

液柱管ダンパー (Tuned Liquid Column Damper) の提案
—液柱管の振動特性—

A Proposal for Suppression of Structural Vibration by Tuned Liquid Column Damper
— Vibrational Properties of Liquid Column Tube

坂井藤一*, 高枝新伍**, 玉木利裕**

by Fujikazu SAKAI, Shingo TAKAEDA and Toshihiro TAMAKI

In this paper the authors propose a newly developed damper system named 'Tuned Liquid Column Dampers (TLCD)' to suppress the wind- or earthquake-vibrations of long-period structures such as towers of suspension bridges or cable-stayed bridges, high rise buildings and chimney stacks. In the damper the vibration energy of structures is absorbed through motion of liquid mass in tube-like containers and dissipated by loss of hydraulic pressure due to orifices installed in containers. The damper conceives the following characteristics:

1. simple equipments, arbitrariness of shape and easy handling,
2. clear mechanism and quantitative definiteness of damping,
3. easy tuning of natural period to structural change in design and erection,
4. being almost free from maintenance.

Here the vibrational properties of such liquid column tube were investigated experimentally and theoretically. Consequently the validity of the theoretical approach developed here was verified by the experiment and it was clarified that the damping due to orifices is governed mainly by the opening ratio. These results will be utilized effectively for development of TLCD.

1. はじめに

構造物の大型化（長周期化）によって、風、地震などによる振動が強度安全上また架設工事上問題となっできている。また、居住性、精密機器の使用などの問題から構造物の振動の抑制が必要となる場合も増えている。このような問題に対して、構造物への振動入力を低減するという考え方から免振装置、空力ダンパーなどが開発されるとともに、構造物の振動を抑制するために従来から Tuned Mass Damper (TMD) が実用化されている。また、最近では容器内の液体のスロッシング現象を利用する制振装置として Tuned Liquid Damper (TLD) *1)～*5) が開発されている。

本論文は、TLD と同様に液体を用いる制振法の一つとして、Tuned Liquid Column Damper (TLCD) を提案するものである。本方式は、内容液の自由表面部を立ち上げた管状容器（液柱管）の液体の往復運動による質量効果を利用して、構造物の振動を低減するものである。これと似た考え方には、U字管液体振動を利用した船舶の減揺水槽*6) がある。ここでは、このU字管を含む任意形状の管を用いた長周期構造物の制振装置を意図している。

* 工博、川崎重工業（株）鉄構・機器（事）橋梁技術総括部 (〒136 東京都江東区南砂2-4-25)

**工修、 同 上

T L C D 方式は、次のような特長が考えられるので、新しい制振装置としての可能性が期待できるものと思われる。

- 1) 装置が簡単であり、形状に自由度が大きく、設置場所の制約が少ない。
- 2) 力学的に明解な 1 自由度系であり、オリフィスを用いることにより、減衰性を明確に定量化でき、かつ容易に調節できる。
- 3) 固有振動数の調節は、液体の出入りで容易に可能であり、設計変更や架設段階の構造変化にも柔軟に対応できる。
- 4) メンテナンスのための配慮があまり必要でない。

著者らは以前に、この T L C D の制振効果について若干の報告をしてきているが^{*7)}、^{*8)}、本論文では T L C D の開発のために、液柱管の振動特性を把握することを目的として、液柱管振動の運動方程式を一般的に導き、その妥当性とオリフィスによる減衰特性を実験および理論によって検討した。

2. T L C D の基本方程式

2-1 運動方程式の誘導

図 1 に示すような静止座標系 O-X Y Z に対し、 $\bar{X}(t)$ および $\bar{\theta}(t)$ の剛体的な移動と X 軸周り回転をする曲管を考え、それに固定された座標系 o-x y z に対し、曲管内の液体の運動を考える。図 1において、記号は次のように定義される。

- ρ : 液体の密度
- s : 液柱管の中心軸曲線に沿って $t = 0$ における液柱の一端から測った距離
- $\mathbf{f}(s)$: 液柱管の中心軸曲線の点 s の位置ベクトル ($o - x y z$ 系で表わす)
- $A(s)$: 点 s における液柱管の断面積
- \mathbf{g} : 重力加速度ベクトル ($O - X Y Z$ 系で表わす)
- ξ, η : 液柱端部の位置 (s 座標で表わす)

