

# 半無限多孔質飽和弾性体上の円形基礎の 動的コンプライアンス

DYNAMICAL GROUND COMPLIANCE OF CIRCULAR FOUNDATION  
ON FLUID-SATURATED POROELASTIC HALFSPACE

庄 健介\*

北村 泰寿\*\*

By Kensuke SHŌ and Yasutoshi KITAMURA

This paper deals with the dynamical ground compliance of a circular foundation on a fluid-saturated poroelastic halfspace. Ground has been usually modelled as either an elastic or a viscoelastic medium in the analysis of soil-structure interaction problems. It may be more suitable, however, to assume fluid-filled porous material for soil deposits containing ground water. In this paper, the dynamic compliance is formulated for the rigid base, uniform and parabolic shapes of pressure distributions by treating the ground as a solid-fluid composite medium governed by Biot's theory. The effect of the existence of ground water on the compliance is examined through a numerical investigation.

## 1. まえがき

長大橋の橋脚や原子力発電所等の重要構造物の建設に際して、これらの構造物が立地する場所は地下水位の高い地盤にならざるを得ない。従来、波動理論に基づいて構造物と地盤の動的相互作用解析を行う場合、地盤を弾性体や粘弾性体にモデル化するのが一般的であるが、これらの地盤モデルが地下水を含む地盤の動的挙動を十分に模擬し得るとは言い難い。一方、地下水を含む地盤を土粒子骨格と間隙水で構成される複合体として表現する考え方がいくつか提案されている。

Kao<sup>1)</sup>, Saylan<sup>2)</sup> らは、水を含む地盤と構造物の動的相互作用解析を行うにあたり、間隙水は非圧縮性でダルシー則に従って間隙中を流れ、土粒子骨格と間隙水は同一運動をすると仮定して加振解を求めている。しかし、この仮定では土粒子骨格と間隙水の間の連成効果を十分に評価できるか疑問である。

一方、Biot<sup>3)</sup> は土粒子骨格と間隙水の連成運動を考慮した複合体モデルを提案し、水を含む地盤においてはせん断波と2種類の疎密波が存在することを示した。Deresiewicz<sup>4)</sup>, Jones<sup>5)</sup>, Tajuddin<sup>6)</sup> らは、自由表面をもつ複合体の波動伝播問題にBiotの理論を適用し、Rayleigh波が存在することを明らかにした。

また、Paul<sup>7)</sup>, Pai<sup>8)</sup>, 平嶋<sup>9)</sup> らは、間隙水の粘性による減衰効果を無視した場合について、地表面に動的線荷重が作用する二次元問題の解析を行っている。小堀<sup>10), 11)</sup> は、Biot が定義する諸係数と土質工学上の諸定数との関係を示すとともに、円形等分布加振による鉛直コンプライアンスの定式を示している。

\* 神戸大学大学院生 工学研究科土木工学専攻修士課程 (〒657 神戸市灘区六甲台町)

\*\* 工博 神戸大学助教授 工学部土地造成工学研究施設 (〒657 神戸市灘区六甲台町)

Halpern<sup>12)</sup>は、地表面において土粒子骨格、間隙水のそれぞれに作用する鉛直点加振力に対するGreen関数を誘導し、正方形剛基礎の鉛直インピーダンスの計算に用いている。

これらの理論解析に対して、有限要素法による数値解法にBiotの理論を取り入れた解析もなされており、Zienkiewicz<sup>13)</sup>、Prevost<sup>14)</sup>らは、応力-ひずみ構成則における間隙水の圧縮性、非圧縮性の問題を論じている。多賀<sup>15)</sup>は、複合体層状地盤の解析理論として混合体理論を提案し、波動伝播問題に対して有限要素法解と比較している。

このような状況において、著者らは、地表面まで完全に水で飽和した地盤モデルに対して、Biotの理論に基づく表面点加振解を報告した<sup>16)</sup>。本研究は、文献16)をさらに発展させて、円形基礎を想定した場合の鉛直および水平の動的コンプライアンスの定式を行ったものである。前掲の小堀、Halpernらの論文では、加振解は円筒座標系において誘導されているが、本研究では、三次元直角座標系における基礎式にフーリエ変換を施し、任意分布の加振力に対しても加振解が得られるように、表面での変位・応力の一般解を与えた。ついで、矩形等分布加振力、円形等分布加振力あるいは点加振力に対する表面変位解の誘導方法を示し、工学的に重要と考えられる等分布、剛板分布および放物線分布の三種類の円形分布加振力に対するコンプライアンスを求めた。また、数値計算例として、地下水の存在が動的コンプライアンスに及ぼす影響について調べた。

## 2. 基礎式

図-1の直角座標系 $(x, y, z)$ において、 $z \geq 0$ を占める半無限多孔質飽和弾性体の表面に調和加振力が作用する場合を考える。多孔質飽和弾性体は、空隙を有する弾性骨格と空隙を完全に満たす圧縮性の液体で構成されているものとする（以下、複合体と呼ぶ）。

弾性骨格と液体の相互作用を考慮した複合体の応力-ひずみ関係と運動方程式は次式のように表わされる。

$$\sigma_{ij} = 2\mu e_{ij} + (\lambda e + Q\varepsilon) \delta_{ij} \quad (1)$$

$$\sigma_p = Qe + R\varepsilon \quad (2)$$

$$\rho_{11}\ddot{u} + \rho_{12}\ddot{U} + b(\dot{u} - \dot{U}) = \mu \nabla^2 u + \text{grad}\{(\lambda + \mu)e + Q\varepsilon\} \quad (3)$$

$$\rho_{12}\ddot{u} + \rho_{22}\ddot{U} - b(\dot{u} - \dot{U}) = \text{grad}(Qe + R\varepsilon) \quad (4)$$

