

岩盤力学におけるフラクチャーメカニックスを考える

ROLE OF FRACTURE MECHANICS FOR PREDICTING THE FRACTUREING OF ROCK MASSES

小田 匡 寛*

BY MASANOBU ODA

Experimental evidences strongly suggest that rock masses behave in a completely different manner to the solid matrix (rock itself) due to the presence of geological discontinuities such as faults and joints. A tensor F (called the crack tensor) is introduced so as to be an index showing the geometrical characteristics of the geological discontinuities. Using the crack tensor, any rock mass, which is discontinuous in nature, can be modeled as an anisotropic, elasto-plastic porous medium with the corresponding elastic compliance, permeability tensor and yield function (a hydro mechanical equivalent to the discontinuous rock mass). Based on the study, it is concluded that the fracture toughness of rocks does not necessarily mean that of rock masses.

1 はじめに

エネルギーの地下備蓄や原子力廃棄物の地層処分などの例にも見られる通り、岩盤を積極的に利用しようとする試みは、今後とも益々活発になるものと予想される。しかし、岩盤は、建設材料の一つとして眺めてみると、断層・節理などの地質不連続面(クラック)によって普通縦横に切り刻まれていて、相当に厄介な代物であると考えねばならない¹⁾。このように、岩盤がクラックを含むことから、岩盤の力学はフラクチャーメカニックスの格好の応用分野であると、考えられたとしても不思議はない。事実、岩石(岩盤ではない)の破壊は、特にその初期の研究において、グリフィス理論との深い係りのなかで論じられたし²⁾⁻⁴⁾、また近年、高温岩体の水圧破碎との関連で、岩石の破壊靱性への関心には極めて高いものがある^{5),6)}。しかし、フラクチャーメカニックスの観点から岩盤の破壊を論ずるためには、今後克服すべき課題が山積しているように思われる。この小論では、この辺の事情を明らかにするために、著者らによる最近の研究を紹介し、皆様のご批判を仰ぎたいと考えている。

2 クラックテンソル

今、橋梁の力学的な挙動を解析するものとしよう。まず、各部材の性質(形状、寸法、破壊靱性、ヤング率など)を知ると共に、部材によって構成される全体の構造が明らかにされなければならない。一方、岩盤は、岩石という部材から成ると考えてよく、各部材は、地質不連続面(クラック)を介して相互に連結され、全体の地

* 正会員 工博 埼玉大学教授 工学部建設基礎工学科 (〒338 浦和市下大久保255)

質構造を作っている。従って、クラックの幾何学的配置、すなわち、岩盤の地質構造を明らかにすることがその解析の前提となることは、容易に理解されよう。しかし、岩盤中の既存のクラックは、普通その数も多く、また、極めて複雑な幾何学模様をなすことから、その実体はとらえ難いものとされている。さらに悪いことには、クラックの大きさや密度を知るための情報が、ボーリングや調査横坑などの観察に限られていて、極めて不十分な点である。すなわち、実際の構造を知らないで、岩盤の構造力学を論ずることとなり、その無謀なることは、万人の目に明かであろう。

著者は、岩盤力学のこの宿命的な困難さを打開するために、一つの便法を講じている。すなわち、クラックの作る構造が、一つのテンソル量 F で表される。そこで、岩盤は、 F という構造によって特徴づけられる連続体として扱われる⁷⁾。(それは、例えば、金属の結晶中の転位の集まりを転位密度テンソルで表し、それを用いて、転位を持つ材料の力学を巨視的に論ずる立場に似ている⁸⁾。) テンソル F はクラックテンソルと呼ばれ、次式で定義される。

$$F_{ij\dots k} = \frac{\pi\rho}{4} \int_0^{t_m} \int_0^{r_m} \int_{\Omega} t^b r^a n_i n_j \dots n_k E(\mathbf{n}, r, t) d\Omega dr dt \quad (1)$$

ただし、 ρ は単位体積あたりのクラック数、 a 、 b は零または任意の正の整数である。また、 Ω は全立体角で 4π に等しく、 $\mathbf{n}$ はクラックの法線方向を向く単位ベクトルで、座標軸 x_i に対し n_i の成分を持ち、 $E(\mathbf{n}, r, t)$ はクラックの方向 $\mathbf{n}$ 、大きさ (直径) r 、厚さ (aperture) t の分布を記述する密度関数を r_m 、 t_m は r 、 t の最大値を、それぞれ意味している。すなわち、 F はクラックに係わる幾何学的諸量 $\rho, r, t, \mathbf{n}$ に依存している。(取り扱いを簡単にするために、各クラックは直径 r の円であると仮定した。また、各クラックの単位法線ベクトルとして、直交する二方向 $\mathbf{n}^{(+)}$ 、 $\mathbf{n}^{(-)}$ があるが、それらをあわせて $\mathbf{n}$ と書くことにする (Fig.1)。従って、密度関数 $E(\mathbf{n}, r, t)$ は $E(-\mathbf{n}, r, t)$ に等しく、証明は省略するが、奇数個の $n_i n_j \dots n_k$ に対し、式 (1) は恒等的に零テンソルとなる。偶数階のテンソルのみが物理的意味を持つことになる。なお、実岩盤の F の具体的な推定法は応用上極めて重要ではあるが、ここでは立ち入らない。ただ、統計幾何学に基礎を置くステレオロジーによって F は困難なく推定できることを指摘しておく⁷⁾。) 式 (1) の定義には、クラックの相対的な位置関係は表されていない。すなわち、クラックの位置は、統計的な意味で均質に空間に分布しているとみなしている。 $n_i n_i = 1$ に注意して式 (1) を縮約すれば、0 階、二階、四階のテンソルが定義でき、特に $a = 3$ 、 $b = 0$ とした次のテンソルは応用上重要である。(今後、下添字が 2 回同じ項中に現れる場合、総和規約を適用する。)

