

積層長方形ばりを伝播する応力波動のシミュレーションと非破壊評価への利用

Simulation of Stress Wave Propagating in Layered Rectangular Beam and its Application to Nondestructive Evaluation.

三上修一*、大島俊之**、能町純雄***、木田哲量****

BY Shuich MIKAMI, Toshiyuki OSHIMA, Sumio G. NOMACHI and Tetsukazu KIDA

Two dimensional layered rectangular beam is formulated in a couple of finite difference equation by using FEM equation of rectangular element. Making use of modal analysis and Duhamel integral equation, the impulse response of the beam is obtained and the process of transient response from the first incident wave to the whole oscillation of the beam is shown by using the series of simulation figures. The effects of reinforcing layer and deteriorated layer, and the effects of delamination of reinforcing layer, on the impulse response of incident stress wave, are obtained in numerical simulation. Through this investigation we obtain the results which are used to evaluate the structural integrity for the actual members in the case of non-destructive inspection such as ultrasonic pulse method.

1. まえがき

近年の構造物の健全度診断法の精度向上に対する要請の一つとして超音波パルスを発振源とする応力波動の伝播、散乱挙動を解析する技術の向上が挙げられる。すなわち、構造部材の詳細な健全度診断を実施し、適確に余寿命を評価する技術の確立が必要である。構造部材中に発生する様々の破壊源や劣化部分の大きさ、形状、特性などをできるだけ詳細に特定できれば、破壊力学的評価手法や疲労診断評価法などを応用して部材の健全度評価が実施できることとなる。¹⁾しかし、一方非破壊評価の立場で応力波動の解析を考える際、解析精度には自ら理論的、及び実験的に限界が存在し、その解析結果に過大な期待をいだく

-
- * 北見工業大学教務職員 工学部開発工学科 (〒090 北見市公園町165番地)
 - ** 工博 北見工業大学助教授 工学部開発工学科 (〒090 北見市公園町165番地)
 - *** 工博 日本大学教授 生産工学部土木工学科 (〒275 習志野市泉町1-2-1)
 - **** 工博 日本大学助教授 生産工学部土木工学科 (〒275 習志野市泉町1-2-1)

ことはできない。したがって、現実的アプローチとしては一例をあげれば構造部材の限界状態（例えば破壊）に直接結びつく検出すべき限界クラックサイズを破壊力学等の手法により設定し、その検出限界クラックを適切な非破壊評価法により検出するといった考え方が重要である。

本研究では前述のような目的から超音波パルスエコー法により構造部材中に入射される応力波動を対象として、この応力波動の応答特性を検討する。すなわち構造部材中を伝播する応力波動が内部欠陥やInclusionによって散乱する挙動を解析するためには、健全な状態に対する応力波の応答特性を最初に把握しておくことが必要であり、そのうち種々の影響を考慮して検討することになる。このような構造部材中を伝播する応力波動に関する研究は大別して超音波探傷法に関する研究とAE解析に関連する研究に分けられる。超音波探傷法は金属の内部欠陥や複合材料の母材と補強繊維の剝離の検出など古くから多くの研究がある。またAE解析に関する研究も歴史は古いが最近の精度のよい計測装置の発達にともなってAE波形を詳細に解析する研究が近年数多く発表されている。

本論文では、二次元積層長方形はり構造を差分方程式により離散化し、衝撃パルスに対する応答をモード解析とDuhamel積分を応用して解析する手法を用いて、衝撃パルスの入力直後の過渡応答を追跡することを通じて、はり全体の振動モードに遷移していく過程をシュミレーション図形として可視化して示す。またシミュレーションでは入射波が構造部材中を伝播する際の波動応答特性を解析するとともに、構造内部に含まれる補強層の影響、表面層の劣化の影響、および鉄筋層とコンクリート層の剝離などが波動応答特性に及ぼす影響を検討した。これらの検討を行うことによって、実際の構造部材の健全度診断のため超音波パルス法などの非破壊評価法を適用する際に有用なデータが得られる。