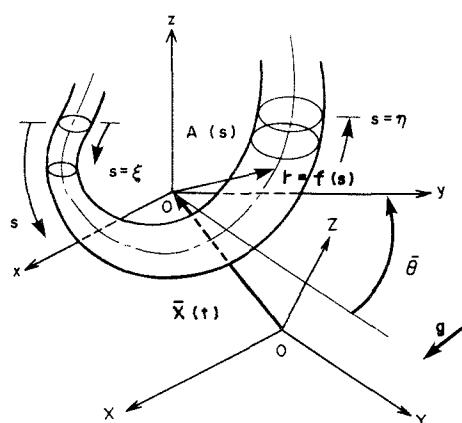


図 1 移動と回転をする液柱管

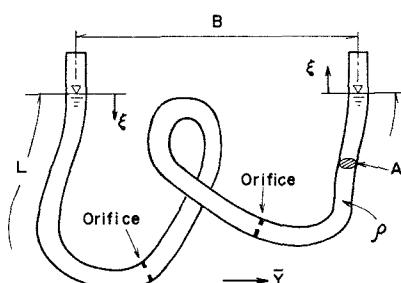


図 2 水平移動をする液柱管

定式化にあたって次の仮定をおく。

1) 曲管は剛である。

2) 管内の液体は非圧縮性である。

3) 管内の液体の運動は、管軸に沿って変断面の場合にも1次元的である。

局所座標系 $o - x y z$ は全体座標系 $O - XYZ$ に対して $\bar{X}(t)$ および $\bar{\theta}(t)$ の移動と X 軸回りの回転をするので、両座標系の間に次の関係が成り立つ。

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \bar{\theta} & -\sin \bar{\theta} \\ 0 & \sin \bar{\theta} & \cos \bar{\theta} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \bar{\mathbf{x}} = [\Gamma(t)] \mathbf{x} + \bar{\mathbf{x}} \quad (1)$$

時刻 t において、液柱端の位置は $s = \xi(t)$ 、 $\eta(t)$ であるから、液柱は $\xi(t) \leq s \leq \eta(t)$ の範囲にある。非圧縮性から、 $\xi(t)$ と $\eta(t)$ の間には次の関係がある（以下では、 $\xi(t)$ を独立変数とする）。

$$\int_{\xi}^{\eta} A(s) ds = V = \text{液体の体積(一定)} \quad (2)$$

また、位置 s にある ($\xi \leq s \leq \eta$) 微小部分 ds の液体の管軸方向流速を v とすると、

$$v(s, t) = A(\xi) / A(s) \cdot d\xi / dt \quad (3)$$

であり、速度ベクトルは中心軸曲線の接線方向であるから、

$$d\mathbf{f} / dt = A(\xi) / A(s) \cdot d\mathbf{f} / ds \cdot d\xi / dt \quad (4)$$

と表される。位置、速度を $O - XYZ$ 系で書けば、次のようになる。

$$\mathbf{X}(t) = [\Gamma(t)] \mathbf{f}(s) + \bar{\mathbf{x}}(t) \quad (5)$$

$$d\mathbf{X}(t) / dt = d[\Gamma(t)] / dt \cdot \mathbf{f}(s) + [\Gamma] d\mathbf{f}(s) / dt + d\bar{\mathbf{x}} / dt \quad (6)$$

ここに、

$$d[\Gamma] / dt = \bar{\theta} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \bar{\theta} & -\cos \bar{\theta} \\ 0 & \cos \bar{\theta} & -\sin \bar{\theta} \end{bmatrix} \quad (7)$$

ただし、() は時間微分を表わす。

液柱管内の液体の運動エネルギーを T 、ポテンシャルエネルギーを U とすれば、これらは微小部分 ds について次のように表される。

$$dT = \rho A(s) ds (d\mathbf{X}^T(t) / dt \cdot d\mathbf{X}(t) / dt) / 2 \quad (8)$$

$$dU = -\rho A(s) ds (\mathbf{g}^T \cdot \mathbf{X}(t)) \quad (9)$$

液体全体では dT 、 dU を $\xi \leq s \leq \eta$ の範囲で積分して次のように表される。

$$T = \rho / 2 \int_{\xi}^{\eta} A(s) (d\mathbf{X}^T(t) / dt \cdot d\mathbf{X}(t) / dt) ds \quad (10)$$

$$U = -\rho \int_{\xi}^{\eta} A(s) (\mathbf{g}^T \cdot \mathbf{X}(t)) ds \quad (11)$$

