

平行線ケーブルの2次曲げ応力に関する研究

THE SECONDARY BENDING STRESS OF PARALLEL WIRE CABLES

田中義人^{*}・長井 洋^{***}・原口俊男^{****}・小松定夫^{*****}

by Yoshito TANAKA, Hiroshi NAGAI, Toshio HARAGUCHI, Sadao KOMATSU

This paper describes theoretical and experimental approaches to the assessment of the secondary bending stresses of parallel wire cables for cable stayed bridge. The theoretical secondary stresses were calculated for an ideal continuous beam perfectly fixed at both ends and from the secondary stress formula proposed by Wyatt.

In an experiment of a large parallel wire cable with 421 wires of 7 mm diameter anchored with resin material, the secondary stress has been estimated to be 7~8 kg/mm² when an end slope of 0.6 degree was induced under an upper stress of 45 % of GUTS.

1. まえがき

本研究は、太径平行線ケーブルの2次曲げ応力を明らかにするものである。近年、橋梁技術が進歩するにつれて、大型の吊橋や斜張橋の建設が相次いでいる。これらの平行線ケーブルの2次応力は、以前より検討すべき事項としてあげられながらも、発生要因が不確かで、複雑なこと、また解析や実験が困難なために、その評価については研究例があまりない。しかし、平行線ケーブル部材の安全率の決定に際しては、2次応力を考慮し、より妥当な値を算出することが必要である。

道路鉄道併用の長大吊橋および斜張橋の建設にあたって、これまで道路橋ではあまり注目されなかった多くの事項が重要な課題となり、各方面で検討されはじめている¹⁾。特に列車荷重による橋梁部材の疲労は、その中でも中心的な課題といえる。橋梁の構造部材として用いられるケーブルの中で、吊橋の主ケーブルは、張力に占める死荷重の割合が80%以上であるため、塔頂サドル、ハンガークランプ部での曲げによる2次応力の影響があるものの、活荷重、特に列車荷重による張力の変動幅が小さく、疲労におよぼす影響は、少ないと考えられる。

しかし、斜張橋のケーブルの場合、活荷重の占める割合が大きいため、引張疲労に対して十分な配慮が必要となる。しかも、斜張橋ケーブルは、活荷重の載荷によって桁に生じるたわみ変化およびケーブル張力増加によるサグ変化によって、ケーブルが定着部で曲げられる。この曲げは、列車の通過毎に生じる繰返

^{*} 工博 神鋼鋼線工業㈱ エンジニアリング事業部 吊構造部部長 (〒660 尼崎市中浜町10-1)

^{***} 神鋼鋼線工業㈱ エンジニアリング事業部 吊構造部課長 (〒660 同上)

^{****} 工修 神鋼鋼線工業㈱ エンジニアリング事業部 吊構造部係長 (〒660 同上)

^{*****} 工博 大阪大学名誉教授、大阪産業大学教授、工学部土木工学科 (〒574 大東市中垣内3-1-1)

し曲げとなり、曲げ疲労によるケーブル素線の断線の原因となる。また、ケーブルに繰返し曲げを生じる原因は列車荷重の他に、風による影響など計算に乗りにくいものもあるので、十分な安全性を確保しておくことが望ましく、ケーブルの2次曲げ応力の算定が必要となっている²⁾。

この分野での先駆的研究として、Wyattの研究があり、吊橋用平行線ケーブルの2次応力を要因別に列挙して体系化し、簡略な算定式を与えている³⁾。Hajdinは、Save橋においてケーブルへの防錆材注入時のサグ変化による2次曲げ応力挙動を考察している⁴⁾。Kaiserleibrücke橋においても垂直材の2次応力挙動の考察が行なわれている⁵⁾。西村、新家、中村、土居は、平行線よりなる吊橋のメインケーブルバンド部での2次曲げ応力について解析および実験的研究を行なっている^{6,11)}。また、本州四国連絡橋に関連する大型疲労試験のうち、CFRCロープ、ロックドコイルロープおよび平行線ケーブルの曲げ試験は、それぞれのケーブルの曲げ疲労特性について総合的な考察を加え、平行線ケーブルの曲げ疲労強度が高いことを示している⁷⁾。また、吊橋に用いるハンガーロープおよびメインケーブルの2次曲げ応力について調査結果をまとめ、2次応力を考慮したときの平行線ケーブルの許容応力度は、すでに提案されている⁸⁾。

本研究においては、橋梁用ケーブルのうち、ケーブルの許容応力度の決定に際して、曲げによる2次応力の影響が大きい斜張橋を対象とし、そのうち、特に最近主流となってきている平行線ケーブルについて、理論的および実験的検討を行なった。理論的検討として、まずサグ変化による2次応力を両端完全固定梁の釣合式より導く方法と、活荷重による桁たわみ変化による2次応力をWyattの変形式より導く方法を用いて両者の理論値の比較を試みた。更に、2次曲げ応力の緩和方法として、ケーブルの中間部に緩衝用支持材を取付けた場合のケーブル2次応力の算出も試みた。また、実験的検討として、実橋において生じるケーブルたわみ角 ϕ ¹⁰⁾を実物大の供試体ケーブルに生じさせて、2次曲げ応力を測定して理論値との比較を行ない、平行線ケーブルの2次曲げ応力について考察した。

2. 平行線ケーブルの2次曲げ応力の理論的解析

長軸方向に緊張された平行線ケーブルの固定端が曲げを受ける場合、ケーブル長が径より比較的長く、偏差軸応力⁶⁾が小さいとして、次の仮定を設ける。

- ①ケーブル素線束は、平行に保持され、中間支持されても素線相互が自由に滑動変位する。
- ②ケーブル素線束は、伸び剛性と曲げ剛性を有する。

吊橋の2次曲げ応力 σ_b は、Wyattによって導かれている³⁾。すなわち、図-1での張力によるケーブルの任意の断面における曲げモーメント M は、

$$M = -EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -P \cdot y \quad (1)$$

