

引張・圧縮破壊を考慮した R C 構造物の離散化極限解析

DISCRETE LIMIT ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES
INCLUDING THE EFFECTS OF TENSILE AND COMPRESSIVE FAILURE

上田眞稔*・竹内則雄**・樋口晴紀***・鬼頭宏明****・川井忠彦*****

Masatoshi UEDA, Norio TAKEUCHI, Harunori HIGUCHI, Hiroaki KITO and Tadahiko KAWAI

Failure mechanism of the reinforced concrete structures is very complicated and extremely difficult to analyze the behavior by using the existing methods of analysis which are usually based on the continuum mechanics approach. Based on the experimental evidence of the solids under the ultimate state of loading, Prof.KAWAI proposed a family of new discrete models in 1977[3]. On the other hand, present authors developed new algorithm recently which may be applicable to analyse the cupled failure of solids due to slippage, tensile cracking. In this paper, the application of these models and algorithm are proposed to analysis of reinforced concrete structures for which the cracking effects may play a vital role in their structural behavior.

1. まえがき

鉄筋コンクリート構造物は任意方向に配筋された鉄筋とコンクリートより構成された複合構造物で、通常、コンクリートのひび割れが先行し、鉄筋の降伏またはコンクリートの圧縮降伏が起こり、荷重によってはせん断破壊や圧壊で耐力を失うなど複雑な塑性現象を呈する。

1967年に NgoとScordelis¹⁾ によって有限要素法による鉄筋コンクリート梁の解析が試みられて以来、数多くの鉄筋コンクリート構造解析が試みられ大きな進歩を遂げてきた。しかし、多軸応力下での構成式の問題、ひび割れ面の評価、鉄筋とコンクリートの付着性状など、コンクリートの材料特性をどのように評価するのか。また、解析に際し、ひび割れや鉄筋をどのようにモデル化するのかといった解析上の問題など、鉄筋コンクリート構造物の非線形解析には数多くの問題点が残されている。²⁾

現在、各種の鉄筋コンクリート構造物の設計に限界状態設計法が取り入れられつつあることを考えたとき、鉄筋コンクリート構造物の崩壊形式や保有耐力を算定しておくことは重要なことであろう。コンクリート材料は金属材料のような明確な塑性理論がないのが現状であり、このような問題に対処するためにはコンクリ

* 工修 竹中工務店 技術研究所主任研究員 (〒136 東京都江東区南砂2-5-14)

** 工博 明星大学講師 理工学部土木工学科 (〒191 東京都日野市程久保2-1-1)

*** 安部工業所 技術部課長 (〒500 岐阜県岐阜市六条大溝3-13-3)

**** 工修 大阪市立大学助手 工学部土木工学科 (〒558 大阪府大阪市住吉区杉本3-3-138)

***** 工博 東京理科大学教授 工学部電気工学科 (〒162 東京都新宿区神楽坂1-3)

ートの塊が鉄筋により連結されているといったマクロ的立場が必要となる。

以上のような現状を鑑み、著者らは川井モデル⁸⁾による鉄筋コンクリート要素のモデル化を行った。⁴⁾このとき、解析アルゴリズムとしては、ある荷重増分段階における応力状態から構成式を求め、剛性を変化させながら残差力を求めて収束計算を行う方法であった。この方法では除荷やひび割れ後の再接触を考慮することができず、増分荷重量の調整を人為的に行わざるを得ない。特に、引張破壊が多数生じると除荷や再接触が頻繁に発生するため調整は微妙となる。

一方、川井モデルは要素自身を剛体と仮定し、要素同士は各要素辺上に分布したばねにより結ばれ、このばねに蓄えられるエネルギーを評価することによって要素境界辺上の力を求める。このため、要素間のすべりなどの塑性現象やひび割れなどの分離現象を簡単に表現できる。この利点を用いて筆者らはすべりと引張破壊を同時に解析することができるアルゴリズムを開発した。^{5) 6)}このアルゴリズムを鉄筋コンクリート構造物の解析に適用するためには新たに圧縮破壊など、いくつかの破壊モードに対する取り扱い方を開発する必要がある。

そこで、本論文では先に開発した要素⁴⁾やアルゴリズム⁵⁾を拡張し、鉄筋コンクリート構造物の離散化極限解析を行う手法を提案する。さらに、簡単な数値計算例からその有効性を示す。

