

時間領域型境界要素法による弾性波動解析 に関する一考察

STUDY ON ELASTODYNAMIC ANALYSIS BY TIME DOMAIN BOUNDARY ELEMENT METHOD

吉田 裕* 阿部和久**

By Yutaka YOSHIDA and Kazuhisa ABE

Features of the time domain boundary element method for elastodynamic analysis is investigated based on some results obtained by solving a diffraction of SH waves in semi-cylindrical canyon. Main items of the discussion presented in this paper are as follows: The influence of (1) the choice of element size h and time interval Δt for some incidental wave length λ , (2) truncation of the free surface by finite number of boundary elements, (3) omission of matrix coefficients whose magnitude are smaller than some prescribed value, on the accuracy of the solution.

Numerical results show that the strategy of omission of matrix coefficients is available for practical analysis because of decrease of CPU time and saving of core memory.

1. はじめに

境界要素法は境界積分方程式に基づいた近似解法であるため、基本的に離散化は境界上のみでよく、有限要素法や差分法などの領域型の解法に比べると、未知量の数が少なくても比較的精度のよい解が得られるという利点がある。また、無限領域や半無限領域を対象とした場合、境界要素法によれば、その取扱いは容易である。特に、地盤の波動問題などに対しては、散乱波の放射条件がみだされるため、この分野への境界要素法の適用は有効であり、最近では動的問題への適用が活発に試みられている。

弾性波動問題に対して境界要素法を用いる解法としては、周波数領域での解法と時間領域での解法とがあげられる。前者による解法は、計算時間、記憶容量の点において後者より有利であるといえる。しかし、非線形問題を扱おうとする場合には、有限要素法との結合を考えるにしても、時間領域での解法を用いる必要がある。

時間領域型の境界要素法の応用は、SH波動の問題に対してはColeら¹⁾により、また面内波動問題に対してはNiwaら²⁾によって具体的な解法が示された。それ以来、基礎の動的な問題^{3),4)}を初め、空洞を有する地盤^{5),6),7)}や、不整形地盤の動的解析^{8),9)}などに用いた例が多く報告されている。しかし、時間領域型の解法を適用する場合、時間ステップごとに係数行列が増えるため容量が漸増し、さらに計算時間が時間を追って増加するという問題点がある。

本論文は、時間領域型境界要素法を弾性波動問題に適用する場合に生ずる諸問題について、実際の解析例

* 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科 (〒152 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

** 工修 新潟大学助手 工学部土木工学科 (〒950-21 新潟市五十嵐二の町 8050番地)

をととして考察を与えたものである。解析の対象としては、半円形の谷を有する半無限弾性体にSH波が入射する場合の定常問題を採用した。また、主な考察内容は以下のとおりである。まず、境界要素長 h 、時間ステップ Δt および入射波長 λ のとり方による精度への影響について調べた。次に、半無限体表面の離散化打ち切りによる影響を調べ、最後に、係数行列成分の切り捨てによる精度への影響、および記憶容量や計算時間への影響について考察を与えた。なお、SH波に対しては、半無限領域に対する基本解を容易に求めることができ、これを用いた場合離散化は谷の部分のみでよいこととなるが、ここでは表面境界打ち切りの影響について考察を行う目的で、無限体に対するSH波の基本解を用いて解法を展開している。

2. 境界積分方程式

動弾性問題の支配方程式は、SH波動に対しては次式となる。

$$\mu \Delta u = \rho \ddot{u} \quad (\text{in } \Omega) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 u は面外方向変位、 μ は対象領域 Ω におけるせん断弾性係数、 ρ は密度であり、 Δ はLaplace演算子、 $(\ddot{\cdot})$ は時間による二階微分である。なお、物体力は働かないものとした。

また、境界条件および初期条件は次のようである。

境界条件

$$\left. \begin{aligned} u(x,t) &= \bar{u}(x,t) && \text{on } \Gamma_u \\ \mu \frac{\partial u}{\partial n} &= p(x,t) = \bar{p}(x,t) && \text{on } \Gamma_p \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

初期条件

$$\left. \begin{aligned} u(x,0) &= u_0(x) \\ \dot{u}(x,0) &= v_0(x) && (\text{in } \Omega) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

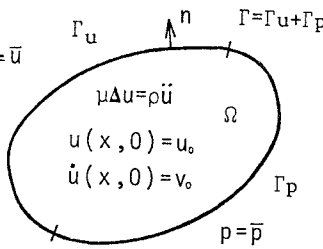


図-1 境界条件および初期条件

式(2)において、 Γ_u は境界 Γ のうち変位 u が与えられている境界であり、 Γ_p は表面力 p が与えられている境界である。また、 $\partial/\partial n$ は Γ 上の点 x における外向き法線方向微分である。一方、式(3)で u_0 、 v_0 は領域 Ω で与えられた変位、および速度の初期値とする(図-1)。

