

初期不整を有する円筒パネルの圧縮強度

COMPRESSION STRENGTH OF CYLINDRICAL PANELS WITH INITIAL IMPERFECTIONS

三上 市藏* 松本 浩徳** 辻 省悟** 田中 克弘***

By Ichizou MIKAMI, Hironori MATSUMOTO, Shogo TSUJI, and Katsuhiro TANAKA

Cylindrical panels with imperfections of residual stress and initial deflection are analyzed on the basis of a materially and geometrically nonlinear theory of thin shells. The cylindrical panels are subjected to circumferential compression. The numerical solution is obtained using the dynamic relaxation method. The relation between the imperfection and the ultimate strength is discussed, and it is found that the residual stress and initial deflection have influence on both the thick and thin panels. An approximate formula to predict the ultimate compressive strength of the cylindrical panels is proposed.

1. まえがき

鋼構造物の中で、連続桁橋の変断面部分、アーチ部材、ラーメン隅角部、縦断面内で曲率を有する箱桁などのフランジは、面外に曲率を有し、円周方向に面内荷重を受ける円筒パネルとみなすことができる。この要素には、溶接などによる残留応力および初期たわみ、いわゆる初期不整が不可避免的に発生する。この初期不整はパネルの強度に重大な影響を及ぼすものであり、限界状態設計のためにも、円筒パネルの初期不整を考慮した終局強度が明らかにされる必要がある。

日本の道路橋示方書¹⁾には円筒パネルに関する規定は見あたらず、これらのパネルを安全かつ経済的に設計するには不十分である。円周方向面内荷重を受ける円筒パネルについては、初期たわみのない場合の弾性有限変位解析がMikamiら²⁾によって、初期たわみのある場合の弾性有限変位解析が三上・矢部³⁾によって、そして、初期たわみのある場合の弾塑性有限変位解析が三上・田中⁴⁾によってなされているが、いずれも残留応力は考慮されていない。

本論文では、周辺単純支持された、初期たわみおよび残留応力を有する無補剛円筒パネルが円周方向に面内荷重を受ける場合の弾塑性有限変位解析を行う。解析には、差分表示^{5) 6)}を用いた動的緩和法 (Dynamic Relaxation Method) ^{7) 8) 9)}を用いる。Washizu の薄い弾性シェルに対する非線形理論¹⁰⁾を初期たわみを有する場合に拡張した三上・矢部³⁾の式をKármán型に簡素化¹¹⁾したものを、弾塑性に拡張した三上・田中⁴⁾の式を基に、残留応力を導入する。そして、種々のパラメータに対して数値計算を行い、最大終局強度を

* 工博 関西大学教授 工学部土木工学科 (〒564 吹田市山手町3丁目3番35号)

** 関西大学大学院 博士課程前期課程 (〒564 吹田市山手町3丁目3番35号)

*** 工修 日本電子計算機 大阪支店技術営業部 (〒550 大阪市西区江戸堀1丁目9番1号)

求める。それを考察したのち、板の圧縮強度に関する三上式¹²⁾に基づいて、曲率を有する円筒パネルの終局強度の簡易算定式を誘き、さらに初期不整を考慮した設計公式を提案する。

2. 初期不整を有する円筒パネルの弾塑性有限変位解析

図-1に示すような弧長 a 、幅 b 、厚さ h 、曲率半径 R の円筒パネルを解析する。パネルは等方性・完全弾塑性材料（降伏応力 σ_y 、Young率 E 、Poisson比 ν ）より成り、初期たわみ w_0 、残留応力 σ_r を有するものとする。座標軸を図-1のように設定する。荷重として、両直線端辺に一樣な円周方向強制変位 v_m を与える。 $v_m > 0$ の場合は円周方向面内引張荷重が、 $v_m < 0$ の場合は円周方向面内圧縮荷重が作用することになる。変位 u 、 v 、 w および断面力の正の方向を図-2のように定義する。

以下では、増分量を記号 Δ で表し、基礎式は増分表示する。

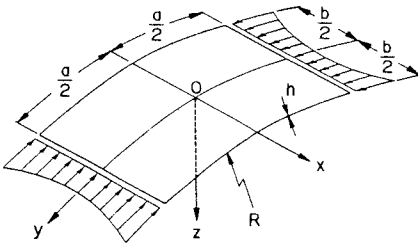


図-1 無補剛円筒パネル

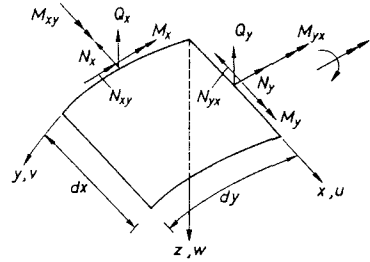


図-2 円筒パネルの変位と断面力

2.1 基礎方程式

Kirchhoff-Loveの仮定が成り立つものとして、薄い弾性シェルに対するWashizuの非線形理論¹⁰⁾を初期たわみのある場合に拡張した三上・矢部³⁾の式を簡単化し、弾塑性シェルに対する非線形理論とする。⁴⁾

(1) ひずみ-変位関係

円筒パネル中央面から z の位置におけるひずみ成分 e_x' 、 e_y' 、 e_{xy}' は次のようになる。

$$\Delta e_x' = \Delta e_x - z \Delta \kappa_x, \quad \Delta e_y' = \Delta e_y - z \Delta \kappa_y, \quad \Delta e_{xy}' = \Delta e_{xy} - z \Delta \kappa_{xy} \quad (1a-c)$$

ここに、 e_x 、 e_y 、 e_{xy} は中央面のひずみ成分、 κ_x 、 κ_y 、 κ_{xy} は曲率およびねじりの変化量であり、次のように表される。

$$\Delta e_x = \Delta \varepsilon_x + \frac{1}{2} \Delta \phi_x^2 + (\phi_x + \phi_{0x}) \Delta \phi_x \quad (2a)$$

$$\Delta e_y = \Delta \varepsilon_y + \frac{1}{2} \Delta \phi_y^2 + (\phi_y + \phi_{0y}) \Delta \phi_y \quad (2b)$$

$$\Delta e_{xy} = \Delta \varepsilon_{xy} + \frac{1}{2} [\Delta \phi_x \Delta \phi_y + (\phi_x + \phi_{0x}) \Delta \phi_y + (\phi_y + \phi_{0y}) \Delta \phi_x] \quad (2c)$$

$$\Delta \kappa_x = \Delta \phi_{x,x}, \quad \Delta \kappa_y = \Delta \phi_{y,y} \quad (3a-b)$$

$$\Delta \kappa_{xy} = \frac{1}{2} [\Delta \phi_{x,y} + \Delta \phi_{y,x} + (\Delta \varepsilon_{xy} + \Delta \phi) / R] \quad (3c)$$

$$\Delta \varepsilon_x = \Delta u_{,x}, \quad \Delta \varepsilon_y = \Delta v_{,y} - \Delta w / R, \quad \Delta \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} (\Delta v_{,x} + \Delta u_{,y}) \quad (4a-c)$$

$$\Delta \phi_x = \Delta w_{,x}, \quad \Delta \phi_y = \Delta w_{,y} + \Delta v / R, \quad \Delta \phi = \frac{1}{2} (\Delta v_{,x} - \Delta u_{,y}) \quad (5a-c)$$