2. 鉄筋コンクリート要素のモデル化

鉄筋コンクリート要素をモデル化する場合、図1に示すよう、鉄筋を棒要素に置換する方法と、等価な直交異方性板とする方法が考えられる。前者の方法では鉄筋とコンクリート界面の付着特性を導入しやすいが、構造物に多数の鉄筋が配置されている場合には要素分割が細くなり、自由度が増大するといった欠点が生ずる。一方、後者の方法では、一層のコンクリート要素と数層の鉄筋異方性要素の重ね合わせを行い一つの鉄筋コンクリート要素を表現する。このとき、ひび割れ後の付着効果はコンクリートにテンション・スティフニング効果を持たせることにより表現する。このような鉄筋コンクリート要素を用い、鉄筋量の多い箇所だけ注意して要素分割を行えば⁷⁾自由度の増加を防ぐことができる。本論文においては後者の方法により鉄筋コンクリート要素のモデル化を行った。

弾性時におけるコンクリート層の単位面積あたりの要素境界面上における力と要素境界面上に分布したばねの単位長さ当たりの伸びの関係は川井モデルの平面要素を用い式(1)のように表す。

$$\begin{bmatrix} \sigma_n \\ \tau_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_n & 0 \\ 0 & k_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_n \\ \gamma_s \end{bmatrix} \quad (1)$$

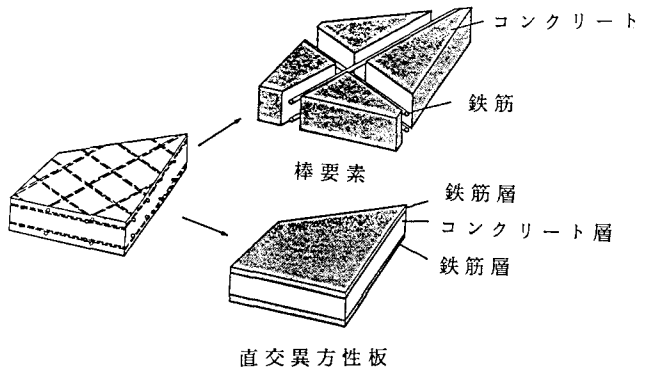


図1 鉄筋コンクリート要素のモデル化

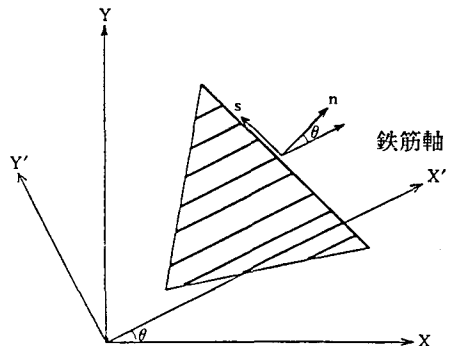


図2 鉄筋要素

一方、鉄筋層については図2に示すように異方性の等価な薄板と仮定し、軸剛性および鉄筋のダボ効果によるせん断剛性を考慮して式(2)のように表す。

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x'} \\ \tau_{xy'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & 0 \\ 0 & \beta E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x'} \\ \gamma_{xy'} \end{bmatrix} \tag{2}$$

ここで、Eは鉄筋の弾性係数で、 β は鉄筋のダボ効果を表す係数である。式(2)は鉄筋軸方向に関する式であり、コンクリート層と重ね合わせるため式(3)のように要素境界面上の局所座標系に変換する。

$$\begin{bmatrix} \sigma_n \\ \tau_s \end{bmatrix} = E \cos^2 \theta \begin{bmatrix} \cos^2 \theta + \beta \sin^2 \theta & (\beta - 1) \cos \theta \sin \theta \\ (\beta - 1) \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta + \beta \cos^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_n \\ \gamma_s \end{bmatrix} \tag{3}$$

式(3)に示す弾性時の鉄筋に関する構成式は鉄筋の配筋方向が異なる度に別な層と考え、コンクリート要素に重ね合わせる。なお、川井モデルによる鉄筋コンクリート要素のモデル化に関する詳細については参考文献[4]を参照されたい。

