

応答加速度波を用いた構造特性の同定

Structural Identification from Input and Output Acceleration Records

松井邦人* 栗田哲史**

By Kunihito MATSUI and Tetsushi KURITA

A numerical approach is presented for the identification of simple structural systems from dynamic input and output records. The identification procedure is developed based on a concept of least square method in a time domain by using Newmark's β method and dynamic design sensitivity analysis. The parameters to be identified are structural parameters, and initial displacements and velocities.

Some numerical experiments are performed to ascertain an effectiveness of the method proposed and to find out an influence of a noise on the results.

1. はじめに

土木・建築に関わる既存の主要構造物に対し、地震による構造物の動的挙動を測定し、耐震性の検証を行ってきた。このような実証的研究は、既存構造物の損傷度と安全性を推定する上で重要であると同時に、今後類似構造物の耐震設計に関しても重要な情報を提供するものと考えられる。

近年、構造物の動特性の推定法に関する研究は数多く発表されてきているが、大別して周波数領域での推定法と時刻歴領域における推定法に分けられる。例えば、Beliveau¹⁾、McVerry²⁾、花田等³⁾、及び沢田等⁴⁾は前者の考え方に基づいている。後者に基づく研究は、UdwadiaとShah⁵⁾、BeckとJennings⁶⁾、HoshiyaとSaito⁷⁾、丸山等⁸⁾、その他多くの研究がある。文献(7)、(8)は一種の逐次最小二乗法であるカルマンフィルターを用い構造特性の推定を行っている。文献(5)は傾斜法を用い、また文献(6)は測定データに構造物の低次のモードから順次適合させる考え方で、構造特性の推定を行っている。本研究も後者に属するものである。

構造物の動的な挙動を測定する際、しばしば加速度センサーが利用される。従って、本論文は応答加速度波から着目する区間 $t_0 \sim t_1$ を選定し、その区間の測定値を用いて構造特性と選定区間の初期値 t_0 における測点の変位、速度を求める方法を示している。本手法を用いることにより、強震時に構造物が塑性変形を生じるような挙動を示す場合も、着目している時間の選定区間における等価剛性、等価減衰を推定することが可能になる。

* Ph.D. 東京電機大学教授 理工学部建設工学科 (〒350-03 埼玉県比企郡鳩山町石坂)

** 東京電機大学大学院 理工学研究科建設工学専攻 (〒350-03 埼玉県比企郡鳩山町石坂)

構造同定は評価関数を最小にする考え方に基づいており、しばしば非線形最適化手法が用いられる。しかし、評価関数が通常状態変数のみの関数となり、非線形計画法の中の一次元探索を効率的に行うことが困難である。このため非線形最小二乗法で用いられるGauss-Newton法と動的感度解析法³⁾を組み合わせることにより動的領域での同定を行う方法を開発した。その他必要な計算には、できるだけ簡単な方法を用いることとし、動的解析には Newmark β 法、評価関数の時間領域の積分には台形公式を用いている。

2. 動的解析と同定手法

多自由度系の運動方程式は次のように書くことができる。

$$M\ddot{z} + C\dot{z} + Kz = Q \quad (1)$$

M 、 C 、 K はそれぞれ $N \times N$ の質量マトリックス、減衰マトリックス、剛性マトリックスである。また、 Q は動的荷重を表す $N \times 1$ の外力ベクトル。そして、 $\ddot{z}$ 、 $\dot{z}$ 、 z は構造物の応答を表す $N \times 1$ の加速度ベクトル、速度ベクトル、変位ベクトルである。式(1)の初期変位、初期速度を

$$z(t_0) = a, \quad \dot{z}(t_0) = b \quad (2)$$

とする。任意の時間区間を解析対象と考え、加速度を測定するとすると、式(2)で与えられる解析区間における初期変位、初期速度も未知である。測定点における解析値を z_i 、測定値を $\hat{z}_i$ 、誤差を $\varepsilon_i(t)$ とすると

$$z_i(t) = \hat{z}_i(t) + \varepsilon_i(t) \quad i \in A \quad (3)$$

の関係が存在する。ただし A は測定点の集合である。今、同定パラメータを X_k ($k=1 \sim M$) とすると、 z_i ($i \in A$)は X_k ($k=1 \sim M$)の関数である。最小二乗法の考え方に基づき、評価関数 J を次のように定義する。

$$J(x) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i \in A} W_i (z_i - \hat{z}_i)^2 dt \quad (4)$$

ここに、 W_i は重み係数である。パラメータ $x = \{x_1, x_2, \dots, x_M\}^T$ は式(4)を最小とするように決定すれば良い。その時、必要条件は

$$g_k(x) = \frac{\partial J}{\partial X_k} = \int_{t_0}^{t_1} W_i (z_i - \hat{z}_i) \frac{\partial z_i}{\partial X_k} dt = 0 \quad k=1 \sim M \quad (5)$$

である。式(5)は x に関する M 個の非線形方程式となる。この非線形連立方程式にNewton-Raphson法を適用すると、

$$g_k(x + \delta x) = g_k(x) + \sum_{k=1}^M \frac{\partial g_k}{\partial X_k} \delta X_k = 0 \quad k=1 \sim M \quad (6)$$