となる。 $\lambda = \sqrt{P/EI}$ 、 σ_t = ケーブル応力とすると、式(1)より2次曲げ応力 σ_b は、

$$\sigma_b = 2\phi_0 \sqrt{E \cdot \sigma_t} e^{-\lambda x} \quad (2)$$

となる。図-1において2次曲げ応力 σ_b の最大値は、アンカー口部($x=0$)において生じるので、

$$\sigma_{b \cdot \max, x=0} = 2\phi_0 \sqrt{E \cdot \sigma_t} \quad (3)$$

となる。式(3)においてケーブル諸元の一例として、

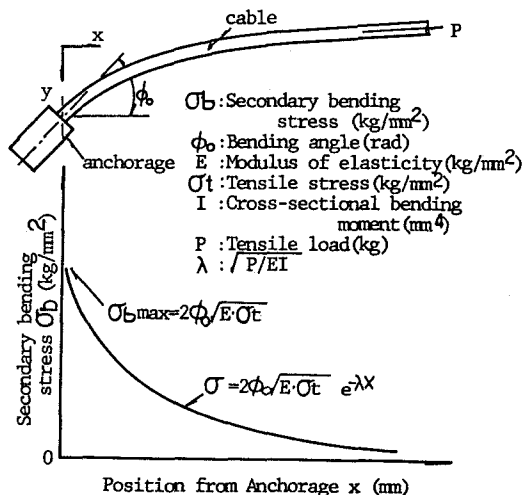


Fig.1 Secondary bending stress after Wyatt

ケーブルたわみ角 $\phi_0 = 0.6^\circ (=0.01 \text{ rad})$, ケーブル弾力係数 $E = 2.05 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$ (裸鋼線の場合)
 ケーブル設計応力 $\sigma_t = 0.45 \times 165 \text{ kg/mm}^2 = 74 \text{ kg/mm}^2$ (45% 設計応力) とすると、式(3)の2次曲げ応力は、

$$\sigma_{b \cdot \max, x=0} = 24.6 \text{ kg/mm}^2 \quad (4)$$

となる。よって、ケーブル設計応力 σ_t に対する2次曲げ応力の比率は、

$$\sigma_{b \cdot \max} / \sigma_t = 24.6 / 74 = 0.33 \quad (5)$$

となる。実橋でのケーブルたわみ角 $\phi_0 = 0.6^\circ$ に対して式(4)で求められた最大2次曲げ応力 $\sigma_{b \cdot \max} = 24.6 \text{ kg/mm}^2$ は、設計応力 $\sigma_t = 74 \text{ kg/mm}^2$ の33%にもなる。このため、活荷重による変動応力幅の大きい斜張橋での2次曲げ応力は、ケーブルの疲労強度の設計上無視できない値となる。

(2.1) 完全固定梁による2次曲げ応力式

ここでのケーブルのサグによる2次曲げ応力は、
 梁両端に拘束軸力が発生する完全固定梁に中間支持
 を設けた連続梁の曲げモーメントより算出した⁹⁾。

図-2での曲げモーメント M は、 $0 \leq x \leq l_0/2$ で、

$$0 \leq x \leq l_0 \quad M_1 = (q l_0 / 2 - V_0) x - M_0 - P y - q x^2 / 2 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} l_0 < x \leq l_0 / 2 \quad M_2 &= (q l_0 / 2 - V_0) x - M_0 - P y \\ &\quad - q x^2 / 2 + V_0 (x - l_0) \\ &= q l_0 x / 2 - (M_0 + V_0 l_0) \\ &\quad - P y - q x^2 / 2 \quad (7) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $\lambda = \sqrt{P / E I}$ と置くと、式
 (6), (7) は、 $M + E I y'' = 0$ より、

$$y_1'' - \lambda^2 [y - (q l_0 / 2 - V_0) x / P + M_0 / P + q x^2 / 2 P] = 0 \quad (8)$$

$$y_2'' - \lambda^2 [y - q l_0 x / 2 P - M_0 / P + V_0 l_0 / P + q x^2 / 2 P] = 0 \quad (9)$$

となる。式(8), (9)の一般解と一次微分係数は、

$$y_1 = C_1 e^{\lambda x} + C_2 e^{-\lambda x} - q x^2 / 2 P - M_0 / P + (q l_0 / 2 - V_0) x / P - q E I / P^2 \quad (10)$$

$$y_2 = C_3 e^{\lambda x} + C_4 e^{-\lambda x} + q l_0 x / 2 P - q x^2 / 2 P - (M_0 + V_0 l_0) / P - q E I / P^2 \quad (11)$$

$$y_1' = C_1 \lambda e^{\lambda x} - C_2 \lambda e^{-\lambda x} - q x / P + (q l_0 / 2 - V_0) / P \quad (12)$$

$$y_2' = C_3 \lambda e^{\lambda x} - C_4 \lambda e^{-\lambda x} + q l_0 / 2 P - q x / P \quad (13)$$

となる。図-2での境界条件は、

$$y_1 = 0 \quad (x = 0) \quad (14)$$

$$y_1' = 0 \quad (x = 0) \quad (15)$$

$$y_1 = y_0 \quad (x = l_0) \quad (16)$$

$$y_2 = y_0 \quad (x = l_0) \quad (17)$$

$$y_1' = y_2' \quad (x = l_0) \quad (18)$$

$$y_2' = 0 \quad (x = l_0 / 2) \quad (19)$$

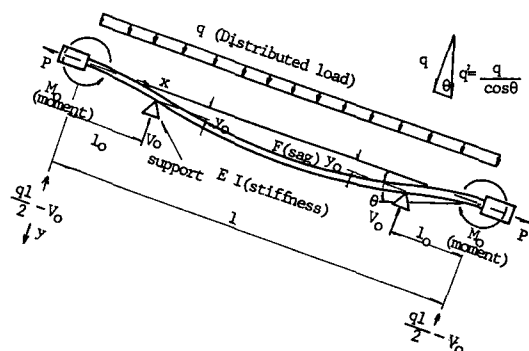


Fig. 2 A cable stressed with self-weight, q , and an axial load, P .

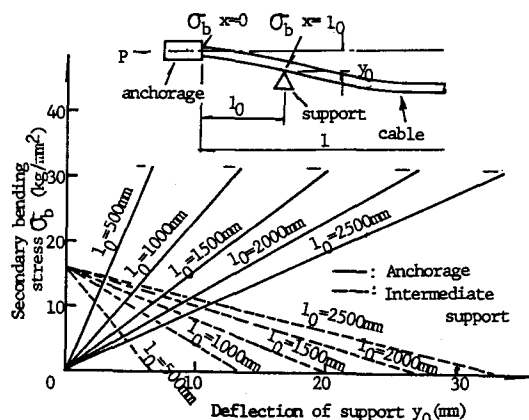


Fig. 3 Effect of support location on bending stress at an anchorage and an intermediate support

とする。式(14)～(19)を解いて、各係数に整理すると

$$[A1] \cdot [A2] = [A3] \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1/P \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -1/P\lambda & 0 \\ 0 & 0 & e^{\lambda \ell/2} & -e^{-\lambda \ell/2} & 0 & 0 \\ e^{\lambda \ell_0} & e^{-\lambda \ell_0} & 0 & 0 & -\ell_0/P & -1/P \\ 0 & 0 & e^{\lambda \ell_0} & e^{-\lambda \ell_0} & -\ell_0/P & -1/P \\ e^{\lambda \ell_0} & -e^{-\lambda \ell_0} & -e^{\lambda \ell_0} & e^{-\lambda \ell_0} & 1/P\lambda & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ V_0 \\ M_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} qEI/P^2 \\ -q\ell/2P\lambda \\ 0 \\ Q^* \\ Q^* \\ 0 \end{bmatrix}$$