(2) 応力-ひずみ関係

応力-ひずみ関係は、弾性域ではHookeの法則に、塑性域ではPrandtl-Reuss式に従うものとする。降伏判定にはVon Misesの降伏条件式を用いる。

任意面における応力増分 $\Delta \sigma_x'$ 、 $\Delta \sigma_y'$ 、 $\Delta \sigma_{xy}'$ は、弾性域においては、

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_x' &= (\Delta e_x' + \nu \Delta e_y') E / (1 - \nu^2), & \Delta \sigma_y' &= (\Delta e_y' + \nu \Delta e_x') E / (1 - \nu^2), \\ \Delta \sigma_{xy}' &= \Delta e_{xy}' E / (1 + \nu) \end{aligned} \quad (6a-c)$$

となり、塑性域においては偏差応力 S_x' , S_y' , S_{xy}' を用いて次のように表される。

$$\Delta \sigma_x' = (\Delta e_x' + \nu \Delta e_y') E / (1 - \nu^2) - S_1' \Delta \lambda' \quad (7a)$$

$$\Delta \sigma_y' = (\Delta e_y' + \nu \Delta e_x') E / (1 - \nu^2) - S_2' \Delta \lambda' \quad (7b)$$

$$\Delta \sigma_{xy}' = \Delta e_{xy}' E / (1 + \nu) - S_3' \Delta \lambda' \quad (7c)$$

ここに、

$$\Delta \lambda' = (S_1' \Delta e_x' + S_2' \Delta e_y' + 2 S_3' \Delta e_{xy}') / S_0' \quad (8)$$

$$S_0' = S_1' S_x' + S_2' S_y' + 2 S_3' S_{xy}', \quad S_1' = (S_x' + \nu S_y') E / (1 - \nu^2) \quad (9a-b)$$

$$S_2' = (S_y' + \nu S_x') E / (1 - \nu^2), \quad S_3' = S_{xy}' E / (1 + \nu) \quad (9c-d)$$

$$S_x' = (2 \sigma_x' - \sigma_y') / 3, \quad S_y' = (2 \sigma_y' - \sigma_x') / 3, \quad S_{xy}' = \sigma_{xy}' \quad (10a-c)$$

であり、 σ_x' , σ_y' , σ_{xy}' は増分応力の総和とその断面における円周方向の残留応力 σ_r を考慮して、次のようになる。

$$\sigma_x' = \Sigma \Delta \sigma_x', \quad \sigma_y' = \Sigma \Delta \sigma_y' + \sigma_r, \quad \sigma_{xy}' = \Sigma \Delta \sigma_{xy}' \quad (11a-c)$$

(3) 断面力-応力関係

断面力と応力の関係は曲率の影響を無視すると、次のように表示される。

$$\Delta N_x = \int_{-h/2}^{h/2} \Delta \sigma_x' dz, \quad \Delta N_y = \int_{-h/2}^{h/2} \Delta \sigma_y' dz, \quad \Delta N_{xy} = \Delta N_{yx} = \int_{-h/2}^{h/2} \Delta \sigma_{xy}' dz \quad (12a-c)$$

$$\Delta M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \Delta \sigma_x' z dz, \quad \Delta M_y = \int_{-h/2}^{h/2} \Delta \sigma_y' z dz, \quad \Delta M_{xy} = \Delta M_{yx} = \int_{-h/2}^{h/2} \Delta \sigma_{xy}' z dz \quad (13a-c)$$

(4) つり合い式

微小要素に対しての静的つり合い式に、慣性項および減衰項を付加すると、運動方程式が次のように得られる。

$$\rho_u \Delta \dot{u}, t + k_u \Delta \dot{u} = \Delta N_{x,x} + \Delta N_{yx,y} \quad (14a)$$

$$\rho_v \Delta \dot{v}, t + k_v \Delta \dot{v} = \Delta N_{y,y} + \Delta N_{xy,x} - [\Delta M_{y,y} + 2 \Delta M_{xy,x}] / R \quad (14b)$$

$$\begin{aligned} \rho_w \Delta \dot{w}, t + k_w \Delta \dot{w} = & \Delta M_{x,xx} + 2 \Delta M_{xy,xy} + \Delta M_{y,yy} \\ & + (N_x + \Delta N_x) \Delta \phi_{x,x} + \Delta N_x (\phi_{x,x} + \phi_{0x,x}) \\ & + (N_{xy} + \Delta N_{xy}) (\Delta \phi_{y,x} + \phi_{x,y}) + \Delta N_{xy} (\phi_{y,x} + \phi_{0y,x} + \phi_{x,y} + \phi_{0x,y}) \\ & + (N_y + \Delta N_y) \Delta \phi_{y,y} + \Delta N_y (\phi_{y,y} + \phi_{0y,y}) + \Delta N_y / R \end{aligned} \quad (14c)$$

ただし、 t は時間、 ρ_u , ρ_v , ρ_w は面密度、 k_u , k_v , k_w は減衰係数、 $\dot{u}$, $\dot{v}$, $\dot{w}$ は変位速度である。また、変位と変位速度の関係は次のようになる。

$$\Delta \dot{u} = \Delta u, t, \quad \Delta \dot{v} = \Delta v, t, \quad \Delta \dot{w} = \Delta w, t \quad (15a-c)$$

2.2 境界条件式

対称変形を考慮し、円筒パネルの $1/4$ 領域を解析対象とする。

(1) 面外変形に関する境界条件

円筒パネルは周辺単純支持されているものとする。境界条件および対称条件は次のようになる。

$$x = b/2 \text{ において} \quad \Delta w = 0, \quad \Delta M_x = 0 \quad (16a-b)$$

$$y = a/2 \text{ において} \quad \Delta w = 0, \quad \Delta M_y = 0 \quad (17a-b)$$

$$\begin{aligned} x = 0 \text{ に関して} \quad \Delta w(x) = & \Delta w(-x), \quad \Delta M_x(x) = \Delta M_x(-x), \\ & \Delta M_y(x) = \Delta M_y(-x), \quad \Delta M_{xy}(x) = -\Delta M_{xy}(-x) \end{aligned} \quad (18a-d)$$

$$\begin{aligned} y = 0 \text{ に関して} \quad \Delta w(y) = & \Delta w(-y), \quad \Delta M_x(y) = \Delta M_x(-y), \\ & \Delta M_y(y) = \Delta M_y(-y), \quad \Delta M_{xy}(y) = -\Delta M_{xy}(-y) \end{aligned} \quad (19a-d)$$