液柱管内の液体の運動は一方の端の位置 $\xi(t)$ と速度 $d\xi / dt$ で表わすことができる。Lagrangian $L = T - U$ を用いて、Hamilton原理を適用すれば、系の運動方程式は次のように表わされる。

$$d(\delta L / \delta \dot{\xi}) / dt - \delta L / \delta \xi = 0 \quad (13)$$

(13)式を (4)～(11)式により具体的に書き下すのはやゝ煩雑である。簡単のため、以下では断面積 $A(s)$

を一定とし、次のような関数を導入する。

$$\phi(s) = \{f_y(s)\}^2 + \{f_z(s)\}^2 \quad (14)$$

$$\psi(s) = -f_y(s) \{df_z(s)/ds\} + f_z(s) \{df_y(s)/ds\} \quad (15)$$

$$\Psi(s) = \int \psi ds \quad (16)$$

これより、液柱管内の液体の運動方程式は次のようにになる。

$$\rho A [L \dot{\xi}'' + \bar{\theta}'' \{\Psi(\xi+L) - \Psi(\xi)\} + \bar{X}'' [\Gamma] \{f(\xi+L) - f(\xi)\} - \bar{\theta}'^2 \{\phi(\xi+L) - \phi(\xi)\} / 2 - g[\Gamma] \{f(\xi+L) - f(\xi)\}] = 0 \quad (17)$$

ここで、Lは液柱の中心軸の長さを表わす。

特殊な場合として、図2のように液柱管が水平動Y(t)または鉛直動Z(t)の剛体移動をする場合について、運動方程式は次のようになる。

$$\rho A L \dot{\xi}'' + 2 \rho A g \dot{\xi} = -\rho A B \bar{Y}'' \quad (18)$$

$$\rho A L \dot{\xi}'' + 2 \rho A g \dot{\xi} = -2 \rho A \dot{\xi} \bar{Z}'' \quad (19)$$

(18)の方程式は、液体の質量のうち液柱端部の幅Bの分だけの質量が水平変位入力に関与することを意味する。また、(19)の方程式は、Mathieu型の方程式となっており、パラメータ励振の可能性を示している。固有振動数および固有周期は、(18)式または(19)式から次式で与えられる。

$$\omega_a = \sqrt{2g/L}, \quad T_a = 2\pi\sqrt{L/2g} \quad (20)$$

2-2 オリフィスによる減衰力

ここで提案するTLC Dをはじめとして、同調式ダンパーではダンパー自身の減衰性が重要な量である。TLC Dでは、管と液体の摩擦は非常に小さいので、とりあえずは無視することにし、管内にオリフィスを設けることによる圧力損失を利用する。このオリフィスによる圧力損失については、オリフィスの開口率と圧力損失係数Kの関係が、多くの研究によって明らかになっている*9), *10)。この係数を用いて、圧力損失△Pは次のように表わされる。

$$\Delta P = \rho K |\dot{\xi}| + \dot{\xi}^2 / 2 \quad (21)$$

この圧力損失による減衰力を考慮すると、液柱管の運動方程式は次のようになる。

$$\rho A L \dot{\xi}'' + \rho A K |\dot{\xi}| + \dot{\xi}^2 / 2 + 2 \rho A g \dot{\xi} = -\rho A B \bar{Y}'' \quad (22)$$

2-3 構造物-液柱管系の連成振動方程式

図3に示すように、1質点系（質量m、減衰c、剛性kとする）の構造物に液柱管を付加した場合を考えると、その運動方程式は次式のようになる。

$$\begin{bmatrix} \rho A L & \rho A B \\ \rho A B & \rho A L + m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\xi}'' \\ X'' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho A K / 2 + \dot{\xi}^2 / 2 & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\xi} \\ X' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \rho A g & 0 \\ 0 & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\xi} \\ X \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ F \end{Bmatrix} \quad (23)$$

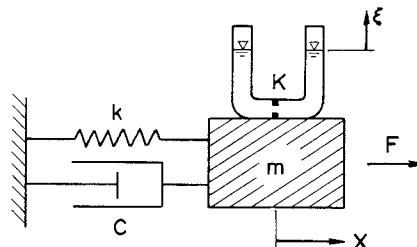


図3 構造物-TLC D連成モデル

3. T L C D の振動特性

3-1 液柱管振動の実験

2. 述べた液柱管振動の方程式およびオリフィス減衰式の妥当性を検討するために、模型による自由振動実験と正弦波加振振動実験を行った。特に固有振動数、オリフィスによる減衰特性、入力-応答特性などについて、模型の管形状、オリフィス形状、液柱軸長さおよび振幅を変化させ、それらの影響を調べることにした。