式(1)~(3)で与えられた問題に対し、動弾性問題の相反関係式を適用し、境界積分方程式を導くと、次式のようになる^{1a)}。

$$c(s)u(s,t) = \frac{1}{4\pi\mu} \int_{\Gamma} \int_0^{t+} [-u(q,\tau)p^*(q,t;s,\tau) + p(q,\tau)u^*(q,t;s,\tau)] d\tau d\Gamma_q + u^I(s,t) \dots\dots (4)$$

ここで、 u^I は入射波、 u^* 、 p^* はSH波動問題における基本解であり、次の微分方程式をみたち。

$$\Delta u^* - \frac{1}{c^2} \ddot{u}^* = -4\pi \delta(q-s) \delta(t-\tau) \quad (c^2 = \mu/\rho) \quad \dots\dots\dots (5)$$

式(5)において、 c は波の伝播速度、 δ はDiracのデルタ関数である。

無限弾性体に対し、遅延条件および無限遠での正則条件をみたち基本解は次式で与えられる。

$$u^*(q,t;s,\tau) = \frac{2c}{\sqrt{c^2(t-\tau)^2 - r^2}} H[c(t-\tau) - r] \quad , r = |q-s| \quad \dots\dots\dots (6.a)$$

$$p^* = \mu \frac{\partial u^*}{\partial n} \quad \dots\dots\dots (6.b)$$

ここで、 $H(\cdot)$ はHeaviside関数であり、 $H(X)=0(X<0)$ 、 $H(X)=1(X>0)$ となる。なお、式(4)においては、初期条件を $u_0 = v_0 = 0$ とした。また式(4)の左辺の $c(s)$ とは境界の滑らかさに依存した係数であり、 s で境界

が滑らかな場合には $c(s)=1/2$ となる。

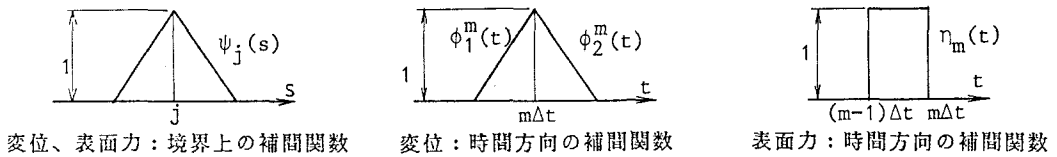


図-2 空間、時間に対する補間関数

3. 方程式の離散化

境界上での変位および表面力を空間と時間に対して離散化する。本研究においては、空間に対しては、変位、表面力共に要素上線形に変化するようにとり、時間に関しては、変位について各ステップ区間において線形変化、表面力については一定となるようにとった(図-2)。一般に、このような補関数の組み合わせは精度上有利であることが知られている^{10), 11)}。

図-2に示すように、各補関数を定義し、時間方向にM分割、境界にN個の節点を設ければ、変位 u 、表面力 p は次のように与えられることとなる。

$$u(s, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^N \phi_1^m(t) \psi_j(s) u_j^m + \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{j=1}^N \phi_2^{m+1}(t) \psi_j(s) u_j^m \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$p(s, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^N \eta_m(t) \psi_j(s) p_j^m \quad \dots\dots\dots (8)$$

ただし、 $t = M\Delta t$ とし、 Δt は時間ステップ幅であり、 u_j^m, p_j^m は境界節点 j における時刻 $m\Delta t$ での変位、表面力の値である。

式(7), (8)を用いると、境界積分方程式(4)は節点 i に対して次のようになる。

$$\begin{aligned} c_i u_i^M &= \frac{1}{4\pi\mu} \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} \int_{(m-1)\Delta t}^{m\Delta t} u^* \phi_j d\tau d\Gamma \cdot p_j^m \\ &+ \frac{1}{4\pi} \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} \int_{(m-1)\Delta t}^{m\Delta t} \frac{\partial r}{\partial n} (q^* \phi_1^m + \frac{1}{c\Delta t} u^*) \phi_j d\tau d\Gamma \cdot u_j^m \\ &+ \frac{1}{4\pi} \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{j=1}^N \int_{\Gamma_j} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \frac{\partial r}{\partial n} (q^* \phi_2^{m+1} - \frac{1}{c\Delta t} u^*) \phi_j d\tau d\Gamma \cdot u_j^m + u_i^{I, M} \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

ここで、 q^* は次式で与えられるものとする。

$$q^* = 2e[c(t-\tau)-r] \cdot [c^2(t-\tau)^2 - r^2]^{-3/2} \cdot H[c(t-\tau)-r] \quad \dots\dots\dots (10)$$