動的緩和法では、すべての境界条件を満足するように、運動方程式(14)から変位速度 $\dot{u}$, $\dot{v}$, $\dot{w}$ を求めることになるが、そのためには断面力に関する境界条件(16b) および(17b) を変位で表示しなければならず、煩雑になる。そこで、断面力表示のままで慣性項と減衰項を付加する技法¹³⁾ を採用することにして、次のように変形する。

$$\rho_w \Delta \dot{w}_{,t} + k_w \Delta \dot{w} = \Delta M_x \quad (20)$$

$$\rho_w \Delta \dot{w}_{,t} + k_w \Delta \dot{w} = \Delta M_y \quad (21)$$

(2) 面内変形に関する境界条件

直線端辺では一様円周方向強制変位 v_m を受けるとともに、膜せん断力 N_{yx} が生じず、円弧側辺では法線方向膜力 N_x および膜せん断力 N_{xy} が生じないものとする、境界条件および対称条件は次のようになる。

$$x = b/2 \text{ において} \quad \Delta N_x = 0, \quad \Delta N_{xy} = 0 \quad (22a-b)$$

$$y = a/2 \text{ において} \quad \Delta v = \Delta v_m, \quad \Delta N_{yx} = 0 \quad (23a-b)$$

$$x = 0 \text{ において} \quad \Delta u(x) = -\Delta u(-x), \quad \Delta v(x) = \Delta v(-x), \quad \Delta N_x(x) = \Delta N_x(-x), \\ \Delta N_y(x) = \Delta N_y(-x), \quad \Delta N_{xy}(x) = -\Delta N_{xy}(-x) \quad (24a-e)$$

$$y = 0 \text{ において} \quad \Delta u(y) = \Delta u(-y), \quad \Delta v(y) = -\Delta v(-y), \quad \Delta N_x(y) = \Delta N_x(-y), \\ \Delta N_y(y) = \Delta N_y(-y), \quad \Delta N_{yx}(y) = -\Delta N_{yx}(-y) \quad (25a-e)$$

式(22a), (22b) および(23b) は、(1)と同様に、慣性項と減衰項を付加して次のように変形する。

$$\rho_u \Delta \dot{u}_{,t} + k_u \Delta \dot{u} = -\Delta N_x, \quad (26)$$

$$\rho_v \Delta \dot{v}_{,t} + k_v \Delta \dot{v} = -\Delta N_{xy}, \quad (27)$$

$$\rho_u \Delta \dot{u}_{,t} + k_u \Delta \dot{u} = -\Delta N_{yx} \quad (28)$$

2.3 初期不整

(1) 初期たわみ

初期たわみを次のように仮定する。

$$w_0(x, y) = w_{0\max} \cos \frac{\pi x}{b} \cdot \cos \frac{m\pi y}{a} \quad (29)$$

すなわち、母線方向に1半波、円周方向に m 半波であるが、数値計算は $m = 1, 3$ に対して行う。

(2) 残留応力

残留応力は円周方向 (y 軸方向) のみを考え、板厚方向 (z 軸方向) に一定とする。また、横断面について、つり合うように図-3の分布(A)を考える。¹⁴⁾ここに、 σ_{rt} は引張残留応力、 σ_{rc} は圧縮残留応力で、 L は次式によって求められる。

$$L = \frac{b}{2} \frac{\sigma_{rt} + \sigma_{rc}}{\sigma_{rt} - \sigma_{rc}} \quad (30)$$

任意点での残留応力 σ_r は次のようになる。

$$0 \leq x \leq L \text{ において} \quad \sigma_r = \sigma_{rc} \quad (31a)$$

$$L < x \text{ において} \quad \sigma_r = -\frac{(\sigma_{rt} - \sigma_{rc})^2}{b \sigma_{rc}} x + \frac{\sigma_{rt}^2 + \sigma_{rc}^2}{2 \sigma_{rc}} \quad (31b)$$

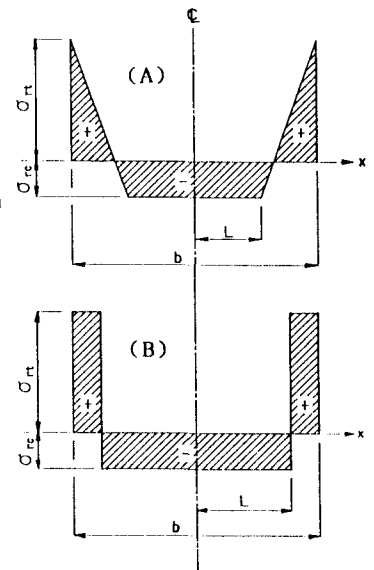


図-3 残留応力分布

3. 数値計算

解析は、差分表示を用いた動的緩和法によって行った。差分法を用いるため、 $1/4$ 領域を x 方向に n_x 分割、 y 方向に n_y 分割、 z 方向に n_z 分割する。差分表示、初期条件、計算手順などについては、文献4)を参照されたい。

3.1 無次元パラメータ

数値計算の便宜上、次に示す無次元パラメータを用いる。

$$\begin{aligned}\alpha &= a/b, \quad \beta = b/h, \quad Z = b^2/hR, \quad \bar{x} = x/b, \quad \bar{y} = y/a, \quad \bar{z} = z/h, \\ (\bar{u}, \bar{v}) &= (u, v) b/h^2, \quad (\bar{w}, \bar{w}_0) = (w, w_0)/h, \quad V_m = 2v_m/a, \quad \bar{\kappa} = b\kappa, \\ \bar{\sigma} &= \sigma/\sigma_y, \quad N = N/N_F, \quad \bar{M} = M/M_F, \quad \bar{t} = t\sqrt{D/\rho_w}/b^2, \\ (\bar{\rho}_u, \bar{\rho}_v) &= (\rho_u, \rho_v) h^2/b^2 \rho_w, \\ (\bar{K}_u, \bar{K}_v) &= (K_u, K_v) h^2/\sqrt{\rho_w D}, \quad \bar{K}_w = K_w b^2/\sqrt{\rho_w D}\end{aligned}\quad (32)$$

ここに、 $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$ は曲げ剛度、 $N_F = \sigma_y h$ は全塑性膜力、 $M_F = 1/4 \sigma_y h^2$ は全塑性モーメントである。

3.2 分割数と解の精度

図-4 は、曲率パラメータ $Z=0.4$ 、縦横比 $\alpha=1$ 、幅厚比 $\beta=48$ 、初期たわみの大きさ $\bar{w}_{0\max} = -\beta/150$ (半波数 $m=1$)、残留応力 $\bar{\sigma}_{rc} = -0.3$ の円筒パネルにおいて、分割 $n_x = n_y = 4, 6, 8$ 、 $n_z = 8$ の場合について、解の精度を調べたものである。厳密解は不明なので外挿公式¹⁵⁾によって推定した。この結果から、解の精度およびコンピュータの計算時間を考慮して、 $n_x = n_y = 6$ を用いることにする。この分割によって解の精度は3%以下にとどめることができるものと予想される。