3. 鉄筋コンクリート材料の構成則

鉄筋コンクリート要素の材料非線形に関する構成則を考える場合、コンクリートの圧縮特性、ひび割れ面でのせん断特性はもちろんのこと、鉄筋との付着によるコンクリートの引張特性も検討しなければならない。

図3の点線はコンクリートの1軸圧縮試験での応力-ひずみ曲線を示したものである。数値計算を行う場合は、この曲線を図中の実線で示すようなトリリニアにより近似する。通常、圧縮強度を F_c として、圧縮1次降伏 $F_{c1} = 0.5 F_c$ 、圧縮2次降伏 $F_{c2} = 0.95 F_c$ 、剛性低下率 $\beta = 0.5$ としている。圧縮2次降伏後はひずみ ε_{cu} ($\approx 0.3\%$)で圧壊するまで F_{c2} を保持し、その後、 $2\varepsilon_{cu}$ に達するまで徐々に応力が解放され、最終的に $0.2 F_c$ を保持するとしている。

一方、引張特性については図

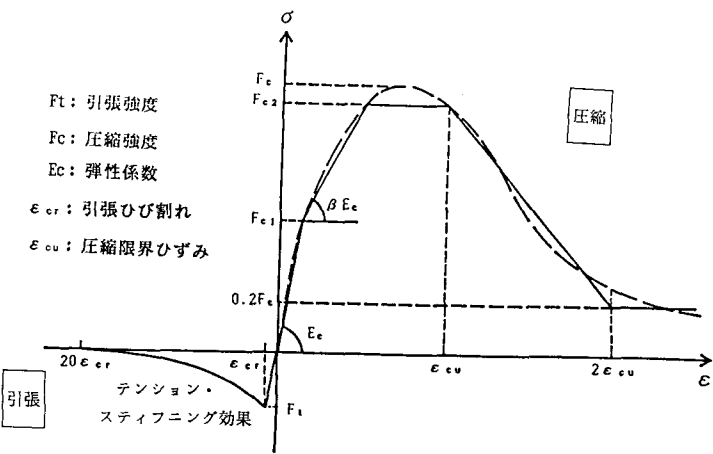


図3 コンクリートの応力・ひずみ関係

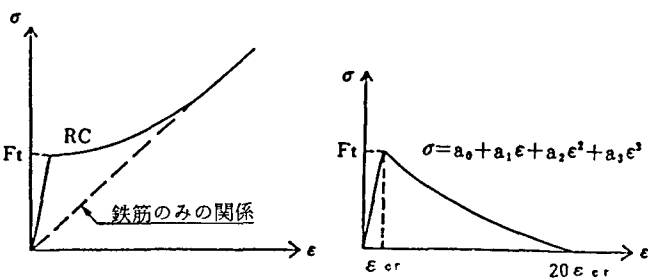


図4 テンション・スティフニング効果

4に示すよう、弾性時には鉄筋とコンクリートの重ね合わせた剛性を持つ。その後、コンクリートの応力が引張強度に達すると急激な応力低下を起こさず、テンション・ステイフニング効果により徐々に応力が解放される。この効果、すなわち、コンクリートの応力分担量の減少のしかたは配筋量や鉄筋の方向により異なり明かではない。本論文では図4の右に示すようひずみの3次関数によりこれを表現した。

また、せん断すべりに対してはモール・クーロンの条件を用い、降伏後は塑性流れ則に従い破壊曲面上を移動するものとした。ただし、せん断すべりが生じた後、せん断ひずみが一定値 γ_u に達した場合、せん断破壊をしたものとして剛性をすべて0にした。

以上の仮定のもとに、川井モデルにおける降伏破壊曲面を表すと図5のようになる。⑩は弾性、①はひび割れ発生で②はその残留応力が0になった状態で、図3の $20 \varepsilon_{cr}$ より左側の状態である。③は圧縮第1降伏、④は圧縮第2降伏で⑩は法線方向のひずみが図3で示す限界ひずみ ε_{cu} に達した状態である。⑤はせん断すべりが発生した状態で、その後③の圧縮第1降伏の領域に入った場合⑤の経路をたどるものとする。

川井モデルは要素境界面上に分布するばねにより単位面積あたりの表面力(σn 、 τs)を計算する。このため、先に示した降伏、ひび割れ、せん断すべり、圧壊などの現象を直接ばねに導入することができる。

