

設計変数のリンキングの最適化について

ON THE OPTIMIZATION OF VARIABLES LINKING

小林一郎* 三池亮次** 山城久富*** 山田善一****

By Ichiro KOBAYASHI, Ryoji MIKE, Hisatomi YAMASHIRO, Yoshikazu YAMADA

In this paper, a criterion of optimal variables linking is presented. A multi-objective problem D is defined in such a way that the total weight W and the labor cost R are to be minimized simultaneously. Using fuzzy maximizing decision and fuzzy similarity relation, optimal linkage parameter α is determined.

As examples, 24 member and 47 member trusses are considered. Cross-sectional areas of members are design variables. Two-level optimization is used to determine optimal thickness and depth of square cross section.

The results show that 4 design variables are the most suitable for 24 member truss, while 5 design variables for 47 member truss.

1. はじめに

実構造物の設計・施工においては部材はグループごとに同一のものをを用いるのが一般的である。しかし、どの部材を同一のグループとするかの判定は設計者にまかされ、経験的に決められているのが実情である。骨組構造物の最適設計においても大半の場合、主として計算効率の面から設計変数のリンキングが行われているが、いかなる基準によってグループ分けを行うべきかについては、まだ定められた方法はないようである。

本研究では、ファジィ最大化決定^{1) ~3)}とファジィ関係行列^{4) ~6)}を用いて設計変数のリンキングの最適化について検討する。すなわち、リンキングの最適化問題として、トラス構造物において使用鋼材の総重量Wと製作に必要な労働によるコストRの最小化を同時に考慮する多目的最適化問題Dを設定する。また、リンキングの程度を指標 α によって表すこととする。 $\alpha = 0.00$ のときは総ての断面を同一の設計変数とし、 $\alpha = 1.00$ のときは、全部材独立の設計変数を用いるものとする。 α はリンキングの度合いに応じて0.00から1.00までの値をとることとなる。この多目的最適化問題の解法として、WとRの減少の度合いの満足度をファジィ集合の帰属度関数 μ_W と μ_R で表し、最適化問題 μ_D (Dの実現される満足度)を μ_W と μ_R についてのファジィ最大化決定問題に変換し、上記の指標 α の最適値 α^* を求めるものとする。

* 工修 熊本大学助手 工学部土木環境工学科 (〒860 熊本市黒髪2丁目)

** 工博 熊本大学教授 工学部土木環境工学科 (〒860 熊本市黒髪2丁目)

*** 熊本大学学生 大学院工学研究科 (〒860 熊本市黒髪2丁目)

**** 工博 京都大学教授 工学部土木工学科 (〒606 京都市左京区吉田本町)

さらに、各部材の設計変数としては、断面積 A を用いるものとし、各部材間の類似度をファジィ関係行列 $\mathbf{M}$ として定義する。 $\alpha = \alpha$ のときのファジィ関係行列 $\mathbf{M}_\alpha$ はファジィ理論における分解定理により同値関係行列⁷⁾ として求められる。ただし、 $\mathbf{M}$ は各設計者が主観的に定義する値であり、無数に存在する。従って、客観的に最も望ましい（つまり、 μ_D を最大化する）ファジィ関係行列 $\mathbf{M}^*$ を求めることが必要となる。本研究では、トラス構造について部材の軸力の大きい順に部材番号を並べ替え、一次元探索により各 α に対するリンキンググループごとの部材選択を行なう方法を提案し、上記の $\mathbf{M}^*$ に極めて近いファジィ関係行列を求め、最適なリンキンググループ数と部材配置を求める。

本論文においては、例題としてトラス構造のみを取り上げたが、本手法は、例えば、プレートガーダーの断面変化点と断面諸量の決定、あるいは、有限要素法を用いた板の各部の最適板厚を求める問題において、各有限要素内の設計変数である板厚のリンキングの最適化問題等にも適用可能である。

2. 満足度最大化による最適設計

(1) 満足度最大化

最適化問題として、トラス構造物において使用鋼材の総重量 W と製作に必要な労働によるコスト R の最小化を同時に考慮する多目的最適化問題 D を設定する。 W と R の両方ともコストと考えれば、 $D = C_1 W + C_2 R$ のように適当な重み係数 C_1 、 C_2 をかけて単一目的の最適化問題に変換することも可能である。しかし、例えば、文献⁸⁾ の「最適設計の計算効率をあげる工夫」の中で目的関数の精度 (W) と計算時間 (R) が設計変数の数によって変化することが述べられているが、計算精度と計算効率という2つの目的関数に対して重み係数をかけて単一目的の最適化問題とすることは意味がなく、多目的最適化問題として取り扱う方が汎用性のある定式化が可能となる。

図-1に示すように W と R はともにリンキングの程度を表す指標 α の関数であり、これを W_α 、 R_α とする。 $\alpha = 0.00$ (全部材同一変数) のときと $\alpha = 1.00$ (全部材独立変数) のときの目的関数の値をそれぞれ $W_{0.0}$ 、 $W_{1.0}$ 、 $R_{0.0}$ 、 $R_{1.0}$ とすると、目的関数 W と R は α に関してトレードオフの関係にある。このような多目的最適設計問題の解法として、ここでは、ファジィ最大化決定を用いる。

