

集成材高欄支柱の弾塑性状態における変位

DEFLECTION OF POST OF A TIMBER BRIDGE IN ELASTIC-PLASTIC RANGE

薄木 征三* 堀江 保** 亀井 義典***

by Seizou USUKI, Yasushi HORIE and Yoshinori KAMEI

Deflections of wood beams in the elastic-plastic range are theoretically investigated, using the virtual work principle for beams. For Japanese cedar, the simplified bi-linear σ - ϵ model is adequate, according to compression and tension tests. The load capacity tests of posts of a pedestrian timber bridge are also done. The posts made of glue laminated wood are modeled as overhanging beams and the horizontal deflections of free edges of posts are measured and compared with the solutions obtained from the presented virtual work principle. The depth and width of plastic region of wood post are also calculated.

1. まえがき

近年、防腐処理技術の進歩とその暖かみに由来する自然環境との親和性から木材が構造材料として見直されつつあり、アメリカ、カナダ¹⁾およびヨーロッパ諸国²⁾³⁾等で比較的小規模な橋梁の主構造の材料として使用されていることが報告されている。我国では奈良県黒滝村⁴⁾、長野県軽井沢町⁵⁾などにおいて歩道橋が、秋田営林局鷹巣営林署では林道橋⁶⁾がいずれも国産材から製作した構造用大断面集成材を主要部材として架設された。

橋梁構造の主要部材としての集成材を含む木製梁の設計法は許容応力度設計法⁷⁾⁸⁾が主流のように思われるが、その基本となるのは、梁としてのいわゆる耐力点である点は鋼などと同様である。我国において、これを土木構造上の観点から研究したものに今俊三⁹⁾らがいる。今らは木材を、圧縮応力に対しては完全弾塑性、引張応力に対しては弾性とする、bi-linear型の σ - ϵ 関係を仮定し、単純支持はりの曲げ破損法則を述べた。特に塑性域におけるせん断応力の考察から、せん断破壊の起こりうる載荷状態とはりの断面寸法について述べている。

J.Moe¹⁰⁾は純曲げを受ける集成材の圧縮応力によるひずみ軟化を考慮して曲げ破損係数 (Modulus of rupture) を求め、はり高さが高くなるにつれてこの値が減少することを明らかにした。ひずみ軟化を考慮した

* 工博 秋田大学教授 鉱山学部土木工学科 (〒010 秋田市手形学園町 1-1)

** 工修 秋田高専講師 土木工学科 (〒011 秋田市飯島文京町 1-1)

*** 秋田大学大学院修士課程 (〒010 秋田市手形学園町 1-1)

単純はりの極限曲げ強さの研究には、ほかにMalhotra¹¹⁾らがいるが、これらの研究では弾塑性状態のはりのたわみまでは言及していない。

Zakic¹²⁾もはりの曲げ破壊を論じている。この時文献9)と同様にbi-linear型の $\sigma - \varepsilon$ 関係を用いているが、平面応力における直行異方性材料の降伏条件を採用し、せん断応力の効果を評価した。しかしはりの変位は議論されていない。

ここでは、歩道橋の高欄支柱の曲げ破壊耐荷力を調べることを目的に、材料とする杉の $\sigma - \varepsilon$ 関係をモデル化し、破壊に至るまでの支柱の弾塑性状態での変位を求める方法を提案する。橋梁部材として木材を用いる場合は、曲げ耐荷力のみならず、実用に供し得る変位限界も明らかにする必要があり、そのための基礎資料を提供するものである。

計画されている歩道橋の実断面模型を製作し、支柱の曲げ破壊実験結果と解析解を比較し、支柱の力学モデルの妥当性の検証も行った。

2. 杉材の応力-ひずみ関係

年輪数 43~58、供用期間18年を経た杉の木橋(スパン6m)から任意に図-1に示す寸法の圧縮試験片と引張試験片を取り出し、万能圧縮試験機を用いて変位制御による圧縮試験と引張試験を行った。試験結果から代表的な応力 σ とひずみ ε の関係を図-2に示す。ひずみは箔ゲージを用いて測定した。

図-2から圧縮強度は試験片cの $\sigma_c = 253 \text{ kgf/cm}^2$ から試験片aの 440 kgf/cm^2 までバラツキが見られるが、試験片aを除くとひずみ軟化は著しくなく、圧縮強度を越えると応力はほぼ一定と見なせよう。最大圧縮ひずみの大きさは試験片aの 8810×10^{-6} (0.88%)から曲線cの 11210×10^{-6} (1.1%)の範囲にある。

引張試験側を見ると圧縮側と対照的に破断点まではほぼ直線を維持していることが確かめられる。引張強度の大小の順序は圧縮と同様の傾向があり試験片cで $\sigma_T = 418 \text{ kgf/cm}^2$ 、試験片aで 762 kgf/cm^2 であり他の試験片の引張強度はこれらの中間値となっている。