$$F_0 = \frac{\pi\rho}{4} \int_0^{t_m} \int_0^{r_m} \int_{\Omega} r^3 E(\mathbf{n}, r, t) d\Omega dr dt \quad (2)$$

$$F_{ij} = \frac{\pi\rho}{4} \int_0^{t_m} \int_0^{r_m} \int_{\Omega} r^3 n_i n_j E(\mathbf{n}, r, t) d\Omega dr dt \quad (3)$$

$$F_{ijkl} = \frac{\pi\rho}{4} \int_0^{t_m} \int_0^{r_m} \int_{\Omega} r^3 n_i n_j n_k n_l E(\mathbf{n}, r, t) d\Omega dr dt \quad (4)$$

同様に、 $a = 2$ 、 $b = 3$ とする二階のテンソルを特に P_{ij} と書けば、式 (1) から次式を得る。

$$P_{ij} = \frac{\pi\rho}{4} \int_0^{t_m} \int_0^{r_m} \int_{\Omega} t^3 r^2 n_i n_j E(\mathbf{n}, r, t) d\Omega dr dt \quad (5)$$

式 (2) ~ (4) のテンソルはいずれも無次元であるのに対し、 P_{ij} は長さの二乗の次元を持ち、後にも述べる通り、岩盤の透水テンソルを定式化する際重要となる。以下に、クラックの幾何学的性質が、式 (1) ~ (5) のようなテンソルで表されることの意義について簡単に触れておきたい。1) 岩盤の力学では、応力、ひずみなどのテンソル量間の関係を記述する、例えば、弾性コンプライアンステンソル、透水テンソルなどが取り扱われる。したがって、不連続面に係わる地質情報がテンソルの形式で数量化されていれば、地質情報を積極的に取り込んだ力学理論が違和感なく展開できる。2) 二階のテンソルは、 $F_{ij} = F_{ji}$ ($P_{ij} = P_{ji}$) の対称性を有し、

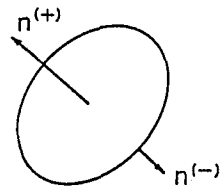


Fig.1 Two unit vectors $\mathbf{n}^{(+)}$ and $\mathbf{n}^{(-)}$ normal to a crack.

応力テンソルと同様、三つの相互に直交する主方向に、三つの主値 $F_1, F_2, F_3 (P_1, P_2, P_3)$ を持っている。 F_{ij} の偏差テンソル $F'_{ij} (= F_{ij} - F_{kk}\delta_{ij}/3)$ を用いれば、クラックの配列の異方性は、その不変量によって次式で一般的に表される⁷⁾。

$$A^{(F)} = \frac{1}{F_0} (F'_{ij} F'_{ij})^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

また、異方性の主軸は F_{ij} の主軸と完全に一致する。3) F とクラックの幾何学との関連性を明らかにするために、クラックを挿入した五つの二次元モデル用いて、材料の等方性について考えてみよう (Fig.2)。(図の描きやすさから二次元モデルを例として示すが、三次元の場合も全く同様に扱える。) モデル A から D には、同じ長さ l の合計 16 本のクラックが挿入されていて、クラック密度は全て同じである。モデル A は、鉛直、水平にそれぞれ 8 本のクラックを持っている。モデル B は、モデル A をただ単に 45° 剛体的に回転して得られた。モデル C では、 45° 隔たった合計四つの方向に、同じ長さのクラックがそれぞれ 4 本配してあり、また、モデル D では、合計 16 本のクラックがその方向をランダムに配置されている。モデル E は微小なクラックを無数持っていて (ただし $F_{ii} = 1$ とする)、理想化された等方性材料である。式 (1) のクラックテンソルは積分を用いて定義されているが、Fig.2 に示す例のように、全てのクラックの寸法、方向が既知な場合、積分型に代わって総和形式の定義式が利用できる。二次元の式 (1) を総和形式で書けば、例えば、 F_{12}, F_{1122} は、それぞれ、

$$F_{12} = \frac{1}{a^2} \sum l^2 \cos \theta^{(k)} \sin \theta^{(k)} \quad (7)$$

$$F_{1122} = \frac{1}{a^2} \sum l^2 \cos^2 \theta^{(k)} \sin^2 \theta^{(k)} \quad (8)$$

となる。ただし、 a は正方形の一辺の長さ、 $\theta^{(k)}$ は k 番目のクラックの単位法線ベクトル $\mathbf{n}^{(k)}$ が x_1 軸となす角度を表す。また Σ は全てのクラックについての和を表し、Fig.2 のモデル A ~ D の例では、16 本のクラックについての和を取るようになる。計算の結果を行列の形式で Fig.2 にまとめて示した。モデル D を除くいずれの場合も、二階の等方テンソルで特徴づけられ、 $F_{ij} = 0.5\delta_{ij}$ と書ける (ただし δ_{ij} は $i = j$ の時 1 で、 $i \neq j$ の時 0 となるクロネッカーのデルタ記号とする)。しかし、四階のテンソルを考慮すれば、モデル A、B は等方性の条件を満足せず、モデル C との違いが明らかとなる。さらに六階のテンソルをも考えれば、モデル C すらも異方的となり、理想化されたモデル E のみが、いかなる階数のテンソル量を考えようとも、等方の条件を満足している。一方モデル D の二階、四階のテンソルは、厳密な等方テンソルではないが、いずれも等方に近いテンソルであることに注意したい。これらの例からも類推されるとおり、クラックテンソルはその階数を増すごとに、細部の幾何学的特徴を具体的に数量化することになる⁹⁾。

