

新綾部大橋における精度管理のための 斜材張力調整量の決定法

AN OPTIMUM CABLE FORCE ADJUSTMENT METHOD IN THE SHIN-AYABE BRIDGE

古川浩平*、熊谷紳一郎**、新井英雄***、春日昭夫***

By Kouhei FURUKAWA, Shin-ichiro KUMAGAI, Hideo ARAI and Akio KASUGA

During construction of cable-stayed bridges, strict control of camber and cable forces is required to suit the formation level and the stress distribution envisaged in the design. Although several optimization methods for such control have been proposed, the effect of creep deformation has not yet been taken into account in the optimization process not only in the proposed methods for steel girders but also in those for prestressed concrete girders. In this study, a formulation incorporating the effect of creep deformation has been presented as a problem of optimization based on minimum work criterion, which shows prominent efficiency for camber control and cable force adjustment in prestressed concrete cable-stayed bridges.

1. まえがき

新綾部大橋は、全長391.75mのうち一級河川由良川を渡河する240mの主径間部に、最大支間110mの3径間プレストレストコンクリート斜張橋（以下PC斜張橋）を採用しており、この構造では国内で初めて支間長100mを越えた本格的道路橋である。¹⁾²⁾

斜張橋は、荷重と斜材張力のバランスの上に成り立っている柔構造の橋梁であるために、施工時の様々な誤差が完成時におよぼす影響が大きい。さらに、PC斜張橋においては、斜材張力や主桁応力の残留誤差によるクリープ変形も考慮した形状管理を行う必要があるものと考えられる。

さて、斜張橋の精度管理における斜材張力調整量の決定法は、鋼橋の場合はニールセンローゼ橋の手法を基本にしたものが数例報告されている³⁾⁴⁾⁵⁾。これらの研究は、シム調整量あるいは張力とキャンパー誤差といった物理的意味の異なる変数を無次元化して単一目的として定式化しているため、一長一短があり問題が残る例も報告されている⁶⁾⁷⁾。これに対し、筆者の一人は満足化トレードオフ法を適用した多目的計画問題として定式化することによりこれらの問題の解決を試みている⁸⁾。

一方、PC斜張橋では、現在長大橋が数橋施工されていて、その斜材張力管理に対して最適化手法を用いている例がいくつか報告されている⁹⁾¹⁰⁾。しかし、これらの報告では、主桁のたわみ管理に関しては施工中に揚げ越し（キャンパー）量の修正を行っているものの、クリープ進行後のたわみ形状を最適化手法による管理の対象とはしていない。後述するように、クリープの影響が大きなPC斜張橋においては、クリープを考慮して揚げ越しの修正量を決める必要があるものと考えられる。

* 正会員 工博 山口大学教授 工学部土木工学科 (755 山口県宇部市常盤台2557)

** 正会員 住友建設株式会社土木部設計第二課副課長 (160 東京都新宿区荒木町13-4)

*** 正会員 住友建設株式会社 土木部 設計第二課 (160 東京都新宿区荒木町13-4)

精度管理の対象となる項目として、鋼斜張橋の場合はケーブル張力の残留誤差、キャンバーの残留誤差、シム調整量、そしてシム調整箇所数が挙げられる⁸⁾。これに対してPC斜張橋の場合は斜材を引き込む際に斜材張力を圧管理により導入することが多いため、鋼斜張橋で言うところのケーブル長の誤差はかなりのところ低減できる。また、PC斜張橋では設計で構造系の完成前あるいは完成後に張力調整を行うように規定している場合が多く、この場合は調整箇所数の減少も絶対的な条件でなくなる。これらのことを考え合わせるとPC斜張橋の精度管理に関する主要な項目は、主桁のたわみ形状と斜材張力調整量になる。

次に鋼斜張橋とPC斜張橋が異なるもう1つの点はクリープの影響である。一般にクリープが見かけの剛性低下であるため、クリープにより導入した斜材張力が減少し、変形が増大するように変化する。PC斜張橋は、設計で決定された斜材張力に対して揚げ越し量を求めるのであるが、斜材張力の残留誤差が存在すると、それに伴うたわみ、張力のクリープによる変化が付加される。よって、これを考慮して張力調整量を決定しないと最終的に管理目標に収まらない場合が起こり得る。このことは換言すればPC斜張橋のクリープ特性を利用することで、残留応力が小さくなるような斜材張力調整が行える可能性があることを意味する。したがって、この特性を積極的に利用した精度管理手法を構築すべきであるが、今までにこういったことを取り入れた研究は行われていない。

上記のことを考えて、精度管理システムを構築する場合、目的関数を何にするかが問題となる。鋼斜張橋の多くは、シム調整量の二乗和を主な目的関数とし、形状や張力誤差を制約条件としている。シム調整量を目的関数とした場合、収束性は良好であるが、精度管理の本来の目的である形状誤差や張力誤差の最小化は制約条件という形で二次的に満足される。仮に、PC斜張橋にこの手法を応用した場合、目的関数に桁の残留応力を小さくする性質がないため、最適な斜材張力調整が行えるかどうか疑問が残る。また、こういった定式化では、PC斜張橋に特有なクリープの影響を考慮することが難しい。

そこで、目的関数として斜材が主桁・主塔に対して付加的に行う仕事量を導入する。その仕事量はひずみエネルギーと等価なものであり、これを最小化することによって斜材張力調整による主桁・主塔の残留応力を最小限に抑え、かつ、平滑化することを企図する。この考え方は主桁の剛性が高く、クリープによる変形が生じるPC斜張橋には特に有効と思われる。この定式化では斜材張力調整量がたわみの残留誤差の一次式で表せることから、張力調整量とたわみの変化量の積である仕事量は、たわみの残留誤差の二次式となり、二次形式の非線形計画法が有効に利用できる。また、各調整段階の仕事量を斜材毎に累計した仕事量の影響マトリックスを定義することにより、調整中に過大な主桁応力が発生するのを防ぐこともでき、クリープの影響を定式化に取り入れることが容易となる。

新綾部大橋の精度管理においては、斜材張力とたわみの残留誤差を制約条件とした仕事量最小規準によって最適斜材張力調整量を決定することにより、効率よくたわみ形状を修正することができた。以下に、本手法の理論の誘導と実橋における調整結果を述べることとする。