ここで、 $\sigma_{ij}$ ,  $e_{ij}$  ( $i, j = x, y, z$ ) は弾性骨格の応力成分、ひずみ成分、 $\sigma_p$  は液体の応力、 $u$ ,  $e$  は弾性骨格の変位ベクトル、体積ひずみ、 $U$ ,  $\varepsilon$  は液体の変位ベクトル、体積ひずみ、 $\lambda$ ,  $\mu$  は複合体のラーメの定数、 $b$  は液体の粘性による減衰係数、 $Q$  は弾性骨格と液体の体積変化の間に起こる相互作用に関する連成係数、 $R$  は液体の圧縮剛性に関係する係数、 $\delta_{ij}$  はクロネッカーの記号、 $\cdot$ ,  $\ddot{\cdot}$  は時間に関する1階および2階微分記号である。また、 $\rho_{11}$ ,  $\rho_{22}$  は弾性骨格および液体の有効密度、 $\rho_{12}$  は慣性力の相互作用に関わる質量連成係数で、複合体の密度を $\rho$ とすると、 $\rho = \rho_{11} + 2\rho_{12} + \rho_{22}$  であるとする。

いま、スカラーポテンシャル $\phi$ 、 $\psi$ およびベクトルポテンシャル $H$ ,  $G$ を用いて、変位ベクトル $u$ ,  $U$ を次式のように表わす<sup>4)</sup>。なお、本研究では調和振動を対象としているので、以下の式変形において、時間項  $\exp(i\omega t)$  の表示は省略する。

$$u = \text{grad} \phi + \text{curl} H, \quad U = \text{grad} \psi + \text{curl} G \quad (5)$$

式(5)を式(3), (4)に代入して膨張波成分と回転波成分に分解すれば、つぎの関係式が得られる。

$$-\omega^2(\rho_{11}\phi + \rho_{12}\psi) + i\omega b(\phi - \psi) = (\lambda + 2\mu)\nabla^2 \phi + Q\nabla^2 \psi \quad (6)$$

$$-\omega^2(\rho_{12}\phi + \rho_{22}\psi) - i\omega b(\phi - \psi) = Q\nabla^2 \phi + R\nabla^2 \psi \quad (7)$$

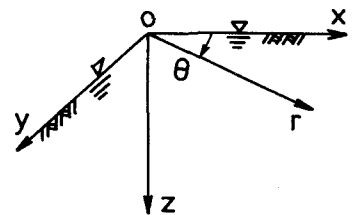


図-1 座標系

$$-\omega^2(\rho_{11}\mathbf{H}+\rho_{12}\mathbf{G})+i\omega b(\mathbf{H}-\mathbf{G})=\mu\nabla^2\mathbf{H} \quad (8)$$

$$-\omega^2(\rho_{12}\mathbf{H}+\rho_{22}\mathbf{G})-i\omega b(\mathbf{H}-\mathbf{G})=0 \quad (9)$$

ここで、 $i=\sqrt{-1}$ ， $\omega$ は加振円振動数である。ついで、式(6)，(7)から $\psi$ ，式(8)，(9)から $\mathbf{G}$ を消去すれば、スカラーポテンシャル $\phi$ およびベクトルポテンシャル $\mathbf{H}$ に関する式がつぎのように得られる。

$$A_1\nabla^4\phi+\omega^2A_2\nabla^2\phi+\omega^4A_3\phi=0 \quad (10)$$

$$\nabla^2\mathbf{H}+\delta_3^2\mathbf{H}=0 \quad (11)$$

ただし、 $A_1=(\lambda+2\mu)R-Q^2$ ， $A_2=(\rho_{11}-i\chi)R+(\rho_{22}-i\chi)P-2(\rho_{12}+i\chi)Q$

$$A_3=(\rho_{11}-i\chi)(\rho_{22}-i\chi)-2(\rho_{12}+i\chi)^2$$

$$\delta_3^2=\frac{\omega^2}{V_3^2} \quad , \quad V_3^2=\frac{\mu(\rho_{22}-i\chi)}{A_3} \quad , \quad \chi=\frac{b}{\omega}$$

さらに、式(10)は次式のように変形される。

$$(\nabla^2+\delta_1^2)(\nabla^2+\delta_2^2)\phi=0 \quad (12)$$

式(12)は重調和関数であるから、ポテンシャル $\phi$ は、 $\phi=\phi_1+\phi_2$ の形で表わされ、 $\phi_1$ ， $\phi_2$ は次式を満足する。

$$(\nabla^2+\delta_m^2)\phi_m=0 \quad (m=1,2) \quad (13)$$

ただし、

$$\delta_m^2=\frac{\omega^2}{V_m^2} \quad , \quad V_1^2=\frac{2A_1}{A_2-\sqrt{A_2^2-4A_1A_3}} \quad , \quad V_2^2=\frac{2A_1}{A_2+\sqrt{A_2^2-4A_1A_3}}$$