4. 解析アルゴリズム

以上のような準備のもとに非線形解析のための数値計算アルゴリズムについて述べる。図5に示すような複雑な破壊曲面の場合、応力遷移法を利用すれば簡単であるが、ひび割れなどが発生すると構造形態が変化するため変形モードなどがうまく求められなくなったり、崩壊荷重時近傍で収束性が悪くなったりする。一方、山田の方法⁸⁾のように剛性を変化させながら荷重増分計算を行う方法でもひび割れや圧壊などによって応力解放が発生すると、その解放力によりさらにひび割れや圧壊、すべりなどが発生することが考えられるため、計算を収束させることが難しくなる。

そこで、本論文では山田の方法による荷重増分法を拡張し、荷重量をカウントしながら解放力を残りの荷重量に加え、すべり破壊、ひび割れ、圧壊などを同時に考慮できるアルゴリズムを提案する。

本アルゴリズムでは、まず、ある荷重増分量 P を与え、このうちどこかが破壊するのに要する荷重増分量を計算する。この方法は、すべりについて考えれば従来の山田の方法による荷重増分率と同じであり、モール・クーロンの条件の場合、式(4)の r に関する2次方程式を解いて求める。

$$(\tau + r \cdot \Delta \tau)^2 = \{C - (\sigma + r \cdot \Delta \sigma) \tan \phi\}^2 \quad (4)$$

図6(a)で示せば、 $r = \overline{AC} / \overline{AB}$ である。この方法を拡張し、引張や圧縮についても図6(b)(c)

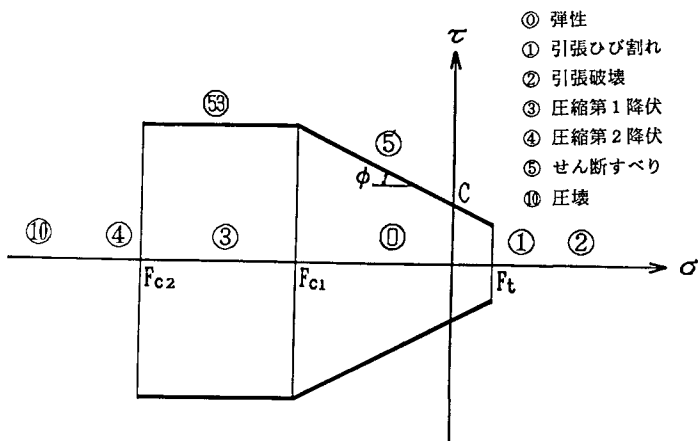


図5 降伏破壊曲面

のように適用すれば、

$$\text{(引張)} \quad (\sigma + r \cdot \Delta \sigma) = F_t \quad (5)$$

$$\text{(圧縮)} \quad (\sigma + r \cdot \Delta \sigma) = F_{c1} \quad (6)$$

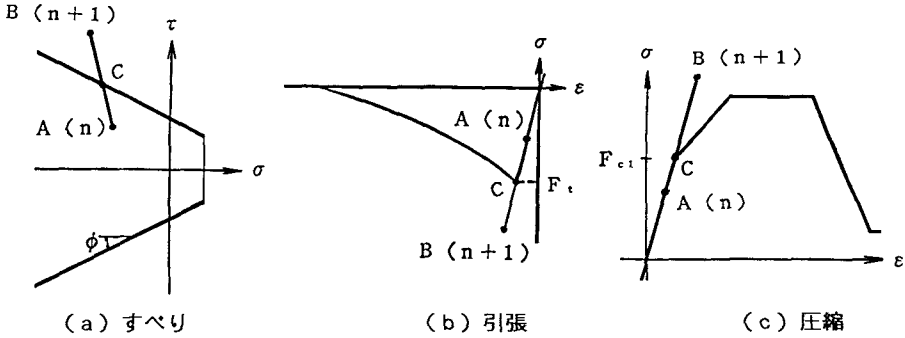


図6 荷重増分率の計算

なる関係式が得られる。荷重増分率はすべりの場合と同様、この式を解くことによって求める。圧縮2次降伏や圧壊などに対しても同様な手順で荷重増分率を求めればよい。降伏や破壊が生じたばねについては、それ以後剛性を変化させる。この方法は、すべりの場合は塑性流れ則に従うものとし、ひび割れの場合は垂直方向のばね係数を0としせん断剛性を YuzugulluとSchnobrich⁹⁾らが提案した0.125G に変える。また、圧縮降伏については先に示した剛性低下率を用いる。