以上より厳密には弾塑性解析を行うためには圧縮ひずみのひずみ軟化を考慮しなければならないものの、その程度は鋼などのひずみ硬化に比べて大きくはなく、加えて材料強度のバラツキを考えるならば、完全弾塑性性にモデル化する解法⁹⁾¹²⁾には十分根拠があり、ここでも完全弾塑性モデルを採用することにする。

後節の便のため、図-2の5つの

試験片について、引張強度と圧縮強度の比を求めておくと表-1のようになる。これから $\sigma_T / \sigma_c = 1.20 \sim 1.86$ の範囲にあり比較的バラツキが少ないことが分かる。

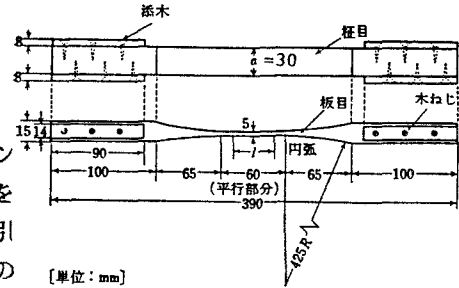


図-1 引張試験片と圧縮試験片

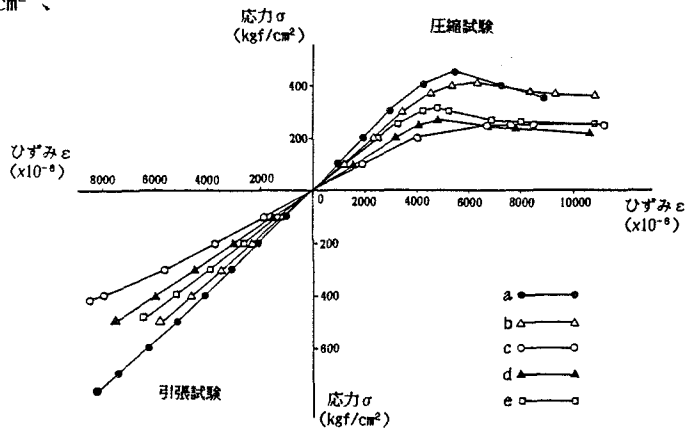


図-2 応力-ひずみ関係

3. 変位場と断面力-変位関係

一軸対称断面を対象とし、曲げとせん断を受けるはりを考える。断面形不変とベルヌーイ・オイラーの仮定を採用すると図-3の直角座標系に対して断面内の任意点の変位は、弾性理論での変位場と同じであり

表-1 圧縮・引張強度比

供試体 番号	σ_c (kgf/cm ²)	σ_T (kgf/cm ²)	$\frac{\sigma_T}{\sigma_c}$
a	440	762	1.73
b	412	493	1.20
c	253	418	1.65
d	265	492	1.86
e	312	478	1.53

$$v(x, y) = v_0 \quad (1)$$

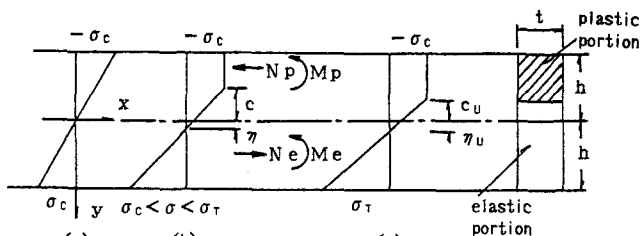
$$u(x, y) = u_0 - y \cdot v_0'$$

ここで ' は座標 x に関する微分をあらわす。ひずみは

$$\varepsilon_x(x, y) = u_0' - y \cdot v_0'' \quad (2)$$

ここで v_0 、 u_0 は部材軸 (x 軸) 上の点のたわみ及び軸方向変位である。

2. における完全弾塑性モデルにより、図-3 (a) に示すように、はりの上下縁が圧縮強さ $\pm \sigma_c$ に達するまでは弾性であるが、さらに荷重が増すと圧縮降伏域では $\sigma = -\sigma_c$ となるが引張縁が引張強さ $\sigma = \sigma_T$



に達するまでは、(b) に示すように圧縮降伏域以外は弾性状態にあり、(c) に達し引張縁の破壊により崩壊する。

図-3 はりの応力分布

断面に生じている軸力 N ($=0$) と曲げモーメント M は図 (b) の弾塑性状態に対して

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \int_F \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ y \sigma_x \end{Bmatrix} dF = \begin{Bmatrix} N_p + N_e \\ M_p + M_e \end{Bmatrix} \quad (3)$$