3 等価連続体

クラックの幾何学を記述する目的のために、前節ではクラックテンソル F が導入され、またその意味についても若干触れた。本節では、さらに、クラックテンソルの導入が、本来不連続な岩盤をそれと水理・力学的に等価な連続体として近似する上で、有効な方法論を提供することを示したい。

3.1 弾性コンプライアンス

モデル名	クラックパターン	F_0	F_{ij}	F_{ijkl}
A		1	$\begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} F_{1111} & F_{1122} & F_{1212} \\ F_{2211} & F_{2222} & F_{1221} \\ F_{1211} & F_{1222} & F_{1112} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
B		1	$\begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.25 & 0.25 & 0 \\ 0.25 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0.25 \end{pmatrix}$
C		1	$\begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.375 & 0.125 & 0 \\ 0.375 & 0.125 & 0 \\ 0 & 0 & 0.125 \end{pmatrix}$
D		1	$\begin{pmatrix} 0.488 & -0.09 \\ -0.09 & 0.512 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.378 & 0.109 & -0.039 \\ 0.403 & -0.056 & 0.109 \\ 0.109 & 0.056 & 0.378 \end{pmatrix}$
E		1	$\begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0.375 & 0.125 & 0 \\ 0.375 & 0.125 & 0 \\ 0 & 0 & 0.125 \end{pmatrix}$ 理想化された等方性

Fig.2 Two-dimensional crack systems characterized by second- and fourth- rank tensors.

クラックを多数含む岩石の巨視的弾性常数については、Walsh¹⁰⁾の研究に始まり、その後も、多くの理論家の関心を集めて研究されて来た^{11)~14)}。材料の巨視的弾性に及ぼすクラック相互の弾性干渉の影響については、最近、Self-Consistent Methodの適用により、近似的ながらも評価が可能となり、そのために結果の信頼性にも格段の向上が認められる。

O'Connell ら¹¹⁾は、基質を弾性体(体積弾性率= K 、剛性率= G 、ポアソン比= ν)とし、その中に多数の偏平な楕円状のクラックをアトランダムに含むモデルについて、その巨視的な体積弾性率 $\bar{K}$ 、剛性率 $\bar{G}$ 、ポアソン比 $\bar{\nu}$ をそれぞれ次のように誘導した。

$$\frac{\bar{K}}{K} = 1 - \frac{16}{9} \left(\frac{1 - \bar{\nu}^2}{1 - 2\bar{\nu}} \right) \omega \quad (9)$$

$$\frac{\bar{G}}{G} = 1 - \frac{32}{45} \frac{(1 - \bar{\nu})(5 - \bar{\nu})}{(2 - \bar{\nu})} \omega \quad (10)$$

$$\bar{\nu} = \nu - \frac{16}{45} \frac{(1 - \bar{\nu}^2)(10\nu - 3\nu\bar{\nu} - \bar{\nu})}{(2 - \bar{\nu})} \omega \quad (11)$$

ただし、クラックが直径を τ とする偏平な円板状であるとみなされれば、式(9)~(11)中の ω は、(2)式で定義される F_{ij} のトレース F_0 と次の関係にある。

$$\omega = \frac{1}{\pi} F_0 \quad (12)$$

クラックに方向性がないために、巨視的弾性常数は、スカラー F_0 にのみ依存することになる。

一方、Horii ら¹⁵⁾は、Fig.3 に示す周期的なクラックの配置に引張応力とせん断応力が作用する場合について、近似解を求めている。彼等の結果は、例えば、クラックの面に垂直な方向の巨視的な線弾性率を $\bar{E}_Y$ 、剛性率 $\bar{G}_{XY}$ とすると、次式で与えられる。

$$\frac{\bar{E}_Y}{E} = \frac{1}{1 + \frac{\pi}{2} F_0 [1 + \frac{1}{4} F_0 H_I(\phi)]} \quad (13)$$

$$\frac{\bar{G}_{XY}}{G} = \frac{1}{1 + \frac{\pi}{2} \frac{G}{E} F_0 [1 + \frac{1}{4} F_0 H_{II}(\phi)]} \quad (14)$$

ただし、 $H_I(\phi)$ 、 $H_{II}(\phi)$ は、Fig.3 に定義する角度 ϕ の関数であって、Fig.4 に計算値が与えられている。

岩石・岩盤に含まれるクラックがどのようにモデル化されるかは、その結果を評価する上で、一番重要な点である。実験によると^{16)~18)}、岩石・岩盤が圧縮応力を受けて変形すると、変形前に開いていたクラックも変形に伴って閉じ、垂直応力のみならず一部のせん断応力さえもクラックに沿って伝達されるようになる。Oda ら^{19),20)}は、Goodman ら²¹⁾のジョイント要素にならい、クラックを二つのスプリングで連結した平行板としてモデル化した。一つのスプリングは剛性率 G_0 でせん断力を、また、他の一

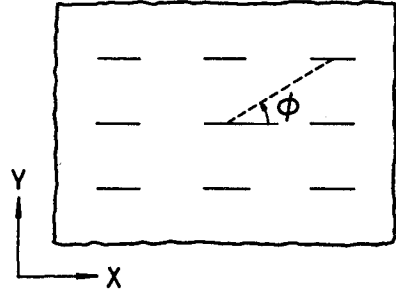


Fig.3 Doubly periodic rectangular array of cracks.