一方、計算を収束させるためには、一旦降伏やひび割れを起こしたばねに対して除荷や再接触を認めておく必要がある。除荷に関しては従来どうり塑性仕事により判定するが、再接触などについては川井モデル特有の相対変位を用い、図7のように行う。

以上、再接触を含め、想定した各種の破壊条件に対する荷重増分率をすべてのばねについて計算し、そのうち最小の値を今回の荷重増分率とする。このように考えると、現在の荷重 $P^{(i)}$ に対し、荷重増分率を r_i とすれば、残りの荷重量 $P^{(i+1)}$ は

$$P^{(i+1)} = (1 - r_i) P^{(i)} \quad (7)$$

となる。したがって、nステップ目の残りの荷重量は、初めに与えた荷重をPとして

$$P^{(n)} = \prod_{i=0}^{n-1} [(1 - r_i)] P \quad (r_0 = 0) \quad (8)$$

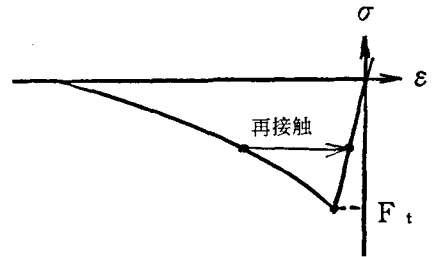


図7 再接触

と求めることができる。このまま、ひび割れや圧壊などの応力解放が伴う破壊が生じなければ、式(8)は山田の方法と同じになる。もし、(k-1)回目に解放力 $F^{(k-1)}$ が発生した場合は、その解放力を残りの荷重量に式(9)のように加え合わせる。

$$P^{(n)} = \prod_{i=0}^{n-1} [(1 - r_i)] P + \sum_{k=1}^n \left(\prod_{i=k}^n [(1 - r_i)] \right) F^{(k-1)} \quad (9)$$

ここで、 r_i は各収束段階における荷重増分率であり 0 回目の増分率 r_0 は 0 とする。もし、 k 回目において解放力が生じなければ $F^{(k)} = 0$ とする。

このようにして、初めに与えた荷重と解放力をすべて使い切るまで繰り返し計算を行う。このとき、荷重増分率の合計 r_{TOTAL} を

$$r_{TOTAL} = \sum_{k=1}^n \left(\prod_{i=0}^{k-1} [(1 - r_i)] \right) r_k \quad (10)$$

とし、 $r_{TOTAL} = 1$ で収束したものと考えることができる。

図 8 は残りの荷重量を単位化し図化したものである。上段が初めに作用した荷重 P に対するもので、中段は第 1 ステップで生じた解放力、下段は第 2 ステップで生じた解放力である。最終的に破壊箇所が無くなると式 (10) における r_k が 1 となりすべての荷重を使い切ったことになる。

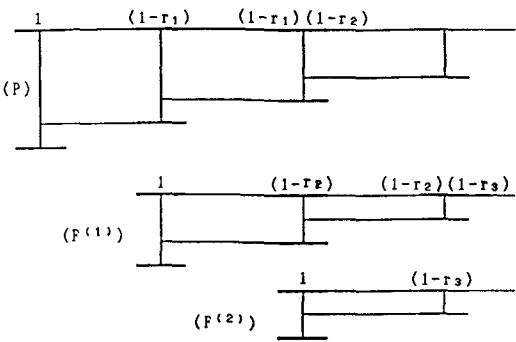


図 8 作用荷重

5. 数値計算例

数値計算例として電力中央研究所で行われた Push-Off 型せん断試験¹⁰⁾ を取り上げ Jensen¹¹⁾ による解析解との比較検討を行った。解析に用いたモデルは図 9 に示されている。載荷板は剛体とし、ローラー・ヒンジとしている。実験における配筋方法は図 9 に点線で示されている。数値解析では鉄筋を直交異方性板として取り扱うため図 10 に示すよう 2 つのタイプを考えた。(a) はせん断面に対して一様に分布させた場合で UNIFORM 型と呼ぶ。(b) は厳密ではないができるだけ実際の配筋に近いよう鉄筋位置の近傍に直交異方性板を配置した場合で、SEPARATE 型と呼ぶ。なお、直交異方性板の板厚は鉄筋量に応じて変えているが、鉄筋の材料特性については (a) (b) とともに式 (3) の手法により同等の取扱いをしている。