2. 仕事量最小規準による最適化

(1) クリープによる張力およびたわみの変化量

筆者らは、文献11)においてPC斜張橋のクリープの定式化と特徴を示した。本研究においても、精度管理における斜材張力調整量に対するクリープの影響の定式化を行うため、クリープ歪に関する次の式を用いる¹²⁾。

$$\Delta \varepsilon = -\frac{\sigma_0}{E} \varphi + \frac{\Delta \sigma}{E} \cdot \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $\Delta \varepsilon$ はクリープ発生歪、 σ_0 は初期応力、 $\Delta \sigma$ はクリープにより発生する応力、 E は弾性定数、 φ はクリープ係数である。

クリープ式としては式(1)の他にも提案された式がいくつかあるが¹³⁾¹⁴⁾、これは Trost の式¹⁴⁾

$$\Delta \varepsilon_{\varphi} = -\frac{\sigma_0}{E} \varphi + \frac{\Delta \sigma}{E} (1 + \rho \varphi) \quad \dots\dots\dots (2)$$

においてレラクセーション係数 ρ を

$$\rho = \frac{1}{1 - e^{-\varphi}} - \frac{1}{\varphi} \quad \dots\dots\dots (3)$$

としたもので、式(2)の右辺第2項の中に弾性ひずみとクリープひずみを含んでいる。本研究は、クリープが終了した時点で形状や張力が管理限界内に収まるよう斜材調整量を決定することを目的としているため、クリープ変化の経時特性よりクリープ進行後の定量的な把握が必要となる。また、本研究の目的は、PC斜張橋の精度管理にクリープの影響をいかに取り入れるかということと、仕事量最小規模の有効性を確認することにある。これらの理由から、最終時の状態を十分近似することができ、逐次積分の必要がないため解析的に展開しやすいこの式を本研究ではクリープ式として採用する。

なお、PC斜張橋では遅れ弾性ひずみによる回復クリープを考慮する必要があるという指摘もあるが¹⁵⁾ 式(1)において

$$E = \frac{E}{1 + \varphi_v}, \quad \varphi' = \frac{\varphi_f}{1 + \varphi_v} \quad \dots\dots\dots (4)$$

とすることによりその影響を考慮できる¹²⁾。ここに φ_v は遅れ弾性ひずみによるクリープ係数、 φ_f はフローひずみによるクリープ係数である。これは、Rüsch らが遅れ弾性ひずみが通常の弾性ひずみと同様に、瞬時に生じるとして解析している¹⁴⁾ ことと同じである。

斜材のクリープ係数を零、主塔・主桁のコンクリート部材の φ を一定とすると、斜材張力変化量 $\{P_{\varphi'}\}$ は斜材位置の適合条件より式(1)を用いて次のように表わされる。

$$\{P_{\varphi'}\} = ([1] + \frac{1 - e^{-\varphi}}{\varphi} [G]^{-1} [S])^{-1} (\{P_L\} - \{P_0\}) (1 - e^{-\varphi}) \quad \dots (5)$$

ただし、

$$\{P_L\} = -[G]^{-1} \{D_0\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $[S]$ は単位張力による斜材の伸び量、 $\{D_0\}$ は持続荷重による斜材方向の主桁・主塔相対変位、 $[G]$ は単位張力による斜材方向の主桁・主塔相対変位、 $\{P_0'\}$ は $t=0$ での斜材張力、 $[P_{\varphi'}]$ はクリープによる斜材張力変化量、 $[1]$ は単位行列である。

いま、精度管理における張力調整量を $\{\Delta P_0^*\}$ 、設計での斜材張力を $\{P_0\}$ とすると、 $\{P_0'\} = \{P_0\} + \{\Delta P_0^*\}$ である。よって式 (5)は

$$[B] = ([1] + \frac{1 - e^{-\varphi}}{\varphi} [G]^{-1} [S]^{-1}) \quad \dots\dots\dots (7)$$

として次式となる。

$$\begin{aligned} \{P_{\varphi'}\} &= [B] (\{P_L\} - \{P_0\} - \{\Delta P_0^*\}) (1 - e^{-\varphi}) \\ &= [B] (\{P_L\} - \{P_0\}) (1 - e^{-\varphi}) - [B] \{\Delta P_0^*\} (1 - e^{-\varphi}) \quad \dots (8) \end{aligned}$$

式(8)の右辺第1項は設計で仮定したクリープによる張力変化量なので、張力調整による変化量 $\{\Delta P_{\varphi}\}$ は次式で表される。

$$\{\Delta P_{\varphi}\} = -[B] \{\Delta P_0^*\} (1 - e^{-\varphi}) \quad \dots\dots\dots (9)$$

さらに、クリープによる斜材方向の主桁・主塔相対変位量を $\{D_{\varphi}\}$ とすると式 (1)より

$$\{D_{\varphi'}\} = (\{D_0\} + [G] \{P_0\}) \varphi + [G] \{P_{\varphi'}\} \frac{\varphi}{1 - e^{-\varphi}} \quad \dots\dots\dots (10)$$

式(5)を代入して

$$\{D_{\varphi'}\} = (\{D_0\} + [G] \{P_0'\}) \varphi + [G] [B] (\{P_L\} - \{P_0'\}) \varphi \quad \dots\dots (11)$$

$\{P_0'\} = \{P_0\} + \{\Delta P_0^*\}$ だから

$$\{D\varphi\} = (\{D_0\} + [G] \{P_0\}) \varphi + [G] [B] (\{P_L\} - \{P_0\}) \varphi + [G] \{\Delta P_0^*\} \varphi - [G] [B] \{\Delta P_0^*\} \varphi \dots\dots\dots (12)$$

式(12)の第1、2項は設計で仮定したクリープによる変形量なので、張力調整による変形量 $\{\Delta D\varphi\}$ は次式で表わされる。

$$\{\Delta D\varphi\} = [G] ([I] - [B]) \{\Delta P_0^*\} \varphi \dots\dots\dots (13)$$

なお、張力調整量 $\{\Delta P_0^*\}$ は斜材のある構造系での斜材張力の導入量を $\{\Delta P_0\}$ とすると、それに斜材張力の影響マトリックス $[T]$ を乗じたものであり、次式で表される。

$$\{\Delta P_0^*\} = [T] \{\Delta P_0\} \dots\dots\dots (14)$$

(2) 仕事量の影響マトリックス

クリープ進行前における i 番目の斜材位置の変位履歴を考えると、その位置の斜材の張力調整による変位（外的な力による仕事）と、それ以外の斜材の張力調整による変位（内的な力による仕事）とに分けられる。そして各段階の斜材張力とその時の変位量の積を累計したものが、本研究で言うところの仕事量である。