一方、スカラーポテンシャル $\psi$ は式(6)，(7)，(13)から、またベクトルポテンシャル $\mathbf{G}$ は式(9)からそれぞれ次式のように表わされる。

$$\psi=\alpha_1\phi_1+\alpha_2\phi_2 \quad (14)$$

$$\mathbf{G}=\gamma\mathbf{H} \quad (15)$$

ただし、

$$\alpha_m=\frac{(\rho_{11}-i\chi)R-(\rho_{12}+i\chi)Q-A_1/V_m^2}{(\rho_{22}-i\chi)Q-(\rho_{12}+i\chi)R} \quad (m=1,2) \quad ,$$

$$\gamma=\frac{\rho_{12}+i\chi}{\rho_{22}-i\chi}$$

つぎに、 $x$ ， $y$ に関する二重フーリエ変換を式(11)，(13)～(15)に導入すれば、像空間におけるスカラーポテンシャル $\hat{\phi}$ ， $\hat{\psi}$ およびベクトルポテンシャル $\hat{\mathbf{H}}$ ， $\hat{\mathbf{G}}$ の一般解は、下降波成分のみが存在するという物理的条件を考慮して、次式のように得られる。

$$\hat{\phi}=C_1\exp(-\beta_1z)+C_2\exp(-\beta_2z) \quad (16)$$

$$\hat{\psi}=\alpha_1C_1\exp(-\beta_1z)+\alpha_2C_2\exp(-\beta_2z) \quad (17)$$

$$(\hat{H}_x, \hat{H}_y, \hat{H}_z)=(C_3, C_4, C_5)\exp(-\beta_3z) \quad (18)$$

$$(\hat{G}_x, \hat{G}_y, \hat{G}_z)=(C_3, C_4, C_5)\gamma\exp(-\beta_3z) \quad (19)$$

ただし、 $\beta_n^2=\xi^2+\eta^2-\delta_n^2$  ( $n=1,2,3$ )である。また、 $\xi$ ， $\eta$ は $x$ ， $y$ に対応する像空間座標(波数)， $C_1\sim C_5$ は未知係数、記号 $\hat{\phantom{x}}$ はフーリエ変換された像空間での諸量を意味する。ところで、ベクトルポテンシャル $\mathbf{H}$ ， $\mathbf{G}$ は、次式を満足する。

$$\operatorname{div}\mathbf{H}=0 \quad , \quad \operatorname{div}\mathbf{G}=0 \quad (20)$$

これより、係数 $C_5$ は $C_3$ ， $C_4$ を用いて容易に表わすことができる。

したがって、式(16)～(19)を式(5)に代入し、式(20)によって係数 $C_5$ を消去すれば変位の一般解が得られる。また、これを応力-ひずみ関係式に用いれば応力の一般解が求まる。表面( $z=0$ )における、像空間での変位成分および応力成分は以下のように書き表わすことができる。

$$\begin{Bmatrix} \hat{u}_x(0) \\ \hat{u}_y(0) \\ \hat{u}_z(0) \\ \hat{U}_x(0) \\ \hat{U}_y(0) \\ \hat{U}_z(0) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} i\xi & i\xi & -\xi\eta & -(\eta^2 - \beta_3^2) \\ i\eta & i\eta & (\xi^2 - \beta_3^2) & \xi\eta \\ -\beta_1 & -\beta_2 & -i\eta\beta_3 & i\xi\beta_3 \\ i\xi\alpha_1 & i\xi\alpha_2 & \xi\eta\gamma & (\eta^2 - \beta_3^2)\gamma \\ i\eta\alpha_1 & i\eta\alpha_2 & -(\xi^2 - \beta_3^2)\gamma & -\xi\eta\gamma \\ -\beta_1\alpha_1 & -\beta_2\alpha_2 & i\eta\beta_3\gamma & -i\xi\beta_3\gamma \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix} \quad (21)$$

$$\begin{Bmatrix} \hat{\sigma}_z(0) \\ \hat{\tau}_{xz}(0) \\ \hat{\tau}_{yz}(0) \\ \hat{\sigma}_p(0) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\mu\beta_1^2 - (\lambda + Q\alpha_1)\delta_1^2 & 2\mu\beta_2^2 - (\lambda + Q\alpha_2)\delta_2^2 & & \\ -2i\mu\xi\beta_1 & -2i\mu\xi\beta_2 & & \\ -2i\mu\eta\beta_1 & -2i\mu\eta\beta_2 & & \\ -(Q + R\alpha_1)\delta_1^2 & -(Q + R\alpha_2)\delta_2^2 & & \\ & 2i\mu\eta\beta_3^2 & -2i\mu\xi\beta_3^2 & \\ & 2\mu\xi\eta\beta_3 & -\mu(\xi^2 - \eta^2 + \beta_3^2)\beta_3 & \\ & \mu(-\xi^2 + \eta^2 + \beta_3^2)\beta_3 & -2\mu\xi\eta\beta_3 & \\ & 0 & 0 & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix} \quad (22)$$

### 3. 境界条件

表面加振解を求めるのに先立ち、鉛直加振を例にとって境界条件に若干の検討を加えておく。なお、ここでは加振力は全て弾性骨格で受け持たれるとする。まず、図-2のように矩形載荷面（ $2a \times 2b$ ）に等分布加振力が作用するとき、境界条件は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z(0) &= \begin{cases} -q_v & (|x| \leq a, |y| \leq b) \\ 0 & (|x| > a, |y| > b) \end{cases} \\ \tau_{xz}(0) = \tau_{yz}(0) = \sigma_p(0) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

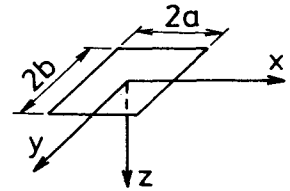


図-2 矩形加振

上式に  $x$ ,  $y$  に関する二重フーリエ変換を施すと、像空間座標  $\xi$ ,  $\eta$  での境界条件が次式で与えられる。

$$\hat{\sigma}_z(0) = -\frac{Qv}{2\pi} \cdot \frac{\sin(\xi a)}{\xi a} \cdot \frac{\sin(\eta b)}{\eta b}, \quad \hat{\tau}_{xz}(0) = \hat{\tau}_{yz}(0) = \hat{\sigma}_p(0) = 0 \quad (24)$$