図-5 は、 $n_x = n_y = 6$ とし、 $n_z = 4, 6, 8$ の3通りの場合について、解の精度を調べたものである。 z 軸方向分割数は塑性の広がりを考慮し、以下の計算には8分割を用いることにする。

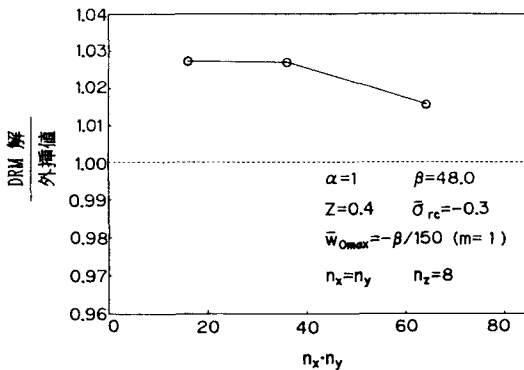


図-4 分割数と解の精度

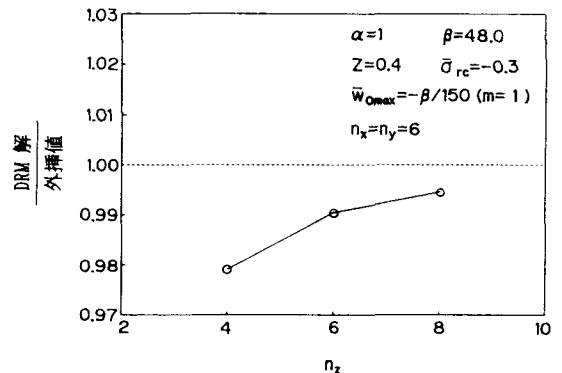


図-5 板厚方向の分割数と解の精度

3.3 解の妥当性

本解析法の妥当性を検討するため、 $\alpha=1$ 、 $Z=0$ 、 $\bar{w}_{0\max}=0.1$ ($m=1$)、 $\lambda=1.3$ 、 $\bar{\sigma}_{rc} = \sigma_{rc}/\sigma_y = -0.3$ の場合について、小松・北田^{16) 17)}による板の弾塑性有限変位解と比較する。直線辺の平均圧縮応力 $\bar{\sigma}_m$ と、中央点の全たわみ $\bar{w}_0 + \bar{w}_{0\max}$ との関係を図-6 に示す。ここに、 λ は換算幅厚比で、次式

で求められる。

$$\lambda = \beta \sqrt{(\sigma_y/E) \cdot 12(1-\nu^2)/\pi^2 k} \quad (\text{ただし, } k=4) \quad (33)$$

この図をみると、DRM解と小松・北田の解^{16) 17)}との間に少し差がみられる。小松・北田は図-3の残留応力分布(B)を仮定している。そこで、小松・北田と同じ残留応力分布($\bar{\sigma}_{rc} = -0.4$)に対して、数値計算を行った。その結果は図-7に示すように、小松・北田の結果とほとんど一致した。したがって、本解析法は妥当である。

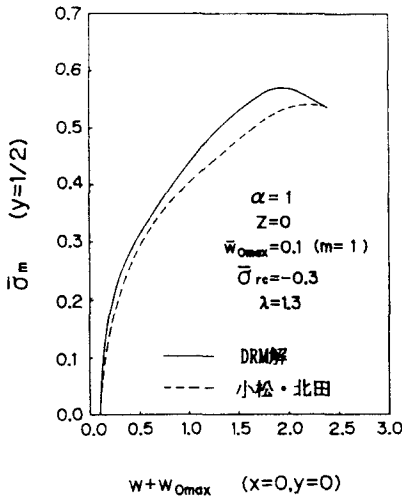


図-6 他の解析方法との比較

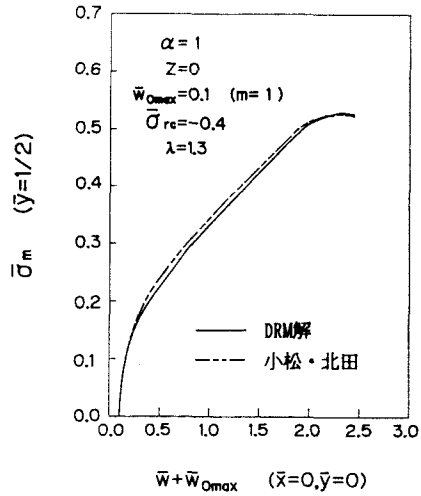


図-7 他の解析方法との比較

4. パラメトリック解析

曲率 Z 、縦横比 α 、幅厚比 β 、初期たわみの大きさ $\bar{w}_{0max}$ と半波数 m 、圧縮残留応力 $\bar{\sigma}_{rc}$ をパラメータとして解析し、終局強度 $\bar{\sigma}_{max}$ とこれらパラメータとの関係を検討した。

4.1 残留応力の影響

終局強度に対する残留応力の影響を調べるために、両縁の引張残留応力を $\bar{\sigma}_{rt} = 1$ とし、 $\alpha = 1$ 、 $\bar{w}_{0max} = \beta/150$ 、 $m = 1$ 、 $Z = 0.4$ の円筒パネルについて、圧縮残留応力を $\bar{\sigma}_{rc} = 0, -0.3, -0.4, -0.5$ と変化させて、解析を行った。終局強度 $\bar{\sigma}_{max}$ と換算幅厚比 λ の関係を図示すると、図-8のようになる。圧縮残留応力 $\bar{\sigma}_{rc} = -0.3 \sim -0.5$ の範囲であれば、その大きさは終局強度にはほとんど影響を与えないことがわかる。

次に、 $\bar{\sigma}_{rc} = 0, -0.3$ の場合について解析した。 $\alpha = 1$ 、 $Z = 0.4$ 、 $\bar{w}_{0max} = 0, -\beta/150, \beta/150$ 、 $m = 1$ の場合の終局強度 $\bar{\sigma}_{max}$ と換算幅厚比 λ の関係を図-9～11に示す。 $\alpha = 2$ 、 $Z = 0.4$ 、 $\bar{w}_{0max} = 0$ 、