ここに、 $Q^* = -q\ell\ell_0/2P + q\ell_0^2/2P + y_0 + qEI/P^2$

となる。式(20)より、未知数[A2]は[A1]の逆マトリックスを用いて、

$$[A2] = [A1]^{-1} \cdot [A3] \quad (21)$$

となる。アンカー口部および中間支持部の2次曲げ応力 σ_b は、ケーブル断面係数 W を用いて式(21)より、

$$\sigma_b \cdot x_{=0} = M / W \quad (22)$$

$$\sigma_b \cdot x_{=\ell_0} = [(q\ell/2 - V_0)\ell_0 - M_0 - P y_0 - q\ell_0^2/2] / W \quad (23)$$

となる。式(20)～(23)を用いて、実ケーブルでの

数値計算をしてみる。ケーブル諸元の一例として、

全長 $\ell = 200 \times 10^3 \text{ mm}$ (線径 $d = 7 \text{ mm}$)

傾斜角 $\theta = 25^\circ$ ($= 0.436 \text{ rad}$)

張力 $P_0 = 2,460 \text{ kg}$ ($\sigma_t = 64 \text{ kg/mm}^2$)

単位重量 $q = q' \cdot \cos \theta$
 $= 3.511 \times 10^{-4} \text{ kg/mm}^2$

弾性係数 $E = 2.05 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$

断面2次モーメント $I_0 = \pi d^4/64$
 $= 117.7 \text{ mm}^4$

断面係数 $W_0 = \pi d^3/32 = 33.77 \text{ mm}^3$
 $\lambda_0 = \sqrt{P_0/EI_0} = 0.0319 / \text{mm}$

とすると、ケーブルの2次応力 σ_b は、図-3のよ

うになる。また、中間支持材がない時の中間支

持部の最大サグたわみ量を $y_0 \cdot \max$ とし、図-3

の横軸をたわみ比($y_0/y_0 \cdot \max$)で表わすと図-

4のようになる。

図-4において、2次曲げ応力 σ_b は、たわみ比($y_0/y_0 \cdot \max$)によって変化している。ここで、最大値 $\sigma_b \cdot \max = 31.6 \text{ kg/mm}^2$ は、中間支持なし時のアンカー部の2次曲げ応力である。このアンカー口部の2次曲げ応力は、たわみ $y_0 = 0$ (中間支持部)とすると最小値 $\sigma_b \cdot x_{=0} = 0 \text{ kg/mm}^2$ となっている。

一方中間支持部は、 $\sigma_b \cdot x_{=\ell_0} = 16 \text{ kg/mm}^2$ と最大値になっている。また、図-4より、たわみ $y_0 = 0$ (中間支持部)とすると、中間支持部 $\sigma_b \cdot x_{=\ell_0}$ が最大となるが、アンカー口部の最大値の0.50 ($= 16 \text{ kg/mm}^2 \div 0.5 \times 31.6 \text{ kg/mm}^2$)に減少する。また、たわみ比 $y_0/y_0 \cdot \max = 0.33$ とすると、 $\sigma_b \cdot x_{=0} = \sigma_b \cdot x_{=\ell_0}$ となり、最大値の0.33 ($= 10 \text{ kg/mm}^2 \div 0.33 \times 31.6 \text{ kg/mm}^2$)まで減少する。

よって、ケーブルの2次曲げ応力 σ_b は、中間支持部のたわみ y_0 を調整することによって、最大値の33～50%まで減少することになる。

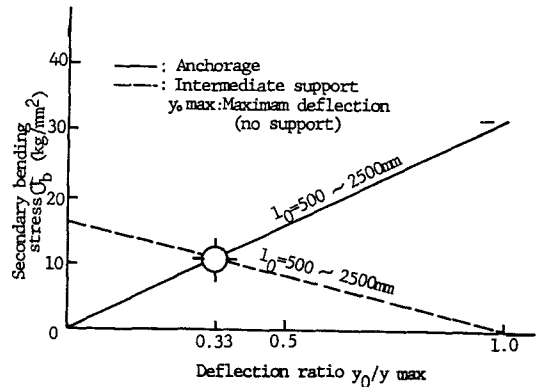


Fig.4 Secondary bending stress of a stay cable
 (Effect of deflection ratio of support)

(2.2) Wyattによる2次曲げ応力式

ここでは、斜張橋用ケーブルにおいて、活荷重載荷による桁たわみ変化によって生じるケーブル定着部の2次曲げ応力を対象とした。

図-5において、Wyattの2次曲げ応力式を、ケーブル中間部に支持がある場合に變形して、2次曲げ応力式を算出した¹⁰⁾。

図-5の曲げモーメントMは、 $0 \leq x \leq l_0$ で、

$$0 \leq x \leq l_0 \quad M_1 = -P y + K \delta (l_0 - x) \quad (24)$$

$$l_0 < x \leq l \quad M_2 = -P y \quad (25)$$

ここに、K, δ は、ケーブル中間支持部の弾性係数、たわみ量を示す。ここで、 $M + E I y'' = 0$ より $\lambda = \sqrt{P/EI}$ とすると、式(24), (25)は、

$$y_1'' - \lambda^2 [y_1 - (l_0 - x) K \delta / P] = 0 \quad (26)$$

$$y_2'' - \lambda^2 y_2 = 0 \quad (27)$$

となる。式(26), (27)の一般解、一次および二次微分係数は、

$$y_1 = C_1 e^{\lambda x} + C_2 e^{-\lambda x} + k \delta (l_0 - x) / P \quad (28)$$

$$y_1' = C_1 e^{\lambda x} - C_2 \lambda x^{-\lambda x} - k \delta / P \quad (29)$$

$$y_1'' = C_1 \lambda^2 e^{\lambda x} + C_2 \lambda^2 e^{-\lambda x} \quad (30)$$

$$y_2 = C_3 e^{-\lambda x} \quad (31)$$

$$y_2' = -C_3 \lambda e^{-\lambda x} \quad (32)$$

$$y_2'' = C_3 \lambda^2 e^{-\lambda x} \quad (33)$$

となる。図-5での境界条件は、

$$y_1 \big|_{x=l_0} = y_2 \big|_{x=l_0} \quad (34)$$

$$y_1' \big|_{x=l_0} = y_2' \big|_{x=l_0} \quad (35)$$

$$y_1'' \big|_{x=l_0} = y_2'' \big|_{x=l_0} \quad (36)$$

$$y_1' \big|_{x=l} = -\phi_0 \quad (37)$$

となる。式(34)~(37)について解くと、

$$y_1 = k \delta e^{-\lambda l_0} / 2P \lambda e^{\lambda x} + k \delta (l_0 - x) / P + (k \delta e^{-\lambda l_0} / 2P \lambda - k \delta / P \lambda + \phi_0 / \lambda) e^{-\lambda x} \quad (38)$$

$$y_2 = (k \delta e^{\lambda l_0} / 2P \lambda + k \delta e^{-\lambda l_0} / 2P \lambda - k \delta / P \lambda + \phi_0 / \lambda) e^{-\lambda x} \quad (39)$$