(1) 試験体

図4に示すような4種類の形状のアクリル製の液柱管を作成した。また、オリフィスは、図5のように4種類の形状について、それぞれシャープエッジのものとフラットエッジのものを作成した。

(2) 計測方法

液面の変動とオリフィス前後の圧力差を容量式波高計および差圧計で計測した。また加振実験では、振動台および液柱管の運動を変位計と加速度計により計測し、台入力と管の剛体運動をチェックした。

(3) 自由振動実験

自由振動の初期変位は空気圧によって与え、圧力を開放することによって振動を起した。初期変位としては、振幅の影響をチェックするため、0. 1 m、0. 3 m、0. 5 mの3通りとした。

(4) 正弦波加振振動実験

川崎重工技術研究所所有の大型振動台(3 m × 3 m、30 ton)を用いて正弦波加振振動実験を行った。加振振動数は、固有振動数を含む帯域として0. 304 Hzから0. 768 Hzまで、0. 016 Hz刻みとした。加振変位振幅は、非線形性の影響を調べるため、15 mm、30 mm、45 mm、60 mmの4通りとした。

(5) 実験ケース(表1、表2参照)

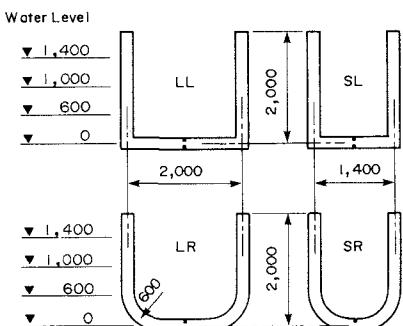


図4 液柱管実験試験体

表1 自由振動実験ケース

Container type	Orifice type	Length of liquid L(mm)			Initial amplitude(mm)
		LL	SL	SR	
L L	O O *	3200	2600	100	
L R	W F , W M	4000	3400	300	
S L	M F , M M	4800	4200	500	
S R	N F , N M				
	R F , R M	2685	2085		
		3485	2885		
		4285	3685		
* no orifice					

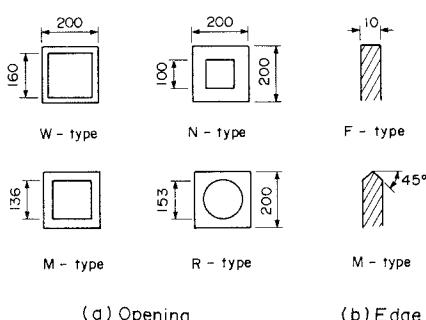


図5 オリフィス試験体

表2 正弦波加振振動実験ケース

Container type	Orifice type	Length of liquid L(mm)			Input amplitude(mm)
		LL	SL	SR	
L R	O O *			2600	15
	W F			3400	30
S L	M F			4200	45
S R	N F	2685		2085	60
	R F	3485	SR	2885	
		4285		3685	
* no orifice					

3-2 液柱管振動の解析

(1) 自由振動

(22)式で $Y'' = 0$ とした自由振動の非線型微分方程式の時刻歴数値解も求めているが、特に波形の極値 ξ_i については、次のような関係を満たすことが知られている*11)。

$$1/n(\xi_i K/L + 1) - \xi_i K/L = 1/n(-\xi_{i+1} K/L + 1) + \xi_{i+1} K/L \quad (24)$$

これから極値 ξ_i を求めれば、対数減衰率を容易に計算できる。

(2) 正弦波加振振動

(22)式で次のような正弦波入力があるものとする。すなわち、

$$Y''(t) = -\omega^2 Y_0 \sin(\omega t) \quad (25)$$

このとき、非線型定常応答解はほとんどの場合正弦波状の定常解となることが、数値解から確かめられた。

これより同じ振動数の定常解

$$\xi(t) = \xi_0 \sin(\omega t - \alpha) \quad (26)$$

を仮定すると、次のように解が得られる*12)。

$$\xi_0 = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ -\left(\frac{2g - \omega^2 L}{4K\omega^2/3\pi}\right)^2 + \sqrt{\left(\frac{2g - \omega^2 L}{4K\omega^2/3\pi}\right)^4 + \left(\frac{2Y_0}{4K/3\pi}\right)^2} \right\}} \quad (27)$$