但し

$$\frac{\partial g_k}{\partial X_k} = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i \in A} W_i \left\{ \frac{\partial z_i}{\partial X_k} \frac{\partial z_i}{\partial X_k} + (z_i - \hat{z}_i) \frac{\partial^2 z_i}{\partial X_k \partial X_k} \right\} dt \quad (7)$$

となる。式(6)は $\delta x = \{\delta x_1, \dots, \delta x_k, \dots, \delta x_M\}^T$ に関する連立線形方程式であり、 x の値が仮定されると δx について解くことができる。

別法としてGauss-Newton法の考え方に基づくと、式(4)の代わりに

$$\bar{J} = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i \in A} W_i (z_i + \sum_{k=1}^M \frac{\partial z_i}{\partial X_k} \delta X_k - \hat{z}_i)^2 dt \quad (8)$$

を用いる。 x の値を仮定し、 $\bar{J}$ を最小にするように δx を決定する。必要条件 $\frac{\partial \bar{J}}{\partial \delta X_k} = 0$ より

$$\sum_{k=1}^M \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i \in A} W_i \frac{\partial z_i}{\partial X_k} \frac{\partial z_i}{\partial X_k} dt \cdot \delta X_k = - \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i \in A} W_i (z_i - \hat{z}_i) \frac{\partial z_i}{\partial X_k} dt \quad (k=1 \sim M) \quad (9)$$

上式は δx に関する線形の連立方程式であり、容易に解くことができる。式(9)の左辺の係数は、Newton-Raphson法、式(7)から2階の偏微分を削除したものと一致している。式(7)の右辺及び式(9)の左辺の係数行列を求めるために、 z の同定パラメータ X_k ($k=1 \sim M$)に関する1階及び2階の偏微分係数を求める必要がある。これは最適設計で用いられる動的感度解析と全く同様である。式(1)を X_k で偏微分し整理すると

$$M \frac{\partial \ddot{z}}{\partial X_k} + C \frac{\partial \dot{z}}{\partial X_k} + K \frac{\partial z}{\partial X_k} = \frac{\partial Q}{\partial X_k} - \frac{\partial M}{\partial X_k} \ddot{z} - \frac{\partial C}{\partial X_k} \dot{z} - \frac{\partial K}{\partial X_k} z \quad (k=1 \sim M) \quad (10)$$

上式は、 $\frac{\partial \ddot{z}}{\partial X_k}$ に関する2階の連立線形微分方程式であり、微分演算式は式(1)と全く同じである。

この2階の偏微分は、文献(9)を拡張して考えることができる。即ち、式(10)を X_k で偏微分し整理すると、

$$\begin{aligned} M \frac{\partial^2 \ddot{z}}{\partial X_k \partial X_k} + C \frac{\partial^2 \ddot{z}}{\partial X_k \partial X_k} + K \frac{\partial^2 \ddot{z}}{\partial X_k \partial X_k} &= \frac{\partial^2 Q}{\partial X_k \partial X_k} - \frac{\partial^2 M}{\partial X_k \partial X_k} \ddot{z} \\ &- \frac{\partial M}{\partial X_k} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial X_k} - \frac{\partial M}{\partial X_k} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial X_k} - \frac{\partial^2 C}{\partial X_k \partial X_k} \ddot{z} - \frac{\partial C}{\partial X_k} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial X_k} - \frac{\partial C}{\partial X_k} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial X_k} \\ &- \frac{\partial^2 K}{\partial X_k \partial X_k} \ddot{z} - \frac{\partial K}{\partial X_k} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial X_k} - \frac{\partial K}{\partial X_k} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial X_k} \quad (k=1 \sim M) \end{aligned} \quad (11)$$

この式は、 $\frac{\partial^2 \ddot{z}}{\partial X_k \partial X_k}$ に関する2階の連立線形微分方程式

であり、式(1)と全く同じ形をしている。式(10)、(11)とも

式(1)と同じ手法を用いて解くことができる。 $\frac{\partial \ddot{z}}{\partial X_k}$ はM個

あり、また $\frac{\partial^2 \ddot{z}}{\partial X_k \partial X_k}$ は $\frac{1}{2} M(M+1)$ 個となり、急速に計算

量が増えるため2階の偏微分関数を計算するのは適切ではないと考えられる。Gauss-Newton法に基づく計算の流れ図は、図-1のようになる。重み係数 W_i は、ここでは全て1.0として計算した。

3. 1自由度系

前節には一般的な多自由度系について構造特性とその初期条件を、測定した加速度波形のから求める方法について述べた。アルゴリズムの理解を助けるために、1自由度系について再度同定手法を具体的に示し、また例題の解析結果を示すことにする。