ここで、 $q_v$  は等分布加振力、 $Qv$  は合力で、 $Qv = 4abq_v$  である。

いま、式(24)で  $a \rightarrow 0$ ,  $b \rightarrow 0$  の極限をとるとき、式(24)は直ちに点加振力に対する境界条件に書き換えることができる。

$$\hat{\sigma}_z(0) = -\frac{Qv}{2\pi}, \quad \hat{\tau}_{xz}(0) = \hat{\tau}_{yz}(0) = \hat{\sigma}_p(0) = 0 \quad (25)$$

一方、図-3のように円形載荷面（半径  $a$ ）に等分布加振力が作用するとき、境界条件は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z(0) &= \begin{cases} -q_v & (|x| \leq \sqrt{a^2 - y^2}, |y| \leq a) \\ 0 & (|x| > \sqrt{a^2 - y^2}, |y| > a) \end{cases} \\ \tau_{xz}(0) = \tau_{yz}(0) = \sigma_p(0) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

上式にフーリエ変換を施し、定積分公式を利用すれば像空間での境界条件が次式のように得られる。

$$\hat{\sigma}_z(0) = -\frac{Qv}{\pi\kappa a} J_1(\kappa a), \quad \hat{\tau}_{xz}(0) = \hat{\tau}_{yz}(0) = \hat{\sigma}_p(0) = 0 \quad (27)$$

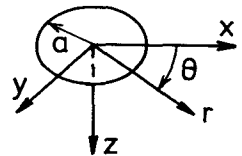


図-3 円形加振

ここで、 $Q_v = \pi \alpha^2 q_v$  ,  $\kappa^2 = \xi^2 + \eta^2$  ,  $J_1(\ )$  は1次のベッセル関数である。

ところで、式(25)および式(27)の境界条件は、円筒座標系( $r, \theta, z$ )における境界条件にフーリエ・ベッセル変換を施して得られる境界条件と当然一致している。この一致性に基づいて、円形載荷面に剛板分布加振力および放物線分布加振力が作用する場合については、円筒座標系における定式を利用すればよい。剛板分布加振力に対して、像空間での境界条件は次式のように与えられる。

$$\hat{\sigma}_z(0) = -\frac{Q_v \sin(\kappa \alpha)}{2\pi \kappa \alpha} , \quad \hat{\tau}_{xz}(0) = \hat{\tau}_{yz}(0) = \hat{\sigma}_p(0) = 0 \quad (28)$$

また、放物線分布加振力に対しては次式のように表われる。

$$\hat{\sigma}_z(0) = -\frac{4Q_v}{\pi} \cdot \frac{J_2(\kappa \alpha)}{(\kappa \alpha)^2} , \quad \hat{\tau}_{xz}(0) = \hat{\tau}_{yz}(0) = \hat{\sigma}_p(0) = 0 \quad (29)$$

ここで、 $J_2(\ )$  は2次のベッセル関数、 $Q_v$  は合力である。

つぎに、式(24), (25), (27)~(29)に与えられる境界条件を式(22)に代入すれば、未知係数 $C_1 \sim C_4$ が各加振条件に対して決定される。この係数 $C_1 \sim C_4$ を式(21)に代入すれば、所要の表面変位解が像空間で求まるので、これにフーリエ逆変換を施せば実空間( $x, y, z$ )での表面変位解が得られる。なお、矩形等分布加振力による表面変位解は、文献17)の弾性体に対する解と同形である。一方、点加振力と円形分布加振力に対しては、さらに直角座標系から円筒座標系への変換を必要とするが、たとえば文献18)には点加振力に対する変換法が示されており、表面変位解は文献16)に与えられている。円形分布加振力に対しても同様の変形操作であるので、ここでは変換方法についての記述は省略する。

#### 4. 動的コンプライアンス

本研究では、複合体の表面における動的コンプライアンスを次式のように定義する。

$$J_L = \frac{u_L(0)}{Q_L} \quad (L=V, H) \quad (30)$$

ここで、 $L$  は加振方向 ( $V$ :鉛直方向,  $H$ :水平方向)を示す添字で、 $J_v$ は鉛直コンプライアンス、 $J_H$ は水平コンプライアンス、 $u_L(0)$ は表面の弾性骨格の変位である。なお、 $u_L(0)$ としては、載荷面内の中央変位、平均変位、重み付き平均変位などが用いられるが、本研究では簡単に載荷面中央変位とする。

ところで、鉛直加振の場合、加振力を弾性骨格と液体が分担して受け持つことが考えられる。小堀<sup>11)</sup>は、表面全域で液体の流出を拘束する条件のもとで、分担率を調べている。これによれば、分担率は、複合体の間隙率のみではなく、加振振動数にもかかわっている。また、Halpern<sup>12)</sup>の論文では、解析過程において弾性骨格と液体の変位を同変位とするため、これより分担率を決定し得る。一方、平嶋<sup>19)</sup>は、便宜的に複合体の間隙率を分担率として境界条件を設定している。これに対して、本研究の場合、載荷面内では液体の流出を拘束し、面外では流出を自由とする境界条件を考える必要がある。しかし、このような境界条件に対して解析的に分担率を設定することは難しい。したがって、分担率に関する議論は今後の課題とし、本研究では加振力のすべてを弾性骨格が受け持つ( $\sigma_p=0$ )と仮定する。なお、水平加振の場合には、物理的に弾性骨格のみで加振力を受け持つ。