となる。ところで、図-5におけるたわみ δ は、

$$\delta = \delta_t - \delta_0 + \delta_{l_0} \quad (40)$$

$$\text{ここに、} \delta_t = l_0 \tan \phi_0$$

$$\delta_0 = y_1 \big|_{x=0}$$

$$\delta_{l_0} = y_1 \big|_{x=l_0}$$

である故、

$$\delta = l_0 \tan \phi_0 - \phi_0 / \lambda + \phi_0 e^{-\lambda l_0} / \lambda + k \delta (-2e^{-\lambda l_0} / P \lambda + 3/2P \lambda - l_0 / P + e^{-2\lambda l_0} / 2P \lambda) \quad (41)$$

となる。

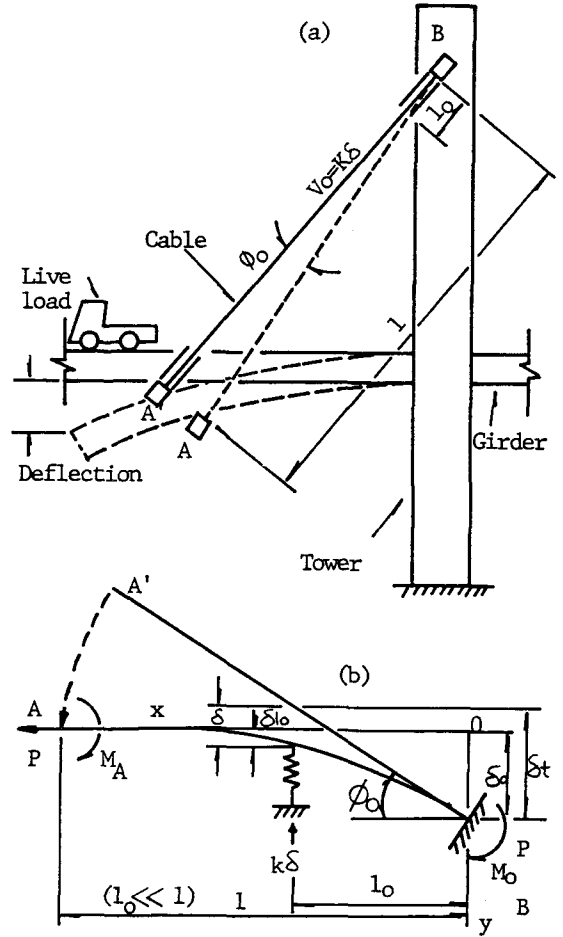


Fig.5 A stay cable subjected to bending stress due to the deflection of girder under live load.

よって、式(41)の両辺の δ をまとめると、

$$\delta = \gamma / (1 - K \xi) \quad (42)$$

ここに、 $\gamma = \ell_0 \tan \phi_0 - \phi_0 / \lambda + \phi_0 e^{-\lambda \ell_0} / \lambda$

$$\xi = -2e^{-\lambda \ell_0} / P \lambda + 3/2P \lambda - \ell_0 / P + e^{-2\lambda \ell_0} / 2P \lambda$$

となる。ケーブルの曲げモーメント M は、式(38)より

$$M = E I \lambda [K \delta e^{-\lambda x} e^{\lambda x} / 2P + (K \delta e^{-\lambda x} / 2P - K \delta / P + \phi_0) e^{-\lambda x}] \quad (43)$$

となるので、アンカー口部および中間支持部の曲げモーメント M は、

$$M_{x=0} = E I \lambda [K \delta e^{-\lambda \ell_0} / P - K \delta / P + \phi_0] \quad (44)$$

$$M_{x=\ell_0} = E I \lambda [K \delta / 2P + (K \delta e^{-\lambda \ell_0} / 2P - K \delta / P + \phi_0) e^{-\lambda \ell_0}] \quad (45)$$

となる。ケーブルの曲げモーメントが最小値となるのは、 $M_{x=0} = M_{x=\ell_0}$ なので、式(44)、(45)より、

$$K \delta (2e^{-\lambda \ell_0} / P - 3/2P - e^{-2\lambda \ell_0} / 2P) = -\phi_0 (1 - e^{-\lambda \ell_0}) \quad (46)$$

ここに、 $\alpha = 2e^{-\lambda \ell_0} / P - 3/2P - e^{-2\lambda \ell_0} / 2P$

$$\beta = -\phi_0 (1 - e^{-\lambda \ell_0})$$

となる。式(46)を式(42)に代入すると、

$$K = \beta / (\gamma \alpha + \beta \xi) \quad (47)$$

となる。式(46)における K は、ケーブルの曲げモーメントを最小値とする中間支持部の最適バネ定数値を示している。アンカー口部および中間支持部のケーブル2次曲げ応力 σ_b は、ケーブル断面係数 W で除することによって得られる。式(39)~(47)を用いて、実橋ケーブルでの数値計算を行なってみる。

ケーブル諸元の一例として、次の値を用いた。

全長 $\ell = 200 \times 10^3 \text{ mm}$ (線径 $d = 7 \text{ mm}$ の271本束)

たわみ角 $\phi_0 = 0.6^\circ$ (=0.01rad/アンカー口部)

張力 $P = 667.5 \times 10^3 \text{ kg}$ (応力 $\sigma_t = 64 \text{ kg/mm}^2$)