図-2の様な1自由度系の運動方程式は

$$m \ddot{z} + c \dot{z} + k z = -m \ddot{y}_0 \quad (12)$$

で与えられる。 m は質量、 c は減衰係数、 k はばね定数 y_0 は基礎の入力加速度である。また $\ddot{z}$ 、 $\dot{z}$ 、 z は質点 m の応答加速度、応答速度、応答変位である。任意の解析対象区間 (t_0, t_1) における初期値を

$$z(t_0) = a, \quad \dot{z}(t_0) = b \quad (13)$$

であるとする。ここでは、 a, b は未知である。

測定値 $\ddot{u}(t)$ 、誤差を $\varepsilon(t)$ とすると、式(3)より

$$\ddot{z}(t) = \ddot{u}(t) + \varepsilon(t)$$

図-2 1自由度系モデル

今、質量 m は既知とし、 c, k, a, b が未知のパラメータであり、 $\ddot{u}(t)$ よりそれらを決定する方法を示すことにする。Newton-Raphson法は計算が煩雑で2階の偏微分関数を求めるため計算時間もかかる。従ってGauss-Newton法に基づく方法をここに示すことにする。 $\ddot{z}$ は時間 t の関数でだけではなく、 c, k, a, b の関数でもある。従って、

$$\ddot{z}(c + \delta c, k + \delta k, a + \delta a, b + \delta b) \approx \ddot{z}(c, k, a, b)$$

$$+ \frac{\partial \ddot{z}}{\partial c} \delta c + \frac{\partial \ddot{z}}{\partial k} \delta k + \frac{\partial \ddot{z}}{\partial a} \delta a + \frac{\partial \ddot{z}}{\partial b} \delta b \quad (14)$$

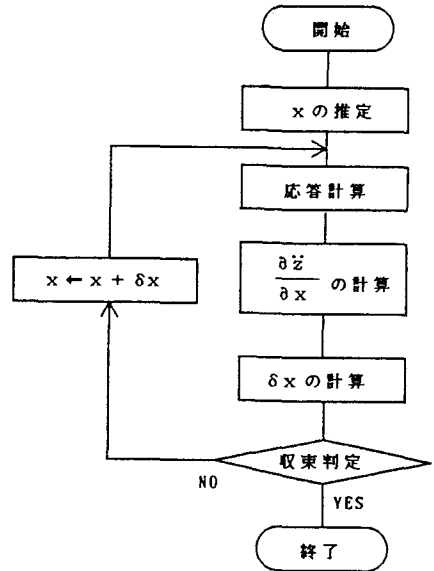
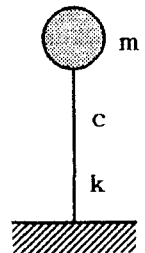


図-1 計算の流れ図



と近似的に書くことができる。式(14)を式(8)に代入すると、

$$\ddot{T} = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} (\ddot{z} + \frac{\partial \ddot{z}}{\partial c} \delta c + \frac{\partial \ddot{z}}{\partial k} \delta k + \frac{\partial \ddot{z}}{\partial a} \delta a + \frac{\partial \ddot{z}}{\partial b} \delta b - \ddot{u})^2 dt \quad (15)$$

式(9)より

$$\begin{aligned} & \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial c} dt \right\} \delta c + \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial c} \right\} \left(\frac{\partial \ddot{z}}{\partial k} \right) dt \delta k + \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial c} \right\} \left(\frac{\partial \ddot{z}}{\partial a} \right) dt \delta a \\ & + \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial c} \right\} \left(\frac{\partial \ddot{z}}{\partial b} \right) dt \delta b = - \int_{t_0}^{t_1} (\ddot{z} - \ddot{u}) \frac{\partial \ddot{z}}{\partial c} dt \end{aligned} \quad (16a)$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial k} \right\} \left(\frac{\partial \ddot{z}}{\partial c} \right) dt \delta c + \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial k} \right\} dt \delta k + \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial k} \right\} \left(\frac{\partial \ddot{z}}{\partial a} \right) dt \delta a \\ & + \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial k} \right\} \left(\frac{\partial \ddot{z}}{\partial b} \right) dt \delta b = - \int_{t_0}^{t_1} (\ddot{z} - \ddot{u}) \frac{\partial \ddot{z}}{\partial k} dt \end{aligned} \quad (16b)$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial a} \right\} \left(\frac{\partial \ddot{z}}{\partial c} \right) dt \delta c + \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial a} \right\} \left(\frac{\partial \ddot{z}}{\partial k} \right) dt \delta k + \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial a} \right\} dt \delta a \\ & + \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial a} \right\} \left(\frac{\partial \ddot{z}}{\partial b} \right) dt \delta b = - \int_{t_0}^{t_1} (\ddot{z} - \ddot{u}) \frac{\partial \ddot{z}}{\partial a} dt \end{aligned} \quad (16c)$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial b} \right\} \left(\frac{\partial \ddot{z}}{\partial c} \right) dt \delta c + \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial b} \right\} \left(\frac{\partial \ddot{z}}{\partial k} \right) dt \delta k + \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial b} \right\} \left(\frac{\partial \ddot{z}}{\partial a} \right) dt \delta a \\ & + \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial \ddot{z}}{\partial b} \right\} dt \delta b = - \int_{t_0}^{t_1} (\ddot{z} - \ddot{u}) \frac{\partial \ddot{z}}{\partial b} dt \end{aligned} \quad (16d)$$

となる。上式は $\delta c, \delta k, \delta a, \delta b$ に関する線形の連立方程式であり、左辺の各々の係数が求まれば容易に解くことができる。