ここにサフィックス p と e は、断面内の塑性部分及び弾性部分の受け持つ断面力を表す。弾性部分に対して $\sigma_x = E \varepsilon_x$, 塑性部分に対して $\sigma_x = -\sigma_c$ を上式へ代入すると、次式となる。

$$\begin{Bmatrix} N_p \\ M_p \end{Bmatrix} = \int_{F_p} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ y \sigma_x \end{Bmatrix} dF = \begin{Bmatrix} -\sigma_c F_p \\ -\sigma_c Z_p \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{Bmatrix} N_e \\ M_e \end{Bmatrix} = \int_{F_e} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ y \sigma_x \end{Bmatrix} dF = \begin{bmatrix} E F_e & E Z_e \\ E Z_e & E I_e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_0' \\ -v_0'' \end{Bmatrix} \quad (5)$$

ここで断面定数は以下のような、塑性部分及び弾性部分の断面積、断面一次及び二次モーメントである。

$$[F_p, Z_p] = \int_{F_p} [1, y] dF, [F_e, Z_e, I_e] = \int_{F_e} [1, y, y^2] dF \quad (6)$$

式 (5) を軸ひずみ u_0' 、曲率 ($-v_0''$) について解き、これらを式 (2) へ代入すれば、弾塑性状態にある断面内の任意点のひずみとして次式を得る。

$$\varepsilon_x = \frac{(NeIe - MeZe) - y(NeZe - MeFe)}{E(IeFe - Ze^2)} \quad (7)$$

これによりひずみは断面内の弾性部分の受け持つ軸力 Ne 、曲げモーメント Me 及び弾性部分の断面定数で表わされた。

長方形断面では、図-3(b)の如く、断面重心を座標原点とし、弾塑性境界の高さを $c(x)$ 、はりの幅を t とすると次のようである。

$$\left. \begin{aligned} [F_p, Z_p] &= \frac{t}{2} [2(h-c), c^2 - h^2] \\ [Fe, Ze, Ie] &= \frac{t}{2} [2(h+c), h^2 - c^2, \frac{2}{3}(h^3 + c^3)] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

4. 塑性域

図-3の(b)に示す様に、断面重心から中立軸までの距離を $\eta(x)$ とすると、弾塑性境界の位置 $c(x)$ とともにこれらの求め方は、軸力と曲げを受ける部材あるいは曲げを受ける一軸対称断面鋼はりの場合と同様である。ただし今の場合、曲げを受ける長方形断面のような二軸対称断面はりの場合でも、圧縮強度と引張強度に差があるために(b)のような応力状態が生じるという点が異なる。

図(b), (c)に対する位置 η, c については既に文献⁹⁾¹⁰⁾¹²⁾で言及されているが、ここでは前節までに導入された諸定数を用いて系統的に表現することを試みたい。

塑性域の応力 $\sigma_x = -\sigma_c$ 及び弾性域の直線応力分布 $\sigma_x = \sigma_c(y - \eta) / (c + \eta)$ を用いれば式(3)～(5)の断面力の定義にこれらを代入して次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} N &= N_p + N_e = -\sigma_c F_p + \frac{\sigma_c}{c + \eta} (Ze - \eta Fe) = 0 \\ M &= M_p + M_e = -\sigma_c Z_p + \frac{\sigma_c}{c + \eta} (Ie - \eta Ze) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここで断面定数、 F, Z 及び Ie は長方形断面に対して式(8)で与えられている。これを式(9)に代入し、第1式から η を消去し、第2式から曲げモーメント $M(x)$ と $c(x)$ の関係を求めると

$$\frac{\eta}{h} = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{c}{h}\right)^2, \quad \frac{c}{h} = 2 - \frac{M(x)}{My} \quad (10)$$

静定はりであると $M(x)$ が外力の関数として与えられるのは鋼はりなどと同様である。式(10)で分母の My は降伏モーメントである。

終局状態においては図-3(c)のように弾性域の $y = h$ で $\sigma_x = \sigma_T$ において得られる関係式、 $\sigma_T = \sigma_c(h - \eta) / (c + \eta)$ と式(10)の第1式を c と η について連立に解く。この時の η と c をそれぞれ η_U, c_U とおくと

$$\frac{\eta_U}{h} = \left(\frac{\sigma_T / \sigma_c - 1}{\sigma_T / \sigma_c + 1} \right)^2, \quad \frac{c_U}{h} = \frac{3 - \sigma_T / \sigma_c}{1 + \sigma_T / \sigma_c} \quad (11)$$

この第2式を式(10)の第2式へ代入すれば、この $M(x)$ が終局モーメント M_u に相当する。降伏モーメント M_y と共にこれらを記せば

$$M_y = \sigma_c \cdot W = \frac{2}{3} \sigma_c t h^2, \quad M_u = M_y \frac{3 \sigma_T / \sigma_c - 1}{\sigma_T / \sigma_c + 1} \quad (12)$$

となる。 W は弾性断面係数である。したがって鋼はりにおける形状係数 f に相当するものは

$$f = \frac{M_u}{M_y} = \frac{3 \sigma_T / \sigma_c - 1}{\sigma_T / \sigma_c + 1} \quad (13)$$