弾性係数 $E = 2.05 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$

断面2次モーメント I

$$I_1 = 271 \times \pi d^4 / 64$$

$$= 3.190 \times 10^4 \text{ mm}^4 \text{ (素線 } 7 \text{ mm} \times \text{素線数 } 271 \text{ 本)}$$

$$I_2 = \pi d'^4 / 64$$

$$= 1.536 \times 10^7 \text{ mm}^4 \text{ (素線束 } 133 \text{ mm の棒に換算)}$$

断面係数 W

$$W_1 = 271 \times W_0$$

$$= 9.152 \times 10^3 \text{ mm}^3 \text{ (素線 } W_0 \times \text{素線数 } 271 \text{ 本)}$$

$$W_2 = \pi d'^3 / 32$$

$$= \pi \times 133^3 / 32$$

$$= 2.310 \times 10^5 \text{ mm}^3 \text{ (素線束 } 133 \text{ mm の棒に換算)}$$

ケーブル λ

$$\lambda_1 = \lambda_0$$

$$= 0.0319 / \text{mm} \text{ (素線 } \lambda_0 \text{ としたとき)}$$

$$\lambda_2 = \sqrt{P / E I_2}$$

$$= 0.21 \times 10^{-5} / \text{mm} \text{ (素線束 } 133 \text{ mm の棒に換算)}$$

ケーブルの中間支持部間長 $\ell_0 = 2,500 \text{ mm}$

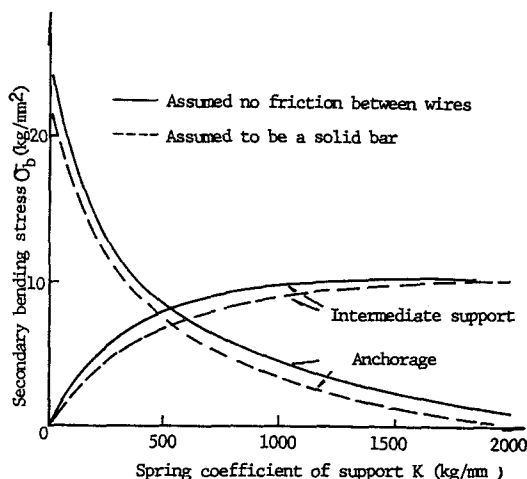


Fig. 6 Secondary bending stress of a stay cable (Effect of spring constant of support)

図-6は、ケーブルの2次応力 σ_b の数値解析結果を示したもので、2次曲げ応力 σ_b は、中間支持部のバネ定数 K によって変化している。ケーブルの断面2次モーメントは、索線束または棒(索線間を剛結と仮定した値)を用いたが、ほぼ同傾向となっている。

アンカー口部の2次曲げ応力 σ_b は、バネ定数 $K=0$ (中間支持なし)の時、最大値 $\sigma_b \cdot \max, x=0 = 21 \sim 25 \text{ kg/mm}^2$ となり、バネ定数 $K=\infty$ (剛支持)の時、最小値 $\sigma_b=0 \text{ kg/mm}^2$ となっている。一方中間支持部の2次曲げ応力 σ_b は、バネ定数 $K=\infty$ (剛支持)とすると最大となるが、アンカー口部の最大値 $\sigma_b \cdot \max, x=0$ の50%($=10 \sim 12 \text{ kg/mm}^2 = 0.5 \times 21 \sim 25 \text{ kg/mm}^2$)に減少している。また、バネ定数 K を式(47)より得られた最適値($=535 \text{ kg/mm}$)とすると、 $[\sigma_b]_{x=0} = [\sigma_b]_{x=l_0}$ となり、アンカー口部の最大値 $\sigma_b \cdot \max, x=0$ の33%($=7 \sim 8 \text{ kg/mm}^2 = 0.33 \times 21 \sim 25 \text{ kg/mm}^2$)となり最小2次曲げ応力となっている。よって、ケーブルの2次曲げ応力 σ_b は、中間支持部のバネ定数 K により変化する。

アンカー口部の最大2次曲げ応力 $\sigma_b \cdot \max$ は、式(44)において、 $K=0$ を代入すると、

$$\begin{aligned} \sigma_b \cdot \max &= M_{x=0, K=0} / W \\ &= E I \lambda \phi_0 \\ &= 2 \phi_0 \sqrt{E \cdot \sigma_t} \end{aligned} \quad (48)$$

となる。式(48)は、Wyattの2次曲げ式(3)と一致

する²⁾。中間支持部の最大値は、図-6よりバネ定数 $K=\infty$ (剛支持)のときで、式(48)の50%となり、

$$\begin{aligned} [\sigma_b]_{x=l_0} &= 0.5 \sigma_b \cdot \max \\ &= 0.5 \times 2 \phi_0 \sqrt{E \cdot \sigma_t} \end{aligned} \quad (49)$$

となる。ケーブルとしての2次曲げ応力が最小となるのは、アンカー口部および中間支持部の2次応力が相等しいときで、図-6より、バネ定数 K に式(47)の最適値を代入すると、

$$\begin{aligned} [\sigma_b]_{x=0} &= [\sigma_b]_{x=l_0} \\ &= 0.33 \times \sigma_b \cdot \max \\ &= 0.33 \times 2 \phi_0 \sqrt{E \cdot \sigma_t} \end{aligned} \quad (50)$$

となる。よってケーブルの2次曲げ応力 σ_b は、ケーブルの中間支持部のバネ定数 K により変化する。

$$\begin{aligned} [\sigma_b]_{K=535} &= (0.33 \sim 1.00) \sigma_b \cdot \max \\ &= (0.33 \sim 1.00) \times 2 \phi_0 \sqrt{E \cdot \sigma_t} \end{aligned} \quad (51)$$

ケーブルの2次曲げ応力 σ_b を最小とする最適バネ定数は、 $K=535 \text{ kg/mm}$ となるので、ケーブルと支持リングの間が一様応力分布で、式(52)が成立すると仮定して、具体的な寸法を求めると図-7のようになる。

$$\begin{aligned} K &= E_g \cdot S_g / t_g \\ &= 540 \text{ kg/mm} \end{aligned} \quad (52)$$

ここに、 E_g : 中間支持物の弾性係数 ($=0.9 \text{ kg/mm}^2$, クロロブレンゴム)

S_g / t_g : 中間支持物の表面積/厚み ($=100 \text{ mm} \times 150 \text{ mm} / 25 \text{ mm}$)

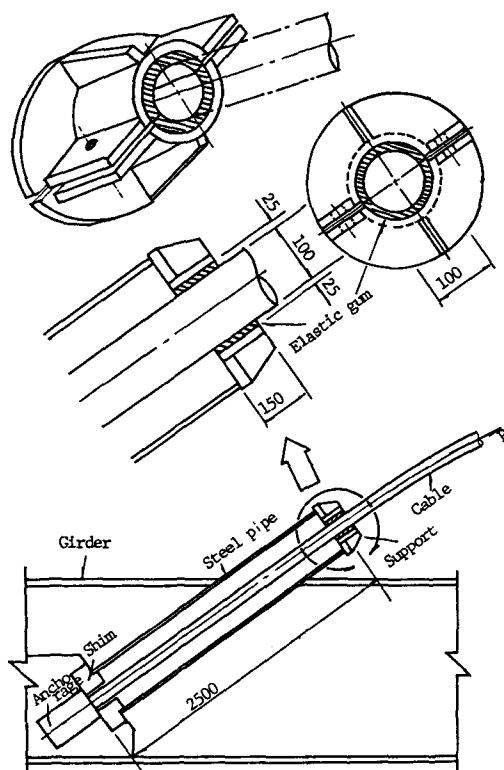


Fig. 7 An example of design for a support to relieve secondary stresses of a stay cable