(1) $\frac{\partial \ddot{z}}{\partial c}$ の計算の仕方

式(10)を式(12)に適用すると

$$m \frac{\partial \ddot{z}}{\partial c} + c \frac{\partial \ddot{z}}{\partial c} + k \frac{\partial \ddot{z}}{\partial c} = -\ddot{z} \quad (17)$$

また式(13)より

$$\frac{\partial \ddot{z}}{\partial c} (t_0) = 0, \quad \frac{\partial \ddot{z}}{\partial c} (t_1) = 0 \quad (18)$$

式(12)を解くと、式(17)の右辺の $\ddot{z}$ を求めることができる。従って、式(17)を式(18)の初期条件で解き、 $\frac{\partial \ddot{z}}{\partial c}, \frac{\partial \ddot{z}}{\partial c}, \frac{\partial \ddot{z}}{\partial c}$ を計算できる。

(2) $\frac{\partial \ddot{z}}{\partial k}$ の計算

$$m \frac{\partial \ddot{z}}{\partial k} + c \frac{\partial \ddot{z}}{\partial k} + k \frac{\partial \ddot{z}}{\partial k} = -\ddot{z} \quad (19)$$

$$\frac{\partial \ddot{z}}{\partial k} (t_0) = 0, \quad \frac{\partial \ddot{z}}{\partial k} (t_1) = 0 \quad (20)$$

(3) $\frac{\partial \ddot{z}}{\partial a}$ の計算

$$m \frac{\partial \ddot{z}}{\partial a} + c \frac{\partial \ddot{z}}{\partial a} + k \frac{\partial \ddot{z}}{\partial a} = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial \ddot{z}}{\partial a} (t_0) = 1, \quad \frac{\partial \ddot{z}}{\partial a} (t_1) = 0 \quad (22)$$

(4) $\frac{\partial \dot{z}}{\partial b}$ の計算

$$m \frac{\partial \ddot{z}}{\partial b} + c \frac{\partial \dot{z}}{\partial b} + k \frac{\partial z}{\partial b} = 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial z}{\partial b}(t_0) = 0, \quad \frac{\partial \dot{z}}{\partial b}(t_0) = 1 \quad (24)$$

式(17)~(24)を解くことにより式(16)のすべての係数の計算が可能となる。 $t=t_0$ における変位及び速度が既知の場合、これ等は同定パラメータから除外される。従って、式(21)~(24)の計算は不用となる。

例題 1 自由度系の質量、減衰係数、剛性をそれぞれ $m=50/9.8 \text{ tf}\cdot\text{s}^2/\text{m}$, $c=10 \text{ tf}\cdot\text{s}/\text{m}$, $k=3000 \text{ tf}/\text{m}$, そして初期変位、初期速度を0として、El Centro N-S 波の時間刻み $\Delta t=0.02$ 秒で50秒記録されたデータを用い、前もって動的解析を行った。解析には Newmark β 法 ($\beta=1/6$)を用いた。このとき $t_0=10$ 秒での変位の解析値は $a=0.00457 \text{ m}$, 速度の解析値は $b=-0.03045 \text{ m/s}$ であった。質点の応答加速度波の $t_0=10$ 秒から $t_1=30$ 秒の部分と、この間の入力波を用いて同定を行った。同定するにあたり m が既知であり、 c , k , a , b が未知であるとしている。同定の初期値を $c=20 \text{ tf}\cdot\text{s}/\text{m}$, $k=2000 \text{ tf}/\text{m}$, $a=0 \text{ m}$, $b=0 \text{ m/s}$ とした。繰り返し計算の収束状況を図-3に示す。初期値の値を変更して計算を行ったが、ほぼ同様の傾向を示している。測定誤差の影響を調べるため、0.1から20Hzの振動成分を持つホワイトノイズ $\varepsilon(t)$ を30波作成した。SN比 $= \max |\varepsilon(t)| / \max |\ddot{z}(t)|$ が5%, 10%, 20%となるノイズ $\varepsilon(t)$ を作成し、同定に用いた応答加速度 $\ddot{z}(t)$ に加えた。ノイズを含んだデータを用いて同定した結果を表-1に示す。 c , k は非常に良く同定されているが、初期速度の同定精度が良いとはいえない。