さらに、 $t' = t - \tau$ とし、 τ についての積分を t' に関する積分に直すと、式(9)は次式となる。

$$c_j u_i^M = \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^N G_{ij}^{M+1-m} p_j^m + \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^N A_{ij}^{M+1-m} u_j^m + \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{j=1}^N B_{ij}^{M-m} u_j^m + u_i^{I, M} \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 $G_{ij}^m, A_{ij}^m, B_{ij}^m$ は次式で与えられる係数である。

$$\begin{aligned} G_{ij}^m &= \frac{1}{4\pi\mu} \int_{\Gamma_j} \int_{(m-1)\Delta t}^{m\Delta t} u^* \phi_j dt' d\Gamma \\ A_{ij}^m &= \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma_j} \int_{(m-1)\Delta t}^{m\Delta t} \frac{\partial r}{\partial n} (q^* \phi_2^m + \frac{1}{c\Delta t} u^*) \phi_j dt' d\Gamma \\ B_{ij}^m &= \frac{1}{4\pi} \int_{\Gamma_j} \int_{(m-1)\Delta t}^{m\Delta t} \frac{\partial r}{\partial n} (q^* \phi_1^m - \frac{1}{c\Delta t} u^*) \phi_j dt' d\Gamma \quad \dots\dots\dots (12 \cdot a \sim c) \end{aligned}$$

また、式(11)は次のように書き換えることができる。

$$c_i u_i^M = \sum_{j=1}^N G_{ij}^1 p_j^M + \sum_{j=1}^N A_{ij}^1 u_j^M + \sum_{m=2j=1}^M \sum_{m=2j=1}^N G_{ij}^m p_j^{M+1-m} + \sum_{m=2j=1}^M \sum_{m=2j=1}^N (A_{ij}^m + B_{ij}^{m-1}) u_j^{M+1-m} + u_i^{I,M}$$

ここで、 H_{ij}^m なる係数を次のように定義する。

$$H_{ij}^1 = c_i \delta_{ij} - A_{ij}^1 \quad (i \text{ について和をとらない}) \quad \dots\dots\dots (13\cdot a)$$

$$H_{ij}^m = -A_{ij}^m - B_{ij}^m \quad (m=2, \dots, M) \quad \dots\dots\dots (13\cdot b)$$

すると、第Mステップに対して最終的に次式を得る。

$$\sum_{j=1}^N H_{ij}^1 u_j^M = \sum_{j=1}^N G_{ij}^1 p_j^M + \sum_{m=2j=1}^M \sum_{m=2j=1}^N (G_{ij}^m p_j^{M+1-m} - H_{ij}^m u_j^{M+1-m}) + u_i^{I,M} \quad (i=1, \dots, N) \quad \dots\dots (14)$$

式(14)で、右辺第二項目はM-1ステップ目までの解より求められるので、第Mステップにおいては既知な量である。したがって、第Mステップにおける未知量は式(14)より求めることができる。なお、式(12・a～c)の係数計算において、時間に関する積分はすべて解析的に求めた。また、 G_{ij}^m および H_{ij}^m に対する境界積分にはGaussの積分法を用いた。

4. 数値解析に基づいた諸検討

解析例としては、図-3に示すような、半円形の谷を有する半無限弾性体に対して、角度 γ の方向に波動が入射する場合について考える。入射波としては、次式で与えられる波動を扱った。

$$u^I(r, t) = u_0 \sin\left[\frac{\pi}{a} \eta (ct - \mathbf{g} \cdot \mathbf{r} - a)\right] \cdot H(ct - \mathbf{g} \cdot \mathbf{r} - a) \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここで、 u_0 は入射波の振幅であり、 a は半円形の谷の半径、 η は谷の直径と入射波の波長 λ との比であり $\eta = 2a/\lambda$ で与えられるパラメーターである。また、 $\mathbf{g}$ は入射波の進行方向を示す方向ベクトルである。

なお、境界要素の離散化に関しては、図-3に示すように、半円部分を18等分割し、その他の表面部分については $L=12a$ までを離散化の対象とし、左右共に28分割したもの（合計74要素：Model-1）と、半円部分については同様に18等分割し、その他の境界については $L=3a$ までを離散化し、左右共10分割したもの（合計38要素：Model-2）、の2通りを採用し比較した。また、本解析においては、波動の入射角 γ が 30° の場合を対象とした。

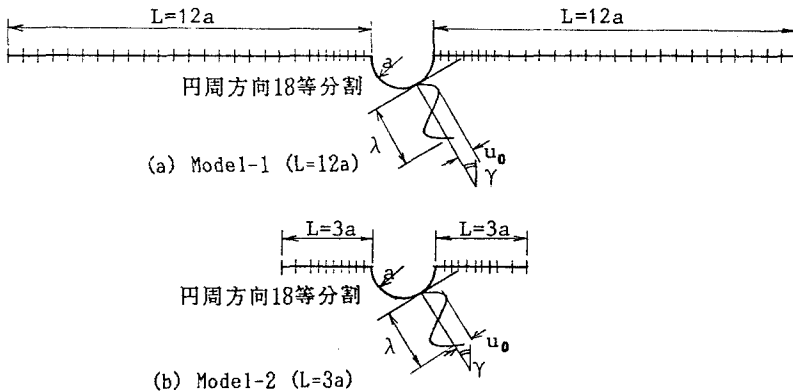


図-3 解析対象および要素分割方法

(1) 入射波長 λ と要素長 h および時間ステップ幅 Δt のとり方が解の精度に及ぼす影響について

半円形谷の部分等を等分割して得られた要素長 h と、時間ステップ幅 Δt 、および入射波の波長 λ のとり方が解の精度に及ぼす影響について検討した。一般に、時間領域境界要素法を用いた場合、 Δt は h に対し細かくとり過ぎても解の精度は低下することとなる¹⁰⁾。また、福井⁷⁾は、時間領域での解法は基本的には安定であるが、時間ステップ幅を短くした場合、係数行列成分