2. 複合材料長方形ばりの動的応答の理論式^{2), 3)}

(1) 基礎方程式の誘導

ここで対象としている構造は図1に示すような規則的に離散化された二次元の長方形はりである。図中のNはy軸方向の分割数でその分割長を λ_3 、Mはx軸方向の分割数でその分割長を λ_2 とした。本研究では長方形はり中に存在するInclusionの影響を波動応答問題として解析することを目標としているため、問題を単純化して奥行き方向の影響を無視した二次元モデルを考える。二次元四角形要素に関する要素関係式は要素内変位を直線分布と仮定すると、Galerkin法により求められる。

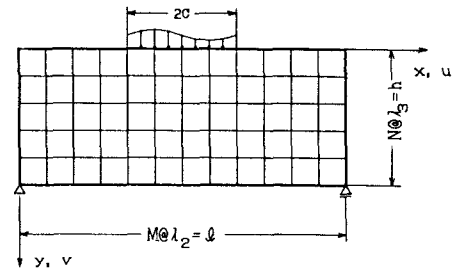


図1 長方形はり

$$\int_A L_1 \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) dA = 0 \quad (1)$$

$$\int_A L_2 \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} - \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right) dA = 0 \quad (2)$$

ここで L_1 、 L_2 は四角形要素の形状関数、 A は要素面積を示す。また図2に示すように座標 (x, y) における x, y 二方向の動的つりあい関係を求めると次のような連立微分方程式となる。

$$\frac{(2\mu + \lambda) \lambda_3}{6 \lambda_2} \Delta_x^2 \Delta_y^2 u_{xy} + \frac{\mu \lambda_2}{6 \lambda_3} \Delta_x^2 \Delta_y^2 u_{xy}$$

$$+ \frac{\mu + \lambda}{4} \Delta_x \Delta_y v_{xy} = \frac{\rho \lambda_2 \lambda_3}{36} \Delta_x^2 \Delta_y^2 u''_{xy} \quad (3)$$

$$\frac{\mu + \lambda}{4} \Delta_x \Delta_y u_{xy} + \frac{(2\mu + \lambda) \lambda_2}{6 \lambda_3} \Delta_x^2 \Delta_y^2 v_{xy}$$

$$+ \frac{\mu \lambda_3}{6 \lambda_2} \Delta_x^2 \Delta_y^2 v_{xy} = \frac{\rho \lambda_2 \lambda_3}{36} \Delta_x^2 \Delta_y^2 v''_{xy} \quad (4)$$

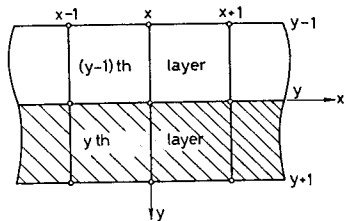


図2 座 標 系

ただし λ 、 μ は Lamé の定数、 $f' = \frac{\partial f}{\partial t}$ 、 ρ はりの密度、

$$\Delta_x^2 f x = f(x+1) - 2f(x) + f(x-1)$$

$$\Delta_x f x = f(x+1) - f(x-1)、\Delta_x^2 f x = \Delta_x^2 f x + 6f x$$

式(3)、(4)は、規則的な離散化座標への適用に有利な有限フーリエ定分変換⁴⁾を x 軸方向に行えば、各層の各変位成分に関するマトリックス表示の式が得られる。

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ \text{Sym.} & & a_{33} & a_{34} \\ & & & a_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_{mv} \\ \bar{v}_{mv} \\ \bar{u}_{m \nu+1} \\ \bar{v}_{m \nu+1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & b_{13} & 0 \\ & b_{22} & 0 & b_{24} \\ \text{Sym.} & & b_{33} & 0 \\ & & & b_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}''_{mv} \\ \bar{v}''_{mv} \\ \bar{u}''_{m \nu+1} \\ \bar{v}''_{m \nu+1} \end{Bmatrix} \frac{1}{\lambda_2 \lambda_3} \quad (5)$$

$$a_{11} = -\frac{2\mu + \lambda}{3\lambda_2^2} \lambda_3 D_m - \frac{\mu}{6\lambda_3} (6 - D_m)、a_{12} = \frac{\mu - \lambda}{2\lambda_2} \sin \frac{m\pi}{M}$$