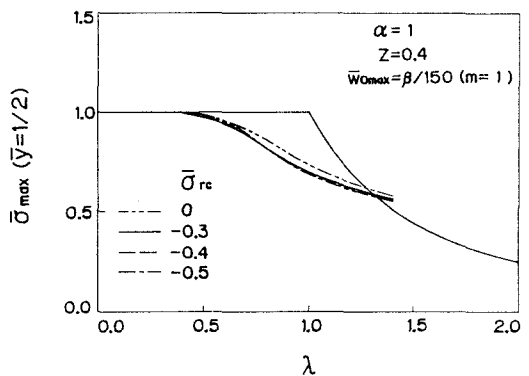


図-8 圧縮残留応力の大きさと終局強度

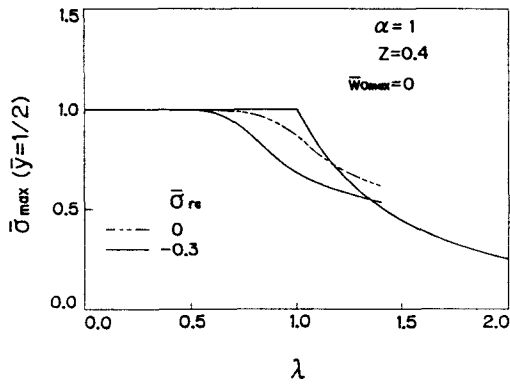


図-9 残留応力の影響

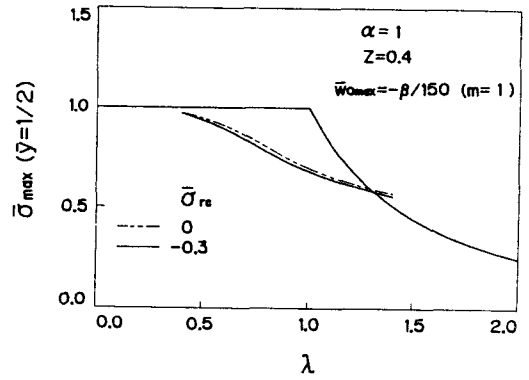


図-10 残留応力の影響

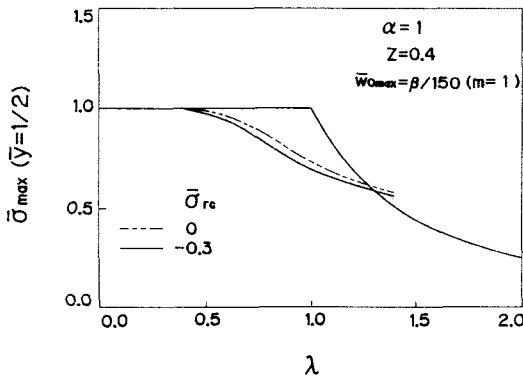


図-11 残留応力の影響

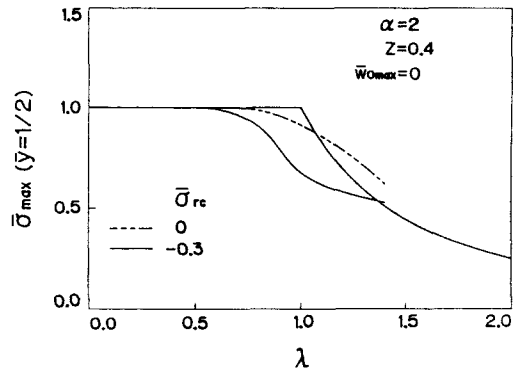


図-12 残留応力の影響

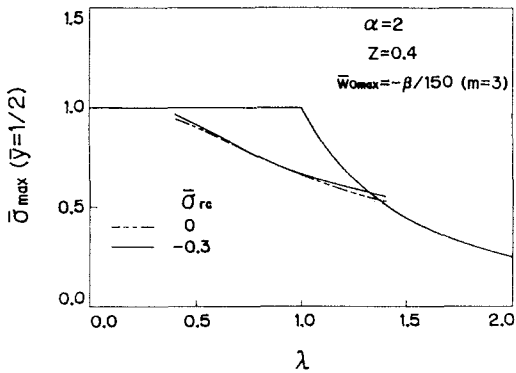


図-13 残留応力の影響

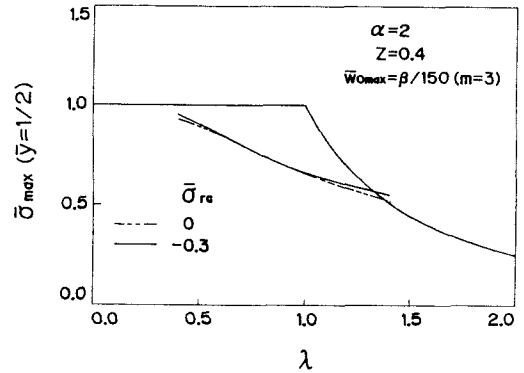


図-14 残留応力の影響

$-\beta/150$, $\beta/150$, $m=3$ の場合は図-12~14が得られた。

図-9~11からわかるように、 $\alpha=1$ の場合、初期たわみがないときは残留応力の影響はみられない。ただし、初期たわみが存在する場合は、残留応力の影響で終局強度が著しく低下する。図-12~14からわかる

ように、 $\alpha = 2$ の場合も $\alpha = 1$ の場合と同様の結果が得られる。

したがって、終局強度算定式を論ずる場合は残留応力を考慮し、 $\bar{\sigma}_{rc} = -0.3$ とおく。

4.2 初期たわみの影響

$\alpha = 1$, $Z = 0.4$, $m = 1$, $\bar{\sigma}_{rc} = -0.3$ の場合について、 $\bar{w}_{0max} = 0$, $-\beta/150$, $\beta/150$ と変化させて解析した。終局強度 $\bar{\sigma}_{max}$ と換算幅厚比 λ の関係を図-15に示す。 $\lambda < 1$ の範囲では、初期たわみのために終局強度が低下するが、 $\lambda > 1$ の範囲では、初期たわみは終局強度にほとんど影響を及ぼさない。また、正の初期たわみの場合よりも、負（曲率外側）の初期たわみの場合に終局強度が低くなる。

$\alpha = 2$, $Z = 0.4$, $m = 3$, $\bar{\sigma}_{rc} = -0.3$ の場合について、 $\bar{w}_{0max} = 0$, $-\beta/150$, $\beta/150$ と変化させて解析した。結果を図-16に示す。 $\lambda < 1$ の範囲では、初期たわみの影響が大きく、終局強度がかなり低下するが、 $\lambda > 1$ の範囲では初期たわみの影響はみられない。

初期たわみがあると終局強度が低下することがわかったので、初期たわみの半波数の影響を調べてみる。

$\alpha = 2$, $Z = 0.4$, $\bar{w}_{0max} = -\beta/150$, $\bar{\sigma}_{rc} = -0.3$ の場合について、 $m = 1, 3$ に対して解析した。結果を図-17に示す。この図から $m = 3$ の初期たわみの場合、終局強度の低下が著しいことがわかる。

したがって、終局強度算定式は、初期たわみをパラメータとして含んでいる必要がある。ただし、終局強度の下限値を得るのであれば、 $\alpha = 1$ なら $\bar{w}_{0max} = -\beta/150$, $m = 1$, $\alpha = 2$ なら $\bar{w}_{0max} = -\beta/150$, $m = 3$ の初期たわみに対して計算すればよい。