ここで、鉛直および水平コンプライアンスを求めるに際しての境界条件を示すと、それぞれ次式のようにまとめられる。

$$\hat{\sigma}_z(0) = -\frac{Q_v}{\pi \kappa \alpha} S_H(\kappa \alpha) , \quad \hat{\tau}_{xz}(0) = \hat{\tau}_{yz}(0) = \hat{\sigma}_p(0) = 0 \quad (31)$$

$$\hat{\tau}_{xz}(0) = -\frac{Q_H}{\pi \kappa \alpha} S_H(\kappa \alpha) , \quad \hat{\sigma}_z(0) = \hat{\tau}_{yz}(0) = \hat{\sigma}_p(0) = 0 \quad (32)$$

ここで、添字Mは加振力の分布型を示し、M=U（等分布）、M=R（剛板分布）、M=P（放物線分布）のいずれかに対応する。また、 $S_M(\kappa \alpha)$ は次式の形をとる。

$$S_U(\kappa \alpha) = J_1(\kappa \alpha), \quad S_R(\kappa \alpha) = \sin(\kappa \alpha)/2, \quad S_P(\kappa \alpha) = 4J_2(\kappa \alpha)/\kappa \alpha$$

つぎに、等分布、剛板分布、放物線分布加振力に対する動的コンプライアンスを一括して示す。

$$J_U^M = -\frac{1}{\pi \mu \alpha} \int_0^\infty \frac{\delta_3^2 (B_2 \beta_1 - B_1 \beta_2)}{F(\kappa)} S_M(\kappa \alpha) d\kappa \quad (33)$$

$$J_H^M = \frac{1}{2\pi \mu \alpha} \int_0^\infty \left\{ \frac{\delta_3^2 \beta_3 (B_1 - B_2)}{F(\kappa)} + \frac{1}{\beta_3} \right\} S_M(\kappa \alpha) d\kappa \quad (34)$$

ただし、式(33),(34)中の記号は以下に与えられる。

$$F(\kappa) = (\kappa^2 + \beta_3^2)^2 (B_2 - B_1) - 4\kappa^2 \beta_3 (B_2 \beta_1 - B_1 \beta_2) \quad (\text{レイリー関数})$$

$$B_1 = (Q + \alpha_1 R) \delta_1^2 / \mu, \quad B_2 = (Q + \alpha_2 R) \delta_2^2 / \mu, \quad \beta_n^2 = \kappa^2 - \delta_n^2 \quad (n=1,2,3)$$

なお、その他の記号については前出してある。

ところで、式(33),(34)において、液体の粘性による減衰を無視するとき、被積分関数は分母 $F(\kappa)$ を零とする特異点（レイリー極）を有する。この場合、本研究では、実軸上の積分路を主値積分とレイリー極回りの半径無限小の上半円とし、主値積分を数値積分で評価した。その際、数値積分の収束を早めるため、積分変数が無限大での被積分関数の近似式を差し引くなどの工夫を取り入れた。

## 5. 数値計算結果

本研究では、数値計算を行うにあたり、諸弾性定数、密度等はHalpern<sup>12)</sup>の論文で用いられているつぎのような数値を流用する。

$$\mu = 98 \text{ MPa}, \quad \lambda = 432 \text{ MPa}, \quad Q = 280 \text{ MPa}, \quad R = 274 \text{ MPa}$$

$$\nu = 0.3 \quad (\text{ポアソン比}), \quad f = 0.48 \quad (\text{複合体の間隙率})$$

$$\rho_s = 2.67 \text{ g/cm}^3 \quad (\text{弾性骨格の密度}), \quad \rho_f = 1.0 \text{ g/cm}^3 \quad (\text{液体の密度})$$

上記の $\rho_s$ 、 $\rho_f$ は素材としての密度であり、空隙を有する弾性骨格と空隙を満たす液体の有効密度 $\rho_{11}$ 、 $\rho_{22}$ および質量連係数 $\rho_{12}$ との関係は次式で表わされる<sup>10)</sup>。

$$\rho_{11} + \rho_{12} = (1-f)\rho_s, \quad \rho_{12} + \rho_{22} = f\rho_f \quad (35)$$

ここで、 $\rho_{12}$ は仮想の密度で、 $\rho_{12} \leq 0$ である。この $\rho_{12}$ について、Biot<sup>3)</sup>は、波動伝播速度のパラメータ・スタディにおいて、 $\rho_{12}=0$ の場合と $\rho_{12}$ を複合体の全密度の15%とした場合の伝播速度の比較を行っている。また、Yew<sup>20)</sup>は、疎密波およびせん断波の伝播速度の実測値から $\rho_{12}$ を算定しているが、その値は複合体の全密度のたかだか数%程度であるという結果を得ている。一方、小堀<sup>11)</sup>、Halpern<sup>12)</sup>らは、加振解の数値計算に当たって、 $\rho_{12}$ に関する実用的なデータが得られていないことから、 $\rho_{12}=0$ と仮定している。これより、本研究では、 $\rho_{12}=(0 \sim 0.15)\rho$ 程度の値を想定しておけばよいであろう。

つぎに、液体の粘性による減衰係数 $b$ は、ダルシーの法則から次式のような形で与えられる<sup>10,12)</sup>。

$$b = \frac{f^2 \rho_f g}{k} \quad (36)$$

ここで、 $k$ は透水係数、 $g$ は重力の加速度である。いま、小堀<sup>11)</sup>の論文を参考にして、上式をつぎのような無次元化量に書き換える。

$$\frac{\chi}{\rho_s} = f^2 \frac{\rho_f}{\rho_s} \cdot \frac{1}{K_0 \alpha_0} \quad (37)$$