目的関数 W と R の減少の度合いの満足度をファジィ集合の帰属度関数 μ_W と μ_R を用いて次式で表す。

$$\mu_W = \frac{W_\alpha - W_{0.0}}{W_{1.0} - W_{0.0}} \quad (1)$$

$$\mu_R = \frac{R_{1.0} - R_\alpha}{R_{1.0} - R_{0.0}} \quad (2)$$

帰属度関数 μ_W 、 μ_R と α の関係は図-2となる。したがって、多目的最適化問題 D は、

$$\mu_W \rightarrow \max, \quad \mu_R \rightarrow \max$$

を同時に満足するような α を探索すれば良い。ここでは、ファジィ最大化決定問題として次式を定める。

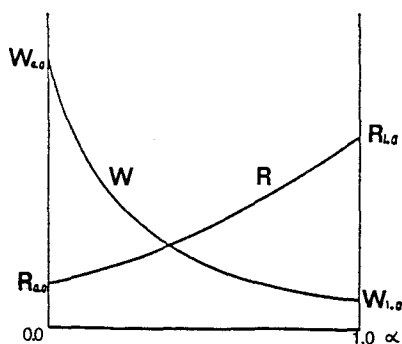


図-1 リンキングの程度と目的関数の関係

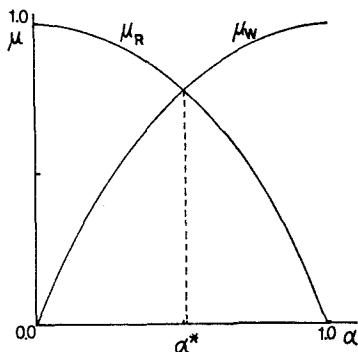


図-2 帰属度関数 μ_W 、 μ_R と α の関係

$$\max \mu_D = \max (\min (\mu_W, \mu_R)) \quad (3)$$

ただし、目的関数 W については、部材長を L 、リンキングのグループ数を I とすると、

$$W = \sum_{i=1}^I A_i \left(\sum_{j=1}^n L_j \right) \quad (4a)$$

となる。ここに、 n は第 i 番目のリンキングのグループに属する部材の総数、 m は全部材数を表す。したがって、全部材の設計変数が同一、つまり、 $I = 1$ ($\alpha = 0.0$) のときは

$$W_{0.0} = A \sum_{j=1}^m L_j \quad (4b)$$

となり、全部材の設計変数が独立、つまり、 $I = m$ ($\alpha = 1.0$) のときは

$$W_{1.0} = \sum_{j=1}^m A_j L_j \quad (4c)$$

となる。これに対して、目的関数 R は α について、明確な関数式として表せないので、次式のように μ_R と α の関係式を設定する。

$$\alpha^k + \mu_R^k = 1 \quad (5)$$

ただし、CASE 1: $k = \sqrt{2}$

CASE 2: $k = 1.0$

CASE 3: $k = \sqrt{2}/2$

図-3は上式の各 μ_R と α の関係を示したものである。こ

こで、CASE i の帰属度関数を μ_{Ri} と表すものとする。CASE 2において、 α に対して μ_{R2} は直線的に変化しているが、 μ_{R1} は α の増加に対して μ_{R2} より大きく、 μ_{R3} は μ_{R2} より小さくなっている。同一の目的関数 W (あるいは μ_W) に対して、 μ_{R1} は労働によるコスト R が大きくなっても積極的に W を小さくする (μ_W を大きくする) 方向に最適解を設定することを意味しているが、反対に μ_{R3} は W が多少大きく (μ_W が小さく) なっても、 R を小さくすることが得策だと言った最適性基準を設定したことになる。つまり、 μ_{R1} は労働によるコストの単価が割安に設定された状態、 μ_{R3} は逆に単価が割高に設定された状態に対応している。

(2) ファジィ関係行列によるトラス部材の類似度の規定

図-4に示す10部材トラスを例にして、ファジィ関係行列における類似度の規定法を述べる。リンキングの度合いに応じて α を0.00から1.00まで変化させたとき、たとえば、図-5の分割樹形図のように同じグループに属していた部材が細分割されて行くものとする。このような分割樹形図の各 α の値における部材間の類似度は、ファジィ関係行列 $\mathbf{M}$ の α レベル集合の同値関係行列 $\mathbf{M}_\alpha$ として定めることができる。ただし、このファジィ関係行列 $\mathbf{M}$ はファジィ理論における類似関係 (Similarity relation) の持つ諸性質 (すなわち、a) 反射的、b) 対称的、c) 推移的等) を満足していなければならない。