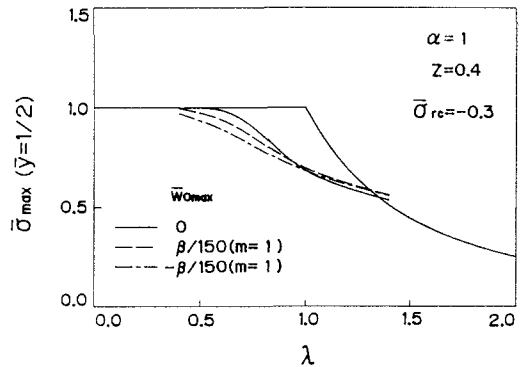


図-15 初期たわみの影響

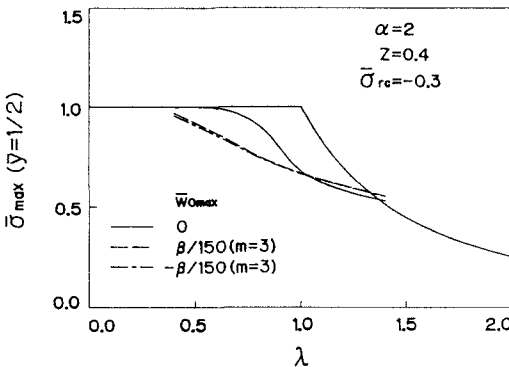


図-16 初期たわみの影響

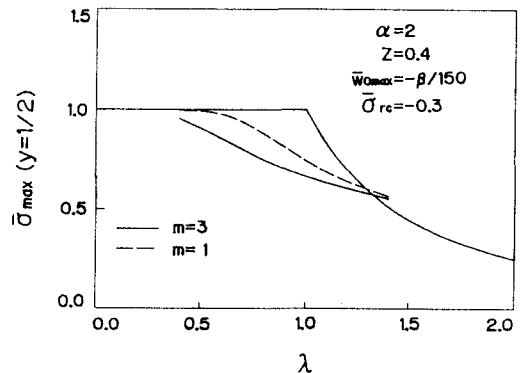


図-17 半波数の影響

4.3 曲率の影響

$\alpha = 1$, $\bar{\sigma}_{rc} = -0.3$ の場合について、 $\bar{w}_{0max} = 0$ のときの終局強度を図-18に、 $\bar{w}_{0max} = -\beta/150$, $m = 1$ のときの終局強度を図-19に示す。また、図-18、図-19に対応する $\alpha = 2$ の場合の終局強度曲線をそれぞれ図-20、図-21に示す。これらの図からわかるように、 $\lambda > 1$ の範囲では Z の影響はみられないが、 $\lambda < 1$ の範囲では Z の増加とともに終局強度が低下する。

したがって、終局強度算定式は Z をパラメータとして含んだものにする必要がある。

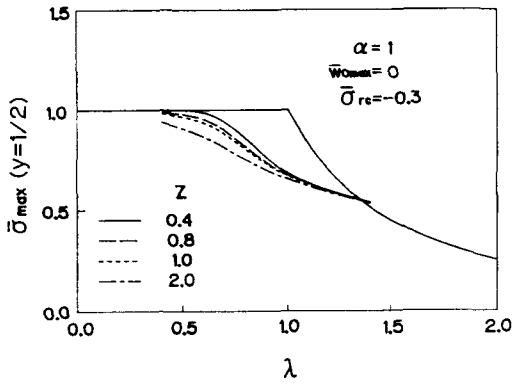


図-18 曲率の影響

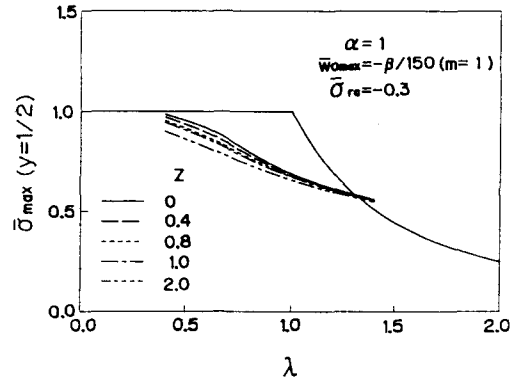


図-19 曲率の影響

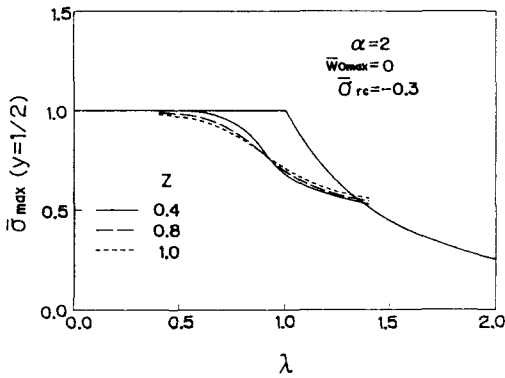


図-20 曲率の影響

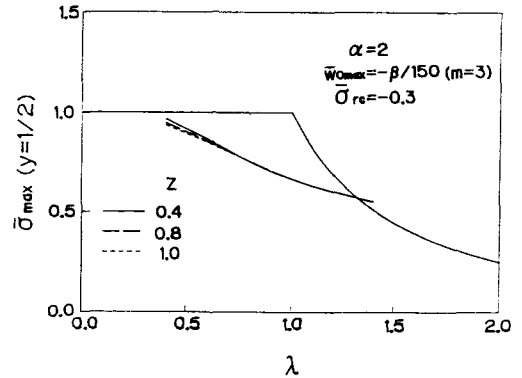


図-21 曲率の影響

4.4 縦横比の影響

$Z=1$, $\bar{w}_{0max}=0$, $\bar{\sigma}_{rc}=-0.3$ の場合について, $\alpha=1$ と $\alpha=2$ の円筒パネルの終局強度を図-22に示す。これから, $\alpha=2$ の場合の方が終局強度が低くなるのがわかる。

$Z=1$, $\bar{w}_{0max}=-\beta/150$, $\bar{\sigma}_{rc}=-0.3$ の場合について, $\alpha=1$ ($m=1$)と $\alpha=2$ ($m=3$)の円筒パネルの終局強度を図-23に示す。初期たわみがあるときも, $\alpha=2$ の場合の方が終局強度が低くなるが, 低