表-1 解析例の分類 ($\gamma=30^\circ$)

$\lambda \backslash \beta$	0.5	1.0	2.0
$\lambda=4a$ $=23h$ ($\eta=0.5$)	Case.1 $\lambda/c\Delta t=46$	Case.2 $\lambda/c\Delta t=23$	Case.3 $\lambda/c\Delta t=12$
$\lambda=2.67a$ $=15h$ ($\eta=0.75$)	Case.4 $\lambda/c\Delta t=31$	Case.5 $\lambda/c\Delta t=15$	Case.6 $\lambda/c\Delta t=7.7$
$\lambda=a$ $=5.8h$ ($\eta=2.0$)	Case.7 $\lambda/c\Delta t=12$	Case.8 $\lambda/c\Delta t=5.8$	Case.9 $\lambda/c\Delta t=2.9$

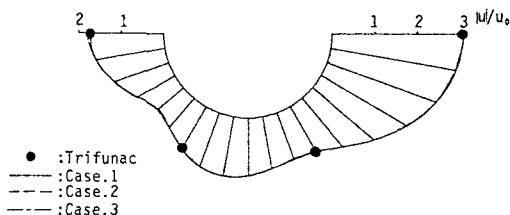
の計算精度によっては解が発散する可能性があることを示唆している。多くの解析例において $\beta=c\Delta t/h$ として 0.5~1.0 程度の値が用いられているようである。ここでは β として 0.5, 1.0, 2.0 の 3 種類を用い、解析を行った。

一方、要素長 h は、変位形状を空間方向に十分表現できるだけの長さにとる必要があると思われる。ここで対象としている問題のように入射波を受ける場合においては、入射波形を表現するために必要な要素長ということになる。そこで、要素分割は変えず、入射波長 λ として $\lambda \approx 23h$ ($\eta=0.5$), $15h$ ($\eta=0.75$), および $5.75h$ ($\eta=2.0$) の 3 種類を用いることとした。なお、境界要素分割は $L=12a$ の分割 Model-1 を用いて解析を行った。 β , λ のとり方による解析例の分類を表-1に示す。表-1に示すように、 β と λ をそれぞれ 3 通りにとり、合計 9 通りの解析結果 (Case.1~9) を比較した。なお、各解析例における波長 λ と $c\Delta t$ との比を表中に示した。

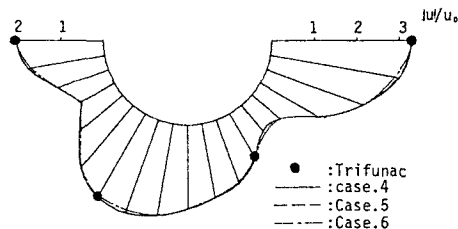
半円形の谷の円周上における変位の振幅に関する理論定常解と比較して数値解の精度を検討した。数値解析は、初期条件 $u_0 = \dot{u}_0 = 0$ から出発する非定常解析である。したがって、時刻が十分に経過し変位応答が定常な状態に至ったと思われる時点における振幅を求め、定常振幅とした。

図-4(a)に $\lambda=4a$ ($\eta=0.5$) の入射波に対する応答を $\beta=0.5, 1.0, 2.0$ の 3 通りの条件で求めた結果を示した。同様に図-4(b)に $\lambda=2.67a$ ($\eta=0.75$) の入射波に対する応答を、 $\beta=0.5, 1.0, 2.0$ の各条件で求めた結果を、また図-4(c)に $\lambda=a$ ($\eta=2.0$) の入射波に対する応答を $\beta=0.5, 1.0, 2.0$ の各条件で求めた結果を比較した。

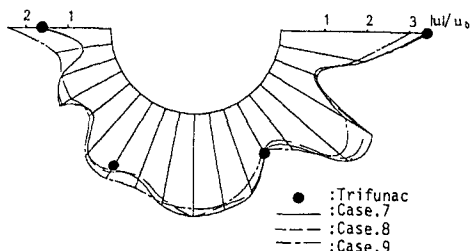
円周上いくつかの点における Trifunac の解析解¹²⁾を合わせて示し比較した。図-4より、 $\lambda=4a$, $\lambda=2.67a$ の場合にはすべての β に対し解析解と数値解とがよく一致している。 $\lambda=a$ の場合には、最も小さな Δt に対応する $\beta=0.5$ の場合は比較的よい値を与えているが β の値が大きくなる程誤差が大きくなっていることがわかる。このことから、要素長 h に比べて波長 λ が小さい場合には、時間ステップ幅をある程度小さくとる必要があることがわかる。ここで採用した要素分割は表-1に示したように $\lambda/h \approx 5.8$ であり、 $\beta=0.5$ の場合には $\lambda/c\Delta t=12$ となる。