ただし、 $\chi = b/\omega$ 、 $K_0 = k V_s / g \alpha$ （無次元透水係数）、 $\alpha_0 = \omega \alpha / V_s$ （無次元振動数）である。ま

た、 $V_s$ は素材におけるS波の伝播速度（複合体では $V_3$ に相当）である。この無次元透水係数 $K_0$ について、小堀は $K_0=5.102 \times 10^0 \sim 10^{-4}$ （ $k=100 \sim 0.01 \text{cm/s}$  に対応）なる範囲の値を設定している。一方、Halpern<sup>12)</sup>の論文によれば、式(36)は、式(37)の形に合わせて、次式のように書き換えられる。

$$\frac{\chi}{\rho_s} = f^2 \frac{\rho_f}{\rho_s} \cdot \frac{1}{f_0} \quad (38)$$

ただし、 $f_0 = k \omega / g$ である。この $f_0$ について、Halpernは $f_0 = 1.6 \times 10^{-2} \sim 10^{-4}$ 程度の値を考えている。ところで、後者の取り扱いには減衰係数 $b$ を振動数に依存しない形で与えており、前述のように $K_0$ を一定値に設定し、 $b$ を振動数依存とする前者の考え方とは対照的である。本研究では、前者の考え方に則り、 $K_0$ として $K_0 = \infty \sim 5.0 \times 10^{-4}$ なる範囲の値を仮定する。なお、 $K_0 = \infty$ は、式(37)から液体の粘性による減衰を無視した場合に相当する。

計算結果は、式(33)、(34)を次式のように無次元化し、無次元コンプライアンスとして図示する。

$$\tilde{J}_L^M = \pi \mu \alpha J_L^M \quad (L=V, H ; M=U, R, P) \quad (39)$$

なお、コンプライアンスを求めるに際しては、せん断弾性係数 $\mu$ の値を与えているため、本来式(39)の無次元化は意味を持たないが、便宜的に式(39)の形をとったものである。

まず、図-4は、無次元透水係数が $K_0 = \infty$ （減衰を無視）と $K_0 = 5.0 \times 10^{-4}$ の場合について、等分布加振に対する動的コンプライアンスを例にとり、連成係数 $\rho_{12}$ がコンプライアンスに及ぼす影響を調べたものである。 $K_0 = \infty$ の場合には $\rho_{12}$ の値によってコンプライアンスにわずかの差異が生じているが、 $K_0 = 5.0 \times 10^{-4}$ の場合には $\rho_{12}$ の影響が全くみられない。液体の粘性による減衰が大きくなる（すなわち、 $K_0$ が小さくなる）とともに、この減衰効果が $\rho_{12}$ による連成効果よりも相対的に大きく影響し、コンプライアンスには見掛け上 $\rho_{12}$ による差異が生じなくなるものと推察される。いずれにしても、小堀<sup>11)</sup>、Halpern<sup>12)</sup>らの論文で $\rho_{12}$ を0としている仮定はほぼ妥当なものであろう。

つぎに、図-5は、連成係数 $\rho_{12}$ を0とし、液体の粘性による減衰が等分布加振に対する動的コンプライアンスに及ぼす効果を調べたものである。図-4からも推定し得る結果ではあるが、本研究で調べた無次元振動数 $\alpha_0$ の範囲では、 $K_0$ が小さくなる、すなわち減衰係数が大きくなるとともに、減衰を無視した