式 (6) は図-5に対応したファジィ関係行列 $\mathbf{M}$ であり、各部材間の類似度が規定されている。

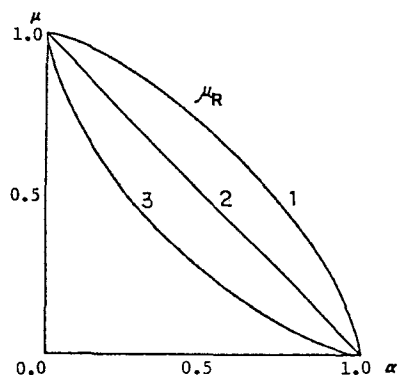


図-3 帰属度関数 μ_R と α の関係

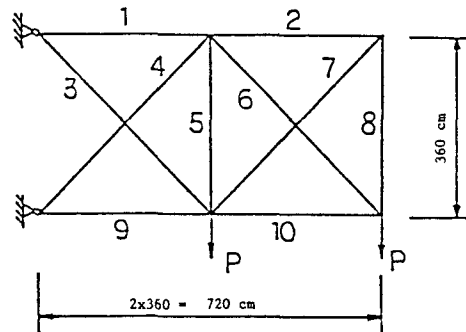


図-4 10部材トラスモデル

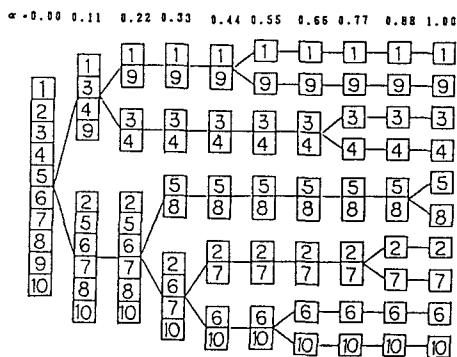


図-5 分割樹形図

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix}
 1.00 & 0.05 & 0.20 & 0.20 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.50 & 0.05 \\
 & 1.00 & 0.05 & 0.05 & 0.30 & 0.40 & 0.80 & 0.30 & 0.05 & 0.40 \\
 & & 1.00 & 0.70 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.20 & 0.05 \\
 & & & 1.00 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.20 & 0.05 \\
 & & & & 1.00 & 0.30 & 0.30 & 0.90 & 0.05 & 0.30 \\
 & & & & & 1.00 & 0.40 & 0.30 & 0.05 & 0.60 \\
 & & & & & & 1.00 & 0.30 & 0.05 & 0.40 \\
 & & & & & & & 1.00 & 0.05 & 0.30 \\
 & & & & & & & & 1.00 & 0.05 \\
 & & & & & & & & & 1.00
 \end{bmatrix} \quad (6)$$

sym.

上式の $\mathbf{M}$ において、例えば、 $\alpha = 0.33$ のときの同値関係行列 $\mathbf{M}_\alpha$ の値は次式のようにになる。

$$\mathbf{M}_{0.33} = \begin{bmatrix}
 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 \\
 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \\
 & & 1.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\
 & & & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\
 & & & & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 \\
 & & & & & 1.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \\
 & & & & & & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \\
 & & & & & & & 1.00 & 0.00 & 0.00 \\
 & & & & & & & & 1.00 & 0.00 \\
 & & & & & & & & & 1.00
 \end{bmatrix} \quad (7)$$

sym.

トラス構造が高次の不静定構造となったとき、リンキングのグループ数が変わるたびに各部材の軸力分布が変化し、図-5のような分割樹形図において、枝が交差する場合も考えられる。しかし、各部材間の関係を類似関係と規定すれば、前述の3性質のうち、「推移的」であることより樹形図における枝わかれは発生しないことになる。

(3) 3種類の異なる帰属度関数に関する 最適解の比較

図-4の10部材トラスモデルを例題として、3人の設計者が個々に式(6)に対応するファジィ関係行列 $\mathbf{M}$ を定めた場合の計算結果について検討する。CASE Aは式(6)と同一のものとし、CASE B、Cは、それぞれ、式(8)、(9)に示した値を用いる。3種類の μ_R (CASE 1、2、3) に対して、各 $\mathbf{M}$ より μ_W を求めた結果が図-6である。 μ_W はそれぞれの $\mathbf{M}$ について α の値ごとに次式の最小重量設計を行い、算出された W を用いて式(1)

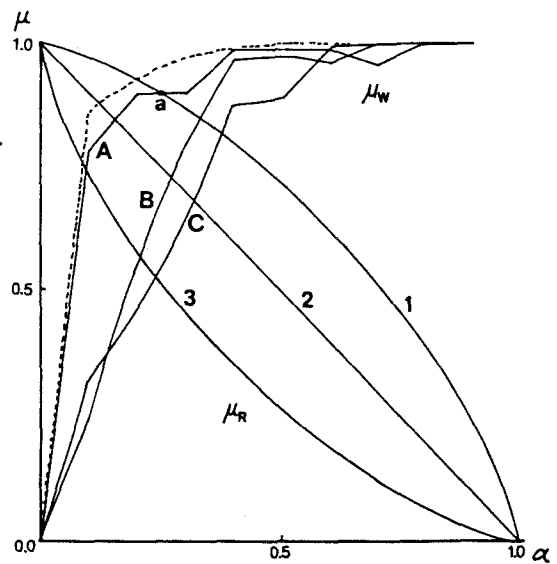


図-6 10部材トラスの μ_W 、 μ_R と α の関係

$$M_B = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.20 & 0.10 & 0.10 & 0.40 & 0.10 & 0.10 & 0.20 & 0.80 & 0.20 \\ & 1.00 & 0.10 & 0.10 & 0.20 & 0.10 & 0.10 & 0.50 & 0.20 & 0.70 \\ & & 1.00 & 0.90 & 0.10 & 0.30 & 0.30 & 0.10 & 0.10 & 0.10 \\ & & & 1.00 & 0.10 & 0.30 & 0.30 & 0.10 & 0.10 & 0.10 \\ & & & & 1.00 & 0.10 & 0.10 & 0.20 & 0.40 & 0.20 \\ & & & & & 1.00 & 0.60 & 0.10 & 0.10 & 0.10 \\ & & & & & & 1.00 & 0.10 & 0.10 & 0.10 \\ & & & & & & & 1.00 & 0.20 & 0.50 \\ & & & & & & & & 1.00 & 0.20 \\ & & & & & & & & & 1.00 \end{bmatrix}$$