となり、圧縮強さ σ_c と引張強さ σ_T の比の関数となる。

5. 歩道橋高欄支柱の曲げ破壊実験

秋田県北部の県道側道として杉集成材を用いた歩道橋が計画されている。図-4にその平面図のみを示す。2主桁で 65° の斜角があり幅員2m、スパン13.4mの単純桁二連の計画である。床版は集成材パネルであるが、図-4に破線で示すように、床版3枚分に相当する区間の実物桁を製作し、高欄推力による曲げ破壊実験を行った。

図-5に正面図および支柱と床版の接合金具の寸法を示す。床版と桁は、 $\phi 11 \times 280$ mmのラグボルトにて15cmピッチの千鳥打ちで相互に接合されている。

油圧ジャッキによって高欄支柱頂部に水平推力を作用している状況を写真-1に示す。支柱の推力作用点、支柱と床版の接合部及び支柱下部の水平変位がダイヤルゲージを用いて測定された。また支柱-床版接合部での支柱側面の軸ひずみも測定し、推力-変位図及び推力-ひずみ図を得た。

写真-2に支柱-床版接合部の破損状態を示す。写真に見るように、4本の支柱ともに、ボルト孔を水平に横断する支柱断面引張側(高欄内側)の割れにより破断した。すなわち、2.で述べた $\sigma - \varepsilon$ 曲線において曲げによって支柱の圧縮側では支柱の破断する以前に弾塑性状態となって支柱変位が進行した後、支柱引張縁が引張強さ σ_T に達して曲げ破

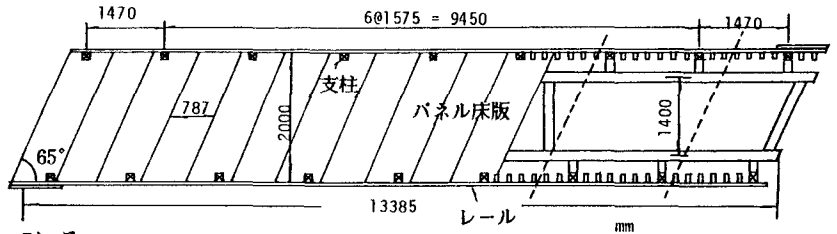


図-4 計画歩道橋平面図

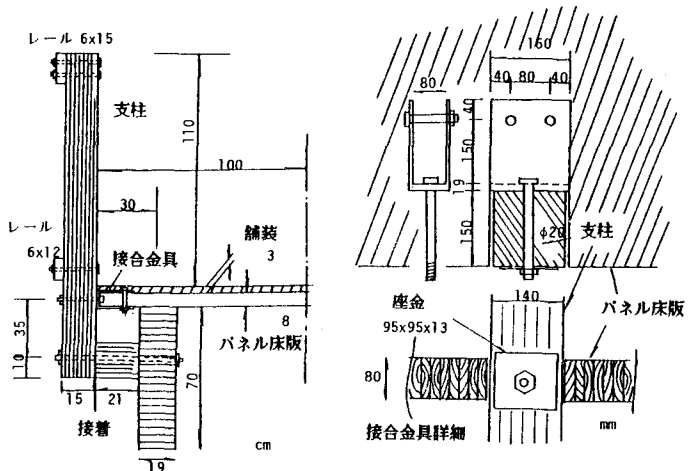


図-5 計画歩道橋正面図と床版-支柱接合金具

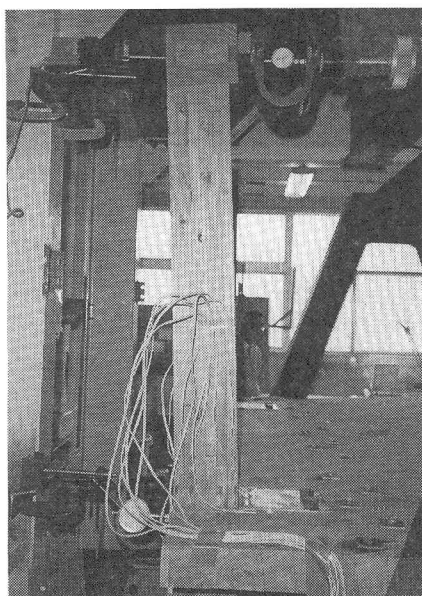


写真-1 水平推力作用状況

壊したものと推定される。

以下には、3.に基づいて支柱の力学モデル化を行い弾塑性状態での変位を求める。



写真-2 支柱-床版接合部の破損状態

6. 支柱の変位

(1) 張出しはりモデル

図-6に4本の支柱A～Dのうち支柱Cの推力-変位図を示す。測点NO. 3は荷重作用点、NO. 2は支柱-床版接合部、NO. 1は支柱の下端の変位である。

この図から支柱下端NO. 1の変位はNO. 2、NO. 3の変位に比べて無視し得るほど小さい。NO. 2の変位の原因は、床版と主桁とを連結しているラグボルト

の曲げ、床版自身の引張力による伸び及び接合金具ボルトの伸びなどの相乗作用によるものと思われる。そこで高欄支柱を、支点1でヒンジ支点、支点2でバネ支点とする、図-7に示す張出し梁にモデル化できよう。そしてバネ定数 k は解析上は直接必要としないが実験値から決定される。