$$a_{13} = -\frac{2\mu + \lambda}{6\lambda_2^2} \lambda_3 D_m + \frac{\mu}{6\lambda_3} (6 - D_m)、a_{14} = \frac{\mu + \lambda}{2\lambda_2} \sin \frac{m\pi}{M}$$

$$a_{22} = -\frac{2\mu + \lambda}{6\lambda_3} (6 - D_m) - \frac{\mu \lambda_3}{3\lambda_2^2} D_m、a_{23} = -a_{14}$$

$$a_{24} = \frac{2\mu + \lambda}{6\lambda_3} (6 - D_m) - \frac{\mu \lambda_3}{6\lambda_2^2} D_m、a_{33} = a_{11}、a_{34} = -a_{12}$$

$$a_{44} = -\frac{2\mu + \lambda}{6\lambda_3} (6 - D_m) - \frac{\mu \lambda_3}{6\lambda_2^2} D_m、b_0 = \frac{\rho}{36} \lambda_3 (6 - D_m)$$

$$b_{11} = b_{22} = b_{33} = b_{44} = 2b_0、b_{13} = b_{24} = b_0、D_m = 2 \left(1 - \cos \frac{m\pi}{M} \right)$$

また u_{mv} 、 v_{mv} はそれぞれ y 層の水平および鉛直変位成分 u_{xy} 、 v_{xy} の有限フーリエ定分変換による像関数であることを意味する。以上より全てのはり要素の剛性と質量の影響を重ね合わせると次のような積層長方形ばりの運動方程式が得られる。

$$[K] \{\delta st\} + [M] \ddot{\{\delta st\}} = \{Fst\} \quad (6)$$

ここで $[K]$ = 剛性マトリックス

$[M]$ = 質量マトリックス

$\{\delta st\}$ = 変位ベクトル

$\{Fst\}$ = 外力ベクトル

ここで変位ベクトルを次のように置く。

$$\{\delta st\} = \sum_{r=1}^n \{u_r\} \phi_r \quad (7)$$

また粘性マトリックス $[C]$ を加えて、式 (6) を書き直すと次のようになる。

$$[M^*] \{\phi''\} + [C^*] \{\phi'\} + [K^*] \{\phi\} = [u]^T \{F_r\} \quad (8)$$

ただし $[M^*]$ 、 $[C^*]$ 、 $[K^*]$ はそれぞれ対角マトリクスであり $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ マトリクスを固有ベクトルの直交性を用いて対角化している。したがって式 (8) は次のようになる。

$$M_r^* \phi_r'' + C_r^* \phi_r' + K_r^* \phi_r = C_r^2 \{u_r\}^T \{F_r\}, \quad r=1,2,\dots,M \quad (9)$$

ここで $M_r^* = 1$ となるように C_r^2 を決めると式 (9) は次のようになる。

$$\phi_r'' + 2h_r \omega_r \phi_r' + \omega_r^2 \phi_r = P_r(t) \quad (10)$$

ここで $P_r(t) = \{u_r\}^T \{F_r\}$ 、 $h_r = r$ 次モードの減衰定数、 $\omega_r = r$ 次固有円振動数

初期条件を $\phi_r = 0$ (変位)、 $\phi_r' = I/m^*$ (速度)、(m^* はセンサー質量、 I は衝撃力) として単位衝撃力に関する変位の衝撃応答関数は

$$\zeta_r(t) = \frac{1}{\omega_d} e^{-h_r \omega_r t} \sin \omega_d t \quad (11)$$

$$\text{ここで } \omega_d = \omega_r \sqrt{1 - h_r^2} \quad (12)$$

$$\zeta_r'(t) = \frac{1}{\omega_d} e^{-h_r \omega_r t} (-h_r \omega_r \sin \omega_d t + \omega_d \cos \omega_d t) \quad (13)$$