(8)

$$M_C = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.30 & 0.10 & 0.10 & 0.10 & 0.10 & 0.10 & 0.10 & 0.70 & 0.30 \\ & 1.00 & 0.10 & 0.10 & 0.10 & 0.10 & 0.10 & 0.10 & 0.30 & 0.50 \\ & & 1.00 & 0.80 & 0.20 & 0.40 & 0.40 & 0.20 & 0.10 & 0.10 \\ & & & 1.00 & 0.80 & 0.20 & 0.40 & 0.20 & 0.10 & 0.10 \\ & & & & 1.00 & 0.20 & 0.20 & 0.90 & 0.10 & 0.10 \\ & & & & & 1.00 & 0.60 & 0.20 & 0.10 & 0.10 \\ & & & & & & 1.00 & 0.20 & 0.10 & 0.10 \\ & & & & & & & 1.00 & 0.10 & 0.10 \\ & & & & & & & & 1.00 & 0.30 \\ & & & & & & & & & 1.00 \end{bmatrix}$$

(9)

から求めている。Wに関する最適設計問題は、以下の通りである。

〔目的関数 W に関する最適設計問題〕

設計変数：A

目的関数：式 (4)

$$\text{制約条件：} -1000 \text{ kgf/cm}^2 \leq \sigma_i \leq 1000 \text{ kgf/cm}^2 \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10) \quad (10)$$

$$-2000 \text{ kgf/cm}^2 \leq \sigma_i \leq 2000 \text{ kgf/cm}^2 \quad (i = 6) \quad (11)$$

ただし、弾性係数 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ 、 $P = 100 \text{ tf}$ とする。

図-6において、 μ_W と μ_R が3個ずつあるので、9ケースの最適解が求められる。たとえば、 μ_{WA} と μ_{R1} による解はa点で、 α の最適解 $\alpha = 0.22$ となる。CASE Aと式(6)の関係行列は同一のもので、図-5の分割樹形図からもわかるように、リンキングの最適なグループ数3が得られる。

3. 構造特性に基づく帰属度関数 μ_W の算出法

2.において、ファジィ関係行列を用いた最大化決定によって、与えられた関係行列 M (または、 μ_W の値)に対する最適な α が求められたが、この M または μ_W はあくまで主観的に定められたものである。ただし、図-6では、CASE C、B、Aの順に最適値である式(3)の μ_D の値は大きくなっている。つまり、CASE AからCまでのうち μ_D の満足度を最大にするためにはCASE Aを用いれば良いことになる。したがって、最大化決定という観点に立つなら、図-6に点線で示したように μ_W を設定できれば、各 μ_R との最適解 μ_W^* が最大になるような客観的なファジィ関係行列 M^* によるリンキングの最適化が可能となる。

ただし、ひとつのトラス構造に対してファジィ関係行列 M は主観的に定めるため無数に存在し、その中から最適なファジィ関係行列 M^* を探索するのは一般的な数値計画法を用いても可能ではあるが、極めて複雑な定式化が必要となる。そこで、本研究では、軸力 N の大きさの同じような部材は同じグループに入れることとして、以下の手順に従って M を求めることとする。ただし、全部材数を m 、リンキングのグループ数を I とすると $\alpha = (I - 1) / (m - 1)$ のように、 α は I の関数で、離散的な値となる。

〔 μ_W 算出の手順〕

- ① $\alpha = 0.00$ における各部材の軸力 N の大きい順に、部材番号を並べ替える。
- ② α に対応するリンキングのグループ数 $I = 1$ とする。
- ③ I 個のグループを $I + 1$ 個に分割する。はじめに、 I 個の各グループ($j = 1, 2, \dots, I$)について、目的関数 W が最小になるように、それぞれ2グループに細分割する。このようにして求められた最適解を $W_{\alpha j}$ とし、このときの帰属度関数を $\mu_{W \alpha j}$ とする。