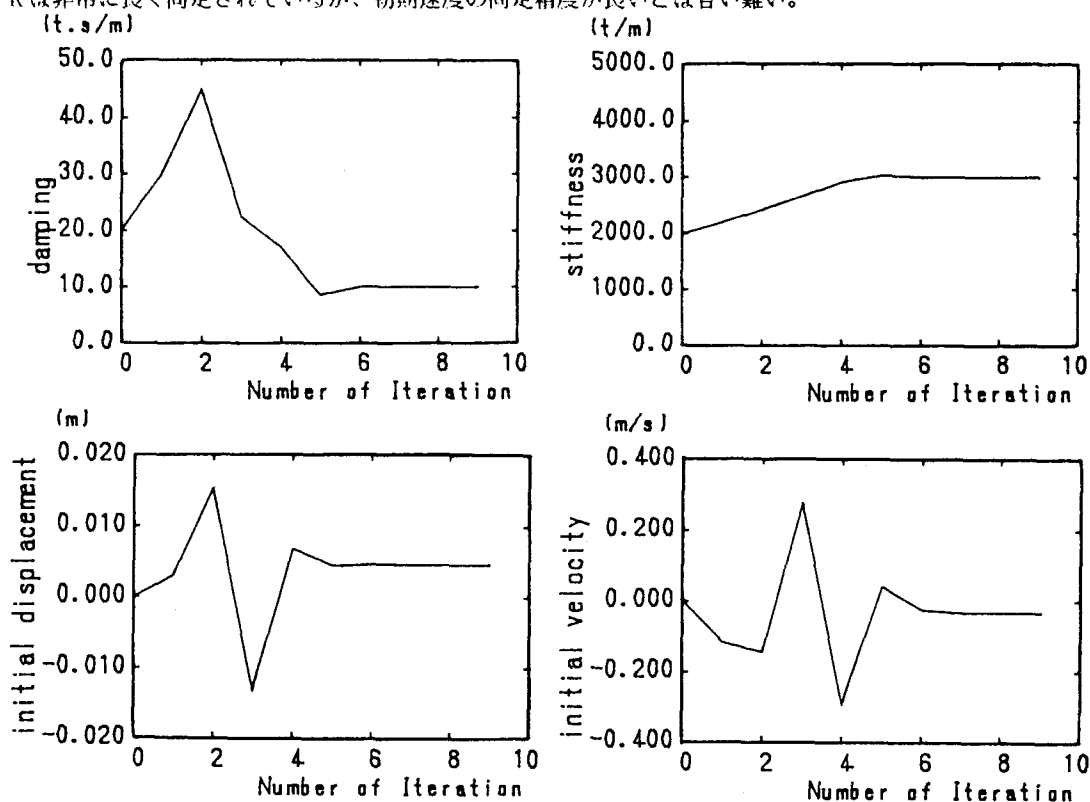


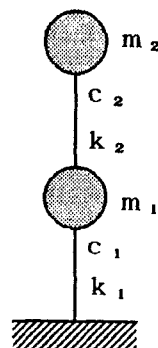
図-3 収束状況

表-1 同定結果の平均値、標準偏差、変動係数(1自由度モデル)

SN比	5%			10%			20%		
	平均値	標準偏差	変動係数(%)	平均値	標準偏差	変動係数(%)	平均値	標準偏差	変動係数(%)
c	10.005	0.03705	0.370	10.005	0.05821	0.582	10.058	0.12844	1.277
k	2999.8	0.8105	0.027	2999.9	1.5683	0.052	2999.5	3.4156	0.114
a	0.0046	0.000079	1.722	0.0046	0.000126	2.760	0.0045	0.000299	6.645
b	-0.031	0.001718	5.550	-0.031	0.003878	12.70	-0.031	0.006371	20.82

4. 2自由度系の同定

図-4のような2自由度系の同定を行う。系の質量を $m_1 = m_2 = 50/9.8 \text{ tf} \cdot \text{s}^2/\text{m}$ 、減衰係数を $c_1 = c_2 = 10 \text{ tf} \cdot \text{s}/\text{m}$ 、剛性を $k_1 = k_2 = 3000 \text{ tf}/\text{m}$ としてあらかじめEl Centro波を用いて応答解析を行った。同定には、10秒から30秒の20秒間の加速度応答波とその間の入力波を用いている。応答計算で得られた $t_0 = 10$ 秒での質点1の変位 $a_1 = 0.008129 \text{ m}$ 、速度 $b_1 = 0.031106 \text{ m/s}$ 、質点2の変位 $a_2 = 0.012743 \text{ m}$ 、速度 $b_2 = 0.065539 \text{ m/s}$ である。以下に示す同定では構造特性だけでなく変位、速度も未知として扱った。また、測定値にノイズが混入したときの影響を調べるため、SN比を5%、10%、20%となるノイズを解析値に加えて同定を試みた。



(1) ノイズが無い場合

図-4 2自由度系モデル

質量 m_1 、 m_2 が与えられているとし、両方の質量の加速度応答が測定されている場合、質量 m_1 が m_2 どちらかの加速度応答のみが測定されている場合について同定を行った。未知のパラメータは c_1 、 c_2 、 k_1 、 k_2 、 a_1 、 a_2 、 b_1 、 b_2 の8個のパラメータである。同定に用いた初期値と収束までの繰り返し計算回数は表-2に示す通りである。初期値として真値に近い値を仮定しておく、収束回数は少なくなる。初期値を変え計算を行ったが、概ね表-2に示す繰り返し回数で収束した。

表-2 同定に用いた初期値と収束までの繰り返し計算回数

	初 期 値								繰り 返し 回数
	$(\frac{c_1}{\text{tf} \cdot \text{s}/\text{m}})$	$(\frac{c_2}{\text{tf} \cdot \text{s}/\text{m}})$	$(\frac{k_1}{\text{tf}/\text{m}})$	$(\frac{k_2}{\text{tf}/\text{m}})$	$(\frac{a_1}{\text{m}})$	$(\frac{a_2}{\text{m}})$	$(\frac{b_1}{\text{m/s}})$	$(\frac{b_2}{\text{m/s}})$	
CASE1	5.0	5.0	3500.0	3500.0	0.0	0.0	0.0	0.0	14
	20.0	20.0	2800.0	2800.0	0.0	0.0	0.0	0.0	7
CASE2	5.0	5.0	3500.0	3500.0	0.0	—	0.0	—	16
	20.0	20.0	2800.0	2800.0	0.0	—	0.0	—	13
CASE3	5.0	5.0	3500.0	3500.0	—	0.0	—	0.0	18
	20.0	20.0	2800.0	2800.0	—	0.0	—	0.0	11