$$\alpha = \arcsin(-4K\xi_0/3\pi BY_0) \quad (28)$$

この定常解に対し、次のような等価減衰係数を求めることができる。すなわち、

$$C_{eq} = 8(\rho A K/2) \omega \xi_0 / 3\pi \quad (29)$$

この減衰係数は、定常応答値が等しくなるような線形方程式の減衰係数と等価という意味である。

3-3 液柱管振動に関する実験結果と解析結果

(1) 自由振動の結果

自由振動実験による液柱変位波形は、液面の乱れなどによる若干の高周波ノイズを含んでいたので、移動平均法によりローパスフィルター処理を行った。ローパスフィルター処理後の自由振動波形例を図6に示す。

a) 固有周期

液面変位時刻歴記録から極値となる時刻を求め、その間の平均値から固有周期を算定した。この結果と(20)式で与えられる固有周期とを比較すると図7のようになる。この図を見ると液柱管形状、オリフィス形状、初期変位などにより少々ばらつきはあるものの、液柱軸長さをLとして(20)式で固有周期を計算すれば、十分精度の良い結果が得られることが分った。

b) 減衰性

液面変位時刻歴記録から極値を求めて、極値差 $2\xi_i$ を用いて、減衰定数 h_i 、対数減衰率 δ_i を計算した(図8)。図中には、(24)式で得られる極値からこれと同じ方法で求めた減衰定数と(29)式の等価減衰係数から求めた減衰定数が実験値と比較されている。これを見ると、実験から求めた減衰定数は(24)式を用いた計算により求めたものとほぼ一致していることがわかる。また、(29)式に示す等価減衰係数から求めた値も、実験値とよい対応をしている。オリフィスがない場合は、液体と管の摩擦による減衰のみ存在するが、これはオリフィスによる減衰に比べて非常に小さいことがわかる。結果は示していないが、液柱管形状による違いをみると、直角に曲ったL型およびS型タイプの管のほうが円弧状に曲ったLR型およびSR型よりもわずかに減衰が大きい。これは曲り部による圧力損失によるものである。同じ開口率のオリフィスで開口形状が正方形のものと円形のものの減衰特性を較べるとほとんど差がないことがわかった。以上のことから、液柱管振動の減衰性はオリフィスの開口率でほぼ決まり、他の要因は支配的でないと言える。ただし、オリフィスの刃先形状は、フラットなものの方がシャープなものより圧力損失係数が文献値とよく一致する。