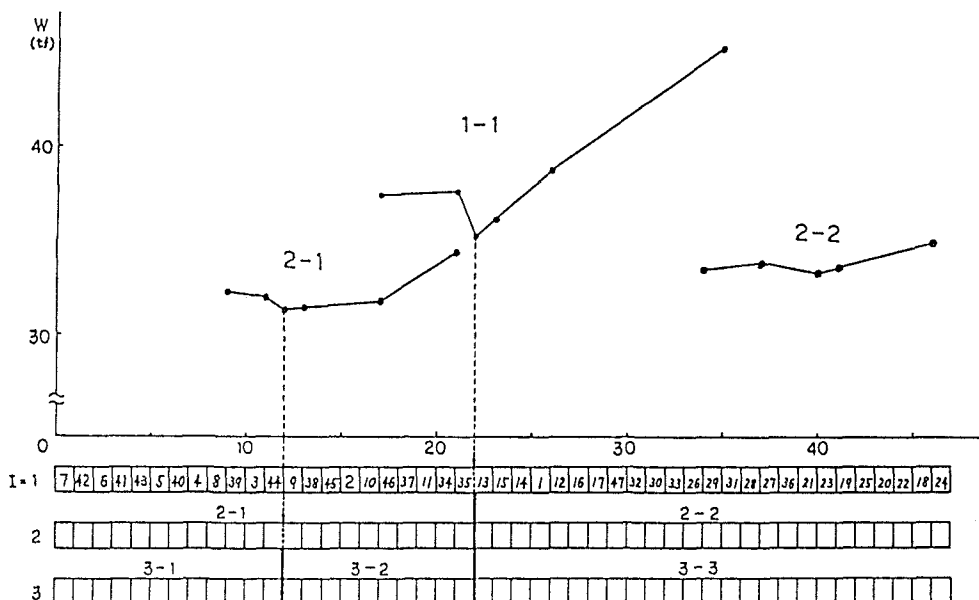


図-7 リンキンググループの細分割のための探索課程

- ④ 各グループについて行った細分割による $\mu_{W\alpha_j}$ の内の最大値 $\mu_{W\alpha}$ を次式のように求める。

$$\mu_{W\alpha} = \max(\mu_{W\alpha 1}, \mu_{W\alpha 2}, \dots, \mu_{W\alpha I})$$

- ⑤ $I = m$ ($\alpha = 1.00$) とになれば計算を終了し、 $I < m$ のときは⑥へ行く。

- ⑥ $I = I + 1$ として③に戻る。

図-7は後述する47部材平行弦ワーレントラス (CASE A) のリンキンググループ細分割のための探索過程の一例を示したもので、グループ数1のときから最小重量を与える2グループへの細分割のための探索過程とグループ数2のときから最小重量を与える3グループへの細分割のための探索過程を示している。図中の横軸は分割の際の区切り番号で、2-1、2-2はグループ数2のときの第1番目、第2番目のグループであることを示している。また、下のマス目は $\alpha = 0.00$ における各部材の軸力 N の大きい順に部材番号を並べ替えたものであり、手順①を実行したことになる。図-7では、3個のグループに分割するところまでしか示していないが、 $\alpha = 1.00$ まで続けると図-5と同様の分割樹形図が完成する。なお、図-7のグラフにおいて、極値より左方が単調増加していないのは、解析モデルの関係で軸力のほぼ等しい部材がいくつかあり、分割の区切りの位置が変化しても重量にほとんど変化が起こらないためである。

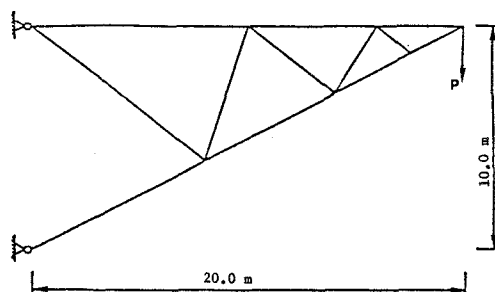


図-8 12部材トラスモデル

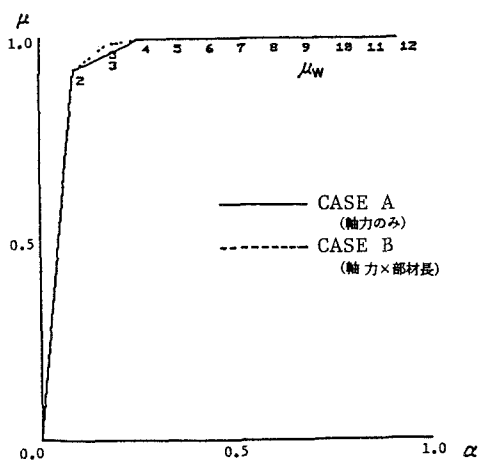


図-9 12部材トラスの μ_W と α の関係

ところで、手順において軸力 N のみを考慮して並べ替えを行ったが、部材間で部材長 L が大きく異なる場合に、 $N^t L$ について並べ替えを行ったときと比較してみる。計算モデルとして図-8に示す12部材トラスを用いる。弾性係数 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ 、載荷荷重 $P = 100\text{tf}$ 、許容応力度 $\sigma_a = 1400\text{kgf/cm}^2$ とする。図-9はCASE A (軸力のみ) とCASE B (軸力×部材長) の場合の帰属度関数 μ_W の値を比較したものであり、図中の数字はリンキングのグループ数を表す。両ケースの値はほぼ等しい。ただし、 $\alpha = 0.16$ (グループ数3) のときCASE Bの方が大きくなっているが、 $\mu_{WA} = 0.962$ 、 $\mu_{WB} = 0.987$ で、その差は0.025と僅かである。トラス構造物の各部材の長さはすべて等しくはないので、並べ替えを行うときはCASE Bを用いる方がより良い解が得られる可能性があるが、上述のようにその差は大きくはないので、以下の計算においてはCASE Aを用いることとする。

ここでは、部材は同一材料、同一断面形状を想定しているが、たとえば、SS41とSM50、または箱型断面とH型断面といった異種の部材が混在するモデルについては、始めからそれぞれのグループを類似度0.00の部材グループとして「 μ_W 算出の手順」のうち、②で $I = 2$ とし、③から⑥を実行すれば良い。