3. 平行線ケーブルの2次曲げ応力に関する実験

平行線ケーブルのサグ変化および活荷重によるねたわみ変化によって生じるケーブルの2次曲げ応力に対して、完全固定梁およびWyattより求められた理論計算値は、ケーブル両端のアンカー口部を完全固定とし、かつ中間支持部を点支持とした境界条件のもとで求められている。

しかし、実際のアンカー口部においてケーブルは、軟質材料の亜鉛合金または弾性材料の樹脂で定着されているので不完全固定である。また、ケーブル中間部での緩衝用支持物は、軟質亜鉛合金、ゴムまたは弾性樹脂を用いているために、線または面でのフレキシブル支持である。よって、実際のケーブルにおける曲げ変形は、アンカー口部およびケーブル中間支持部において理論的なケーブル境界条件よりもなだらかに曲がる拘束状態にあると考えられる。

このため、実際のケーブルの曲げ変形は、アンカー口部およびケーブル中間支持部において、曲げ変形が緩和される傾向にあるので、完全固定条件で求めた理論値より実験値が低くなると考えられる。

よって、ここでは、実橋でのケーブルに作用するたわみ角 ϕ 、¹⁰⁾を作用させて、ケーブルの2次曲げ応力を実験的に求めて理論値との比較を試みた。

(3.1) 供試体

供試体は、図-8および写真-1に示すようにPC鋼線 7 mmを421本平行に束ねた平行線ケーブルを用い、ケーブル両端の素線束は、アンカー内で樹脂定着した。

表-1 ケーブル供試体の諸元

構 成	外径 mm	斷面積 mm ²	引張荷重 t (kg/mm ²)	降伏荷重 t (kg/mm ²)	伸び %
7mm×421	155	16,200	2,673 (165)	2,357 (145)	4.5

單位重量：127 kg/m 彈性係數： 2.05×10^4 kg/mm²

(3.2) 試験方法

図-8の供試体は、図-9の試験機に両端アンカー
前面をシムで取付けた。供試体は、試験機の 3,000
ton油圧ジャッキにて所定荷重までケーブル軸方向に
緊張した。供試体のケーブル中央部は、内面に樹脂
リングを内挿したクランプ金具を取付けて、50 ton油

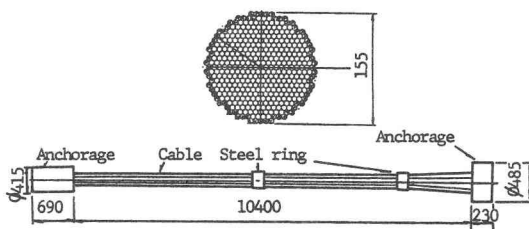


Fig. 8 Dimensions of a test cable

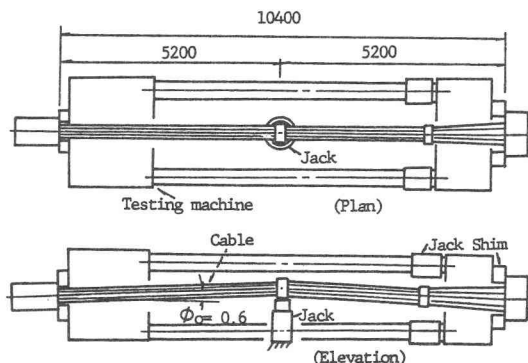


Fig.9 Arrangement for bending test of a cable

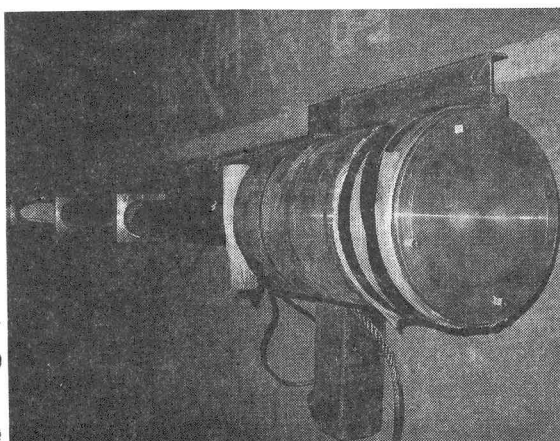


Photo. 1 Appearance of test cable

圧ジャッキ上にセットした。試験機両端にケーブルのアンカーを固定したのち、ケーブル中央に設けた 50 ton油圧ジャッキをケーブル軸と直角方向に押上げることによって、ケーブル中央部を上方に曲げ変形させた。ケーブルの中央部とアンカー口部とのたわみ角は、 $\phi_0=0.6^\circ$ となるように、曲げ変形させてアンカー口部のケーブルに 2 次曲げ応力を発生させた。ケーブルの 2 次曲げ応力は、鋼線の表面に貼付けたひずみゲージのひずみ量より算出した。(写真-1, 2, 3, 4)

(3.3) 試験結果

図-9において、アンカー口部に生じる 2 次曲げ応力の理論値 σ_b は、中間支持材をアンカー口部の樹脂材と考えることによって、式(48)~(50)より以下のように算出した。

①パネ定数 $K=0$ (中間支持なし) のとき

$$\begin{aligned}\sigma_{b \cdot \max} &= 2\phi_0 \sqrt{E \cdot \sigma_t} \quad [\text{式(48)参照}] \\ &= 2 \times 0.01 \times \sqrt{2.05 \times 10^4 \times 74.0} \\ &= 24.6 \text{ kg/mm}^2 \quad (53)\end{aligned}$$

ここで、たわみ角 $\phi_0=0.6^\circ (=0.01 \text{ rad})$

弾性係数 $E=2.05 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$

引張応力 $\sigma_t=0.45 \times 165 \text{ kg/mm}^2$
 $=74.0 \text{ kg/mm}^2$

②パネ定数 $K=\infty$ (中間支持が剛) のとき

$$\begin{aligned}\sigma_b|_{x=l_0} &= 0.5 \times \sigma_{b \cdot \max, x=0} \quad [\text{式(49)参照}] \\ &= 0.5 \times 24.6 \\ &= 12.3 \text{ kg/mm}^2 \quad (54)\end{aligned}$$