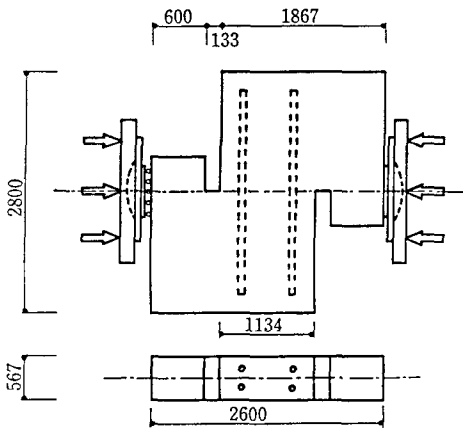


図 9 解析モデル

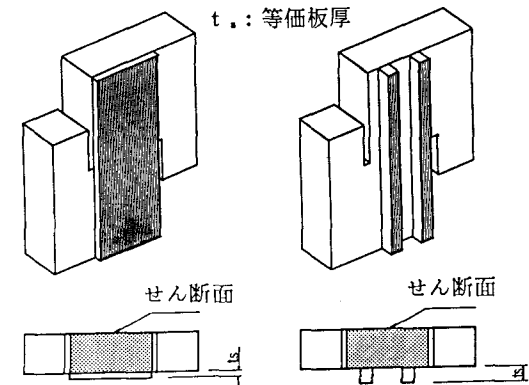


図 10 鉄筋の配置方法

図 11 は計算に用いた要素分割と鉄筋配置を示したものである。黒塗りの部分が直交異方性板としての鉄

筋位置を示している。この他、局所破壊が生じると数値計算上不安定となるため載荷板近傍に補強筋を挿入している。総節点数203、総要素数336、総ばね数476で総自由度数1008である。

表1は解析に用いたコンクリートの材料定数を示したものである。実験では早強ポルトランド・セメントを用いており、圧縮強度 $F_c = 308(\text{kg/cm}^2)$ に応じて各定数を決定した。引張強度 F_t は、一般に圧縮強度の1/10～1/13程度とされており、ここでは、1/10とした。ただし、ひび割れ後の応力解放はひずみの1次関数とし係数 a_1 、 a_2 を表1に示すよう仮定した。ポアソン比は通常の設計計算で利用されている $\nu = 1/6$ を用いた。なお、自重は無視している。表2は鉄筋に関する材料表である。実験では鉄筋にSD40のD51を用いており、定数は一般的な値を用いた。ダボ効果を現す係数 β は0.02とした。

図12は実験値¹⁰⁾ ならびにJensenの耐力式¹¹⁾ と計算結果を比較したものである。横軸には鉄筋係数 $P_v F_y / F_c$ （ここに、 P_v は鉄筋比）を、縦軸には τ_u / F_c をとっている。図中の実線は耐力式による解であり、実験などから確かめられている有効

係数 $\overline{\nu} = 2/3$ を乗じている。また、●印は実験による結果で、■印は UNIFORM型、▲印はSEPARATE型による計算結果であり、●印は両型において同一の耐力を得たものである。本手法による結果は、鉄筋量の少ない破壊形態Ⅰから破壊形態Ⅱにかけて耐力式による結果より低めの値となっており、鉄筋量の多い破壊形態Ⅱの後半から破壊形態Ⅲにかけて高めの値を示している。しかし、実験値を眺めると、鉄筋量が多い場合は耐力式より高めの値を示す傾向もあり、計算結果との対応関係が見られる。また、UNIFORM型と SEPARATE型の結果を比較すると鉄筋比の小さい破壊形態Ⅰから破壊形態Ⅱにかけて両者の間に相違は見られないが、鉄筋量の増加に伴い、UNIFORM型の方がSEPARATE型より高い崩壊荷重を与える。