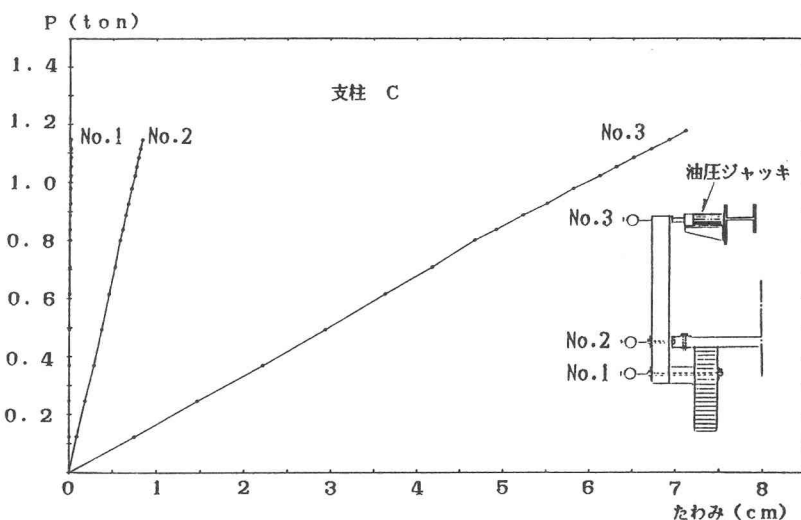


図-6 支柱Cの水平推力-水平たわみ図

(2) 支柱の変位

支柱の一部に、式(12)の降伏モーメント M_y より大きい曲げモーメントが生じ弾塑性状態にある状態を図-8に示す。支点2は(1)で述べたように弾性バネであるから、これによる変位は支点1のまわりの剛体的回転による変位(図-7参照)として図-8の変位に加えるとよい。

始めに弾塑性境界位置 a_1 、 a_2 を求める。図-8の静定ばりの曲げモーメント $M(x)$ を式(10)の第2式

へ代入し $x_1 = a_1$ 及び $x_2 = a_2$ にて $c(x) = h$ とおくと、 $a_1/l_1 = a_2/l_2 = My/Pl_1$ となる。すなわち弾塑性境界位置の各区間に対する比 a_i/l_i は等しい。

これより得られる $My = P \cdot (a_i/l_i) \cdot l_1$ の関係および実際の曲げモーメント $M(x) = P \cdot (l_1/l_i) \cdot x_i$ を式 (10) に代入すると塑性域までの距離 c は x_i の1次式、中立軸までの距離 η は x_i の2次式となり、それぞれ次式となる。

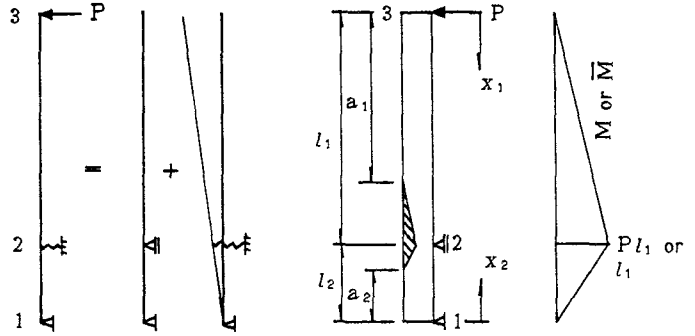


図-7 張出しはりモデル

図-8 弾塑性境界とモーメント図

$$\left. \begin{aligned} c &= 2h - h \cdot \frac{x_i}{a_i} \\ \eta &= \frac{h}{4} \left(\frac{x_i}{a_i} - 1 \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (i=1, 2) \quad (14)$$

次に従来は多くの研究において、弾塑性状態にあるはりの曲げによる変位を求める場合、 $M-\phi$ 法 ($\phi = -v''$ で曲率) などが用いられるが、この表現法は、弾性ばりに対する変位の求め方と断絶があり、理解を少なからず困難にしている点は否めない。

そこでここでは、3節での結果を用いて、弾性ばりの延長上にある表現法に改めた仮想仕事の原理を導き、変位を求めることとする。

図-8の実際の状態での求めるべき自由端の変位を v 、はりの内部の応力とひずみを (σ, ε) とし、自由端に仮想単位力 $P=1$ を作用させた弾性ばり内部の応力とひずみを $(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon})$ とすると、弾塑性状態での仮想仕事の原理は

$$1 \cdot v = \int_V \bar{\sigma} \varepsilon dV = \sum_i \int_0^{a_i} \int_F \bar{\sigma} \varepsilon dF dx_i + \sum_i \int_{a_i}^{l_i} \int_F \bar{\sigma} \varepsilon dF dx_i \quad (15)$$