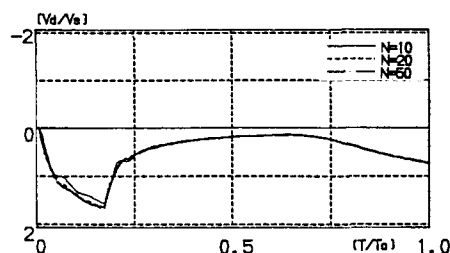
式 (11) を用いて Duhamel 積分を行うと次の各モード次数に対する変位応答の式が得られる。

$$\phi_r(t) = \int_0^t P_r(\tau) \zeta_r(t-\tau) d\tau \quad (14)$$

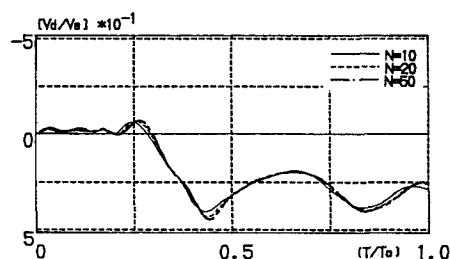
3. 数値シミュレーションによる波動応答解析

(1) 精度の検討

ここでは分割数およびモデル化が解析精度に及ぼす影響を検討する。深さ方向の分割数の影響の検討は文献⁽²⁾で行い、はりの深さ h と波動の波長 λ の比 α に応じて、分割数を適切に設定する必要があることを示した。すなわち波長に対して分割長 λ_3 を $1/10$ 以下にとれば第 1 次固有円振動数はほぼ良い精度が得られる。したがってここで対象としているような継続時間の短いパルス入力に対する動的応答を精度良く計算するためには相当細かい分割数を必要とするが、実際には接近した固有円振動数が多数あるのでそれほど多くを必要としない。次に軸方向の分割については深さ



(a) 支間中央上縁



(b) $\lambda/4$ 点上縁

図3 変位応答

方向と同様伝播する応力波動の波長との比により精度の変化を検討して分割長 λ_2 を決定することとなる。このことは長軸方向に連続した座標で解析する有限帯板法との比較で言えば、フーリエ級数の収束性を論議することと同趣旨である。深さ方向の分割数 N が動的応答に及ぼす影響を調べるため深さ方向の分割数 N を10, 20, 50分割数と3ケースとり変位応答を比較した。本研究では波動応答シミュレーション図形を示すことを目的としているので、ここでは変位応答の結果のみ示す。

対象とした構造は図1のように厚さ1で均質等方性の両端単純支持の2次元長方形はり構造であり支間中央上縁にpoint loadが50 μ sの継続時間で作用する場合である。

図3には支間中央及び $\ell/4$ 点上縁の鉛直変位応答を示している。縦軸は衝撃力が静的に載荷した場合の支間中央の鉛直変位 δ sで無次元化しており、横軸ははりのせん断波速度 C_s で支間の1/2を往復する時間 T_0 で無次元化している。その他の数値は次のようである。

$$\mu=128200\text{kgf/cm}^2, \lambda=52520\text{kgf/cm}^2, M=80$$

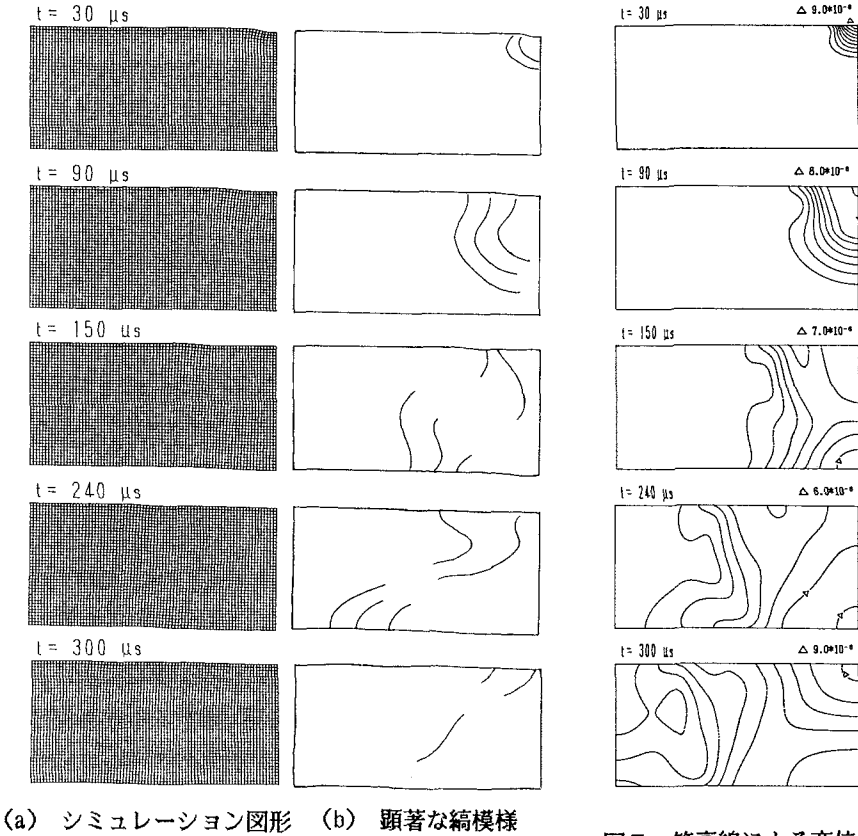
以上より変位応答は考慮した鉛直方向の分割数の範囲で充分であることがわかる。また同様に長軸方向の分割数および精度についても検討した結果、変位応答については $M=50$ 項程度にとれば充分であることがわかった。