(2) ノイズが混入している場合

測定値に含まれるノイズが同定に及ぼす影響を調べるため、両方の質点にノイズが混入している場合、質点1にのみノイズが混入し質点2はノイズが含まれていない場合、逆に質点1はノイズがなく、質点2の方にノイズが含まれる場合について同定を行った。ノイズは1自由度系の場合と同様ホワイトノイズとし各質点で30波作成した。同定結果の平均値、標準偏差、変動係数を表-3に示す。ノイズの混入により初期速度、減衰係数の同定精度に影響を与えている。その他のパラメータの同定には影響が小さい。質点2の加速度波にノイズが混入すると、質点1にノイズが混入する場合に比べ、少し同定精度が悪くなっている。

表-3 同定結果の平均値、標準偏差、変動係数(2自由度モデル)

a) 両方の質点にノイズが含まれる場合

SN比	5%			10%			20%		
	平均値	標準偏差	変動係数(%)	平均値	標準偏差	変動係数(%)	平均値	標準偏差	変動係数(%)
c_1	9.998	0.07876	0.788	10.001	0.17214	1.719	9.948	0.26892	2.703
c_2	9.998	0.18235	1.824	9.919	0.40875	4.121	10.079	0.67418	6.689
k_1	3000.0	2.3836	0.079	3000.7	5.9625	0.199	3001.2	9.7156	0.324
k_2	3000.4	6.1351	0.204	2998.3	15.902	0.530	2999.2	23.551	0.785
a_1	0.0081	0.000056	0.686	0.0081	0.000090	1.116	0.0081	0.000221	2.723
a_2	0.0128	0.000068	0.531	0.0127	0.000150	1.181	0.0128	0.000309	2.412
b_1	0.0305	0.001037	3.402	0.0305	0.002348	7.700	0.0321	0.003671	11.44
b_2	0.0662	0.001176	1.777	0.0668	0.002124	3.182	0.0667	0.005081	7.616

b) 質点1にノイズが含まれる場合

SN比	5%			10%			20%		
	平均値	標準偏差	変動係数(%)	平均値	標準偏差	変動係数(%)	平均値	標準偏差	変動係数(%)
c_1	10.004	0.06684	0.668	10.014	0.12861	1.284	9.969	0.31309	3.141
c_2	9.990	0.15549	1.557	9.981	0.31646	3.171	10.109	0.80640	7.977
k_1	2999.9	2.4184	0.081	2999.4	4.3656	0.146	2999.7	9.0244	0.301
k_2	3000.3	6.2057	0.207	3001.2	11.531	0.384	3008.6	23.458	0.780
a_1	0.0081	0.000033	0.400	0.0082	0.000057	0.699	0.0082	0.000126	1.543
a_2	0.0128	0.000031	0.240	0.0128	0.000062	0.488	0.0128	0.000134	1.048
b_1	0.0305	0.000875	2.863	0.0308	0.001586	5.143	0.0306	0.003171	10.36
b_2	0.0665	0.000735	1.105	0.0663	0.001252	1.890	0.0661	0.002959	4.474

c) 質点2にノイズが含まれる場合

SN比	5%			10%			20%		
	平均値	標準偏差	変動係数(%)	平均値	標準偏差	変動係数(%)	平均値	標準偏差	変動係数(%)
c_1	9.998	0.05561	0.555	9.930	0.11431	1.151	9.983	0.20654	2.069
c_2	10.019	0.12262	1.224	10.091	0.27052	2.681	10.065	0.52770	5.243
k_1	2999.7	1.9041	0.063	3001.8	3.9263	0.131	2999.2	5.4830	0.183
k_2	3000.7	4.6848	0.156	2995.3	9.6276	0.321	3002.0	14.176	0.472
a_1	0.0081	0.000041	0.509	0.0081	0.000111	1.368	0.0082	0.000183	2.240
a_2	0.0128	0.000075	0.590	0.0127	0.000148	1.165	0.0127	0.000276	2.167
b_1	0.0307	0.000654	2.129	0.0305	0.002051	6.724	0.0304	0.003204	10.53
b_2	0.0668	0.001112	1.666	0.0667	0.001999	2.995	0.0659	0.004121	6.264

5. 5自由度系の同定

図-5のような5自由度系のモデルを用いて同定を行った。質量 $m_1 \sim m_5$ は全て既知であるとし、未知数のパラメータは各層の減衰係数 c_i ($i=1 \sim 5$)と剛性 k_i ($i=1 \sim 5$)とした。また各質点の $t=t_0$ での変位

表-4 同定結果の平均値、標準偏差、変動係数(5自由度モデル)