(a) $\lambda=4a$ ($\eta=0.5$) における変位振幅



(b) $\lambda=2.67a$ ($\eta=0.75$) における変位振幅



(c) $\lambda=a$ ($\eta=2.0$) における変位振幅

図-4 半円形谷円周上での変位振幅

(2) 解析で考慮する地表面境界長が解の精度へ及ぼす影響について

境界長 L のとり方による解の精度への影響については、いくつかの報告がある。定常問題に対する検討は上杉・大津¹⁴⁾により行われており、SH波の場合、境界長 L は構造物の代表長さの6倍程度で十分な精度が得られるとされている。また、P、SV波の場合は構造物の代表長さの10倍程度に L をとれば十分な精度が得られるとされている。一方、時間領域型の解法に対しての、P、SV波の場合の L のとり方については近江・登坂⁹⁾により検討されており、 L を6a程度にとれば十分な精度が得られると述べられている。

また、無限体に対する基本解を用いて半無限体の問題を扱う場合の改善策についてもいくつかの検討が示されて来た。例えば、Dominguez, Abascal¹⁵⁾は三次元剛基礎底面の複素剛性の問題において、無限体の基本解と、その鏡像点に対する基本解とを重ね合わせることで、自由表面での境界条件を完全には満たさないが十分それに近い基本解を求め、比較的小さな要素領域に対しても精度の良い解を得る工夫を行っている。また、Banerjee, Ahmad and Manolis¹⁶⁾は地表面境界要素端に無限要素を設け、時間領域での動的解析を行っている。

ここでは、上述のような報告結果を確認する意味において、半無限体表面部に対する要素分割域 L のとり方が解の精度に及ぼす影響について検討した。要素分割域 L としては図-3に示したように $L=12a$ (Model-1)と $L=3a$ (Model-2)の2通りとした。また、入射波の条件は $\lambda=4a$ ($\eta=0.5$)であり $\beta=1.0$ のもとで計算を行った。

前述したように、SH波に関しては半無限体に対する基本解を比較的容易に求めることができ、そのような基本解を用いる場合には要素分割は円形谷の部分のみでよく、その他の地表面を離散化する必要はなくなる^{6), 8), 13)}。ここでは基本解に無限弾性体に対するものを用いて、境界長 L のとり方が解にどの程度の影響を与えるかを調べた。

図-5は $L=3a$ および $L=12a$ の場合に得られた半円形の谷の円周上における定常状態での変位振幅の応答値を比較して示したものである。円周上、波の入射側において L の違いによる影響が見られるが、後方においては大きな差は認められない。

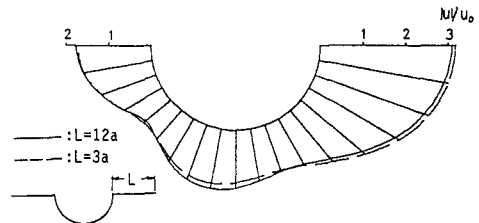


図-5 境界長打ち切りの影響

ここで解析の対象とした問題は均質な半無限弾性体である。この場合、表面で反射した波動はそのまま無

限遠にまで伝播して行くこととなる。したがって、半円形の谷からある程度離れた地表面で反射した波動は半円形の谷の応答にほとんど影響を与えないために、 L を比較的短くとっても比較的精度のよい解が得られたものと考えられる。半無限体がいくつかの層よりなる場合には、地表面で反射した波の一部は層の境界で再度反射し、これを繰り返しながら伝播していくこととなる。したがって、地盤が層状になっているような対象に対する境界長の打ち切りに関しては、更に検討を要するところである。

(3) 係数行列成分の切り捨てが解の精度に及ぼす影響について

式(14)に示したように、第 M ステップにおける境界値 u_m^j, p_m^j を求めるためには、 $M-1$ ステップまでの全ステップに対する境界値 u_m^j, p_m^j ($m=1, \dots, M-1$)と係数行列 G_m^j, H_m^j ($m=2, \dots, M$)との積をとる必要がある。したがって、非常に長い時刻歴に対する解を求めるためには、非常に多くの行列を用意する必要がある。境界節点数を N とすれば、各ステップにおいて $2 \times N^2$ 個の係数成分が増加することとなるから、時間領域型の解法においては記憶容量の問題が大きな制約となる。この問題に対処する方策として、係数成分のうち十分に小さな値のものは切り捨てて記憶しない、という方法が考えられる。一般に係数成分 G_m^j, H_m^j は時間ステップ m が大きくなる程小さくなるので、あるステップ以降における係数行列の成分を無視しても解の精度への影響はそれほど大きくはならないと思われる。