ここで Σ は図-8の張出し梁支点2の上下部分の合計を表す。弾性域 $0 \leq x_i \leq a_i$ ($i=1, 2$) において断面内部の直ひずみは $\varepsilon_x = yM/EI$ 、弾塑性域 $a_i \leq x_i \leq l_i$ において式 (7) が成り立つ。そして図-8で $P=1$ とおいた仮想の状態での曲げモーメントを $\bar{M}(x_i)$ とすると $0 \leq x_i \leq l_i$ において $\bar{\sigma} = y\bar{M}/I$ であるから、これを式 (15) へ代入して

$$1 \cdot v = \sum_i \int_0^{a_i} \frac{\bar{M}M}{EI} dx_i + \sum_i \int_{a_i}^{l_i} \frac{\bar{M}(MeFe - NeZe)}{E(IeFe - Ze^2)} dx_i \quad (16)$$

を得る。例えば鋼けたの弾塑性曲げでは断面内の応力分布は重心軸に関して逆対称であるから一次モーメントは $Ze=0$ となり、第2項の積分内は $\bar{M}Me/EIe = \bar{M} \cdot (-v'') = \bar{M} \cdot \phi$ となり $M-\phi$ 法と同じ表現になる。

式 (9) で定義した $Me(x)$, $Ne(x)$ を用い、さらに式 (10) の第1式より $c + \eta = (h + c)^2 / 4h$ の関係を用いると、式 (16) 第2項の積分内は次のように変形される。

$$\frac{M e F e - N e Z e}{E (I e F e - Z e^2)} = \frac{\sigma_c}{E (c + \eta)} = \frac{4 \sigma_c h}{E (h + c)^2} \quad (17)$$

上式に式(14)の c を代入し、 $M = P \cdot (l_1/l_i) \cdot x_i$ 、 $\bar{M} = (l_1/l_i) \cdot x_i$ の関係を用いると、式(16)は積分を実行し整理した後次式となる。

$$v = \frac{P l_1^2 l}{3 E I} \left(\frac{a_i}{l_i} \right)^3 \left[1 + 12 \left\{ \frac{1}{3 (a_i/l_i) - 1} - \frac{1}{2} + \ln \frac{1}{2} \left(3 - \frac{l_i}{a_i} \right) \right\} \right] \quad (18)$$

ここで、 $l = l_1 + l_2$ である。上式で $a_i = l_i$ とおくと $v = P l_1^2 l / 3 E I$ となり、これは張り出しはりの弾性解に一致する。

式(18)により弾塑性状態の張出し梁の先端のたわみが計算できるが、式中、 $a_i/l_i = My/P l_1$ で前述のように比 a_i/l_i は $0 \leq x_i \leq l_i$ ($i = 1, 2$) の区間において同じ値となる。荷重 P の範囲は $My \leq M \leq Mu$ に対応して

$$Py \leq P \leq Pu, \quad Py = \frac{2}{3} \frac{\sigma_c t h^2}{l_1}, \quad Pu = Py \frac{3 \sigma_T / \sigma_c - 1}{\sigma_T / \sigma_c + 1} \quad (19)$$

7. 実験値との比較

支柱 A～D の荷重-たわみ関係の実験値を 6. の(2)で示した解析解と比較した。支柱の繊維方向の弾性係数 E は、材料試験により求め、また図-8の長さ l_1 および l_2 は表-2のようになる。また、断面二次モーメントを計算する際、支柱を床版へ結合するためのボルト径を除いた有効断面を用いた。たわみの解析解は、弾性状態では $v = P l_1^2 l / 3 E I$ であり、圧縮縁応力度が圧縮強度 σ_c に達した後は、式(18)によって計算できる。ここでは、各支柱の終局荷重 Pu より終局モーメント $Mu = Pu l_1$ を求め、式(12)の第2式より My 、さらに第1式より σ_c の値を推定した。その際、圧縮・引張強度比 σ_T / σ_c が必要になるが、表-1の結果を参考に最小値および最大値として $\sigma_T / \sigma_c = 1.2$ および 1.9 の2ケースについて解析解を求めた。

各支柱の終局荷重およびこれら2ケースの推定値 σ_c を示すと表-3のようになる。支柱Dの終局荷重が低いのは、引張側の節から破断したためである。終局状態での支点2(図-8参照)での中立軸位置 η_u 、弾

表-2 弾性係数 E および長さ l_1, l_2

支柱 No	弾性係数 E (kgf/cm ²)	l_1 (cm)	l_2 (cm)
A	58869	110.0	34.5
B	53853	111.0	34.5
C	58299	110.5	34.5
D	58001	110.9	34.5