③パネ定数 $K=\text{opt.}$ (中間支持が最適値) のとき

$$\begin{aligned}\sigma_b|_{x=0} &= \sigma_b|_{x=l_0} \quad [\text{式(50)参照}] \\ &= 0.33 \times \sigma_{b \cdot \max} \\ &= 0.33 \times 24.6 \\ &= 8.1 \text{ kg/mm}^2 \quad (55)\end{aligned}$$

一方、2 次曲げ応力 σ_b の実験値は、図-10に示すように $\sigma_b=7 \sim 8 \text{ kg/mm}^2$ となった。実験値は、理論式(53), (54)の 2 次曲げ応力値より低く、パネ定数 K を最適にしたときの 2 次曲げ応力理論値 $\sigma_b=8.1 \text{ kg/mm}^2$ に近い値となった。また、数値解析 (FEM法)での 2 次曲げ応力 σ_b は、 7 kg/mm^2 となった。供試体のたわみ角 ϕ_{01} は、図-5, 11の実橋たわみ角 ϕ_0 に対しケーブルに変曲点を有するので $\phi_{01} (\text{試験たわみ角}) \geq \phi_0 (\text{実橋たわみ角})$ (56)

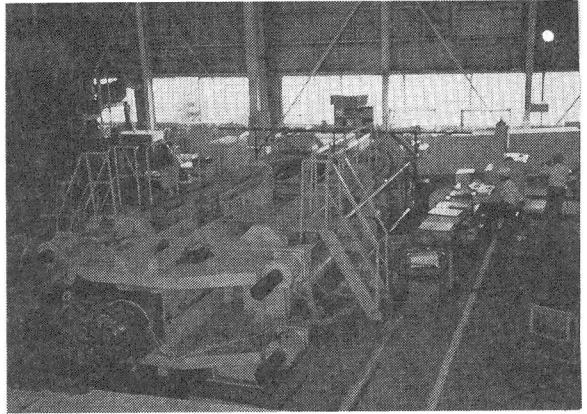


Photo.2 General view of experiment

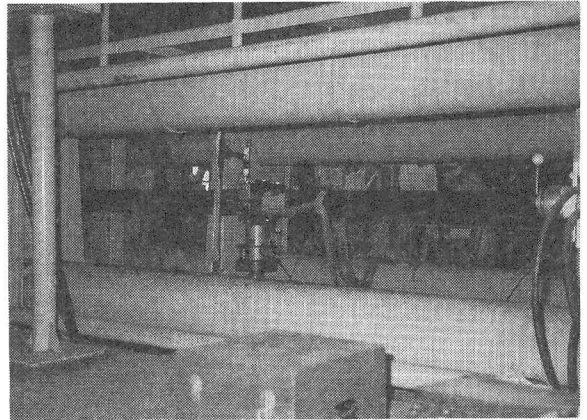


Photo.3 A device to bend a cable under tension

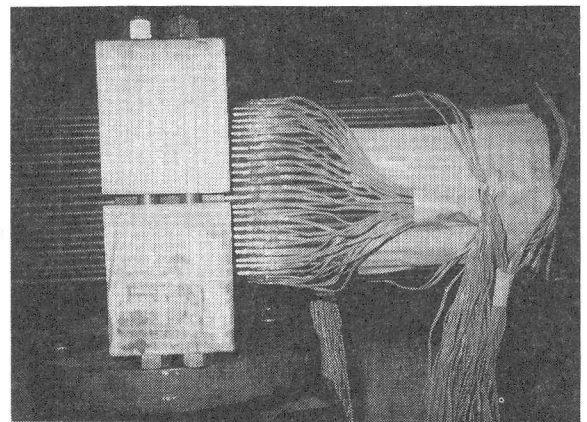


Photo.4 Strain gauge for measurement of the secondary bending stress of a cable

となり、試験のたわみ角 ϕ_{01} は、 0.6° より小さい。供試体のアンカー口部の2次曲げ応力 σ_b の実験値がバネ定数 K を最適にしたときの理論値まで低くなった理由は、図-12のようにケーブルのたわみ角 ϕ_0 に対して、アンカー口部の素線が樹脂でゆるやかに曲がることによって実際のたわみ角 ϕ_0 より小さなたわみ角が生じたためと考えられる。

このように、アンカー口部に樹脂をもうけることは、ケーブルに中間支持部をもうけたのと同程度の効果を生み、ケーブルの2次曲げ応力の緩和にかなり有効に作用すると考えられる。このため、平行線ケーブルの2次曲げ応力は、樹脂定着方式を用いると $\sigma_b = 7 \sim 8 \text{ kg/mm}^2$ (45%設計応力 $\sigma_t = 74.0 \text{ kg/mm}^2$ の10%程度)まで低減すると考えられる。

なお、実橋でのケーブルのたわみ角 $\phi_0 = 0.6^\circ$ ¹⁰⁾は、構造設計でケーブルに最も不利な状態に活荷重が載荷したとして算出されている。しかし、このような最も不利な活荷重の載荷状態は、200万回の疲労設計値として考慮すると、DIN1073では50%程度と考えられている¹²⁾。このため、実用上で200万回発生するケーブルの2次曲げ応力は、50%まで低減すると考えられる。よって、200万回作用する2次曲げ応力 $\sigma_{b, N=200 \text{ 万回}}$ は、

$$\begin{aligned} \sigma_{b, N=200 \text{ 万回}} &= 0.5 \times 7 \sim 8 \\ &= 3.5 \sim 4.0 \text{ kg/mm}^2 \quad (57) \end{aligned}$$

となり、ケーブルの疲労設計での許容応力度を検討する際、考慮すべき2次曲げ応力は、 $\sigma_{b, N=200 \text{ 万回}} = 3.5 \sim 4.0 \text{ kg/mm}^2$ 程度と考えられる。

4. 結 言

本研究では、斜張橋などの吊構造物において、サグ変化および活荷重による桁たわみ変化で生じる平行線ケーブルの2次曲げ応力について、理論的・実験的考察を行なった。得られた成果をまとめると以下のようなものである。

(1) ケーブルの2次曲げ応力の理論式を、ケーブル中間部を支持した釣合状態で求めた。理論式は、ケーブルのサグ変化に完全固定梁より算出する式および活荷重による桁たわみ変化にWyattの式を用いた^{3, 9)}。両式の表示式は、異なったが、いずれにおいてもケーブル中間部を支持することによって2次曲げ応力が低下することが分った。すなわち中間支持のないときの最大2次曲げ応力 $\sigma_{b, \max}$ は、中間支持部のバネ定数 $K = \infty$ (剛支持)で50%に低減し、バネ定数 K を最適値とすると33%まで低減した。