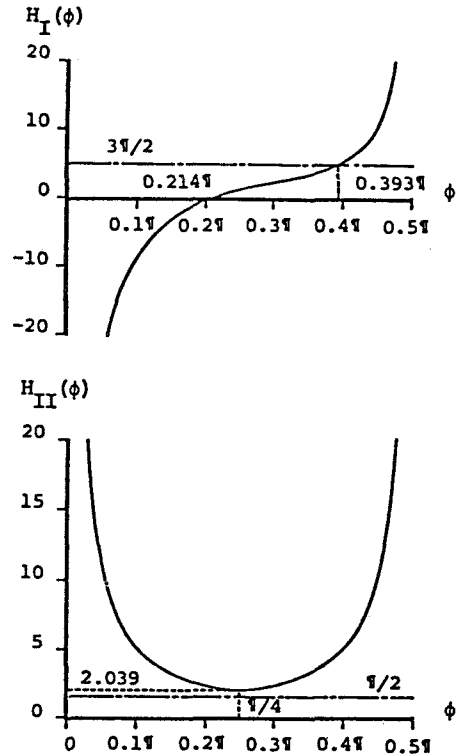


Fig.4 Numerical values of the functions of $H_I(\phi)$ and $H_{II}(\phi)$. (Horii, et al., 1988)

つは剛性率 H_0 で垂直力を伝達する。Bandis ら¹⁷⁾ による各種地質不連続面に対する実験結果を参考にすれば、 G_0 、 H_0 はさらに次のように書くことができる。

$$G_0 = \frac{1}{r} \bar{g} \quad (15)$$

$$H_0 = \frac{1}{r} \bar{h} \quad (16)$$

ただし、 $\bar{h}$ 、 $\bar{g}$ は応力の次元を持つと共に、応力の大きさにも依存している。また、式 (15)、(16) で重要な点は、剛性率が寸法 r の増加で逆比例して小さくなる点である。この寸法に逆比例する剛性率は、いわゆる寸法効果を表しているが、二、三の実験によってもその重要性が指摘されている^{17), 22)}。

多くのクラックを含む岩盤が巨視的応力 $\bar{\sigma}_{ij}$ を受けて弾性変形する時、発生する巨視的ひずみ $\bar{\varepsilon}_{ij}$ は二つの成分からなると考えられる。(ただし、巨視的応力、ひずみは、ローカルな応力、ひずみをそれぞれ σ_{ij} 、 ε_{ij} として、

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dV \quad (17)$$

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{ij} dV \quad (18)$$

で定義される。) すなわち、

$$\bar{\varepsilon}_{ij} = \bar{\varepsilon}_{ij}^{(m)} + \bar{\varepsilon}_{ij}^{(c)} \quad (19)$$

とし、 $\bar{\varepsilon}_{ij}^{(m)}$ は、基質部分の弾性ひずみであり、 $\bar{\varepsilon}_{ij}^{(c)}$ はクラックの存在による付加的な弾性ひずみである。基質は、ヤング率、ポアソン比をそれぞれ E 、 ν の等方弾性体とすれば、 $\bar{\varepsilon}_{ij}^{(m)}$ は

$$\bar{\varepsilon}_{ij}^{(m)} = \frac{1}{E} [(1 + \nu) \delta_{ik} \delta_{jl} - \nu \delta_{ij} \delta_{kl}] \bar{\sigma}_{kl} \quad (20)$$

であり、また、付加的弾性ひずみ $\bar{\varepsilon}_{ij}^{(c)}$ は、クラックの剛性 $\bar{g}$ 、 $\bar{h}$ を用いて、

$$\bar{\varepsilon}_{ij}^{(c)} = \left[\left(\frac{1}{\bar{g}} - \frac{1}{\bar{h}} \right) F_{ijkl} + \frac{1}{4\bar{g}} (F_{ik} \delta_{jl} + F_{il} \delta_{jk} + F_{jk} \delta_{il} + F_{jl} \delta_{ik}) \right] \bar{\sigma}_{kl} \quad (21)$$

と書ける²⁰⁾。 F_{ij} 、 F_{ijkl} は、式 (3)、(4) で定義される二階、四階のクラックテンソルである。今、特別な場合として、 $\bar{g} = \bar{h}$ とみなせば、式 (20)、(21) の結果は、 $H_I(\phi) = H_{II}(\phi) = 0$ とする Horii らの式 (13)、(14) と一致する。簡単のために、 $\bar{g} = \bar{h}$ を仮定すると共に、一軸圧縮応力 $\bar{\sigma}_{11}$ を考えると、式 (20)、(21) は次の様に簡単になる。

$$\frac{E'}{E} = \frac{1}{\frac{E}{\bar{g}} F_{11} + 1} \quad (22)$$

ただし、 E' は一軸圧縮応力 $\bar{\sigma}_{11}$ を、軸方向の全ひずみ $\bar{\varepsilon}_{11}$ で除したもので、軸方向の線弾性係数に等しい。(式 (13)、(14) の弾性解と式 (19) ~ (22) とを比較してみよう。Fig.3 で、クラックテンソル F を一定としたまま ϕ を変えることは可能である。式 (13)、(14) によると、このような ϕ の変化で巨視的弾性常数も変化しなければならない。しかるに、式 (20)、(21) は、 F が一定であれば、巨視的弾性常数が不変であることを要請している。このことは、式 (20)、(21) の適用限界の一つを表すものと考えてよい。)