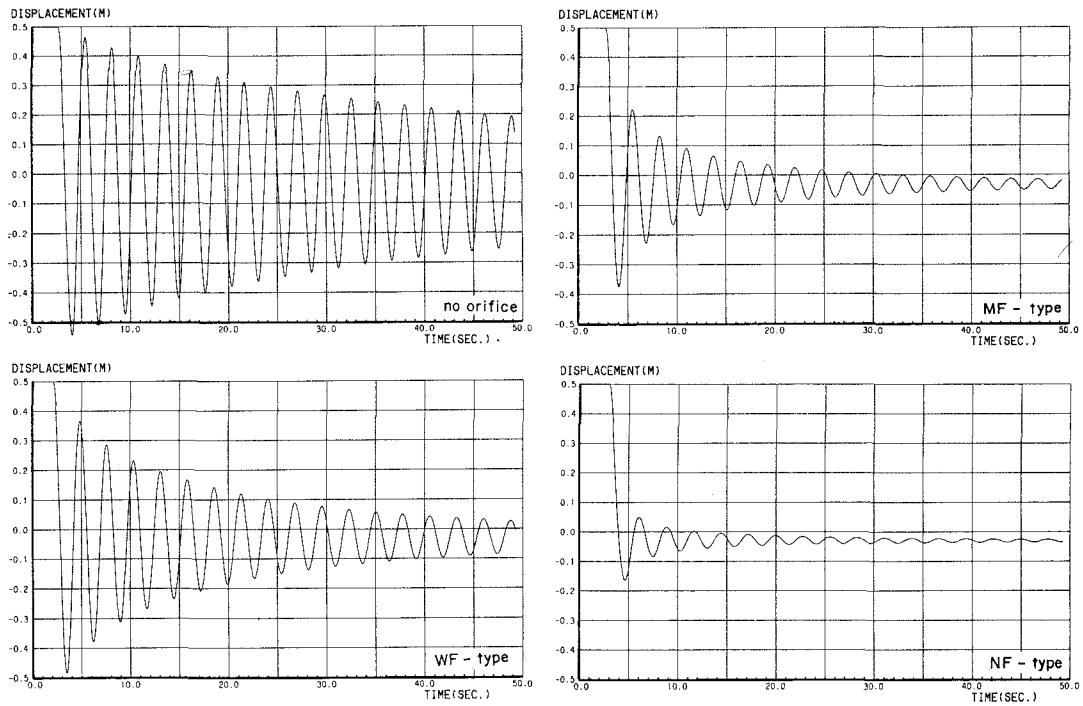


図6 自由振動実験減衰波形

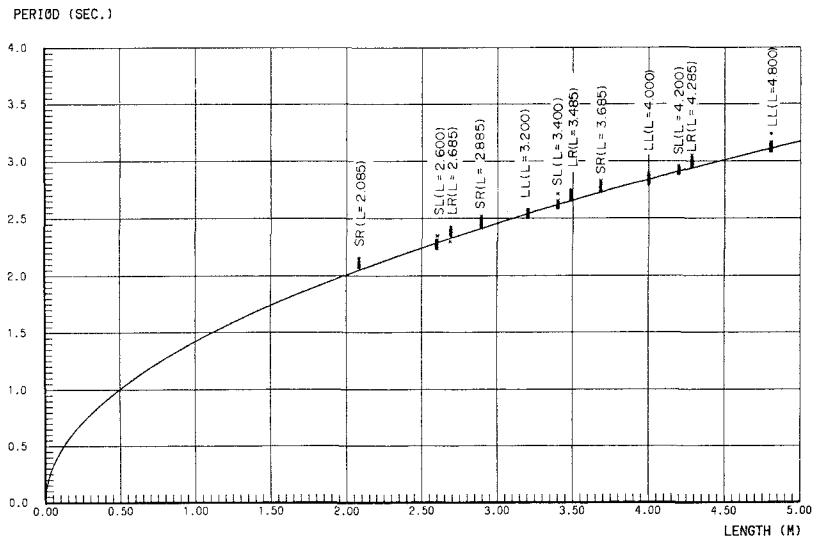


図7 液柱中心軸長さと固有周期

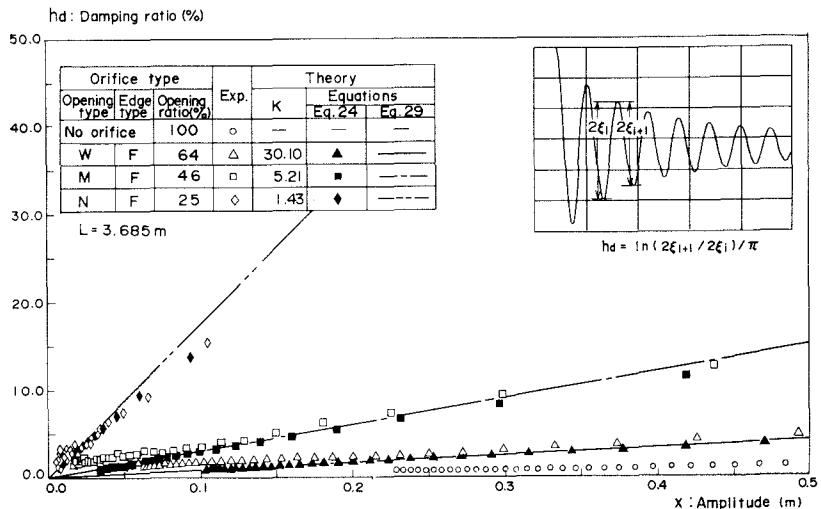


図8 自由振動実験による減衰定数

(2) 正弦波加振振動の結果

正弦波定常加振振動実験で記録された液面変位の波形と振動台の変位の波形から、フーリエ振幅の比として変位応答倍率を計算した。これと(27)式から計算した変位応答倍率の比較例を図9に示す。

a) 固有周期

図9で変位応答倍率が最大となる振動数は、(20)式から計算される固有振動数とよく対応している。

b) 減衰性

実験から求めた変位応答倍率と計算により求めた変位応答倍率は、あらゆる振動数領域でよく対応している。また、入力振幅が大きいほど応答倍率は小さくなり、振幅とともに減衰が大きくなる非線型性が表れている。液柱管の形状やオリフィスの開口形状、刃先形状についての影響は自由振動の場合と同じ傾向にあり、やはり減衰性はほぼ開口率によって支配されることがわかった。