斜材のある構造系における主桁主塔相対変位の影響マトリックスを $[A_E]$ とすると、 i 点における仕事量 U_i は次式で表される。

$$U_i = A_{Ei1} T_{i1} \Delta P_{01}^2 + A_{Ei2} T_{i2} \Delta P_{02}^2 + \dots\dots + A_{Eii} T_{ii} \Delta P_{0i}^2 + \dots\dots + A_{Ein} T_{in} \Delta P_{0n}^2 \dots\dots\dots (15)$$

ここで、仕事量の影響マトリックス $[E_E]$ として次のような対角マトリックスを定義する。

$$[E_E] = \begin{bmatrix} E_{E1} & & & 0 \\ & E_{E2} & & \\ & & E_{Ei} & \\ 0 & & & E_{En} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (16)$$

$$\text{ただし、} E_{Ei} = A_{Ei1} T_{i1} + A_{Ei2} T_{i2} + \dots\dots + A_{Eii} T_{ii} + \dots\dots + A_{Eni} T_{ni} \dots\dots\dots (17)$$

であり、これは式(15)における各項の影響値の積を要素としたマトリックスで、列要素を加えたものである。

また、外的な力による仕事量の影響マトリックスとして、同様に次のような対角マトリックス $[E_{Eex}]$ を定義する。

$$[E_{Eex}] = \begin{bmatrix} A_{E11} T_{11} & & & 0 \\ & A_{E22} T_{22} & & \\ & & A_{Eii} T_{ii} & \\ 0 & & & A_{Enn} \cdot T_{nn} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (18)$$

以上、弾性変形における仕事量の影響マトリックスを定義したが、同じ考えがクリープによる変形の場合でもあてはまる。

式(9)、式(13)で $\{\Delta P_0^*\}$ を単位張力とすると、以下の式(20)のようにそれぞれ、クリープによる張力、変位の変化量の影響マトリックスとなる。したがって、クリープによる変形における仕事量の影響マトリックス $[E_\varphi]$ として、次のような対角マトリックスを定義する。

$$[E_\varphi] = \begin{bmatrix} E_{\varphi 1} & & & 0 \\ & E_{\varphi 2} & & \\ & & E_{\varphi 1} & \\ 0 & & & E_{\varphi n} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (19)$$

ただし、

$$[B'] = -(1 - e^{-\varphi}) [B], [A\varphi] = \varphi [G] ([I] - [B]) \dots\dots\dots (20)$$

とすると、

$$E_{\varphi i} = A_{\varphi 1i} B'_{1i} + A_{\varphi 2i} B'_{2i} + \dots\dots + A_{\varphi ii} B_{ii} \\ + \dots\dots + A_{\varphi ni} B'_{ni} \dots\dots\dots (21)$$

である。

(3) 目的関数の定式化

斜材張力の導入量は、主桁たわみの残留誤差 $\{\varepsilon\}$ を用いて次式のように表される。

$$\{\Delta P_0\} = [A_{Ey}]^{-1} (\{\delta_0\} + \{\varepsilon\}) \dots\dots\dots (22)$$

ただし、 $[A_{Ey}]$ は斜材のある構造系における主桁の鉛直方向変位の影響マトリックス $\{\delta_0\}$ は施工誤差である。なお、本研究で言うところのたわみの施工誤差とは、設計時に考慮した揚げ越し量を加えた橋面の計画高からの差を意味している。また、揚げ越し量とは、死荷重およびクリープ・乾燥収縮によるたわみ量の符号を逆にした値である。

ここで、PC斜張橋の精度管理で考察する必要があると考えられる、以下のような4つの規準による目的関数を導入する。

規準Ⅰ：斜材張力の導入量の二乗和を最小にする最適性規準

規準Ⅱ：張力調整量による仕事量を最小にする最適性規準

規準Ⅲ：張力調整およびクリープ変化（張力の施工誤差によるものを含む）による仕事量を最小にする最適性規準

規準Ⅳ：斜材張力の導入力による仕事量を最小にする最適性規準

規準Ⅰは従来鋼斜張橋で用いられた、シム量の二乗和と等価のもので、規準Ⅱ～Ⅳが本研究で提示する最適性規準である。規準Ⅱはクリープ進行前までの弾性変形による仕事量を、規準Ⅲはクリープ終了時までの主桁・主塔のエネルギー変化量を、さらに、規準Ⅳは斜材調整によって斜材を含んだ構造系全体のエネルギー変化量をそれぞれ最小にするものである。以下各々について定式化を行う。

a) 規準Ⅰ

斜材張力の導入量の二乗和は次式で表わされる。

$$UI = \{\Delta P_0\}^T \{\Delta P_0\} \rightarrow \min \dots\dots\dots (23)$$

上式に式(22)を代入して展開すると次式となる。

$$UI = (\{\delta_0\} + \{\varepsilon\})^T [A_{Ey}]^{-T} [A_{Ey}]^{-1} (\{\delta_0\} + \{\varepsilon\}) \\ = \{\varepsilon\}^T [A_{Ey}]^{-T} [A_{Ey}]^{-1} \{\varepsilon\} + 2 \{\delta_0\}^T [A_{Ey}]^{-T} [A_{Ey}]^{-1} \{\varepsilon\} \\ + \{\delta_0\}^T [A_{Ey}]^{-T} [A_{Ey}]^{-1} \{\delta_0\} \dots\dots\dots (24)$$

b) 規準Ⅱ

張力調整量による仕事量は次式で表わされる。

$$UII = ([E_E] \{\Delta P_0\})^T \{\Delta P_0\} \\ = \{\Delta P_0\}^T [E_E]^T \{\Delta P_0\} \rightarrow \min \dots\dots\dots (25)$$