表-3 耐荷力および推定 σ_c

支柱 No	耐荷力 Pu (t)	推定圧縮強度 σ_c (kgf/cm ²)	
		$\sigma_T / \sigma_c = 1.2$	$\sigma_T / \sigma_c = 1.9$
A	1.022	211	154
B	1.136	237	173
C	1.176	244	178
D	0.890	186	135

表-4 塑性域の広がり ($M = Mu$ の時)

$\sigma_T / \sigma_c = 1.2$				$\sigma_T / \sigma_c = 1.9$			
η_u/h	c_u/h	$1-c_u/h$	$1-a_i/l_i$	η_u/h	c_u/h	$1-c_u/h$	$1-a_i/l_i$
0.008	0.818	0.182	0.154	0.096	0.379	0.612	0.383

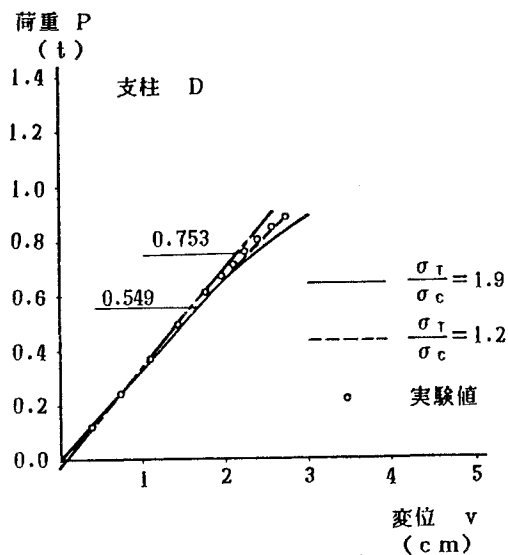
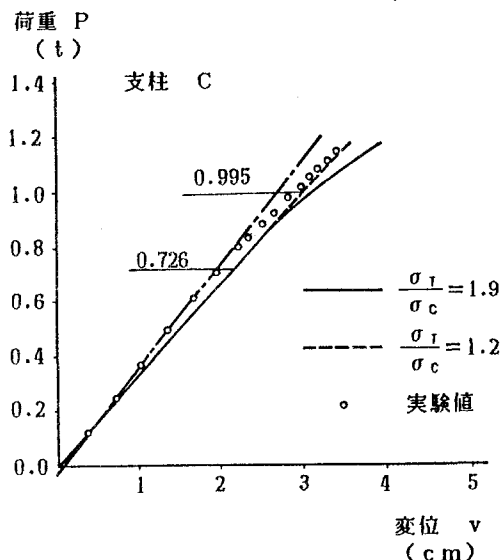
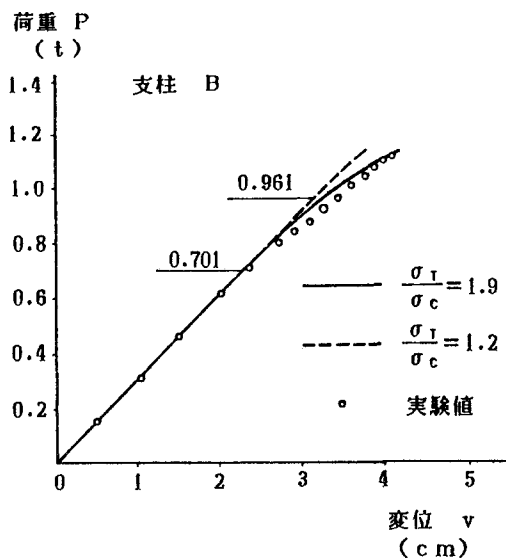
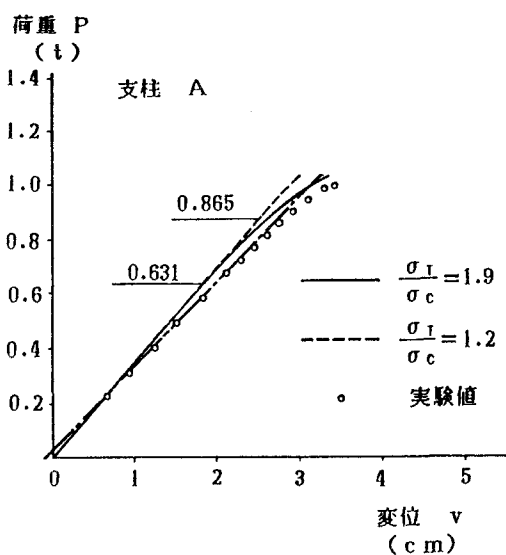


図-9 支柱の荷重変位関係

塑性境界 c_u は式 (11) より求められ、また、 $a_i/l_i = My/P l_i$ となり、各ケースに対し表-4となる。表において、 $1 - c_u/h$ 、 $1 - a_i/l_i$ は、桁高および桁長に対する塑性域の割合を表す。