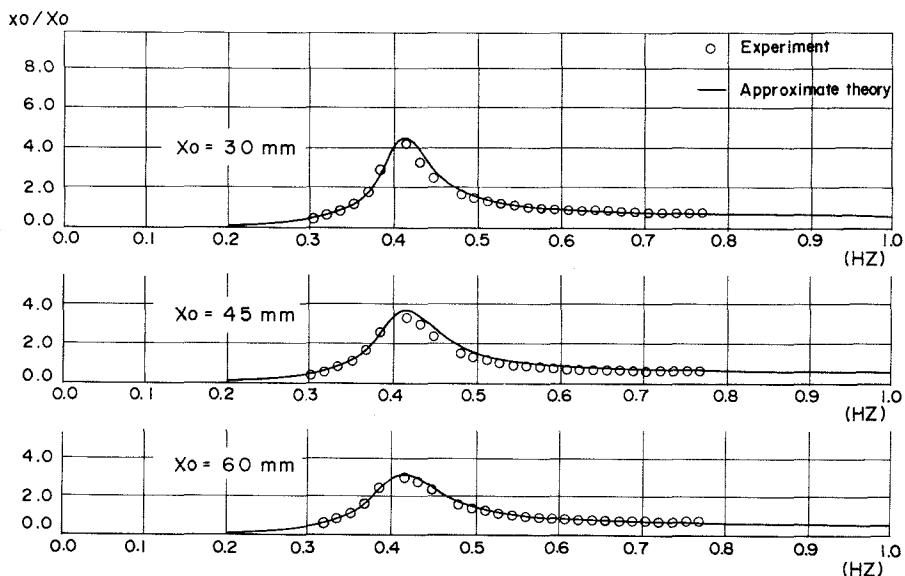


図9 液柱管の変位応答倍率（液柱管タイプS R、オリフィスタイプMF）

c) 入力-応答関係

(22)式では、水位変位入力の影響が液柱端の幅Bに比例する。変位応答倍率曲線は全般的に実験と計算でよく対応しており、また(27)式で変位応答倍率 ξ_0/Y_0 の $\omega \rightarrow \infty$ での極限は B/L となるが、これも実験結果からほぼ示されている。

3-4 構造物-TLCD連成振動の解析

以上のように、ここまで展開してきたLCDの理論の妥当性が実験的に証明されたので、次に実構造物を想定して、それに対するLCDの減衰効果を試算してみた。

構造物とLCDの連成振動は、式(23)によって計算できるが、ここでは式(23)に基づき、予想振幅に対し減衰係数を固定値とする等価線型化法による計算を行なった。

図-10は、実際に建設されているある塔状構造物にLCDを搭載することを想定した場合を考え、構造物およびLCDの周波数応答倍率を計算したものである。図の結果からわかるのは、この場合LCDの液量が構造物の一般化質量のわずか1.36%であるにもかかわらず、このLCDを付けることにより、付けていない場合の約1/11程度まで構造物振幅を抑制することができる、と言うことである。