式(22)を代入して展開すると次式のようになる。

$$UII = (\{\delta_0\} + \{\varepsilon\})^T [A_{Ey}]^{-T} [E_E]^T [A_{Ey}]^{-1} (\{\delta_0\} + \{\varepsilon\}) \\ = \{\varepsilon\}^T [A_{Ey}]^{-T} [E_E]^T [A_{Ey}]^{-1} \{\varepsilon\} + 2 \{\delta_0\}^T [A_{Ey}]^{-T} [E_E]^T [A_{Ey}]^{-1} \{\varepsilon\} \\ + \{\delta_0\}^T [A_{Ey}]^{-T} [E_E]^T [A_{Ey}]^{-1} \{\delta_0\} \dots\dots\dots (26)$$

c) 規準Ⅲ

張力調整およびクリープ変化による仕事量は次式で表される。

$$\begin{aligned}
 U_{III} &= ([E_E] \{ \Delta P_0 \})^T \{ \Delta P_0 \} \\
 &\quad - \{ [E\varphi] ([T] \{ \Delta P_0 \} + \{ \Delta P_{C0} \}) \}^T ([T] \{ \Delta P_0 \} + \{ \Delta P_{C0} \}) \\
 &= \{ \Delta P_0 \}^T ([E_E]^T - [T]^T [E\varphi]^T [T]) \{ \Delta P_0 \} \\
 &\quad - 2 \{ \Delta P_{C0} \}^T [E\varphi]^T [T] \{ \Delta P_0 \} - \{ \Delta P_{C0} \}^T [E] \{ \Delta P_{C0} \} \\
 &\qquad \qquad \qquad \rightarrow \min \dots\dots\dots (27)
 \end{aligned}$$

ここに、 $\{ \Delta P_{C0} \}$ は斜材張力の施工誤差である。ここで、クリープ変化の項に負の符号を付けたのは、張力調整による仕事とクリープ変化による仕事の符号が異なるためである。式(27)の () 内を $[E]$ として式(22)を代入すると次式のようにになる。

$$\begin{aligned}
 U_{III} &= \{ \varepsilon \}^T [A_{Ey}]^{-T} [E]^T [A_{Ey}]^{-1} \{ \varepsilon \} \\
 &\quad + (2 \{ \delta_0 \}^T [A_{Ey}]^{-T} [E]^T [A_{Ey}]^{-1} - 2 \{ \Delta P_{C0} \}^T [E\varphi]^T [T] \\
 &\quad [A_{Ey}]^{-1}) \{ \varepsilon \} + \{ \delta_0 \}^T [A_{Ey}]^{-T} [E]^T [A_{Ey}]^{-1} \{ \delta_0 \} \\
 &\quad - 2 \{ \Delta P_{C0} \}^T [E\varphi]^T [T] [A_{Ey}]^{-1} \{ \delta_0 \} \\
 &\quad - \{ \Delta P_{C0} \}^T [E\varphi]^T \{ \Delta P_{C0} \} \dots\dots\dots (28)
 \end{aligned}$$

d) 規準Ⅳ

斜材張力の導入力による仕事量は次式で表される。

$$\begin{aligned}
 U_{IV} &= ([E_{Eex}] \{ \Delta P_0 \})^T \{ \Delta P_0 \} \\
 &= \{ \Delta P_0 \}^T [E_{Eex}]^T \{ \Delta P_0 \} \rightarrow \min \dots\dots\dots (29)
 \end{aligned}$$

式(22)を代入して展開すると次式のようにになる。

$$\begin{aligned}
 U_{IV} &= (\{ \delta_0 \} + \{ \varepsilon \})^T [A_{Ey}]^{-T} [E_{Eex}]^T [A_{Ey}]^{-1} (\{ \delta_0 \} + \{ \varepsilon \}) \\
 &= \{ \varepsilon \}^T [A_{Ey}]^{-T} [E_{Eex}]^T [A_{Ey}]^{-1} \{ \varepsilon \} \\
 &\quad + 2 \{ \delta_0 \}^T [A_{Ey}]^{-T} [E_{Eex}]^T [A_{Ey}]^{-1} \{ \varepsilon \} \\
 &\quad + \{ \delta_0 \}^T [A_{Ey}]^{-T} [E_{Eex}]^T [A_{Ey}]^{-1} \{ \delta_0 \} \dots\dots\dots (30)
 \end{aligned}$$

以上の各規準で計算される $\{ \varepsilon \}$ は弾性変形分だけなので、クリープ変形終了時の $\{ \varepsilon_{E+\varphi} \}$ は次式により求める。

$$\begin{aligned}
 \{ \varepsilon_{E+\varphi} \} &= \{ \varepsilon \} + [A\varphi] [T] \{ \Delta P_0 \} \\
 &= \{ \varepsilon \} + [A\varphi] [T] [A_{Ey}]^{-1} (\{ \delta_0 \} + \{ \varepsilon \}) \dots\dots\dots (31)
 \end{aligned}$$

以上のように目的関数は、 $\{ \varepsilon \}$ に関する2次式となるため最適化に当たっては2次計画法を用いる。

(4) 制約条件

たわみの許容残留誤差と斜材張力残留誤差の上下限制約を $t = \infty$ 時、つまりクリープ進行後で設ける。そして、斜材張力の施工誤差を張力調整量と考え、それぞれの制約条件に組み込むものとする。

a) たわみの許容残留誤差の上下限制約

クリープ終了時における $\{ \varepsilon \}$ の上下限制約は次式のようにになる。

$$\{ \varepsilon_{min} \} \leq \{ \varepsilon_{E+\varphi} \} \leq \{ \varepsilon_{max} \} \dots\dots\dots (32)$$

ただし、 $\{ \varepsilon_{min} \}$ 、 $\{ \varepsilon_{max} \}$ は主桁のたわみの許容残留誤差である。式(31)を式(32)に代入し、斜材張力の施工誤差の $\{ \Delta P_{C0} \}$ を考慮すると許容残留誤差の上下限制約は次のように表される。

$$\begin{aligned}
 \{ \varepsilon_{min} \} &- [A\varphi] ([T] [A_{Ey}]^{-1} \{ \delta_0 \} + \{ \Delta P_{C0} \}) \\
 &\leq ([I] + [A\varphi] [A_{Ey}]^{-1}) \{ \varepsilon \} \\
 &\leq \{ \varepsilon_{max} \} - [A\varphi] ([T] [A_{Ey}]^{-1} \{ \delta_0 \} + \{ \Delta P_{C0} \}) \dots\dots\dots (33)
 \end{aligned}$$

b) 斜材張力残留誤差の上下限制約

クリープ進行後における斜材張力の許容残留誤差を次式で定義する。

$$\{\Delta P_{0\min}\} \leq [T] \{\Delta P_0\} + \{\Delta P_\varphi\} \leq \{\Delta P_{0\max}\} \quad (34)$$

これに、斜材張力の施工誤差 $\{\Delta P_{00}\}$ の影響を入れると次式になる。

$$\begin{aligned} \{\Delta P_{0\min}\} &\leq [T] \{\Delta P_0\} + \{\Delta P_\varphi\} + \{\Delta P_{00}\} + \{\Delta P_{00}\varphi\} \\ &\leq \{\Delta P_{0\max}\} \end{aligned} \quad (35)$$