そこで、全係数を保存した場合の解と、係数の切り捨てを行った場合の解とを比較して、係数行列成分の切り捨ての影響を調べてみた。切り捨ての基準として、第1ステップの係数行列成分の絶対最大な値に対す

る 10^{-2} , 10^{-3} , 10^{-4} および 10^{-5} 倍以下の係数を切り捨て
る4通りを対象とした。なお、解析は $\lambda=4a$ ($\eta=0.5$)
 $\beta=1.0$, $L=12a$ の条件のもとで行った。得られた半円形
谷の円周上の変位振幅の解を図-6に示した。 10^{-4} およ
び 10^{-5} 倍以下の係数を切り捨てた場合の結果は全係数
を保存したものとはほぼ一致するので、この図において
は、全係数を保存したもの、 10^{-2} 倍以下を切り捨てた
もの、および 10^{-3} 倍以下を切り捨てたものの3通りに
対する結果のみを示した。絶対最大値の 10^{-2} 倍を基準として切り捨てた場合には、場所によっては20%程度
の誤差が認められるが、 10^{-3} 倍を基準として切り捨てた場合には、全係数を保存した場合との違いは図の上
ではほとんど認められない程度である。ここで対象とした問題の場合には、表面力 p は境界上すべての点に
おいてゼロである。したがって、 p_j との積をとる係数行列 G_{ij} の値の切り捨ては解の精度に関係しない。
一方、変位 u_j との積をとる係数行列 H_{ij} の係数成分のうち最大となるものは第1ステップの対角成分であ
り、滑らかな境界上においては、その値は0.5となる。

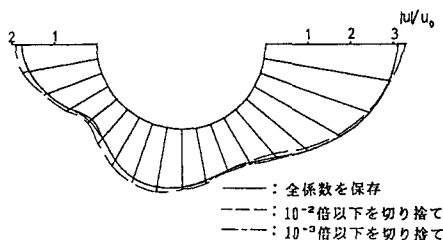


図-6 係数行列成分の切り捨ての影響

円形谷の中央節点に対応する係数行列成分のうち絶対最
大な値を各ステップに対してプロットしたものが図-7であ
る。絶対最大値が80ステップ手前から急減少していること
がわかる。 H_{ij} の各ステップにおける絶対最大値は、節点
 i より速度 c で伝播する波の前面付近に生じ、それよりも
 i に近い所では急減少するような分布をとる。ここで対象
とした解析例では、円形谷中央から伝播した波の前面が L
 $=12a$ の境界要素端に到達するのが80ステップ手前の時点
であり、それ以降においては上に述べた理由により、係数行
列成分の絶対最大値が急激に減少することとなる。境界長
 L を更に長くにとっていれば、このような急減少はこの時点では生じず、更に後のステップで起こることとな
る。境界長 L を有限な長さにとったということは、係数行列成分の絶対最大値が急激に減少し出す時点にお
ける係数のうち最大なものよりも小さな係数を切り捨てたことと同様の結果を与えることとなる。また、図
-7より、 5×10^{-4} 付近から係数の絶対最大値が急減少していることがわかる。この結果、絶対最大な係数の
 10^{-3} 倍以下を切り捨てた場合と、全係数を保存した場合とが比較的一致したものと思われる。

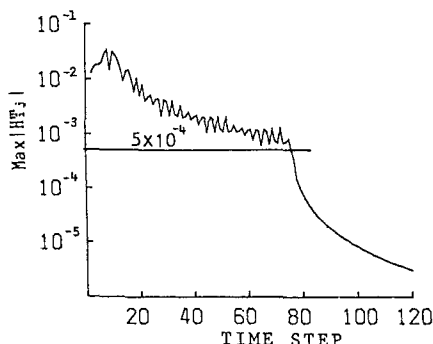


図-7 半円形谷中央節点に関する

係数行列成分の絶対最大値の変化

以上のことより、半無限体に対して有限長の境界で表面を離散化した場合には、これによって考慮するこ
とができなくなる係数行列成分の値と同程度のオーダー、またはそれ以下の係数行列成分については切り捨
てても解の精度への影響はほ
とんどないことがわかる。

最後に、各ステップの計算
に要したCPU時間と非ゼロ係
数行列成分の総数を図-8~12
に示す。図-8(a), (b)はすべ
ての非ゼロ係数成分を保存し
た場合であり、図-9(a), (b)
は係数の絶対最大値の 10^{-2} 倍
以下を切り捨てた場合、同様
に図-10(a), (b)は 10^{-3} 倍以下