図-9に支柱A～Dの実験値と解析解の比較を示す。実験値は、支柱-床版接合部のバネ支点の変位を補正して求めた。解析解は $\sigma_T/\sigma_c = 1.9$ および 1.2 の場合を示したが、各ケースにおける推定降伏点荷重 P_y は式 (19) より求められ図に示した通りである。特に支柱Bでは $\sigma_T/\sigma_c = 1.9$ の理論解が実験値をよく追跡しているが、他の支柱についても実験値の弾性部分を直線で結んだ場合（一点鎖線）、原点からずれており、これを補正すれば理論値とよく一致するものと思われる。このずれは、支柱接合部分のガタつきのためと推定される。この結果より、本解析の張出し梁モデルおよび、弾塑性状態のたわみ解は、ほぼ満足し得るものであると思われる。

8. あとがき

木材を構造用主要部材として用いるための基礎資料を得るため、弾塑性状態の梁のたわみを求める手法を

示した。圧縮側を完全弾塑性とし引張側が引張強度に達した時点で梁が破壊するという仮定すなわちbi-linear型の $\sigma - \varepsilon$ モデルは材料試験により検証された。

その結果に基づき、弾塑性状態において、圧縮側塑性域は一定応力、弾性部分は直線の応力分布を仮定し、曲げモーメントとのつり合いより塑性域の広がり求めた。塑性域の広がり、すなわちはり断面重心から弾塑性境界までの距離は式(10)に示すように曲げモーメント $M(x)$ の1次式となり、今回対象とした集中荷重が作用するはりの場合、この距離は桁軸方向に直線変化することが確かめられた。

梁のたわみを求める際、曲げを受ける弾性はりの仮想仕事の原理を弾塑性状態のはりへ拡張した表式を提示した。この拡張された仮想仕事の原理は、上述のbi-linear型の $\sigma - \varepsilon$ モデルに従う材料に対して有効であるが、従来の鋼はりなどの塑性解析における $M - \phi$ 法の表現と異なり、弾性はりの延長上の表現に改められた形となっており、それゆえ理解が容易である。

杉集成材を用いた歩道橋の高欄支柱の曲げ耐力実験の結果にこの拡張された仮想仕事の原理を適用し解析解を求め、実験値と比較を行った。支柱の床版取り付け部をバネ支点と仮定した張出し梁モデルにより、本解析解は、実験結果をよく説明し得るものと思われる。本解析解による塑性域の広がりにはスパン長に対し $\sigma_T / \sigma_C = 1.2$ の場合0.15、 $\sigma_T / \sigma_C = 1.9$ の場合0.38であった。

今回の実験に用いた支柱の桁高とスパン長の比は約1:7.3であり、通常、せん断変形の影響を考慮すべき寸法比である。せん断変形を考慮した弾塑性解については今後の課題としたい。

参考文献

- 1) Gutkowski, R.M. and Williamson, T.G.: Timber Bridges: state-of-the-Art, Jour. of the Struct. Engrg., ASCE, Vol.109, No.9, pp.2175-2191, 1983
- 2) Wilson, M.C. and Bell, R.D.: The Design and Construction of the River Rother Cable-Stayed Foot-Bridge, Rother Valley Park, Proc. Instn Civil Engrs, Part 1, 78, pp.545-563, 1985
- 3) Hay, R.M.: The Role of the Civil Engineer in the Forestry Commission, Proc. Instn Civil Engrs, Part 1, 80, pp.707-729, 1986
- 4) 林野庁林産課監修: 大断面集成材建築物の手引き, 1985
- 5) 鈴木基: 矢ヶ崎大橋(軽井沢町), NIKKEI ARCHITECTURE, pp.154-158, 1988年8月8日号
- 6) 長谷部薫、薄木征三: 集成材を主桁とした格子桁の解析と実験的研究、土木学会論文集、第397号/VI-9, pp.85-94, 1988年9月
- 7) American Association of State Highway and Transportation Officials: Standard Specifications for Highway Bridges, 13th edition, 1983
- 8) American Institute of Timber Construction: Timber Construction Manual, 3rd edition, Englewood, Colo., 1985
- 9) 今 俊三: 木材の曲げ破損法則について、北海道大学工学部研究報告、pp.1-28, 1949年
- 10) Moe, J.: The Mechanism of Failure of Wood in Bending, Publication International Association for Bridge and Structural Engineering 21, PP.163-178, 1961
- 11) Malhotra, S.K. and Bazan, I.M.M.: Ultimate Bending Strength Theory for Timber Beams, Wood Science, B(1), pp.50-63, 1980
- 12) Zakic, B.D.: Shearing Failure in Plastic Bending of Wood Beams, Holz-Forschung und Holz-verwertung, Vol.36, pp.85-93, 1984

(1988年10月12日受付)