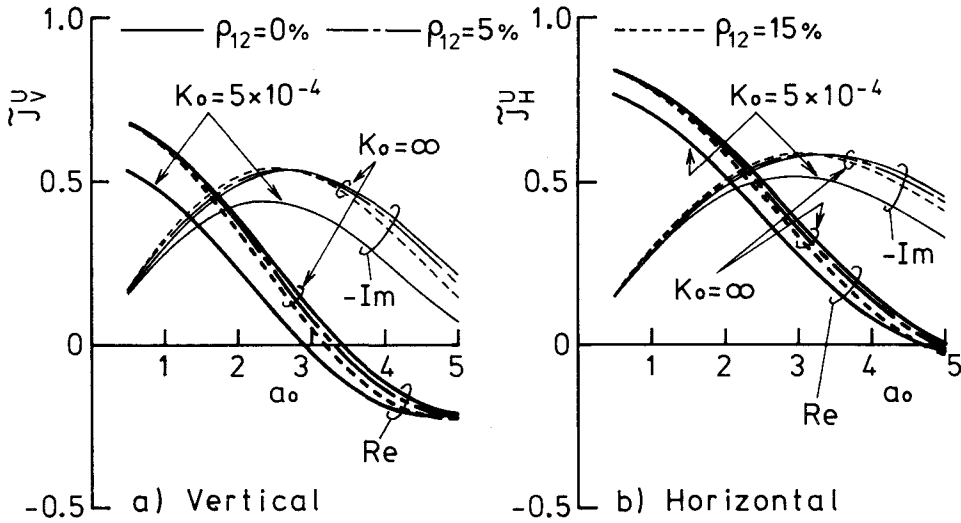


図-4 コンプライアンスに及ぼす $\rho_{12}$ の影響（等分布加振の場合）

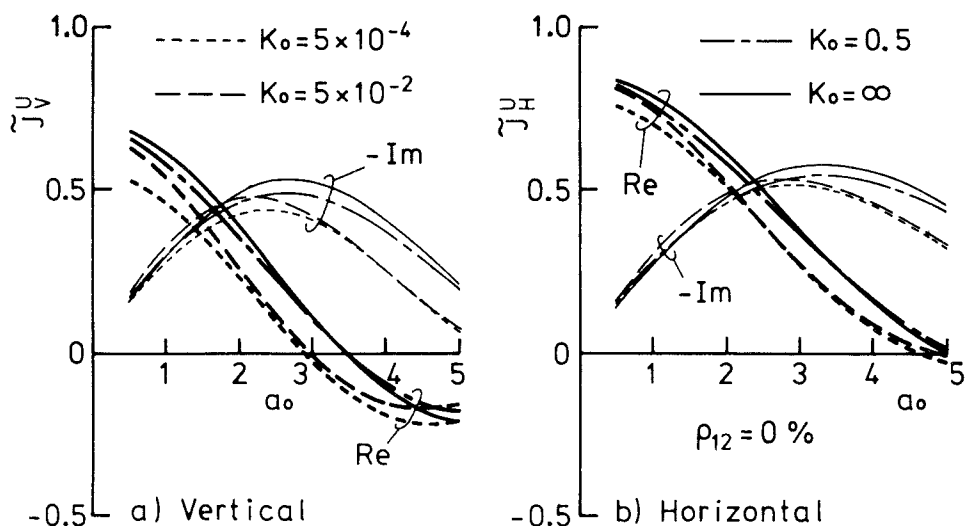


図-5 液体の粘性による減衰がコンプライアンスに及ぼす影響（等分布加振の場合）

場合に比べて無次元コンプライアンスの絶対値は小さくなる傾向にある。しかし、同図の結果は非常に広範囲の $K_0$ （または、透水係数 $k$ ）に対するもので、通常考えられる $K_0$ （または、 $k$ ）の範囲内での変化程度では減衰効果は顕著に現れないであろう。

図-6, 7は、先の結果より $K_0 = \infty$ ,  $\rho_{12} = 0$ として、等分布、剛板分布、放物線分布の円形加振力に対する鉛直および水平コンプライアンスを図示したものである。これらの図には、比較のため、ポアソン比が $1/3$ で、複合体のせん断弾性係数と同じせん断弾性係数の通常の弾性体に対するコンプライアンスも図示してある。これらの図より、加振力の分布型がコンプライアンスに及ぼす影響は、複合体、弾性体のいずれに対しても同じ傾向を示している。すなわち、剛板分布、等分布、放物線分布の順に $a_0$ に対する変動は延びている。また、載荷面中央変位でコンプライアンスを定義しているため、剛板分布、等分布、放物線分布の順に変動幅は大きくなっている。なお、それぞれの分布型におけるコンプライアンスの $a_0$ に対する変動傾向がお互いに類似であることから、図-4, 5で述べた等分布の場合に対する考察は、剛板分布、放物線分布の場合についても言える事柄であろう。一方、いずれの加振力の分布型においても、