このような計算例から、適切に設計されるならば、LCDは従来のTMDあるいはTLIDと比べても十分遜色のない効果を発揮することができる、と言えよう。

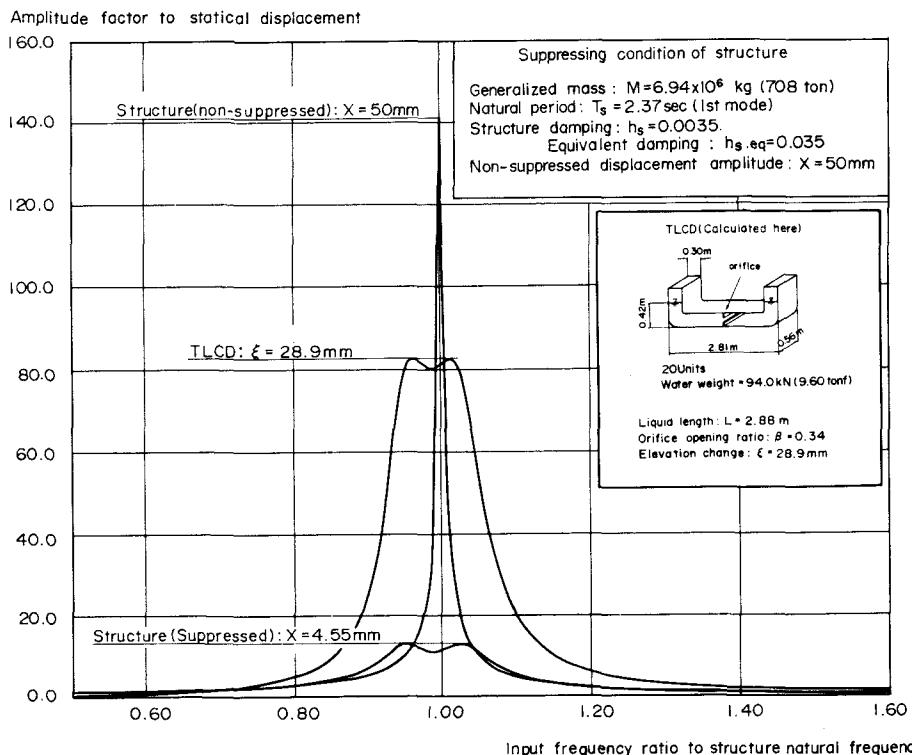


図10 LCDを付加した構造物の周波数応答倍率

4. おわりに

本論文では、Tuned Liquid Column Damper (TLCD) を提案し、その制振効果を論ずる前提として、液柱管の振動特性について検討を行った。得られた結果は次のようなものである。

- 1) 任意形状の液柱管の一般的な基礎振動方程式を導き、特に水平入力の場合の特性について論じた。
また鉛直入力の場合、振動方程式は Mathieu型の方程式となり、パラメータ励振を生ずる可能性があることを示した。
- 2) 構造物-液柱管系の連成を考慮した運動方程式を導き、実物を想定した解析例により、T L C D の制振装置としての可能性を示した。
- 3) 自由振動および正弦波加振振動についての実験と解析から、次の諸点を明らかにした。
 - a. 固有振動数は液柱軸長さによって決まる。
 - b. オリフィスによる減衰は、開口率による圧力損失係数によって決定され、液面の振幅にはほぼ正比例するような性質がある。
 - c. 水平加振では液柱管の形状比 (B/L) 倍の質量効果となっている。
 - d. 液柱管の液体振動においては、管の形状やオリフィスの形状は支配的な要因ではない。
- 4) ここで示した運動方程式とオリフィス減衰式から求めた結果は、実験結果とよく対応し、液柱管の振動現象を説明できることがわかった。今後の制振検討に対し、本論文に示した結果は十分に利用できるものと思われる。

【参考文献】

- 1) Modi, V.J. and Welt, F., "Vibration Control using Nutation Dampers", Proc. Int'n Conf. on Flow Induced Vibrations, Bowness-on-Windermere, England, 1987.
- 2) Chaiseri, P., Fujino, Y., and Pacheco, B., "Damper Using Liquid Motion As Energy Dissipator-Tuned Liquid Sloshing Damper", 土木学会第42回年次講演会概要集, 1987.
- 3) 宮田利雄, 山田 均, 斎藤義昭, 「対風制振用水槽ダンパーの検討」, 日本風工学会誌, No.32, 1987.
- 4) 藤井邦雄, 佐藤孝典 他, 「液体のスロッシングを利用した制振装置-Tuned Sloshing Damper について」, 日本建築学会学術講演会梗概集, 1987.
- 5) 野路利幸 他, 「スロッシングを利用した制振装置の研究(その1~その3)」, 日本建築学会学術講演梗概集, 1987.
- 6) 渡辺四郎, 「動搖軽減法(2)減搖水槽その他」, 日本造船学会耐航性に関するシンポジウム, 1969.
- 7) 佐岡曖也, 坂井藤一, 高枝新伍, 玉木利裕, 「Tuned Liquid Damper(液柱管ダンパー)の制振効果について」, 土木学会第43回年次講演会概要集, 1988.
- 8) 玉木利裕, 坂井藤一, 高枝新伍, 鬼束博文, 「Tuned Liquid Column Damper(液柱管ダンパー)の研究」, 日本建築学会学術講演梗概集, 1988.
- 9) Blevins, R., D., "Applied Fluid Dynamics Handbook", van Nostrand Reinhold, 1984.
- 10) 日本規格協会。「J I S Z 8 7 6 2 絞り機構による流量測定方法」, 1969.
- 11) 土木学会編, 「水理公式集」, 1985.
- 12) 楢木義一, 「非線型振動論」, 応用力学講座9-B, 共立出版, 1958.

(1989年10月12日受付)