	質点1にノイズ			質点2にノイズ			質点3にノイズ		
	平均値	標準偏差	変動係数(%)	平均値	標準偏差	変動係数(%)	平均値	標準偏差	変動係数(%)
c_1	9.779	0.8140	8.324	10.130	1.1069	10.93	10.161	1.2649	12.45
c_2	10.320	1.0994	10.65	9.975	0.7742	7.761	9.982	0.95110	9.528
c_3	9.762	1.0827	11.09	9.970	1.7828	17.88	9.747	1.6049	16.47
c_4	10.338	0.7461	7.217	9.669	0.9222	9.538	9.858	1.3878	14.08
c_5	9.908	0.4908	4.953	10.088	0.74131	7.348	10.258	1.1209	10.93
k_1	3000.4	20.748	0.692	3005.7	18.783	0.625	3000.9	19.322	0.644
k_2	3000.2	30.141	1.005	2993.2	46.426	1.551	3000.8	39.499	1.316
k_3	3000.2	24.758	0.825	3004.9	59.348	1.975	2998.4	46.239	1.542
k_4	2999.3	18.379	0.613	2993.3	32.507	1.086	3002.2	39.279	1.308
k_5	3001.8	17.759	0.592	3002.2	21.665	0.722	2999.4	24.125	0.804
a_1	0.0271	0.00023	0.850	0.0271	0.00026	0.944	0.0271	0.00026	0.944
a_2	0.0533	0.00015	0.274	0.0533	0.00038	0.707	0.0533	0.00027	0.502
a_3	0.0772	0.00011	0.138	0.0772	0.00022	0.280	0.0772	0.00027	0.350
a_4	0.0962	0.00009	0.093	0.0962	0.00021	0.214	0.0962	0.00030	0.315
a_5	0.1068	0.00011	0.099	0.1068	0.00020	0.186	0.1069	0.00029	0.268
b_1	0.2613	0.00151	0.578	0.2609	0.00208	0.796	0.2613	0.00196	0.752
b_2	0.4496	0.00106	0.236	0.4490	0.00256	0.570	0.4493	0.00165	0.368
b_3	0.5516	0.00065	0.117	0.5515	0.00136	0.246	0.5517	0.00217	0.394
b_4	0.6001	0.00083	0.138	0.5995	0.00140	0.234	0.5998	0.00250	0.417
b_5	0.6387	0.00094	0.147	0.6388	0.00186	0.290	0.6387	0.00225	0.353

	質点4にノイズ			質点5にノイズ		
	平均値	標準偏差	変動係数(%)	平均値	標準偏差	変動係数(%)
c_1	9.810	1.0177	10.38	9.693	1.0190	10.51
c_2	9.810	0.66709	6.800	9.929	0.80025	8.060
c_3	10.380	1.3132	12.65	10.342	1.6683	16.13
c_4	9.867	1.6233	16.45	10.528	1.1282	10.72
c_5	10.298	1.9658	19.09	9.659	1.2521	12.96
k_1	3003.1	19.273	0.642	3002.4	19.732	0.657
k_2	2996.6	30.517	1.018	2999.1	28.153	0.939
k_3	3007.4	35.701	1.187	2994.3	40.256	1.344
k_4	2990.8	52.676	1.761	3006.7	28.370	0.944
k_5	3012.1	72.496	2.407	3002.0	47.446	1.581
a_1	0.0271	0.00029	1.084	0.0271	0.00026	0.962
a_2	0.0532	0.00037	0.696	0.0533	0.00048	0.902
a_3	0.0769	0.00050	0.649	0.0772	0.00065	0.839
a_4	0.0960	0.00050	0.525	0.0961	0.00077	0.798
a_5	0.1066	0.00057	0.533	0.1068	0.00083	0.780
b_1	0.2614	0.00247	0.943	0.2610	0.00276	1.056
b_2	0.4499	0.00243	0.541	0.4492	0.00310	0.691
b_3	0.5525	0.00232	0.420	0.5519	0.00453	0.822
b_4	0.6004	0.00358	0.596	0.6002	0.00532	0.886
b_5	0.6399	0.00408	0.638	0.6390	0.00605	0.948

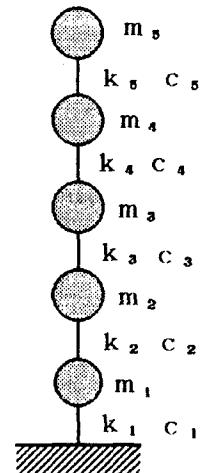


図-5 5自由度系モデル

a_i ($i=1\sim 5$)と速度 b_i ($i=1\sim 5$)も未知とした。従って未知パラメータの数は合計20個である。予め系の減衰係数を $c_i=10 \text{ tf}\cdot\text{s/m}$ ($i=1\sim 5$)、 $k_i=3000 \text{ tf/m}$ ($i=1\sim 5$)としてEI Centro波を用いて応答解析を行い、同定には加速度応答の10秒～15秒の5秒間のデータを用いた。 $t_0=10$ 秒の時、初期変位は $a_1=0.027191 \text{ m}$ 、 $a_2=0.053335 \text{ m}$ 、 $a_3=0.077174 \text{ m}$ 、 $a_4=0.0961386 \text{ m}$ 、 $a_5=0.106825 \text{ m}$ 、初期速度は $b_1=0.260959 \text{ m/s}$ 、 $b_2=0.449784 \text{ m/s}$ 、 $b_3=0.551405 \text{ m/s}$ 、 $b_4=0.601090 \text{ m/s}$ 、 $b_5=0.637811 \text{ m/s}$ である。