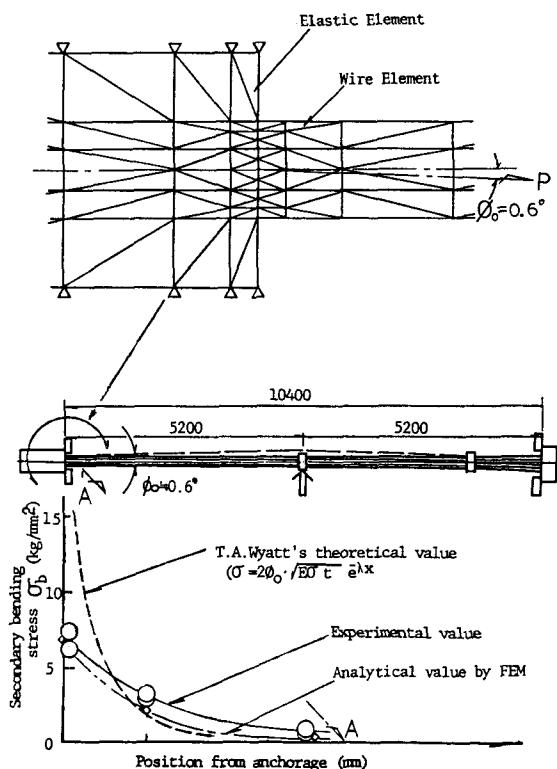


Fig.10 Secondary bending stress
(both experimental and theoretical values)

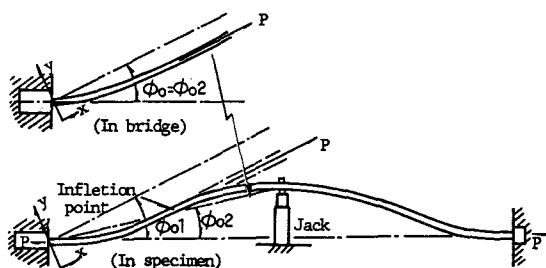


Fig.11 Comparison of end slopes of a short cable and a cable of acutal bridge

(2) 完全固定梁およびWyattより導かれた理論式に、実橋でのケーブルのたわみ角 $\phi_0 = 0.6^\circ$ (サグ 桁たわみ変化角を含む)を算入すると、ケーブル中間支持なしで最大値 $\sigma_b \cdot \max = 21 \sim 25 \text{ kg/mm}^2$ となった。またケーブルを中間支持するとバネ定数Kによって $\sigma_b = 7 \sim 12 \text{ kg/mm}^2 (= 33 \sim 50 \% \times \sigma_b \cdot \max)$ まで低減した。

(3) 完全固定梁およびWyattより導かれた理論値は、ケーブル両端のアンカー口部を完全固定とし、かつケーブル中間支持部を点支持の境界条件で求められている。しかし、実際のアンカー口部は、軟質合金または樹脂を用いるため不完全固定であり、かつ中間支持部も線支持であるので、

ケーブル索線をゆるやかに曲げている。したがって、実際の2次曲げ応力は、理論値より緩和されて低くなる傾向にあると考えられるので、実物ケーブルに実橋のたわみ角を作用させて、理論値と実験値の比較を試みた。供試体として太径平行線ケーブル (PC鋼線 7mm $\times$ 421本束)を用い、ケーブル両端のアンカー口部を樹脂定着すると、2次曲げ応力の実験値は、中間支持したときの理論値に近くなった。この結果、ケーブル両端を樹脂定着すると、サグおよび桁変化を考慮した実橋でのケーブルたわみ角 $\phi_0 = 0.6^\circ$ に対して、アンカー口部の2次曲げ応力 $\sigma_b = 7 \sim 8 \text{ kg/mm}^2$ (45 %設計応力の10 %程度)となることが分った。

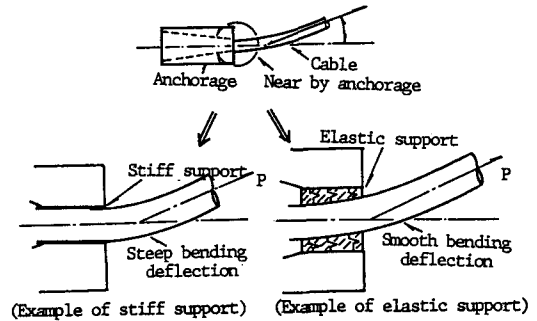


Fig.1 2 Difference of bending of cables in anchorages

参考文献

- 1) 林有一郎・保田雅彦・新家徹：平行線ケーブルの2次応力の解析と評価について，橋梁，Vol.10，No.2，PP.7～13，1974。
- 2) 岸本良孝・竹之内博行：橋梁用ロープの曲げ疲労試験，本四技報，Vol.4，No.11，PP.8～15，1980。
- 3) T.A.Wyatt, T.A.: Secondary Stress in Parallel Wire Suspension Cable, ASCE, ST7, PP.37～59，1960。
- 4) Hajdin, N., Kollbrunner, C.F., Stipanac, B. 田中義人，原口俊男 (訳)：斜張ケーブルの2次応力および見掛け弾性係数について，橋梁，Vol.19，No.6～7，PP.16～23，1983。
- 5) Hartwig, H.J.: Die Kaiserleibrücke, DER STAHLBAU, H.4, PP.97～110，1965。
- 6) 西村昭・新家徹・中村憲一・土居憲司：吊橋架設途中における平行線ケーブルの変形と2次応力解析，土木学会論文報告集，第260号，PP.1～15，1977。
- 7) 建設機械化研究所：橋梁用ロープの曲げ疲労試験，建設機械化研究所報告，第16号 (ISSN 0388-4058)，1980。
- 8) 本州四国連絡橋公団：吊橋のケーブルに関する検討，1978。
- 9) 桜井豊三：固定梁の軸張力実用計算法，土木学会誌，26巻，5号，PP.573～597，1940。
- 10) 成井信・山根哲雄・松下貞義・八田正三：櫃石島岩黒島道路鉄道併用斜張橋の設計(2)，橋梁と基礎，Vol.15，No.2，PP.32～40，1981。
- 11) 中村憲市・新家徹・西村昭：ワイヤラッピングされた吊橋平行線ケーブルの2次応力解析，土木学会論文報告集，第288号，PP.67～81，1979。
- 12) DIN 1073: Stahlerne Straßenbrücken, § 5.4, Dauerfestigkeitsnachweis, 1974。

(1989年 1月31日受付)