4. 適用計算例

計算例として、24部材片持ちトラス、47部材平行弦ワーレントラスの解析を行う。目的関数 W は式(4)を式(1)に代入した値を、 R は式(5)を用いる。 W を求めるに際して、設計変数は部材断面積 A とするが、断面形状は図-10に示すように正方形箱型断面とし、2段階最適設計⁹⁾により、部材幅 B と板厚 t も同時に求める。部材レベルの最適設計問題は、構造レベルからの情報として与えられる断面積 A 一定の下で、「道路橋示方書・同解説(昭和55年版)」¹⁰⁾の規定を制約条件として部材の許容応力度 σ_a の最大化をはかることになる。使用鋼種はSS41とする。各レベルの最適設計問題は、次の通りである。ただし、 σ は部材の応力度、 λ は細長比である。また、下付き添え字 a は許容値を、上付き添え字 L は下限値を表す。

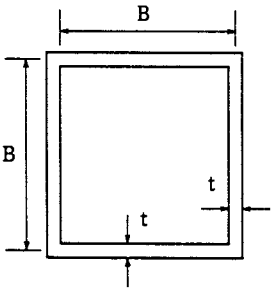


図-10 断面形状

〔部材レベルの最適設計問題〕	〔構造レベルの最適設計問題〕
設計変数：部材幅 B 、板厚 t	設計変数：断面積 A
目的関数： $\sigma_a(B, t) \rightarrow \max$ (12)	目的関数：式(4)
制約条件： $A = 4(Bt + t^2)$ (13)	制約条件： $\sigma - \sigma_a \leq 0$ (14)
	$\lambda - \lambda_a \leq 0$ (15)
	$A^L - A \leq 0$ (16)

(1) 24部材片持ちトラス

図-11に示す24部材片持ちトラスのリンキングの最適化を試みる。載荷荷重 $P = 100\text{tf}$ とする。

図-12は μ_W 、 μ_R と α の関係を示したもので μ_W と μ_R の交点付近の拡大図である。また、表-1は μ_W 、 μ_{R2} と α の関係を示したものである。最適解 $\alpha^* = 0.1304$ (グループ数4) となる。最適解において $\mu_W = 0.8918$ であった。部材をすべて独立な設計変数としたときの最小重量 ($\mu_W = 1.00$) の満足度の89%以上の値が4グループにリンキングすることによって求められたことになる。

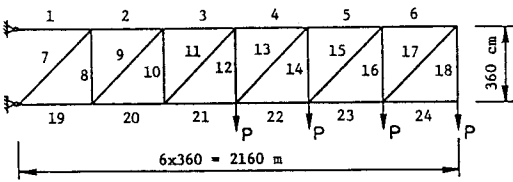


図-11 24部材トラスモデル

図-13は μ_{R2} についてのリンキングの最適解を示した。図中の正方形は各グループの最適断面形状を示した。

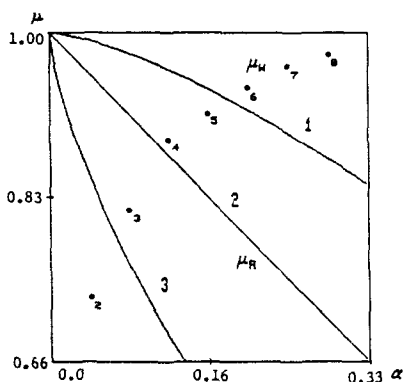


図-12 24部材トラスの μ_W 、 μ_R と α の関係(拡大図)

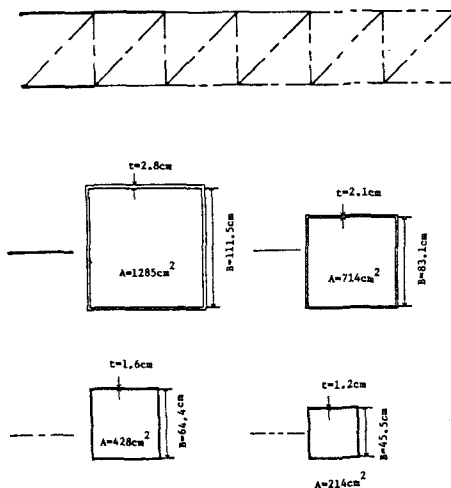


図-13 24部材トラスのリンキングの最適解

表-1 24部材トラスの μ_W 、 μ_{R2} と α の関係

グループ数	1	2	3	4*	5	6	7	8	9	10
α	0.0000	0.0435	0.0870	0.1304	0.1739	0.2174	0.2609	0.3043	0.3478	0.3913
μ_W	0.0000	0.7325	0.8203	0.8918	0.9192	0.9431	0.9661	0.9780	0.9822	0.9852
μ_{R2}	1.0000	0.9583	0.9167	0.8750	0.8333	0.7917	0.7500	0.7083	0.6667	0.6250
$\min(\mu_W, \mu_{R2})$	0.0000	0.7325	0.8203	0.8750	0.8333	0.7917	0.7500	0.7083	0.6667	0.6250

である。骨組み線は、断面積の大きい順に太い実線、細い実線、1点鎖線、2点鎖線で示している。4つのグループは、ばらばらに存在するのではなく、まとまりのあるグループとして分けられている。