一般的にいて、岩盤力学における理論の実験的検証は極めて困難である。ここでは、鹿塩ミロナイトの例を取り上げて、式 (22) の真びょう性を検討してみる²⁰⁾。鹿塩ミロナイトは石英閃緑岩を源岩とした圧砕岩であり、その基質は細かい等粒状の石英、斜長石、角閃石から構成されている。その基質は均質かつ等方的ではあるが、緑泥石や方解石で充填されたクラックによって、縦横に切断されている。種々の幾何学的特徴を持つ合計 8 個の供

試体を切り出して一軸圧縮試験を行い、また同時に、クラックの展開図を用いてそれぞれのクラックテンソルを決定した。Fig.5 には、圧縮強度の50%での割線変形係数 E'_{50} が、基質部分のヤング率で無次元化され、対応するクラックテンソルの成分 F_{11} に対して示されている。図中の実線は、 $E/\bar{g} = 0.5$ とする式(22)を示しているが、黒丸の点の実験結果と傾向的に一致している。この結果から直ちに、式(20)、(21)の妥当性が保証されたわけではないが、少なくとも、これらの式によって岩盤の弾性変形の大局的傾向を測ることが可能のように思われる。

3.2 透水テンソル

全節と同様、各クラックを二枚の平行板で置き換え、かつ水はクラックに沿ってのみ浸透すると考えれば、クラック系の浸透は透水テンソル k_{ij} を持つ多孔質媒体として記述できる。このために、1) 水の流れは平行板間の層流であり、時間あたりの平均流量は開口幅 t の三乗則に従う、2) ポテンシャル(水頭)の勾配は対象とする領域で一様である、3) クラックの交差部での水頭損失は無視できる、と仮定する^{23)–25)}。すると、クラック系と等価な多孔質媒体の透水テンソル k_{ij} は、

$$k_{ij} = \lambda(P_{kk}\delta_{ij} - P_{ij}) \quad (23)$$

と書ける²⁶⁾。ただし、 P_{ij} は、式(5)のクラックテンソルであって、クラックの幾何学的性質にのみ依存している。また、 λ は非負のスカラー量であって、クラック相互の連結性が増せば大きくなり、全てのクラックが連結した理想的な多孔質媒体では、最終的に $1/12$ に等しくなる。クラック相互の連結性は、二階のクラックテンソル F_{ij} によって定まると考え、

$$\lambda = \lambda(F_0, A^{(F)}) \quad (24)$$

と仮定する。式(24)と関連して、Robinson²⁰⁾ は、等方的なクラックの配置についてパーコレーション理論を適用し、クラック相互の連結性を検討した。それによると、等方クラックに限れば、連結性は F_0 と等価なパラメーターによって十分記述できると結論されている。従って、異方性を含むより一般的な場合、連結性は F_0 と共に、異方性のパラメーター $A^{(F)}$ にも依存していると仮定しても、矛盾はなからう。しかし、現状では、式(24)の具体的な関数形を純粋に理論の立場から確定する方法はなく、何らかの実験的方法に頼らざるを得ない。

コンピューターを用いた数値実験を上記の目的に利用してみよう。まず、二次元面上に、厚さ t の線要素としての二次元クラックを発生する(Fig.6)。ポテンシャルに勾配をもたせて、コンピューターシミュレーションの手法によって水を浸透させ²⁵⁾、透水量からそのポテンシャル勾配方向の透水係数を算出する。合計24の方向に水を流し、透水係数の方向

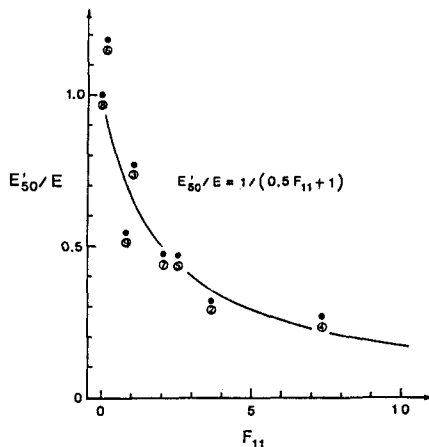


Fig.5 Reliability of the proposed elasticity model for jointed rock masses.

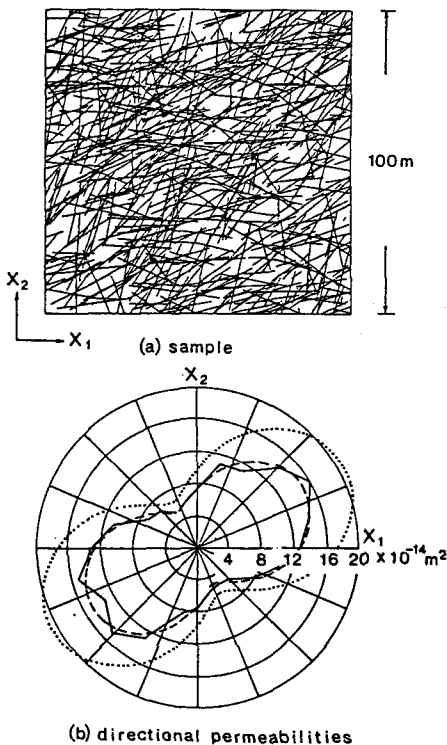


Fig.6 Joint system and polar diagram showing the corresponding directional permeabilities (solid curve = permeability determined numerically; dashed curve = permeability by Eq.(23) with $\lambda = 1/16.6$; dotted curve = permeability by Eq.(23) with $\lambda = 1/12$).