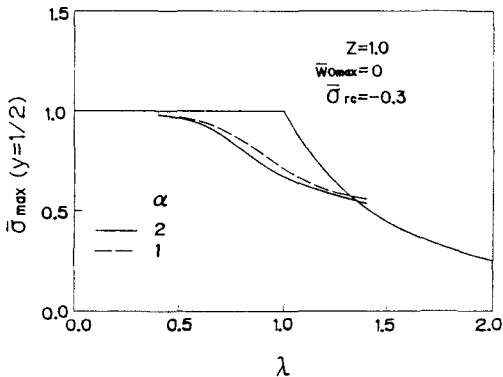


図-22 縦横比の影響

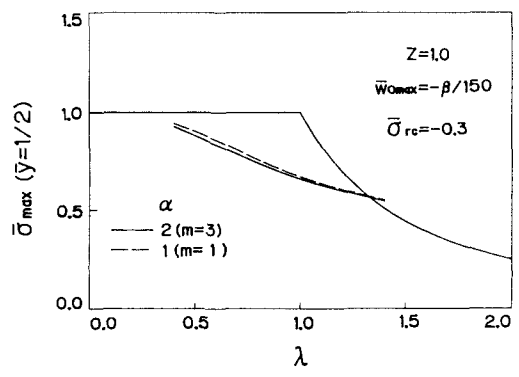


図-23 縦横比の影響

下の割合は極めて小さい。

したがって、下限値を与える終局強度算定式は $\alpha = 2$ の場合の終局強度曲線を基にして定めればよい。

5. 終局強度算定式

直線辺における平均圧縮膜応力を終局強度 $\bar{\sigma}_m$ として、その値を算定する簡易式を提案する。

5.1 初期たわみのない場合

曲率のない板 ($Z = 0$) の場合の終局強度式として三上¹²⁾ は次式を与えている。

$$\sigma_m / \sigma_y = (0.526 / \lambda)^{0.7} \leq 1 \quad (34)$$

曲率がある場合、4.3に述べたように、曲率の増加とともに終局強度が低下する。そこで、 $\lambda = 0$ に対する終局強度の上限値を $\Psi = \sigma_m / \sigma_y$ と表すと、円筒パネルの終局強度は次のように与えられる。

$$\bar{\sigma}_m = \sigma_m / \sigma_y = \Psi (0.526 / \Psi \lambda)^{0.7} \leq \Psi \quad (35)$$

Ψ を与える式として、三上・森澤¹⁸⁾ は式 (36) を、Maquoi¹⁹⁾ は式 (37) を提案している。

$$\Psi = 1 - Z^2 (1 - \nu^2) / 10 \quad (36)$$

$$\Psi = 1 - (8 / \pi^2) / [1 + \pi^6 / 96 (1 - \nu^2) Z^2] \quad (37)$$

数値計算結果から、各曲率における $\bar{\sigma}_m$ の最小値 ($\alpha = 2$, $\bar{\sigma}_{rc} = -0.3$, $\lambda = 0.4$ の場合) を終局強度の上限値 Ψ として図示すると、図-24の●印のようになる。図には式 (36)、式 (37) も示してある。この図からわかるように、式 (36)、式 (37) のいずれも、曲率が大きくなると誤差が大きくなる。そこで、式 (36) を次のように改良する。

$$\Psi = 1 - Z^{1.3} (1 - \nu^2) / 30 \quad (38)$$

$Z = 1$, $\bar{\sigma}_{rc} = -0.3$ の円筒パネルについて、式 (35) と式 (38) から得られる終局強度をDRM解と比較すると、図-25のようになる。この図から、式 (35) は、DRM解に近い値を与え、妥当な終局強度算定式であることがわかる。

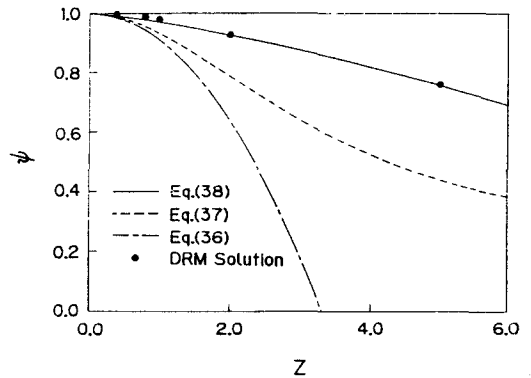


図-24 曲率と上限値

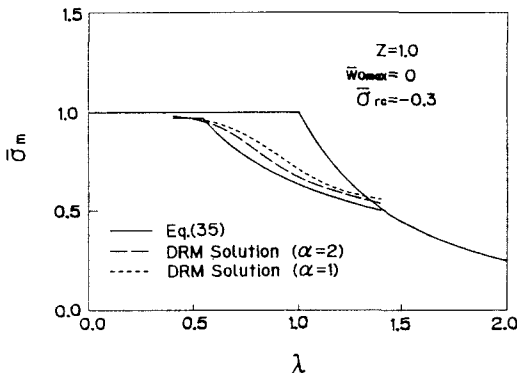


図-25 終局強度式の検討

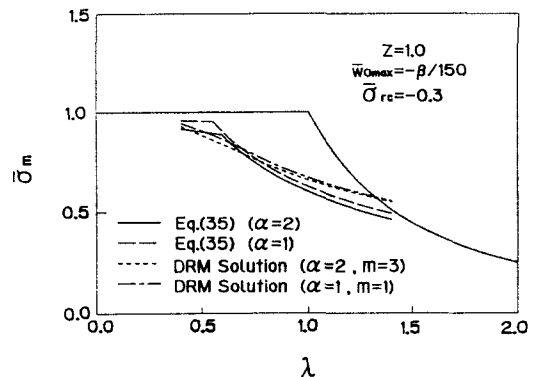


図-26 終局強度式の検討

5.2 初期たわみのある場合

初期たわみによって実質的に曲率が変化したものと考えることができる.³⁾ すなわち、円筒パネル中央面の元の曲率パラメータ Z が次式の換算曲率パラメータ Z' になるものとする。

$$Z' = 2 (\bar{T} - \bar{w}_{0\max}) \beta^2 / \{ (\bar{T} - \bar{w}_{0\max})^2 + (\alpha \beta)^2 / 4 \} \quad (39)$$

ただし、パネル中央点の $\bar{T}h = \alpha^2 Z h / 8$ はライズである。

$\alpha = 2$ 、 $Z = 1$ 、 $\bar{w}_{0\max} = -\beta/150$ 、 $\bar{\sigma}_{rc} = -0.3$ の円筒パネルの場合、換算曲率パラメータ Z' に対して、式 (35) から求められる終局強度と DRM 解を比較すると図-26 のようになる。初期たわみのないときと違って、 $\lambda < 0.75$ の範囲では式 (35) は DRM 解より高い強度を、 $\lambda > 0.75$ の範囲では逆に DRM 解より低い強度を与える。曲率 Z を換算曲率パラメータ Z' に置き換えると、一部高めの値が得られるとはいえ、満足できる換算がなされている。したがって、初期たわみのある場合にも、式 (35) を終局強度算定式として用いることができる。