ただし、 $\{\Delta P_{00}\varphi\}$ は斜材張力の施工誤差のクリープによる変化量であり、

$$\{\Delta P_{00}\varphi\} = -[B] (1 - e^{-\varphi}) \{\Delta P_{00}\} \quad (36)$$

である。そして、式(9)、(22)を代入すると式(35)は次のようになる。

$$\begin{aligned} \{\Delta P_{0\min}\} - \{[T] - [B] [T] (1 - e^{-\varphi})\} [A_{EY}]^{-1} \{\delta_0\} \\ - \{[I] - [B] (1 - e^{-\varphi})\} \{\Delta P_{00}\} \\ \leq \{[T] - [B] [T] (1 - e^{-\varphi})\} [A_{EY}]^{-1} \{\epsilon\} \\ \leq \{\Delta P_{0\max}\} - \{[T] - [B] [T] (1 - e^{-\varphi})\} [A_{EY}]^{-1} \{\delta_0\} \\ - \{[I] - [B] (1 - e^{-\varphi})\} \{\Delta P_{00}\} \end{aligned} \quad (37)$$

(5) 2斜材モデルでの数値計算例と考察

図-1に計算に用いた2斜材モデルを示す。断面諸値は次の通りである。主桁の断面2次モーメント $I = 0.50 \text{ m}^4$, 断面積 $A = 4.0 \text{ m}^2$, 弾性定数 $E = 3.5 \times 10^6 \text{ t/m}^2$, 線膨張係数 $\alpha = 10 \times 10^{-6}$, 斜材の $A = 0.01 \text{ m}^2$, $E = 2.0 \times 10^7 \text{ t/m}^2$, $\alpha = 12 \times 10^{-6}$ である。また、クリープ係数は $\varphi = 2.0$ とし、たわみの施工誤差 $\{\delta_0\} = [10.0 \text{ mm}, 15.0 \text{ mm}]^T$ 、たわみの許容残留誤差は $\epsilon = \pm 10.0 \text{ mm}$ とする。修正すべき張力誤差は、Case-1が $\{\Delta P_{co}\} = [10.0 \text{ t}, 10.0 \text{ t}]^T$ 、Case-2が $\{\Delta P_{co}\} = [-10.0 \text{ t}, -10.0 \text{ t}]^T$ 、Case-3が $\{\Delta P_{co}\} = [10.0 \text{ t}, -10.0 \text{ t}]^T$ 、張力の許容残留誤差は $\pm 8.0 \text{ t}$ とし、張力調整は、S1、S2の順で行うものとする。

図-2～4に各測点の変位履歴を、表-1に各調整毎の両斜材張力の残留誤差、表-2にクリープ進行前 ($t=0$) およびクリープ進行後 ($t=\infty$)での曲げモーメントの残留誤差を示す。ただし、斜材張力は施工誤差 $\{\Delta P_{co}\}$ を含んだ値である。

Case-1は、調整前のS1、S2とも斜材張力がはいり過ぎているので、張力調整でゆるめるような解が得られている。この後、クリープにより張力がぬける方向、つまり、桁が上がるように変形するため、張力調整はこれを見込んだものとなり、張力調整時の変位は許容値よりかなり小さくなっている。しかし、クリープ進行後ではこれらの変位はいずれも許容値に収束している。規準Ⅰ、規準Ⅱ、Ⅳはいずれも同じ最適解で両測点の変位がともにアクティブとなっているが、規準Ⅲは測点2の変位のみがアクティブで、かつ図-2や表-1からわかるようにたわみや応力の残留誤差が4規準の中で最も小さく、他の規準に比べ有効であることがわかる。

Case-2はCase-1の逆で、たわみの施工誤差の方向と、斜材張力の施工誤差を小さくするように張力調整を行った時の変形方向が同じであるため、Case-1に比べ厳しい条件下での例といえる。この場合はクリープにより張力が導入される方向、つまり、桁が下がるように変形するため、この影響をいかに取り入れるかが問題となる。厳しい条件下での最適化であるため、規準Ⅰ～Ⅳで解にはほとんど差がないが、Case-1同様、規準Ⅲは他に比べて残留誤差が小さくなっている。

Case-3は、斜材張力の施工誤差がS1、S2で逆の場合である。Case-1に比べS2の施工誤差が逆であるため、規準ⅢではS1を大幅にゆるめることで斜材張力の残留誤差を打ち消しクリープ変形による仕事を減している。このケースでも規準

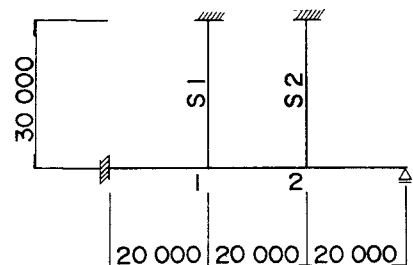


図-1 計算に用いた2斜材モデル

Ⅲは他に比べて残留誤差が最も小さくなる。

また、張力の施工誤差がCase-3と逆の場合は、最も厳しい条件となるため全ケース同じ最適解になり、両側点の変位がともにアクティブな解が得られる。

これらの例により次のことが言える。つまり、変形誤差の修正方向と張力誤差の修正方向が同じであり、かつ、アクティブでない点は、規準Ⅲで最適化を行うとクリープ変化による仕事量も含めて最小化するため、弾性変形による調整が大きくなり結果的にたわみの残留誤差が小さくなるのである。