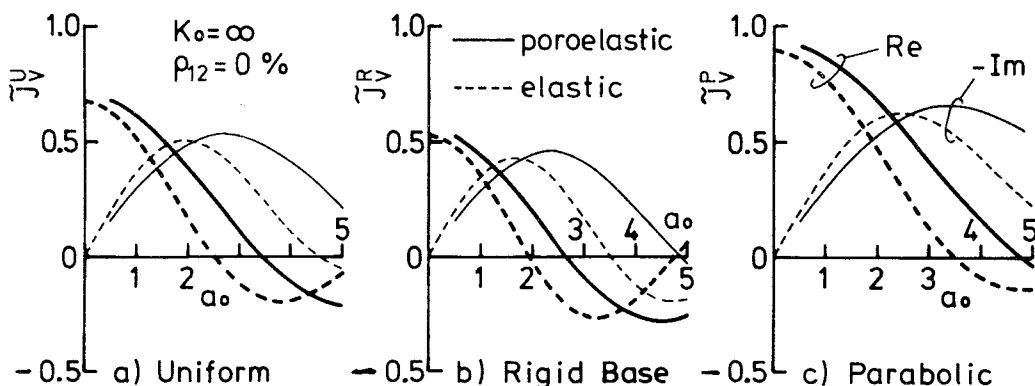


図-6 加振力の分布型と鉛直コンプライアンス

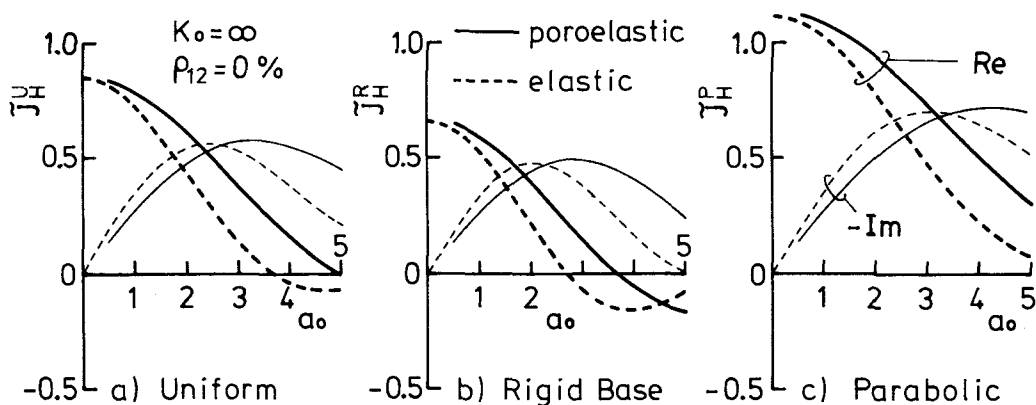


図-7 加振力の分布型と水平コンプライアンス

複合体の変動幅と弾性体のそれは大差ないが、複合体の  $a_0$  に対する変動は弾性体のそれにくらべて延びており、複合体としての影響が現われていると言える。

## 6. あとがき

本研究では、半無限多孔質飽和弾性体上の円形基礎に対する動的コンプライアンスを誘導する定式化をより一般化して示した。この誘導過程において得られている一般解を利用すれば、文献17)に掲げる方法などによって剛基礎底面の複素剛性を求める混合境界値問題も取り扱える。また、多孔質飽和弾性体表面における変位・応力の一般解をベクトル・マトリックス表現で与えたが、これに上昇波成分も考慮すれば、層状地盤の表面加振問題や地中加振問題に拡張可能である。

数値計算例として、弾性骨格と液体の質量連成項、液体の粘性による減衰係数、加振力の分布型などが動的コンプライアンスに及ぼす影響を調べた。その結果、質量連成効果はほとんど無視し得る程度であり、減衰係数についても、通常考えられる透水係数の変化程度では顕著な影響は現れないであろう。また、加振力の分布型の違いがコンプライアンスに及ぼす影響の全体的な傾向は、通常の弾性体の場合のそれと大差はない。

最後に、本研究を進めるにあたって、寺村 文伸君（現・鹿島建設）の助力を得た。また、本研究をまとめるに際しては、岡田 浩和君（現・学部生）の協力を得た。記して、両君に感謝の意を表したい。

## 参考文献

- 1) Kao, S., Toridis, T.G. and Khozeimeh, K. : Seismic Analysis of Structures with Rectangular Bases on Porous Elastic Soil Medium, Proc. 7th W.C.E.E., Istanbul, Vol.5, pp.205~212, 1980.
- 2) Saylan, S., Toridis, T.G. and Khozeimeh, K. : Seismic Analysis of Three-dimensional Soil-structure Interaction System on a Rectangular Base, Comp. & Struc., Vol.20, No.1-3, pp.355~363, 1985.
- 3) Biot, M.A. : Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-saturated Porous Solid, J. Acoust. Soc. Am., Vol.28, No.2, pp.168~178, 1956.

- 4) Deresiewicz, H. : The Effect of Boundaries on Wave Propagation in a Liquid-filled Porous Solid, Bull. Seism. Soc. Am., Vol.50, No.4, pp.599~607, 1960.
- 5) Jones, J.P. : Rayleigh Waves in a Porous, Elastic, Saturated Solid, J. Acoust. Soc. Am., Vol.33, No.7, pp.959~962, 1961.
- 6) Tajuddin, M. : Rayleigh Waves in a Poroelastic Half-space, J. Acoust. Soc. Am., Vol.75, No. 3, pp.682~684, 1984.
- 7) Paul, S. : On the Displacements Produced in a Porous Elastic Half-space by an Impulsive Line Load, Pure Appl. Geophys., Vol.114, pp.605~614, 1976.
- 8) Pal, P.C. : On the Disturbance Produced by an Impulsive Shearing Stress on the Surface of a Semi-infinite Poro-elastic Medium, J. Acoust. Soc. Am., Vol.74, No.2, pp.586~590, 1983.
- 9) 平嶋健一・笠間広一・谷口信博：表面移動荷重を受ける半無限多孔質弾性体の非定常応答，土木学会第41回年講，I-9，pp.17~18，1986.
- 10) 小堀鐸二・立川 剛：飽和砂質地盤への複合体力論の定式化について，日本建築学会論文報告集，第220号，pp.47~53，1974.
- 11) 小堀鐸二・立川 剛：飽和砂質地盤の動力学特性について（1），日本建築学会論文報告集，第244号，pp.13~20，1976.
- 12) Halpern, M.R. and Christiano, P. : Responce of Poroelastic Half-space to Steady-state Harmonic Surface Traction, Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech., Vol.10, pp.609~632, 1986.
- 13) Zienkiewicz, O.C. and Shiomi, T. : Dynamic Behaviour of Saturated Porous Media, Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech., Vol.8, pp.71~96, 1984.
- 14) Prevost, J.H. : Wave Propagation in Fluid-saturated Porous Media - An Efficient Finite Element Procedure, Soil Dyn. & Earthq. Engng., Vol.4, No.4, pp.183~202, 1985.
- 15) 多賀直恒・富樫 豊：含水土地盤の動的特性について，日本建築学会論文報告集，第245号，pp.25~35，1971.
- 16) 庄 健介・寺村文伸・北村泰寿：Biotの理論に基づく半無限飽和弾性体の表面点加振解，土木学会第42回年講，I-290，pp.614~615，1987.
- 17) 北村泰寿・桜井春輔：弾性地盤上の構造物の動的解析における地盤の柔性マトリックス，土木学会論文報告集，第341号，pp.119~127，1984.
- 18) 高谷富也・北村泰寿・桜井春輔：半無限多層弾性体の内部加振問題への伝達マトリックス法の応用，土木学会論文集，第362号／I-4，pp.363~369，1985.
- 19) 平嶋健一・谷口信博：表面移動荷重を受けた多孔質弾性層の動的応答について，土木学会第42回年講，I-5，pp.44~45，1987.
- 20) Yew, C. and Jogi, P. : The Determination of Biot's Parameters for Sandstone, Experimental Mechanics, Vol.18, pp.167~172, 1978.

（1987年10月16日 受付）