(2) 47部材平行弦ワーレントラス

47部材平行弦ワーレントラスについて、図-14の載荷状態の異なる2つのケースについてリンキングの最適化を試みる。ただし、載荷荷重 $P=100$ tf、とする。図-15はCASE Aの μ_W 、 μ_R と α の関係を示したものである。図-16は図-15の交点付近の拡大図である。また、表-2には μ_W 、 μ_{R2} と α の関係を示した。両ケースとも最適解 α^* は $\alpha=0.0870$ (グループ数5)となっている。

図-17には μ_{R2} と μ_W についてのリンキングの最適解を示した。骨組み線は、断面積の大きい順に太い実線、細い実線、1点鎖線、2点鎖線、点線で示している。図-17(a)は非対称に載荷されているため、離れた位置に同一断面部材が配置されるものもあるが、断面積最大の部材は中央付近の上下弦材、断面積最小の部材は中央付近の斜材に集中している。また、図-17(b)では対称に載荷されたため、部材配置も完全に対称となっている。目的関数 W の満足度は $\mu_{WA}=0.9120$ 、 $\mu_{WB}=0.9376$ であった。両ケースの最適リンキンググループ数は5であり、これ以上分割を増やしても満足度の増加はそれ程期待できないことがわかる。また、ここ

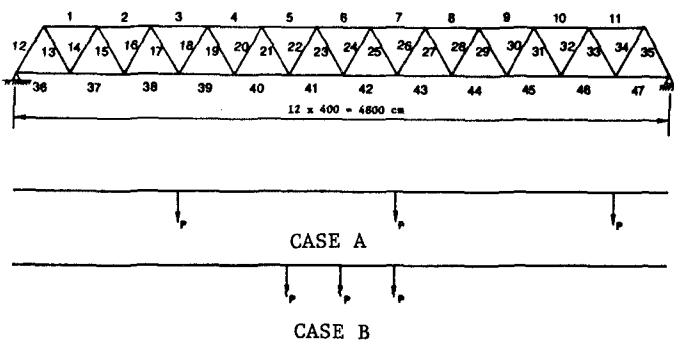


図-14 47部材トラスモデル

表-2 47部材トラスの μ_W 、 μ_{R2} と α の関係

CASE A

グループ数	1	2	3	4	5*	6	7	8	9	10
α	0.0000	0.0217	0.0435	0.0652	0.0870	0.1087	0.1304	0.1522	0.1739	0.1957
μ_W	0.0000	0.6770	0.8005	0.8645	0.9120	0.9404	0.9418	0.9622	0.9800	0.9918
μ_{R2}	1.0000	0.9783	0.9565	0.9348	0.9130	0.8913	0.8696	0.8478	0.8261	0.8043
$\min(\mu_W, \mu_{R2})$	0.0000	0.6770	0.8005	0.8645	0.9120	0.8913	0.8696	0.8478	0.8261	0.8043

CASE B

グループ数	1	2	3	4	5*	6	7	8	9	10
α	0.0000	0.0217	0.0435	0.0652	0.0870	0.1087	0.1304	0.1522	0.1739	0.1957
μ_W	0.0000	0.7603	0.8785	0.9123	0.9376	0.9583	0.9689	0.9752	0.9815	0.9878
μ_{R2}	1.0000	0.9783	0.9565	0.9348	0.9130	0.8913	0.8696	0.8478	0.8261	0.8043
$\min(\mu_W, \mu_{R2})$	0.0000	0.7603	0.8785	0.9123	0.9130	0.8913	0.8696	0.8478	0.8261	0.8043

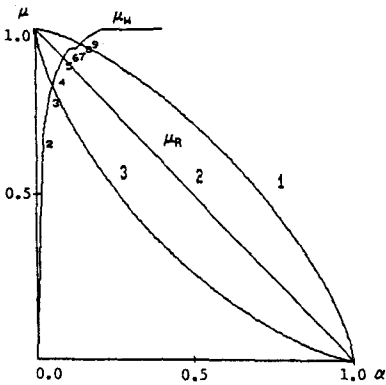


図-15 47部材トラスの μ_W 、 μ_R と α の関係 (CASE A)