(2) 波動応答のシミュレーション図形

支間中央上縁の入力点における継続時間の短い入射波の影響は時間の経過とともに徐々に応力波動として伝播し、構造全体の振動モードを形成し、本研究の場合にははりの減衰自由振動に移行することとなる。この応力波動伝播の状況を可視化して、シミュレーション図形として示したものが図4である。5)、6)、7)

この図は図1のようなモデルに入射時間 $T_p=50\mu$ sのステップ荷重(分布幅 $2c/\ell=6/160$)を、支間長160cm、

$N=40, M=80$ 、



(a) シミュレーション図形 (b) 顕著な縞模様

図4 シミュレーション図形

図5 等高線による変位シミュレーション

$$\lambda = 52520 \text{ kgf/cm}^2、$$

$$\mu = 128200 \text{ kgf/cm}^2$$

として各時刻における各節点を変位成分 u 、 v に比例して移動させメッシュの変形として表示したもので構造の左半分の応答を示したものである。右側の図はメッシュの変形によって生じ

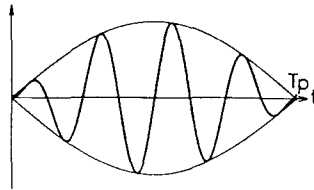


図6 sin入射波形

る顕著な縞模様を取り出したものである。また図5には各節点の変位成分 u 、 v を合成した合変位量 $\delta = \sqrt{u^2 + v^2}$ を関数値として、等高線作図と同様の手法を用いて図化した結果を示した。図中△印は合変位 δ が最大となっている位置を示しており、各時刻において波動がどこまで進行しているかを示す指標としている。このような図形より、荷重点に集中する入射波の影響が徐々に伝播し、はりの下面で反射し、入射点に戻りながら全体的曲げ波動モードに移行していく状況を理解することができる。このような手法を利用することによりはり内部に含まれるInclusionが過渡応答に及ぼす影響をシュミレーション図形として可視化することができる。また荷重の入射時間が長くなりtime stepも大きくとれば、これらの図形は最初から、全体振動モードの変化としてとらえられる。

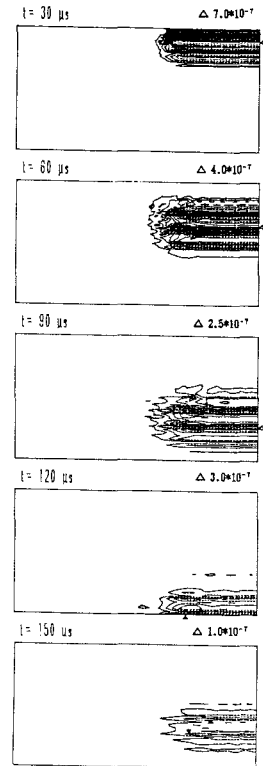


図7 sin入射波形による変位シュミレーション

(3) 入射波形のちがいによる応答の変化

超音波パルス法における入射波センサー (Transmitter) の媒体表面への入射波はセンサー固有の共振周波数から決まる振動波形である。したがって一般には入射波は特定の振動数を有する減衰波形であるが、これをモデル化して図6のようにsin形の入射波形(継続時間 $T_p = 50 \mu s$) をはり上面に載荷幅比 $2c/l = 1/2$ として与えた場合のはりの応答結果を図7に示している。他の条件は図5の場合と同様である。減衰定数 hr は

