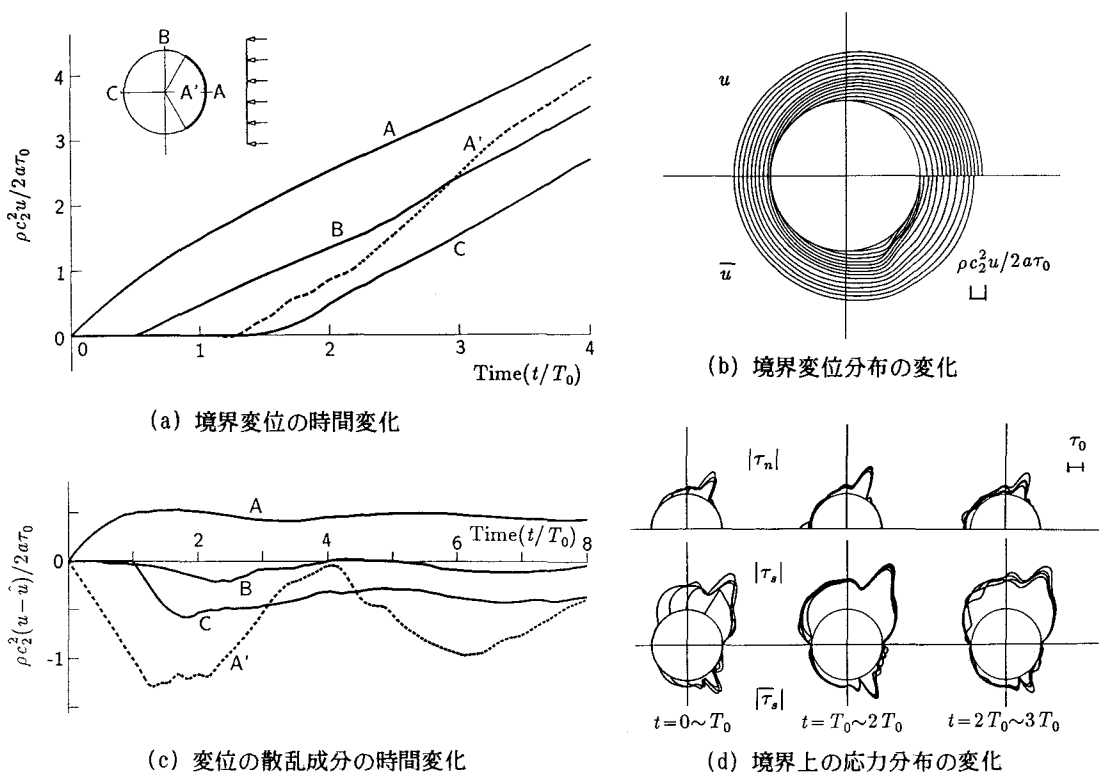


図7 クラックを有するインクルージョン: $\bar{c}_2/c_2 = 1/2$, $k/G = 50$, 前面のクラック

大きい、クラック部では自由面の存在のために接線成分 τ_s が著しく大きくなる現象がみられる。しかしながら、こういった応力分布の変化のおおまかな特徴はつかめるものの、解析例がその数値の詳細までの確に表現し得ているかどうかには疑問が残る。とくに、硬いインクルージョンの場合には、応力の変化が急激であり、応力集中も大きいので、本解析結果から応力の値を細かく読みとることは困難であろう。本解析では、境界変位および応力の分布を非常に滑らかな関数で近似しているの、応力が集中し急変するクラック先端付近では、その滑らかさがかえってある種の拘束になってもよいのである。クラック先端周辺の応力を正確に評価するためには、急激な応力変化を表現できるように、境界関数の近似に工夫が必要であろう。