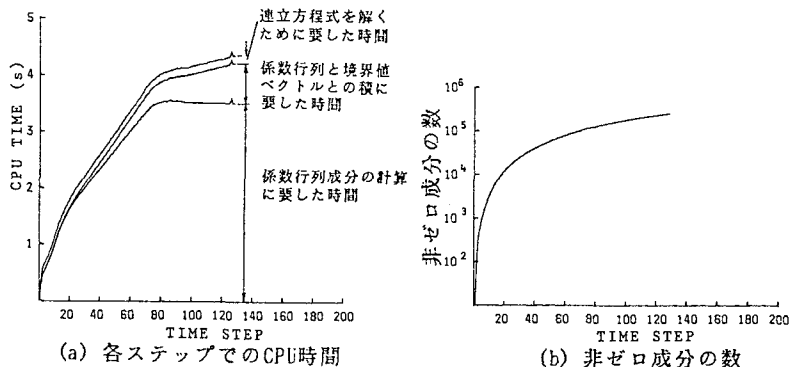


図-8 全係数を保存した場合

を切り捨てた場合、図-11(a), (b)は 10^{-4} 倍以下を切り捨てた場合、および図-12(a), (b)は 10^{-5} 倍以下を切り捨てた場合である。なお、ここで対象とした問題においては、前述したように G_{ij} は保存する必要がないので、初めから G_{ij} の計算は行っていない。また、係数を切り捨てる方法においては、全係数が切り捨ての対象となった時点以降は係数成分の計算は行わず、全係数をゼロとみなして解析を進めた。図-8(a)～12(a)より、各ステップにおける計算時間のかなりの部分が係数成分の計算のために費やされていることがわかる。切り捨てを行った場合には、全係数がゼロとみなされた後は係数成分の計算が不要となるので、それ以降のステップにおいてはステップ当たりの計算時間は非常に少なくてすむこととなる。全係数成分を保存する場合、例えば100ステップ目において非ゼロ成分の数は約18万個であったが、絶対最大値の 10^{-3} 倍以下を切り捨てた場合には86ステップ以降全係数成分が省略され、係数成分の総数は約1万5千個であった。