依存性を求め (Fig.6 中の折れ線)、その方向依存性と最もよく適合するように式 (23) 中の λ を決定する (Fig.6 中の破線)。Fig.6 の例では、 $\lambda = 1/16.6$ と選べば、(23) 式の理論式によって、数値実験における透水係数の方向依存性は、十分に説明できる。(Fig.6 中の点線は、 $\lambda = 1/12$ とした式 (23) を示しているが、若干大きめの透水係数をあてている。) このような数値実験を色々なクラックパターンについて行い、決定された λ と F_0 との関係が $A^{(F)}$ をパラメータとして Fig.7 に示されている。クラックパターンが等方的な場合 ($A^{(F)} = 0.04 \sim 0.16$) と異方的な場合 ($A^{(F)} = 0.48 \sim 0.64$) とで、若干傾向に差が認められるものの、 F_0 の増加によって単調に増加し、 $\lambda = 1/12$ に漸近している。三次元クラック系についてのパーコレーション理論の結果を参考に判断すると、通常の亀裂性岩盤では、近似的に、 $\lambda = 1/12$ としてよいことが示されている²⁶⁾。

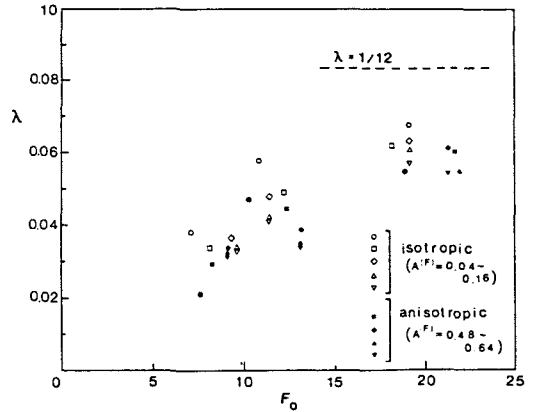


Fig.7 Scalar λ in terms of F_0 and $A^{(F)}$.

3.3 降伏関数、塑性ポテンシャル関数

金属の分野を中心に発展してきた弾塑性理論は、地盤材料の分野にも適用され、目ざましい発展を見せてきた。最近では、多種多様な弾塑性構成モデルが実際に利用でき、一応の成功を収めたと言っても良いであろう^{28),29)}。しかし、従来の数理塑性理論には、地盤材料の構造特性に対する配慮に欠けていて、特に不連続性岩盤へそのままの形式で適用するのは若干のためらいを感じる。そこで本節では、材料の構造特性を組み込んだ塑性理論の可能性について検討してみることにする。

等方性材料の降伏条件は、三つの応力の不変量を用いて、次の一般式で与えられる。

$$f(\sigma_{ij}) = f(I_1, J_2, J_3) = 0 \quad (25)$$

ただし、 σ_{ij} を応力テンソル、 S_{ij} を $(\sigma_{ij} - \sigma_{kk}\delta_{ij}/3)$ の偏差応力テンソルとすれば、 I_1, J_2, J_3 はそれぞれ、

$$I_1 = \sigma_{ii} \quad (26)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ji} \quad (27)$$

$$J_3 = \frac{1}{3} S_{ij} S_{jk} S_{ki} \quad (28)$$

を意味している。降伏条件が応力テンソルのみならず、クラックテンソル F_{ij} にも依存すると考えれば、式 (25) は次のように拡張される³⁰⁾。

$$f(\sigma_{ij}, F_{ij}) = f(I_1, J_2, J_3, \bar{I}_1, \bar{J}_2, \bar{J}_3, \dots) = 0 \quad (29)$$

ただし、付加された $\bar{I}_1, \bar{J}_2, \bar{J}_3$ は、 F_{ij} のみに依存するテンソル $C_{ij}, C_{ijkl}, C_{ijklmn}$ を用いて、

$$\bar{I}_1 = C_{ij} \sigma_{ij} \quad (30)$$

$$\bar{J}_2 = C_{ijkl} S_{ij} S_{kl} \quad (31)$$

$$\bar{J}_3 = C_{ijklmn} S_{ij} S_{kl} S_{mn} \quad (32)$$

で定義される混合不変量である。式 (29) の降伏条件は、座標変換によってその形式が変化してはならないという基本的な条件を満足している点に注意しよう。 C_{ij} 、 C_{ijkl} 、 C_{ijklmn} が二階のテンソル F_{ij} のみによっていと仮定しているので、例えば、 C_{ij} 、 C_{ijkl} の一般形は次式で与えられる³¹⁾。

$$C_{ij} = a_1 \delta_{ij} + a_2 F_{ij} + a_3 F_{ik} F_{kj} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} C_{ijkl} = & b_1 \delta_{ij} \delta_{kl} + b_2 (F_{ij} \delta_{kl} + F_{kl} \delta_{ij}) + b_3 (\delta_{ij} F_{km} F_{ml} + \delta_{kl} F_{im} F_{mj}) \\ & + b_4 (F_{ij} F_{km} F_{ml} + F_{im} F_{mj} F_{kl}) + b_5 F_{im} F_{mj} F_{kn} F_{nl} + b_6 (\delta_{ki} \delta_{lj} + \delta_{li} \delta_{kj}) \\ & + b_7 (F_{ik} \delta_{lj} + F_{kj} \delta_{li} + F_{il} \delta_{kj} + F_{lj} \delta_{ki}) + b_8 F_{ij} F_{kl} \\ & + b_9 (F_{im} F_{mk} \delta_{lj} + F_{km} F_{mj} \delta_{li} + F_{im} F_{ml} \delta_{kj} + F_{lm} F_{mj} \delta_{ik}) \end{aligned} \quad (34)$$