このように、PC斜張橋では斜材張力の施工誤差が除去できない以上、それによるクリープ変形も取り入れた張力調整を行わないと適切な精度管理が行えないことがわかる。

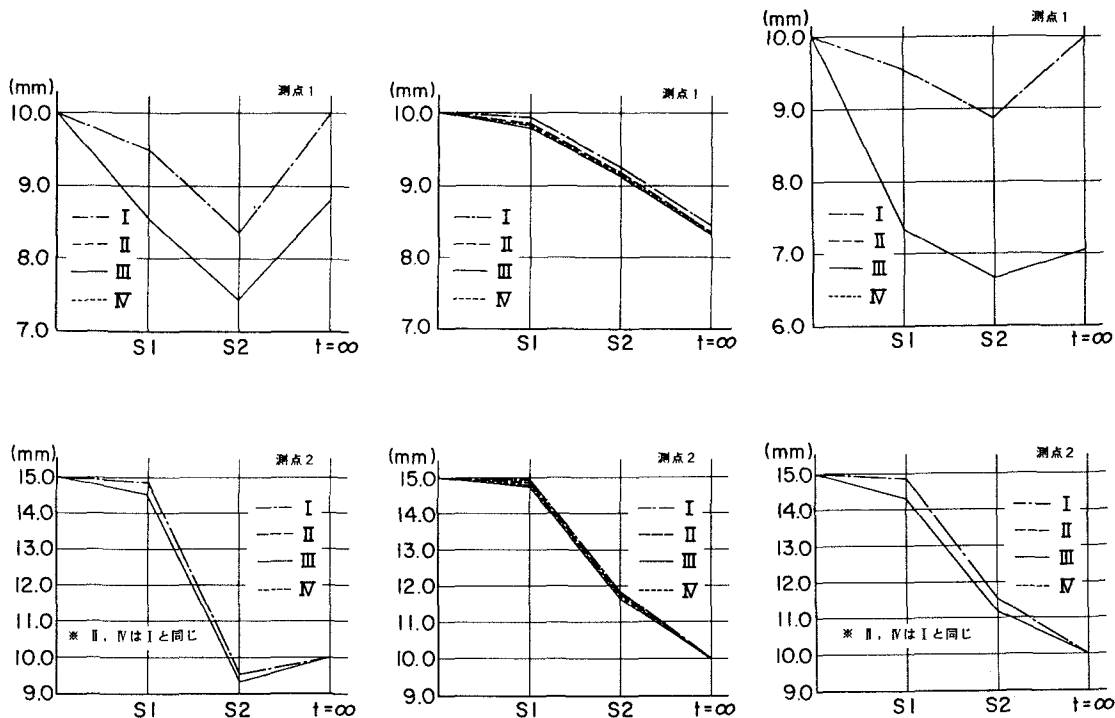


図-2 Case-1の変位履歴

図-3 Case-2の変位履歴

図-4 Case-3の変位履歴

表-1 張力調整による斜材張力の残留誤差 (t)

斜材番号		S 1				S 2			
		調整前	S1	S2(t=0)	t=∞	調整前	S1	S2(t=0)	t=∞
ケース 1	規準Ⅰ	10.00	8.18	15.83	4.64	10.00	10.92	1.84	-1.02
	規準Ⅱ	10.00	8.18	15.83	4.64	10.00	10.92	1.84	-1.02
	規準Ⅲ	10.00	5.04	12.57	3.49	10.00	12.52	3.58	-0.32
	規準Ⅳ	10.00	8.18	15.83	4.64	10.00	10.92	1.84	-1.02
ケース 2	規準Ⅰ	-10.00	-10.25	-5.70	-0.33	-10.00	-9.87	-15.27	-3.02
	規準Ⅱ	-10.00	-10.47	-5.93	-0.41	-10.00	-9.76	-15.15	-2.98
	規準Ⅲ	-10.00	-10.54	-6.00	-0.44	-10.00	-9.73	-15.11	-2.96
	規準Ⅳ	-10.00	-10.49	-5.96	-0.42	-10.00	-9.75	-15.14	-2.97
ケース 3	規準Ⅰ	10.00	8.44	13.27	5.40	-10.00	-9.21	-14.95	-4.69
	規準Ⅱ	10.00	8.44	13.27	5.40	-10.00	-9.21	-14.95	-4.69
	規準Ⅲ	10.00	0.80	5.34	2.61	-10.00	-5.33	-10.72	-2.98
	規準Ⅳ	10.00	8.44	13.27	5.40	-10.00	-9.21	-14.95	-4.69

表-2 クリープ進行前・進行後の曲げモーメントの残留誤差 (tm)

斜材番号		断面 1		断面 2	
		t=0	t=∞	t=0	t=∞
ケース 1	規準Ⅰ	-95.2	-26.7	-66.0	-3.1
	規準Ⅱ	-95.2	-26.7	-66.0	-3.1
	規準Ⅲ	-77.1	-20.4	-74.3	-7.0
	規準Ⅳ	-95.2	-26.7	-66.0	-3.1
ケース 2	規準Ⅰ	45.1	4.2	175.3	32.3
	規準Ⅱ	46.3	4.6	174.7	32.1
	規準Ⅲ	46.8	4.8	174.5	32.0
	規準Ⅳ	46.5	4.7	174.6	32.0
ケース 3	規準Ⅰ	-67.6	-28.5	115.7	32.6
	規準Ⅱ	-67.6	-28.5	115.7	32.6
	規準Ⅲ	-23.7	-13.2	95.4	23.2
	規準Ⅳ	-67.6	-28.5	115.7	32.6

3. 新綾部大橋における実施例

図-5に、計算で用いた新綾部大橋の構造モデルを示す。計算にあたって、主桁の断面2次モーメント

$I = 4.587\text{m}^4$, 断面積 $A = 5.700\text{m}^2$, 弾性定数 $E = 3.5 \times 10^6 \text{ t/m}^2$, 主塔の $I = 6.106 \sim 72.744\text{m}^4$, $A = 11.231 \sim 23.648\text{m}^2$, $E = 2.85 \times 10^6 \text{ t/m}^2$, 斜材の $A = 0.0142 \sim 0.0205 \text{ m}^2$, $E = 2.05 \times 10^7 \text{ t/m}^2$ とする。クリープ係数は $\mu = 1.5$ とし、たわみの許容誤差はクリープ終了時において $\pm 25.0 \text{ mm}$, 調整順序は、 $K_5, K_6, \dots, K_1, K_{10}$ の順で10回行う。また、斜材張力の制約条件は、設計値の $\pm 5.0 \%$ とする。

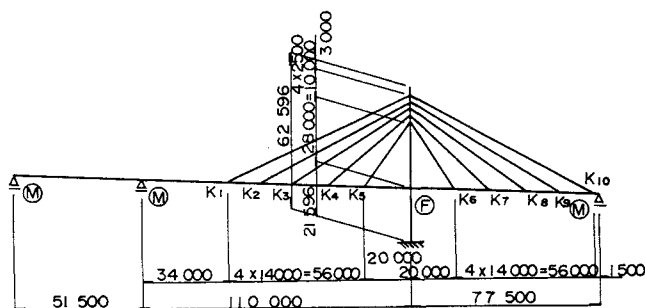


図-5 構造モデル

図-6～9に各規準の $\{\Delta P_0^*\}$ による

クリープ進行前、進行後の計算結果を示す。図-6～9の(a)より、右スパンのたわみの残留誤差はクリープによる変化が小さいが、左スパンはクリープにより下方にたわみクリープ進行後に許容値内に収まっている。中でも規準Ⅲによる残留誤差がわずかではあるが最も小さい。このように2斜材モデルと同様、PC斜張橋におけるクリープの影響は大きく、その精度管理では、クリープの影響を十分に考慮する必要がある。