柔らかいインクルージョン、 $\bar{c}_2/c_2 = 1/2$ 、の解析例を図7に示す。結合部のバネ定数は $k/G = 50$ である。図は入射波に対してインクルージョン前面にクラックがある場合の例である。(a)～(d)に示されているものは図5、8と同様である。図の(b)に見られるように、クラックの開口はインクルージョン内の波の伝播がクラックによる回折によって遅らされることによって生じている。(c)より、クラックの開口の最大値は $3.6a\tau_0/G$ であり、波が入射してから約 $1.3T_0$ 後に生じる。この時刻になって、クラック先端から回りこんで来た波がようやくクラックの裏側 (A') に到達する。さらに、この波はクラックの裏側で反射して、周辺領域の進行波とは独立してインクルージョン内を伝播し始める。この波は周辺領域との境界を壁として反射を繰り返す、長い期間にわたって持続する。(c)では $t = 8T_0$ までの散乱変位の変化を示したが、この波の減衰はわずかである。(d)に見られるように、境界上の応力の変化にもこの波の影響が現われており、 $t = 2T_0 \sim 3T_0$ の期間には応力、とくに τ_s の分布に境界を伝わる波の影響がみられる。クラックによる応力の集中は小さい。 τ_s および τ_n に一時的な応力集中が見られるだけで、それも比較的早く減退する。

ボンドクラックを有するインクルージョン周辺の散乱現象は、その周辺で波が反射・屈折・回折を起こし

てきわめて複雑な動きをする．その中でとくに，柔らかい媒質の変形がクラックの開口に大きく寄与すること，波の伝播速度の差およびクラックの存在による波の回折が現象を複雑にしていることが上の計算結果から読み取れる．

5. おわりに

弾性体中に埋め込まれたボンドクラックを有するインクルージョンにSH波が入射するときの散乱問題を過渡的に解析するための手法として，まず，バネ接触モデルを用いた時間領域境界要素法を構成した．バネ定数が一様な場合の解析により，この手法の妥当性が確認された．つぎに，ボンドクラック問題への応用例として，内部の物質が柔らかいものと硬いものとの二例について，入射波にたいしてクラックがインクルージョン前面にある場合と背面にある場合の例を解析した．ボンドクラックを有するインクルージョン周辺の散乱現象は，媒質の違いによる変形量の差，波の伝播速度の差およびクラックの存在による波の回折により大きく影響を受ける．

ここで用いた解析手法では，周辺媒質とインクルージョンの接触境界における変位および応力を滑らかな関数で近似しているため，クラック先端付近の応力解の精度に問題がある．クラック先端の解の精度を向上させるためには，クラック先端近傍の応力分布の急変をうまく表現できるように，境界関数の近似法に工夫が必要である．しかしながら，境界関数の連続関数近似は数値解法上きわめて簡便であり，接触条件のバネ近似と適合し易いものである．インクルージョン全体からの散乱を評価する目的のためにはこのままでも十分に実用できるものと考えられる．

ここで提案された手法は，ただちに，二次元および三次元の弾性波動問題に拡張できるものである．現在すでに，著者らは二次元弾性波動問題への拡張に着手している．

謝辞

本研究における数値計算の一部には，福井大学宮阪憲治助教授のご助力により福井大学教育学部の Sun-4 /260C および Sun-3/60C を使わせていただきました．

参考文献

- 1) Fukui, T. : Time Marching Analysis of Boundary Integral Equations in Two Dimensional Elastodynamics, Innovative Numerical Methods in Engineering (Ed. R. P. Shaw, et al.), pp. 405~410, Springer-Verlag, 1986.
- 2) 福井卓雄： 二次元動弾性問題の時間積分境界要素法による解析，構造工学における数値解析シンポジウム論文集 第12巻，pp. 197~202, 1988.
- 3) 福井卓雄： 非均質弾性体の過渡応答の境界積分方程式による時間ステップ解析，境界要素法論文集 第2巻，pp. 53~58, 1985.
- 4) Kitahara, M., Nakagawa, K. and Achenbach, J. D. : On a Method to Analyze Scattering Problems of an Inclusion with Spring Contacts, Boundary Element Methods in Applied Mechanics (Eds. M. Tanaka and T. A. Cruse), pp. 239~244, Pergamon Press, 1988.
- 5) 市田浩三，吉本富士市：スプライン関数とその応用，教育出版，1979.

(1989年10月2日受付)