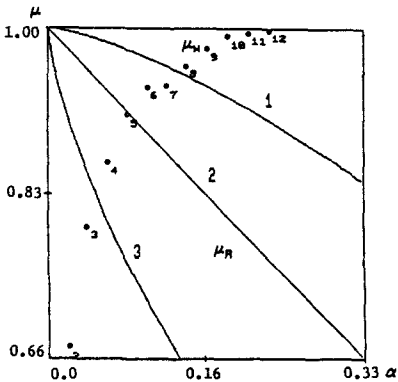


図-16 図-15の交点付近の拡大図

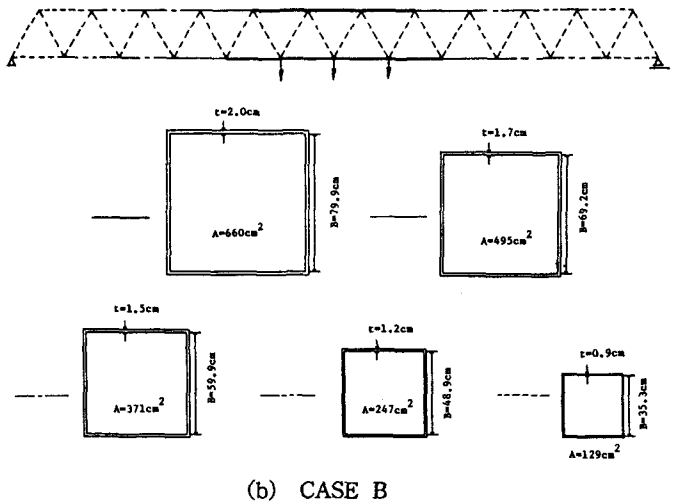
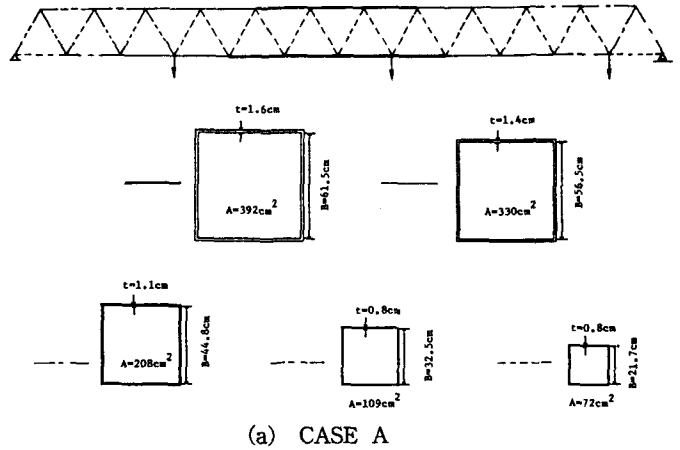


図-17 47部材トラスのリンクの最適解

では、3ケースの μ_R を考えたが、これは μ_R の値を正確に決定できないため、 μ_{R1} から μ_{R3} まで上下に幅を持たせたもので、 μ_R に対する μ_W の感度が求められたと考えられる。CASE A (図-17 (a)) の例では、 μ_{R1} では最適グループ数8、 μ_{R2} では5、 μ_{R3} では3となった。

5. 結論

(1) 本研究では設計変数のリンキングの最適化問題として、トラス構造物において使用鋼材の総重量 W と製作に必要な労働によるコスト R の最小化を同時に考慮する多目的最適化問題 D を設定した。 W と R の減少の度合いの満足度をファジィ集合の帰属度関数 μ_W と μ_R で表し、 μ_W と μ_R の最大化を行うファジィ最大化決定に変換してリンキングの最適化を行った。

(2) リンキングの程度を表す指標 α を用い、トラス部材の断面積を設計変数としたときのリンキングの最適なグループ数を探索した。このとき、 $\alpha = 0.00$ では設計変数はすべて同一となり、 $\alpha = 1.00$ ではすべての設計変数は独立変数となる。また、各部材の類似度を表す関係行列としてファジィ関係行列 $\mathbf{M}$ を定義し、ファジィ理論における分解定理より各 α における同値関係行列 $\mathbf{M}$ を求めた。

(3) リンキンググループの細分割にあたっては、①軸力のみを考慮して部材を降順に並べ替えて細分割する方法と②軸力と部材長の積について並べ替えて細分割する方法について12部材トラスでモデル計算を行った。この結果①の方法で十分精度の良い解が得られることがわかった。

(4) 24部材と47部材のトラスモデルについて解析を行い、リンキングの最適なグループ数を求めることができた。これによればグループ数は4、5程度で良く、それ以上グループ数を増やしても重量 W の満足度の向上は数パーセントしか期待できない。したがって、大規模骨組構造においても、リンキングのグループ分けが適切に行われれば設計変数の数は部材数に比べて大幅に削減することが可能である。

(5) 例題としてトラス構造を取り上げたが、本手法はすべての構造の最適設計におけるリンキングの最適化に適用可能である。また、コスト R が適正に評価できれば実橋における部材のリンキングにも使用可能と考えられる。

ファジィ目標 μ_D の算出に当たっては、本研究ではmax-minによるファジィ最大化決定を用いたが、これには相加平均、相乗平均あるいは重み係数を用いるものなど幾つかの算出法がある。本研究のような多目的最適問題に対してどの算出法が最適であるかは今後の検討課題としたい。

参考文献

- 1) 田崎栄一朗：あいまい理論による社会システムの構造化、数理科学、No.191、サイエンス社、pp.54 - 66, 1979.
- 2) 田中幸吉：ファジィ理論と知的情報処理、数理科学、No.191、サイエンス社、pp.5 - 9, 1979.
- 3) 寺野寿朗：あいまい工学のすすめ-新しい発想からの工学-、講談社、1981.
- 4) 西田俊夫、竹田英二：ファジィ集合とその応用、森北出版、1978.
- 5) 坂和正敏：線形システムの最適化<一目的から多目的へ>、森北出版、pp.181 - 204, 1984.
- 6) 寺野寿朗、浅居喜代治、菅野道夫：ファジィシステム入門、オーム社、pp.1 - 66, 1987.
- 7) 水本雅晴：ファジィ理論とその応用、サイエンス社、pp.39 - 77, 1988.
- 8) 山田善一他：構造システムの最適化～理論と応用～、土木学会、pp.169 - 172, 1988.
- 9) 杉本博之：トラス構造物の最小重量設計の一般化、土木学会第40回年次学術講演会講演概要集 第I部、pp.327 - 328, 1986.
- 10) 日本道路協会編：道路橋示方書・同解説、共通編、鋼橋編、1980.

(1988年10月12日受付)