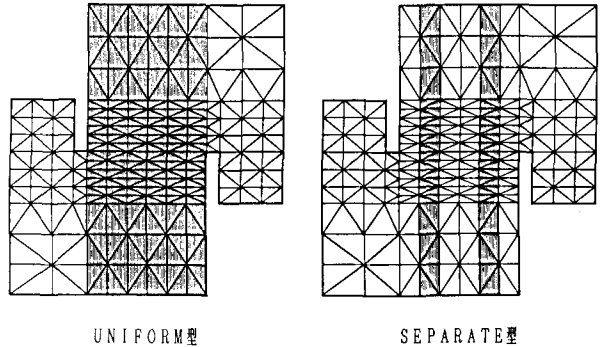


図1-1 要素分割図

表1 コンクリートの材料定数

種類	ポアソン比 ν	自重 W_c	厚さ t	粘着力 C	内部摩擦角 ϕ	引張強度 F_t	圧縮限界歪 ε_u
材料1	0.1667	0.0	56.7	42.504	37.0	30.8	0.003

引張領域での係数		弾性係数		降伏強度	
C1	C2	E1	E2	FC1	FC2
11.00	-84609.53	26.06×10^4	8.4×10^4	154.00	292.60

(単位: kg, cm)

表2 鉄筋の材料定数

鉄筋の種類	弾性係数 E_s	降伏強度 F_y	ダウエル作用の係数 β
主筋	2.1×10^6	4.5×10^3	0.02

(単位: kg, cm)

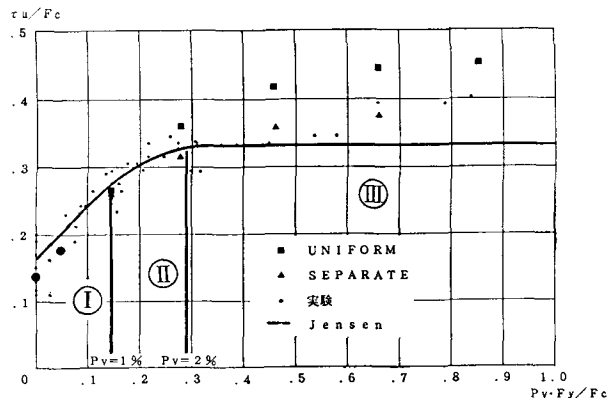


図1-2 実験値¹⁰⁾、耐力式との比較¹¹⁾

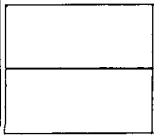
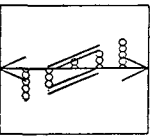
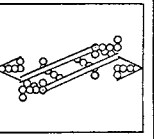
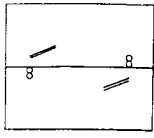
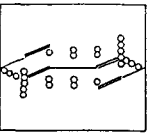
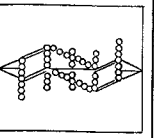
図13は各領域における代表的な崩壊形態を示したものである。破壊形態Ⅰはせん断破壊、破壊形態Ⅲは圧壊が卓越する領域で、破壊形態Ⅱは両者が混在する破壊形態を示す。本手法による計算結果はこの傾向を示しており、図14に示した鉄筋比1.89%に関する実験結果¹⁰⁾とも類似の傾向にある。

図15は鉄筋比1.89%におけるせん断破壊面の相対変位とせん断力の関係を示したものである。実線が実験結果、点線がSEPARATE型、また一点破線がUNIFORM型の計算結果を示している。三者を比較するとUNIFORM型がやや堅めの結果となっており、SEPARATE型と実験結果とは良好な一致を示している。鉄筋比1.89%が属する破壊形態Ⅱの後半であり、それより鉄筋比が大きくなると変位に対してもSEPARATE型の要素分割を行った方がよいものと思われる。

6. むすび

川井モデルによる鉄筋コンクリート要素を用い、すべり、ひび割れ、圧壊を考慮した計算アルゴリズムを提案し、Push-Off型せん断壁の崩壊シミュレーションを行い既往の研究と比較検討を行った。

引っ張り破壊や接触問題の場合、一旦破壊するとそれが波状効果となって更に進展する。このような問題の場合、解放力に対して密に山田の方法を適用すると、解放力によってさらに破壊が生じ、また解放力が発生することもあるため、それぞれの解放力に対し繰り返し計算を行わなければならない、繰り返し計算回数が増加、収束性が悪くなる。本手法は各荷重段階において、近似的とはいえ収束性もよく、荷重-変位曲線を描いても大きな乱れはない。また、厳密ではないが、収束過程において破壊の進行状況も把握することができる。4で示したアルゴリズムは主応力で表現すればFEMにも適用できるものと思われる。