$$hr = \frac{b \omega_r}{\omega_r^2 + a^2} \quad (15)$$

$$a = 13935 \quad , \quad b = 15.5 \quad , \quad \omega_r : r \text{ 次固有円振動数 (kHz)}$$

のように周波数依存形の値を用いている。²⁾ これらの図よりsin入射波が徐々に減衰しながら進行している状況が把握できる。

(4) 補強層及び表面層劣化の影響

一般に入射荷重が作用する付近に弾性係数の大きな層がある場合伝播する応力波のエネルギーはその層の影響により早い速度で長軸方向に伝播することとなる。また一方変位応答は大きな弾性係数層の影響のため、応答は小さくなることが予測

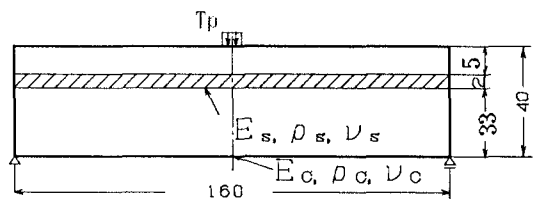


図8 鉄筋コンクリートはりモデル

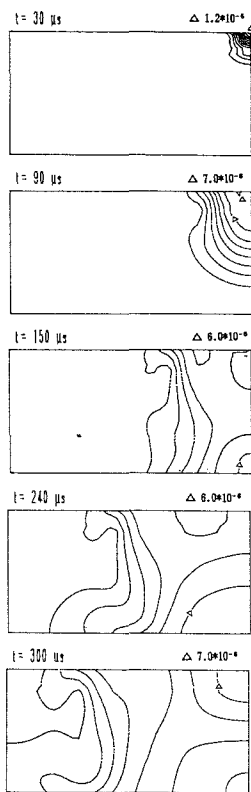


図9 鉄筋コンクリートはり

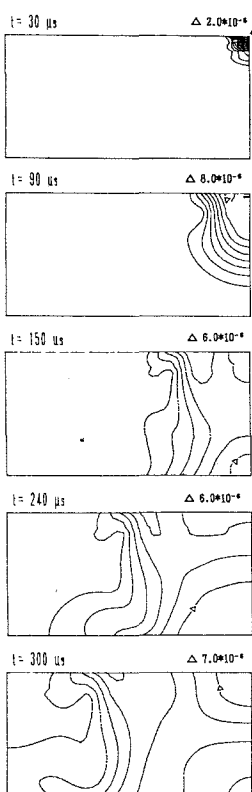


図10 劣化を考慮したはり

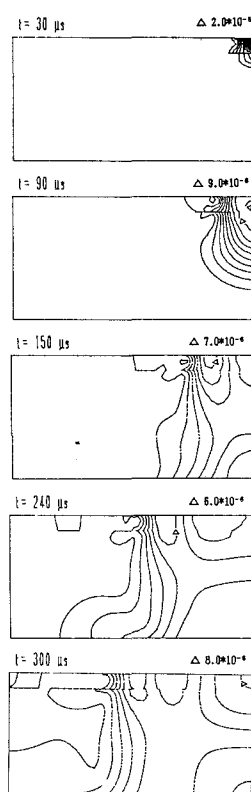


図11 鉄筋層の剝離を考慮したはり

される。このようなことからここではコンクリートの長方形はり中に図8のように鉄筋層を入れた場合の応答を求め図9に示している。図5と図9を比較することにより鉄筋層の影響を見ることができる。入射初期(90 μ s)には変位応答の遅れがみられるとともに下面での反射波は広い範囲に広がる傾向がみられる。また図10には図8の表面のコンクリート層が劣化し、弾性係数が2/3に低下した場合の応答結果を示している。ここで数値計算は入射波を継続時間 $T_p=50 \mu$ sのパルス波とし、次のような数値を用いた。