図-6～9の(b)に示す $\Delta P^*/P$ を見てみると、仕事量最小規準の中でも、規準Ⅱ、Ⅳは規準Ⅰと同じような傾向を示しており、規準Ⅲによる残留誤差が最も小さい。一方規準Ⅰはアクティブな測点である K_9 の調整量が大きい。これは、目的関数が斜材張力調整量の2乗和の最小化であるため、張力調整量がこの点に集中したことに起因する。

また、規準Ⅱ、Ⅳは、規準Ⅰに比べ張力調整が他の斜材に分散しているものの、張力調整量による仕事量の最小化であるため、残留誤差をあまり小さくすることができない。しかし、規準Ⅲは斜材張力の施工誤差によるクリープ変化を考慮することにより、残留誤差が4規準の中で最も小さい解を得ることができる。これは、クリープ変化をも含めた仕事量を最小化することにより、クリープ変形を小さくするような、つまり、施工誤差を打ち消す張力調整を、アクティブな測点に影響が少ない下段の斜材で行っているためである。したがって規準ⅢはPC斜張橋の有している特性をうまく利用した最適化が行えること

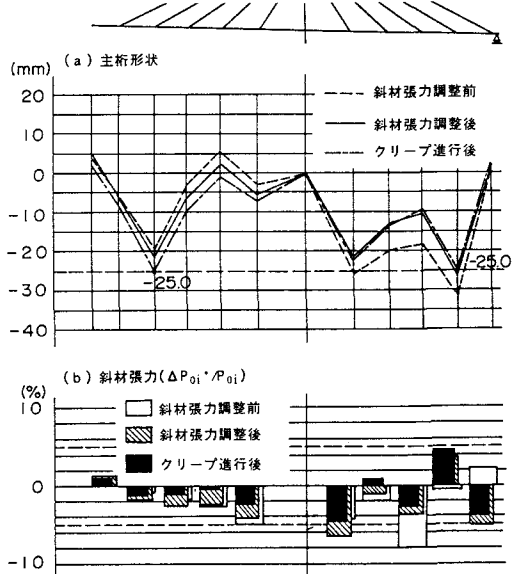


図-6 規準Ⅰによる計算結果

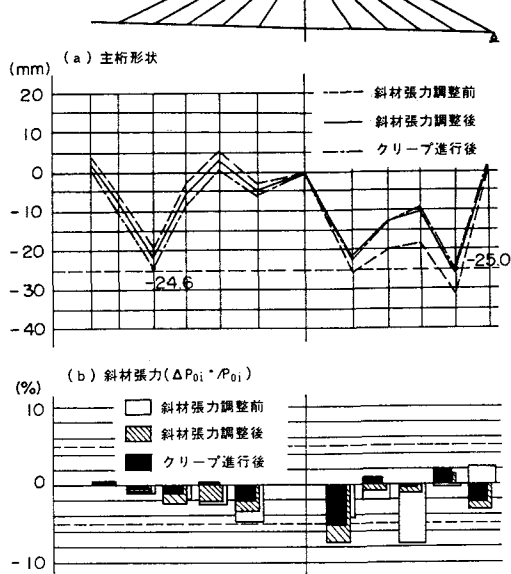


図-7 規準Ⅱによる計算結果

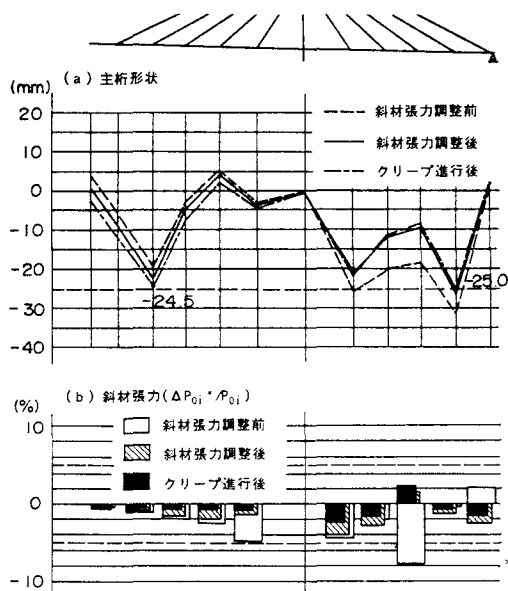


図-8 規準Ⅲによる計算結果

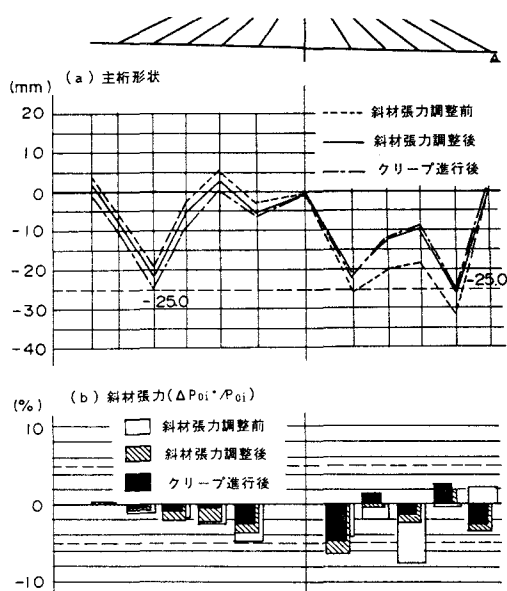


図-9 規準Ⅳによる計算結果

を示しているといえる。

図-10に示す橋脚の曲げモーメントは直接目的関数や制約条件に入っていないが、仕事量最小規準を用いるとその曲げモーメントが小さくなることがわかる。

また、図-11は測点8の変位履歴で6回目にK₈斜材の調整を行っている。規準Ⅰに比べ仕事量最小規準の方が他のケーブルも有効に利用して効率の良い調整を行っており、特に規準Ⅲはその傾向が著しい。これは、外的な力による応力を打ち消す内的な力、つまり、他の部分の斜材調整による影響を有効に取り入れて残留誤差を減しているためで、調整中に過大な応力が発生するのを防ぐのに有効であるといえる。