破壊形態	I	II	III
鉄筋比	0.315 %	1.89 %	4.50 %
UNIFORM型			
SEPARATE型			

— せん断破壊 — ひび割れ ∞ 圧縮降伏

図13 計算による破壊形態

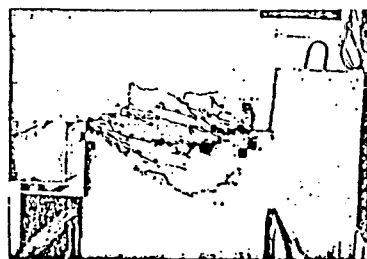


図14 実験の破壊形態

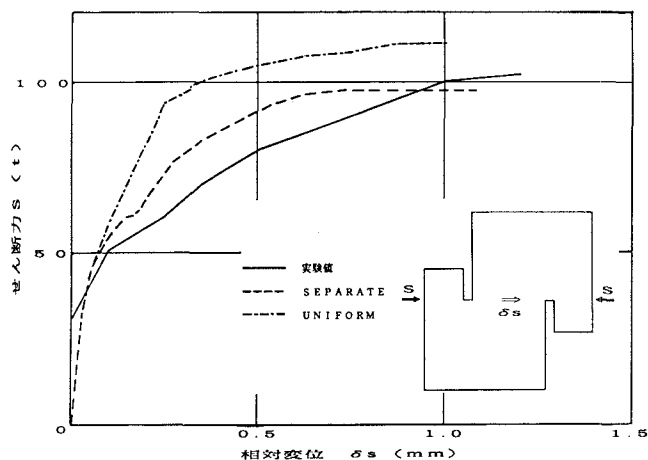


図15 せん断力・相対変位曲線

本手法による破壊パターンについても定性的ではあるが実験結果を説明できる結果となっている。また、応力遷移法と同様、本手法においても鉄筋量が多い場合にはSEPARATE型を用いた方が良い結果を与える。

本論文を作成するに当たり、園田恵一郎教授（大阪市立大学）には多くのご援助を頂いた。計算は河野宏氏、葛生靖志氏（元明星大学学生）、牧野陽介君、相沢亮君（明星大学学生）によるところが大である。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

1. Ngo, D. and Scordelis, A. C. : "Finite element analysis of reinforced concrete beams", ACI Journal, Vol. 64, No. 3 (1967)
2. Scordelis, A. C. : "Past, present and future developments", Seminar on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures, Tokyo, May, Vol. 1, pp203-212 (1985)
3. Kawai, T. : "New element models in discrete structural analysis", 日本造船学会論文集, NO. 141 (1977)
4. Ueda, M. et. al. : "A discrete limit analysis of reinforced concrete structures", International Conference on Computer Aided Analysis and Design of concrete structures, Split, Yugoslavia, pp. 1369-1384 (1984)
5. Takeuchi, N. and Kawai, T. : "A discrete limit analysis of granular materials including effects of the solid contact", US-Japan Seminar on 'Micromechanics of Granular Materials', SENDAI, OCT., pp. 116-125 (1987)
6. 竹内・川井 : "接触を考慮した軸対称問題の離散化極限解析", 日本シミュレーション学会第7回シミ
7. 竹内・上田・泉田 : "RC構造物の離散化極限解析における鉄筋の取り扱いについて(その1)", 土木学会第42回年次学術講演会概要集(I-38), pp110-111 (1987)
8. 山田 : "非線形問題解析法の現状と展望", 生産研究, Vol. 22, No. 1, pp. 6-14 (1970)
9. Buyukozturk, O. et. al. : "Research on modeling shear transfer in reinforced concrete nuclear structures", Proc. SMIRT Berlin, pp. 1K31-76 (1979)
10. Aoyagi, Y. et. al. : "Full scale model Push-Off test of reinforced concrete block with 51mm dia. deformed steel bars", 6th SMIRT, J417 (1981)
11. Jensen, B. C. : "Line of discontinuity for displacements in the theory of plasticity of plain and reinforced concrete", Magazine of Concrete Research, Vol. 27., No. 92, pp. 143-150 (1975)

(1989年10月2日受付)