$E_c=300000 \text{ kgf/cm}^2$, $\rho_c=2.3 \text{ gf/cm}^3$, $\nu_c=0.17$, $E_s=2100000 \text{ kgf/cm}^2$, $\rho_s=7.85 \text{ gf/cm}^3$, $\nu_s=0.3$
この結果からは入射初期(30 μ s)に劣化層内に入射波が集中する傾向がみられるとともに、時間の経過とともに図9の劣化のない場合の結果に近づく傾向となっている。

(5) 鉄筋層の剝離の影響

鉄筋コンクリート内の鉄筋層はコンクリート内で腐食等の影響によりコンクリートとの付着が剝離する場合が考えられる。ここではこのモデルとして図10の鉄筋コンクリートはりの鉄筋層の上面が剝離を起こし応力の伝達が完全でない場合を考える。すなわち、

$$T|_{i+1} = K(u|_{i+1} - u|_i), \quad v|_{i+1} = v|_i \quad (16)$$

のようにコンクリート層と鉄筋層の境界での水平変位の差に比例してバネ効果に相当するせん断力の影響

を導入する。また鉛直変位は連続するものとする。

このようなモデルで計算した結果を図11に示している。式(16)のバネ係数 K は100tf/mにとっている。これらの結果より入射波は表面層内での水平方向の波動の進行が先行し、大きな振幅の波動が表面に沿って伝達している状況がみられる。また表面層内での波の反射も見られ、かなり応答は異なったものとなっている。

4. 結 論

超音波パルスが構造部材である積層長方形はり中を伝播する過程についてシミュレーション図形を用いて検討した結果明らかになった事項を要約すれば次のようになる。

(1) 差分方程式にモデル化した振動方程式を解析する際に精度に影響する因子についてその影響の程度を調べた。

(2) シミュレーション図形を用いて衝撃パルスによる過渡応答状態が時間とともに全体的振動モードに移行する過程を可視化した。

(3) 補強鉄筋層が存在することにより、入射初期には変位応答の遅れがみられるとともに、はり下面での反射波は広い範囲に広がる傾向となる。また表面のコンクリート層が劣化した場合には、波動は入射初期に劣化層に集中する。

(4) 鉄筋層とコンクリート層が剝離した場合には波動は表面の剝離層に集中し、入射初期より表面に沿って大きな振幅の波が進行する結果となる。

このような応力波動の詳細な解析を通じて内部欠陥やInclusionによる散乱の影響をさらに検討することができるので、構造部材の内部構造の診断法の精度向上のために応用することができる。本研究の実施にあたっては平成元年度文部省科学研究費奨励研究A(研究者三上修一)の補助を受けました。

参考文献

- 1) 広瀬壮一：定量的非破壊評価(QNDE)とフラクチャーメカニクス、構造工学論文集、Vol.35A、1989。
- 2) 大島、三上、能町、重清：複合材料中の応力波速度と構造物の健全度評価への応用、構造工学論文集、Vol.32A、1986。
- 3) T.Oshima,S.Mikami,S.G.Nomachi,T.Kida:Stress Wave Propagation in a Rectangular Composite Beam,Proc. of Fourth Japan-U.S. Conference on Composite Materials, Washington.D.C.,1988。
- 4) 大島俊之、能町純雄：有限ブリズム法による繊維強化複合材料の縦波動伝播速度の研究、土木学会論文報告集、第297号、1980。
- 5) R.D.Kriz,P.R.Heyliger:Finite Element Model of Stress Wave Topology in Unidirectional Graphite/Epoxy: Wave Velocities and Flux Deviations, Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation, Plenum Press, 1989。
- 6) T.Oshima,S.Mikami,S.G.Nomachi:Analysis of Stress Wave Propagation in Composite Rectangular Beam in the Case of Ultrasonic Pulse Method, 土木学会論文報告集投稿中
- 7) 大好直、三浦公久：長方形平板内を伝播する弾性波の板端衝撃による実験解析、日本機械学会論文集(A編)、第52巻、479号、1986.7。

(1989年10月2日受付)