同定は全ての質点の加速度応答値を用いて行っているが、ノイズが同定精度に及ぼす影響を調べるため、1つの質点の加速度にSN比10%のノイズが混入し他の4質点ではノイズが無いものとした。それぞれのケースにつき30波のホワイトノイズを作成し、応答値に加えた波を用いて同定を行った結果を表-4に示す。計算時間を節約するため、十分に収束しなくても20回の繰返しで計算を打ち切った。ノイズの混入位置にかかわらず、剛性、初期変位、初期速度は比較的良く同定されている。特に初期速度の同定は、2自由度系の場合よりも良い結果が得られている。これは多分5自由度系のデータとして与えられている初期速度の大きさが、2自由度系より大きいためであろうと思われる。減衰係数の同定は悪くなっている。特に上位の質点における測定値に誤差が混入する時この傾向が強い。これは、減衰係数の収束性が比較的遅いためであり、計算時間の都合上収束していないものも20回の繰返し回数で打ち切り、20回目の値を用いて平均値、標準偏差を求めているためでもある。

6. 結論

入力波と応答加速度波を用いた時刻歴領域での同定手法を示し、例題を用いてその収束性を検証し、ノイズが同定精度に及ぼす影響を調べた。同定手法の特徴は、Gauss-Newton法の考え方に基づき、Newmark β 法と台形積分という非常に平易な数値解析手法を用いていることである。また、測定データの着目区間だけを用いて同定することが可能である。また、個々の問題について減衰係数、剛性の初期値として、真値の50%から100%変えた値を用いて数ケース計算し収束の安定性を確認している。収束の安定性を確保するため、常に剛性についてはその変化量が10%以下に、また、減衰定数については50%以下になるように制約している。初期変位、初期速度の初期値は全て0.0として計算しており、それ等の繰返し計算時の変化量については全く制約条件を設けていない。また、2.で述べた理論式の中で重み係数 W_i が用いられているが、ここでは全て1.0として計算を行った結果を示している。重み係数を任意に変え、若干計算を試みたが、ほとんど結果に影響がみられていない。

計算結果から以下のようなことが結論できる。

- ① 1自由度系については速度以外のパラメータは精度良く同定されている。
- ② 2自由度系では、両方の質点の加速度応答を用いる方が収束性が良い。5自由度系についても同様の傾向が観察された。
- ③ 2自由度系では、ノイズが質点1か2かあるいは両方に混入しても、同定精度に及ぼす影響の差は少ない。
- ④ 5自由度系では、減衰係数の同定結果が良くない。これは、減衰係数の収束性が遅く、20回の繰返しで計算を打ち切ったためでもある。
- ⑤ 全般的に見て剛性の同定は非常に良いが、減衰係数の同定は少し悪い。しかし、一般にノイズの影響は減衰係数の同定精度に顕著に現れる。
- ⑥ 解析に利用した時間区間の長さは、1自由度系、2自由度系では20秒、5自由度系では5秒としたが、更に短くても良い。調和波入力の場合には1周期程度の測定データで同定が可能である。

全ての計算は、東京電機大学理工学部に設置されているFACOM M380Qを用いて行った。5自由度系の問題で、1ケース20回の繰り返し計算に必要なCPUは約120秒程度であった。

謝辞

本論文の作成にあたり、東京電機大学建設工学科卒業研究生、上原教弘氏の協力を得たことを記し、ここに謝意を表します。

参考文献

- 1) Bèliveau, L.G. : Parameter estimation from non-normal modes of soil-structure interaction, *Journal of Optimization Theory and Applications*, Vol.23, No.1, pp.41-51, September 1977
- 2) McVerry, G.H. : Structural identification in the frequency domain from earthquake records, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.8, pp.161-180, 1980
- 3) 花田和史, 安藤幸治, 岩楯敬広, 沢田義博 : 動的荷重を受ける系の系定数同定法, 構造工学論文集, Vol.32A, pp.725-738, 1986年3月
- 4) 沢田勉, 辻原治, 阿世賀宏, 神谷宏 : せん断型線形多自由度系の同定問題の周波数領域における解析法に関する一考察, 構造工学論文集, Vol.32A, pp.739-748, 1986年3月
- 5) Udawadia, F.E. and Shah, P.C. : Identification of Structures through records obtained during strong earthquake ground motion, *ASME, Journal of Engineering for Industry*, pp.1347-1362, November 1976
- 6) Beck, J.L. and Jennings, P.C. : Structural identification using linear model and earthquake records, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.8, pp.145-160, 1980
- 7) Hoshiya, M. and Saito, E. : Structural identification by extended Kalman filter, *ASCE, Journal of Engineering Mechanics*, Vol.110, No.12, pp.1757-1770, December 1984
- 8) 丸山収, 斉藤悦郎, 星谷勝 : 移動荷重一はり系の動特性推定, 土木学会論文集, 第368号/1-5, pp.283-292, 1986年4月
- 9) 菊田征勇, 松井邦人, 新延泰生 : 動的領域における構造物の感度解析, 構造工学論文集, Vol.33A, pp.703-714, 1987年3月

(1988年10月12日受付)