以上のように、新綾部大橋の精度管理は、仕事量最小規準、特にクリープ変形によるものも含めた規準Ⅲが最も適当と考えられるため、この最適性規準を用いて斜材張力調整を行った。

4. まとめ

本研究はPC斜張橋の特性をふまえた仕事量最小規準による精度管理手法を提案し、新綾部大橋への適用を通して従来からよく用いられてきた目的関数と比較検討したものである。その結果は次のようにまとめられる。

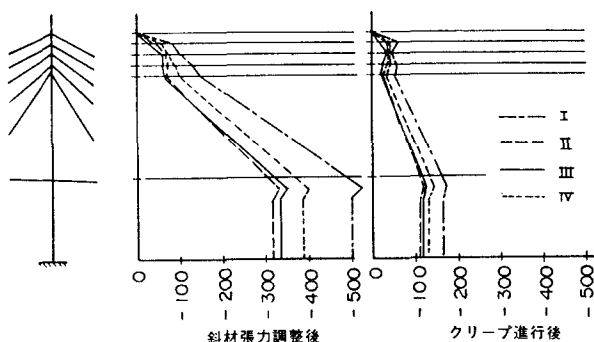


図-10 張力調整による橋脚・主塔曲げモーメント(t・m)

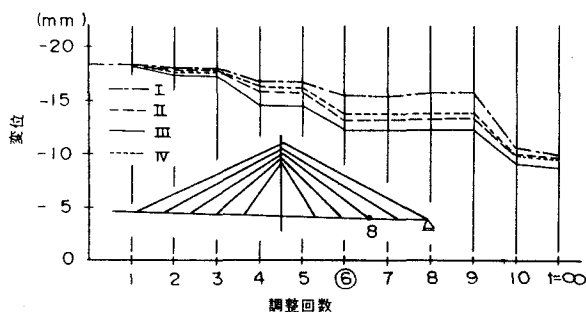


図-11 測点8の変位履歴

- (1) PC斜張橋の精度管理で対象とする主な項目を、施工法、設計上の仮定などから、主桁のたわみ形状と斜材張力調整量とした場合、仕事量を目的関数とし、斜材張力およびたわみ形状を制約条件として取り扱うことにより単一目的の最適化問題として定式化できることを示した。
- (2) 張力調整の各段階毎の仕事量を累計した仕事量の影響マトリックスを定義することにより、仕事量最小規準とクリープの定式化が可能となった。そして、精度管理において仕事量最小化という新しい最適性規準を導入し、その有効性を明らかにした。
- (3) PC斜張橋の精度管理は、鋼斜張橋の手法をそのまま使ったのではPC斜張橋特有のクリープの影響を考慮することができず最適化が困難であることを示した。
- (4) 張力調整とクリープ変化による仕事量を最小にする規準で最適化を行うと、各斜材調整の相互の影響を有効に利用して、効率のよい、かつ、残留応力が小さくなるような最適解が得られることが明らかになった。

このように、PC斜張橋の精度管理において、張力調整とクリープ変化による仕事量を最小にする規準を用いることにより斜材張力調整が合理的に行い得ることを示し、新綾部大橋においても効率よくたわみ形状および張力の誤差を修正することができた。今後、PC斜張橋の長大化に向けて、本手法とリンクした架設時誤差のコントロールを目的とする精度管理システムを構築する予定である。

本研究の一部は、文部省科学研究費補助金（一般研究C）および斉藤記念プレストレストコンクリート技術研究奨励基金の助成を受けて行ったものである。なお、本理論の適用にあたり、多大な御便宜をはかって頂いた京都府土木建築部、並びに綾部土木事務所の皆様に心から御礼申し上げます。

参考文献

- 1) 宮崎雄二郎・中居隆章・前林保典・佐藤伸次・植田卓文：新丹波大橋（仮称）の設計と施工、橋梁と基礎、第21巻、第12号、pp 1-10、1987年12月
- 2) 高野叔和・佐藤伸次・植田卓文・新井英雄：新綾部大橋（新丹波大橋）上部工の施工、プレストレストコンクリート、Vol.30 No.2、pp.21-32、1988年
- 3) 松村博・新家徹・頭井洋・寺西功：斜張橋のケーブル張力計測と張力調整、橋梁と基礎、第13巻、第8号、pp.30-36、1979年8月
- 4) 藤澤伸光：斜張橋架設時のシム量決定法、橋梁と基礎、第18巻、第9～10号、1984年9月～10月
- 5) 高橋功・斉藤孝志・吉岡国彦・岸野勝：ぼたん橋の設計と施工、橋梁と基礎、第17巻、第2号、pp.14-19 1983年2月
- 6) 前田研一・内海靖：斜張橋の施工管理システム、橋梁と基礎、第20巻、第1号、pp.37-40、1986年1月
- 7) 野中幸治・川人達男：名港西大橋の施工、橋梁と基礎、第19巻、第4～5号、1985年4月～5月
- 8) 古川浩平・井上幸一・中山弘隆・石堂一成：多目的計画法を用いた斜張橋の架設時精度管理システム、土木学会論文集、第374号、pp.495-502、1986年10月
- 9) 得能達雄・森本洋三・越後滋：やすらぎ橋の設計と施工、橋梁と基礎、第16巻、第5号、pp.23-30、1982年5月
- 10) 吉村戌・植木義春・今井義明：PC斜張橋“衝原大橋”の設計と施工、プレストレストコンクリート、Vol.29、No.1、pp.46-55、1987年
- 11) 古川浩平・角谷務・熊谷紳一郎・新井英雄：プレストレストコンクリート斜張橋の最適斜材張力決定法に関する研究、土木学会論文集、第374号、pp.503-512、1986年10月

- 12) 猪股俊司：プレストレストコンクリートに対するクリープの影響、プレストレストコンクリート、Vol.18、No.4、pp.22-33、1976年8月
- 13) Quast J.: Zeitabhängige Spannungsumlagerungen bei Seilabgespannten Massivbrücken, Werner-VERLAG.1980
- 14) H. リッシュ・D. ユングビルト／百島裕信訳：コンクリート構造物のクリープと乾燥収縮、pp.57-109、鹿島出版会、1976年
- 15) 星埜正明・佐伯彰一：コンクリート斜張橋のクリープ解析、土木学会論文報告集、第295号、pp.103-113、1980年3月

(1988年10月12日受付)