6. 設計公式

円筒パネルの設計公式は板の設計公式を拡張したものであるべきである。すなわち、式 (35) と式 (38) を円筒パネルの設計公式として用いるのがよい。しかし、初期たわみがある場合、曲率 Z を換算する手間がかかる。そこで曲率 Z のみで終局強度を求める式を提案する。製作上許容される初期たわみ $\pm \beta/150$ ¹⁾ と残留応力 $\bar{\sigma}_{rc} = -0.3$ を有する円筒パネルを考え、式 (38) を次のように修正する。

$$\Psi = 1 - Z^{1/3} (1 - \nu^2) / 5 \quad (40)$$

式 (35) と式 (40) から得られる終局強度を、下限値を与えるパラメータ $\alpha = 2$ 、 $\bar{w}_{0\max} = -\beta/150$ 、 $m = 3$ 、 $\bar{\sigma}_{rc} = -0.3$ を選んで、 $Z = 0.4$ と $Z = 1$ の場合について求められた DRM 解と比較すると、図-27、図-28 が得られる。図には比較のため、 $\alpha = 1$ 、 $m = 1$ の場合の DRM 解も併記してある。これらの図より、DRM 解とあまり差のない値を与える設計公式が得られたことがわかる。 $Z = 0.4$ の場合 (図-27)、 $\lambda = 0.5 \sim 0.7$ の範囲で、設計公式が DRM 解を下回るが、ひずみ硬化を考慮すれば問題がない²⁰⁾ 程度である。

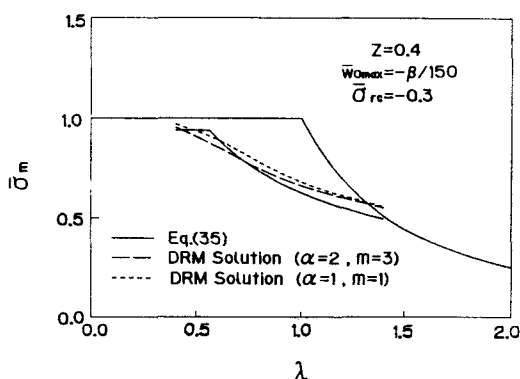


図-27 設計公式の検討

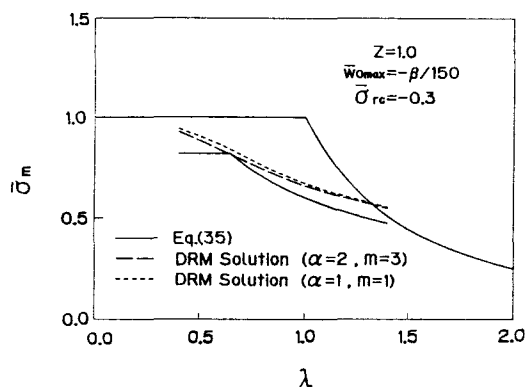


図-28 設計公式の検討

7. あとがき

周辺単純支持された初期不整 (初期たわみと残留応力) を有する円筒パネルの弾塑性有限変位解析を行い、種々のパラメータ、とくに初期不整が強度に及ぼす影響を数値的に検討した。また、円筒パネルの終局圧縮

強度の簡易算定式を提案した。この算定式は、初期たわみがあるときは、少し誤差を生じるが、ほぼ妥当な値を与える。さらに、設計に用いることを目的として、初期たわみの大きさに関係なく、曲率 Z のみで終局強度を求めることができる簡略な公式を考案した。この設計公式は、中ぐらいの幅厚比のとき少し誤差が生じるが、これは、板の公式を円筒パネルに拡張しようとしたためである。

数値計算には、関西大学情報処理センターの汎用大型計算機 FACOM M-780/10 とベクトル計算機 VP-50E を使用した。

参考文献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書，1980.2.
- 2) Mikami, I., and Yonezawa, H. : Nonlinear cylindrical flanges of vertically curved beams, Theoretical and Applied Mechanics, Vol.27, Univ. of Tokyo Press, pp.143-153, 1977.
- 3) 三上市蔵・矢部幸男：初期たわみを有する弾性円筒パネルの円周方向面内力による非線形挙動，構造工学論文集，土木学会，Vol.31A, pp.209-222, 1985.3.
- 4) 三上市蔵・田中克弘：ベクトル計算機を用いた円筒パネル弾塑性有限変位解析，構造工学論文集，土木学会，Vol.33A, pp.53-62, 1986.3.
- 5) 馬場俊介・成岡昌夫：差分表示を用いる新しい構造解析法—Dynamic Relaxation Method の説明，土木学会誌，Vol.58, No.9, pp.50-56, 1973.8.
- 6) 三上市蔵：「差分表示を用いた板の非線形解析」への検討，土木学会論文報告集，No.265, pp.147-150, 1977.9.
- 7) Day, A.S. : An introduction to dynamic relaxation, Engineer, Vol.219, pp.218-221, Jan., 1965.
- 8) Otter, J.R.H. : Computations for prestressed concrete reactor pressure vessels using dynamic relaxation, Nuclear Structural Engineering, Vol.1, No.1, pp.61-75, 1965.
- 9) Otter, J.R.H. : Dynamic relaxation compared with other iterative finite difference methods, Nuclear Engineering and Design, Vol.3, No.1, pp.183-185, 1965.
- 10) Washizu, K. : Variation Method in Elasticity and Plasticity, 3rd., Pergamon Press, 1982.
- 11) 三上市蔵・福富孝泰・角 肇：円周方向面内荷重を受ける円筒パネルの非線形解析のための種々の理論，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，Vol.13, pp.353-358, 1989.7.
- 12) 三上市蔵・堂垣正博・米澤 博：補剛圧縮板実験の調査と強度簡易算定法の評価，土木学会論文報告集，No.334, pp.181-184, 1983.6.
- 13) Mikami, I., Miura Y., Matsumura, K., and Tanaka, K. : Useful techniques for dynamic relaxation method, Technology Reports of Kansai Univ., No.27, pp.187-200, 1986.3.
- 14) 西田 進・星名博文：溶接組立断面部材の残留応力推定とその自己つり合い条件式，土木学会論文報告集，No.340, pp.209-212, 1983.12.
- 15) Mikami, I., and Yonezawa, H. : Extrapolation technique for finite difference and element solutions, Theoretical and Applied Mechanics, Vol.25, Univ. of Tokyo Press, pp.567-578, 1977.
- 16) 小松定夫・北田俊行・宮崎清司：残留応力および初期たわみを有する圧縮板の弾塑性解析，土木学会論文報告集，No.244, pp.1-14, 1975.12.
- 17) 小松定夫・北田俊行：初期不整を有する圧縮板の極限強度特性に関する研究，土木学会論文報告集，No.270, pp.1-14, 1978-2.
- 18) 三上市蔵・森澤敬文：補剛円筒パネルの応力解析と設計法，構造工学論文集，Vol.32A, pp.303-312, 1986.3.
- 19) Jetteur, P., and Maquoi, R. : Largeur effective d'une tole courbe comprimée, Construction metallique, No.2, pp.51-57, 1984.2.
- 20) 福本嘯士（編）：座屈設計ガイドライン，土木学会，p.165, 1987.

(1989年10月2日受付)