式 (29) の一般式の詳細を論ずる事はそれほど重要ではない。むしろ、式 (29) の一般式と矛盾せず、かつ岩盤の降伏を記述する上で便利で具体的な形式が搜し出されなければならない。ここでは、等方材料に対して提案された Drucker-Prager の降伏条件を拡張した次の形式を採用する。

$$f = \bar{J}_2^{\frac{1}{2}} - \alpha \bar{I}_1 - K = 0 \quad (35)$$

ここに、 α 、 K は実験から決定される。式 (33)、(34) の C_{ij} 、 C_{ijkl} に含まれる F_{ij} の二次以上の項を省略し、かつ、 $S_{ij} \delta_{ij} = 0$ に注目すれば、 $\bar{I}_1$ 、 $\bar{J}_2$ は次のように書ける。

$$\bar{I}_1 = (a_1 \delta_{ij} + a_2 F_{ij}) \delta_{ij} \quad (36)$$

$$\bar{J}_2 = (2b_6 \delta_{ki} \delta_{lj} + 4b_7 F_{ik} \delta_{lj}) S_{ij} S_{kl} \quad (37)$$

構造異方性を持たない等方性材料の場合、 F_{ij} は $(1/3)F_0 \delta_{ij}$ で与えられ、式 (35) は次式へと簡略化される。

$$f = [(2b_6 + \frac{4b_7 F_0}{3}) S_{ij} S_{ij}]^{\frac{1}{2}} - \alpha(a_1 + \frac{a_2 F_0}{3}) \sigma_{ii} - K = 0 \quad (38)$$

式 (38) は、等方性材料の Drucker-Prager の条件に一致しなければならないので、係数 a_1 、 a_2 、 b_6 、 b_7 に次の制約条件が課せられる。

$$a_1 + \frac{a_2 F_0}{3} = 1 \quad (39)$$

$$2b_6 + \frac{4b_7 F_0}{3} = \frac{1}{2} \quad (40)$$

ここで、 a_1 、 a_2 、 b_6 、 b_7 は実験から決定される定数である。

塑性ポテンシャル g は、式 (35) と同一形式で、次式で与えられる。

$$g = \bar{J}_2^{\frac{1}{2}} - \bar{\alpha} \bar{I}_1 - K = 0 \quad (41)$$

ここに、 $\bar{\alpha}$ 、 K は実験から決定される常数で、もしも $\bar{\alpha} = \alpha$ ならば $f = g$ となり、関連流れ則を意味している。

式 (35)、(41) によって、クラックを含む材料の塑性現象が十分に説明できるかどうかの疑問については、ここでは深く立ち入らないことにする。ただ、構造特性を含む形式での塑性論が、岩盤などの地盤材料の塑性的な挙動を論ずる上で重要であり、また、等方材料に対して提案されたものに若干の手直しを加えることによって、従来の理論を拡張し得ることを指摘することに止めたい。(実際問題の適用については、文献31)を参照されたい。)

4 むすび

線型破壊力学の要の位置にある応力拡大係数 K は、亀裂先端近傍の応力場を記述し、かつ応力 σ_{ij} と亀裂寸法によって定まるパラメーターである。

岩石(岩盤ではない)の破壊靱性は、金属片に対するのと同じく、実験室においていかようにも高い精度で測定できよう。しかし、この論文で述べてきたことからすでに明らかなように、岩石は岩盤という全体組織の中で一つの細胞の役割を占めるに過ぎないのであって、岩石の破壊靱性がそのまま岩盤の破壊靱性を意味しない点にとりわけ注意しなければならない。例えば、Stripa 鉱山から取られた直径1 m、高さ2 mの供試体(この寸法ですら、岩盤の力学的応答を正しく表すかどうかは疑問であるが、...)が一軸圧縮試験されたところによると、岩石(直径5cm、高さ10cm)の一軸圧縮強度の実に1/25で破壊してしまった¹⁸⁾。岩盤の強度特性がいかに岩石のそれと異なっているかの具体例である。しかし、この事実は、破壊力学が岩盤の破壊挙動の説明に無力であることを、直ちに意味するものではない。むしろ、この論文の主旨に沿っていえば、岩盤の構造特性を取り込んだ破壊力学が開発されなければならないことを意味していると考えるべきである。応力拡大係数は、ただ単に応力と亀裂の寸法による力学パラメーターではなく、例えば、クラックテンソルのような場の変数の影響を受けると考える方が、自然の理にかなっているように思えるのである。

5 謝辞

著者は、破壊力学の専門家から見ればむしろ門外漢に過ぎない。それにもかかわらず、このような破壊力学の特集号に執筆の機会を与えて頂いた東京工業大学三木千寿先生に感謝申し上げます。また門外漢ゆえの誤解があるやもしれないが、読者のご寛容を請うしだいである。