以上の具体例をとおして、計算時間、記憶容量の面で係数成分の切り捨ては有効な手段であることが確認できた。

5. おわりに

本論文では、時間領域型の境界要素法によって動弾性問

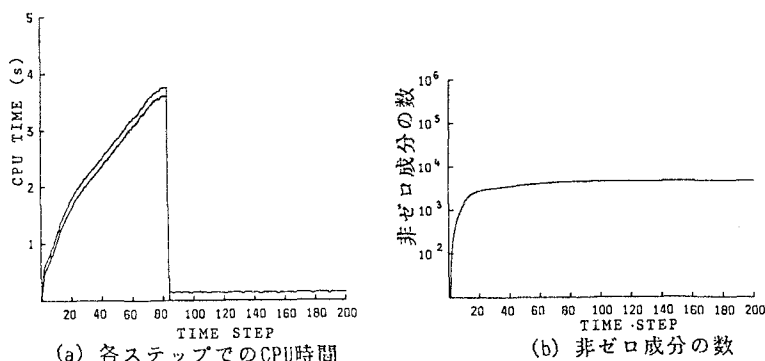


図-9 10^{-2} 倍以下を切り捨てた場合

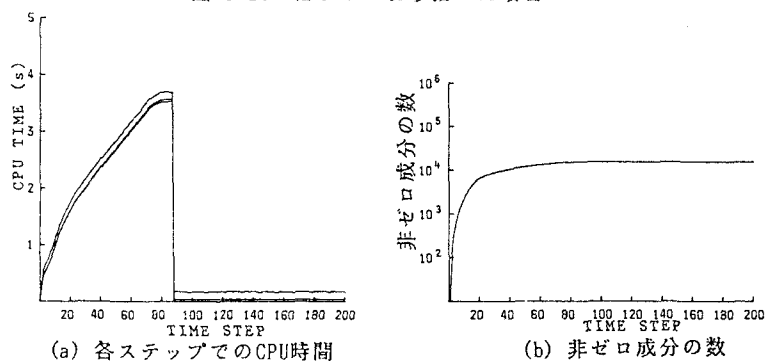


図-10 10^{-3} 倍以下を切り捨てた場合

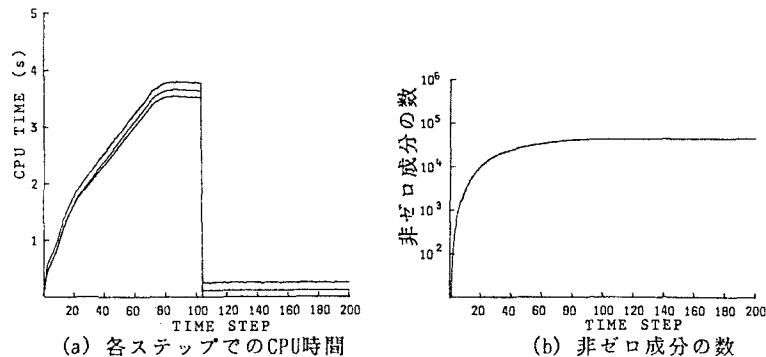


図-11 10^{-4} 倍以下を切り捨てた場合

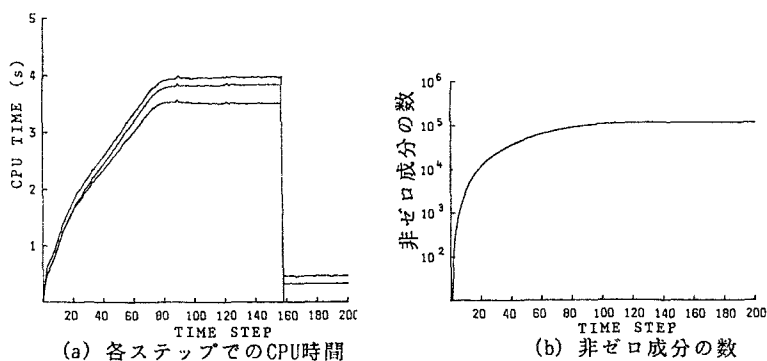


図-12 10^{-5} 倍以下を切り捨てた場合

題を解析する際に生ずるいくつかの問題点について考察を与えた。その結果、入射波長 λ に対する要素長 h 、時間ステップ幅 Δt の選び方や、無限境界の有限打ち切りによる影響、および係数行列成分の切り捨てによる影響などについて、実際の解析上有効な結論を得ることができた。

参考文献

- 1) Cole, D.M., Kosloff, D.D. and Minster, J.B.: A Numerical Boundary Integral Equation Method for Elastodynamics. I, Bull. Seism. Soc. Am. Vol. 68, No. 5, pp. 1331-1357, Oct 1978.
- 2) Niwa, Y., Fukui, T., Kato, S. and Fujiki, K.: An Application of the Integral Equation Method to Two-Dimensional Elastodynamics, Theor. Appl. Mech. Vol. 28, pp. 281-290, 1980.
- 3) Karabalis, D.L. and Beskos, D.E.: Dynamic Response of 3-D Rigid Surface Foundations by Time Domain Boundary Element Method, Earthquake Eng. Struct. Dyn. Vol. 12, pp. 73-93, 1984.
- 4) Spyrakos, C.C. and Beskos, D.E.: Dynamic Response of Rigid Strip-Foundations by a Time-Domain Boundary Element Method, Int. J. Numer. Methods Eng. Vol. 23, pp. 1547-1565, 1986.
- 5) Manolis, G.D.: A Comparative Study on Three Boundary Element Method Approaches to Problems in Elastodynamics, Int. J. Numer. Methods Eng. Vol. 19, pp. 73-91, 1983.
- 6) 福井卓雄: 弾性半平面内空洞の過渡的応答の境界積分方程式法による時間 Step 解析, 第1回境界要素法シンポジウム論文集 (境界要素法研究会), pp. 175-180, 1984.
- 7) 福井卓雄: 二次元動弾性問題の時間積分境界要素法による解析, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集 第12巻, pp. 197-202, 1988.
- 8) 平井弘義: 不整形地盤における SH 波動の時間領域 BEM による過渡応答解析, 境界要素法論文集 第4巻 (境界要素法研究会), pp. 287-292, 1987.
- 9) 近江正徳・登坂宜好: 二次元時間領域境界要素法による不整形地盤の動的応答解析, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集 第12巻, pp. 389-394, 1988.
- 10) Mansur, W.J. and Brebbia, C.A.: Further Developments on the Solution of the Transient Scalar Wave Equation. Chapter 4 in Topics in Boundary Element Research. Vol. 2, Springer-Verlag, 1985.
- 11) Mansur, W.J. and Castro, A.: Numerical Solution of Kirchhoff Integral Equation by Boundary Elements, Boundary Elements VIII. Vol. I, pp. 445-458, 1986.
- 12) Trifunac, M.D.: Scattering of Plane SH-Waves by a Semi-Cylindrical Canyon, Earthquake Eng. Struct. Dyn. Vol. 1, pp. 267-281, 1973.
- 13) Rice, J.M. and Sadd, M.H.: Propagation and Scattering of SH-Waves in Semi-Infinite Domains Using a Time-Dependent Boundary Element Method, J. Appl. Mech. Vol. 51, pp. 641-645, Sept 1984.
- 14) 上杉真平・大津政康: 境界要素法による半無限弾性体における二次元波動場の解析, 土木学会論文集 第374号, pp. 457-465, 1986年10月.
- 15) Dominguez, J. and Abascal, R.: Dynamics of Foundations. Chapter 2 in Topics in Boundary Element Research. Vol. 4, Springer-Verlag, 1987.
- 16) Banerjee, P.K., Ahmad, S. and Manolis, G.D.: Transient Elastodynamic Analysis of Three-Dimensional Problems by Boundary Element Method, Earthquake Eng. Struct. Dyn. Vol. 14, pp. 933-949, 1986.

(1988年10月12日受付)