6 参考文献

- 1) 川本・吉中・日比野：新体系土木工学 20、岩盤力学、土木学会編、技報堂
- 2) Brace, W.F. : An extension of Griffith theory of fracture to rocks, *J. Geophys. Res.*, Vol.65, pp.3477- 3480, 1960.
- 3) Bieniawski, Z.T. : Mechanism of brittle fracture of rock, *Int. J. Rock mech. Min. Sci.*, Vol.4, pp.395 -406, 1967.
- 4) Jaeger, J.C. and Cook, N.G.W. : *Fundamentals of rock mechanics*, Methuen & Co Ltd, London.
- 5) Quchterlony, F. : Review of fracture toughness testing of rock, *SM Archs* 7, pp.131-211, 1982.
- 6) Quchterlony, F. (Co-ordinator) : Suggested methods for determining the fracture toughness of rock, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol.25, No.2, pp.71-96, 1988.
- 7) Oda, M. : Similarity rule of crack geometry in statistically homogeneous rock masses, *Mechanics of Materials*, Vol.3, pp.119-129, 1984.
- 8) 大南 編：マイクロメカニクス入門, オーム社, 1980.
- 9) Kanatani, K. : Distribution of directional data and fabric tensor, *Int. J. Engrg. Sci.*, Vol.22, No.2, pp.149-164. 1984.
- 10) Walsh, J.B. : The effect of cracks on the uniaxial elastic compression of rocks, *J. Geophys. Res.*, Vol.70, No.2, pp.399-411, 1965.
- 11) O'Connell, R.J. and Budiansky, B. : Viscoelastic properties of fluid saturated cracked solids, *J. Geophys. Res.*, Vol.82, No.36, pp.5719-5735, 1977.
- 12) Walsh, J.B. : Static deformation of rock, *J. Engrg Mech.*, ASCE, Vol.106, No.EM5, pp.1005-1619, 1980.
- 13) Kachanov, M. : Continuum model of medium with cracks, *J. Engrg Mech.*, ASCE, Vol.106, No.EM5, pp.1039-1051, 1980.
- 14) Horii, H. and Nemat-Nasser, S. : Overall moduli of solids with microcracks : Load-induced anisotropy, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol.31, No.2, pp.155-177, 1983.
- 15) Horii, H. and Sahasakmontri, K. : Is the fabric tensor sufficient?, *Mechanics of Granular Materials* (edited by M. Satake and J.T. Jenkins), Elsevier, pp.91-94, 1988.

- 16) Goodman, R.E. : The mechanical properties of joints, Proc. 3rd Cong. ISRM, Denver, Vol.1A, pp.127-140, 1974.
- 17) Bandis, S.C., Lumsden, A.C. and Barton, N.R. : Fundamentals of rock joint deformation, Int.J. Rock Mech.Min. Sci & Geomech. Abstr., Vol.20, No.6, pp.249-268, 1983.
- 18) Thorpe R., Watkins D.J., Ralph, W.E., Hsu, R. and Flexser, S. : Strength and permeability tests on ultra-large Stripa granite core, LBL-11203, SAC-31, 1980.
- 19) Oda, M., Suzuki, K. and Maeshibu, T. : Elastic compliance for rock-like materials with random cracks, Soils and Found., Vol.24, No.3, pp.27-40, 1984.
- 20) Oda, M. : An experimental study of the elasticity of mylonite rock with random cracks, Int. J. Rock Mech. Min. Sci & Geomech. Abstr., Vol.25, No.2, pp.59-69, 1988.
- 21) Goodman, R.E., Taylor, R.L. and Brekke, T.L. : Model for the mechanics of jointed rock, J. Soil Mech Found. Div., ASCE, Vol.94, No. SM3, pp.637-659, 1968.
- 22) Yoshinaka, R. and Yamabe, T. : Joint stiffness and the deformation behaviour of discontinuous rock, Int.J. Rock Mech. Min Sci & Geomech. Abstr., Vol.23, pp.19-28, 1986.
- 23) Snow, D.T. : Anisotropic permeability of fractured media, Water Resour. Res., Vol.5, No.6, pp.1273-1289, 1969.
- 24) Witherspoon, P.A., Wang, J.S.Y., Iwai, K. and Gale, J. E. : Validity of cubic law for fluid flow in a deformable rock fracture, Water Resour. Res., Vol.16, No.6, pp.1016-1024, 1980.
- 25) Long, J.C.S., Remer, J.S., Wilson, C.R. and Witherspoon, P.A. : Porous media equivalents for networks of discontinuous fractures, Water Resour. Res., Vol.18, No.3, pp.645-658, 1982.
- 26) Oda, M., Hatsuyama, Y. and Ohnishi, Y. : Numerical experiments on permeability tensor and its application to jointed granite at Stripa Mine, Sweden, J. Geophys. Res., Vol.92, No.B8, pp.8037-8048, 1987.
- 27) Robinson, P.C. : Connectivity, flow and transport in network models of fractured media, Ph D. dissertation, Oxford Univ., Oxford, 1984
- 28) Chen, W.F. and Saleeb, A.F. : Constitutive equations for engineering materials : Elasticity and modeling, John Wiley & Sons, New York, N.Y., 1982.
- 29) Desai, C.S. and Siriwardane, H.J. : Constitutive law for engineering materials with emphasis on geological materials, Pentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ 07632.
- 30) カチャノフ (大原訳) : 破壊力学の基礎、森北出版、1976.
- 31) Oda, M. and Nakayama, H. : Yield function for soil with anisotropic fabric, Engrg Mech. Div., ASCE, (in print).

(1989 年 1 月 31 日 受付)