

斜め入射せん断波を受ける埋設管の 過渡的応答解析

TRANSIENT RESPONSE OF AN EMBEDDED PIPE SUBJECTED
TO SLANTED INCIDENT SHEAR WAVES.

松岡健一* 岸 徳光** 吉田紘一*** 能町純雄****

By Kenichi MATSUOKA, Norimitsu KISHI, Koichi YOSHIDA, Sumio NOMACHI

The dynamic behavior of an embedded pipe subjected to slanted incident waves is dealt with as a three dimensional elasto-dynamic problem.

The incident wave is taken to be a plane SH wave in the form of a Ricker wavelet. Thus the analysis is easily performed by means of Fourier-Hankel transforms with respect to three directions of space coordinates, and the time direction.

Numerical calculations are carried out for various cases of the elastic constant ratios for elastic medium and pipe; the angle between an axis of pipe and the direction of incident wave; and the period of incident wave.

The results are presented in the form of a radial displacement diagram of the horizontal plane, including the diametrical plane of the pipe; and a tangential stress distribution diagram of the inner and outer surface of the pipe.

1. まえがき

本論文は、入射せん断波をうける埋設管の波動伝播問題を、無限弾性体中にある厚肉円筒にモデル化し、三次元弾性問題として解析したものである。無限弾性体中の円孔や異質な円形介在物の波動伝播問題は、これまで主として二次元問題として数多くおこなわれている^{1)~3)}。

著者らは、先に、定常せん断波をうける弾性体中にある厚肉円筒の応答解析を三次元弾性理論により行い、円筒の厚さ、弾性定数比、ポアソン比、境界面の状態などを変化させ、変位の応答倍率や動的応力集中係数を求め検討を加えた⁴⁾。

ここでは、これを過渡応答問題に適用し、入射波として Ricker wavelet を用い、入射角や周期および埋設管と弾性体の弾性定数比、周期を変化させ、若干の数値計算を行い、主として円筒の直径を含む平面での水平方向変位分布と、円筒の内外面での周方向応力分布について検討を加え、埋設管の過渡的波動伝播性状を明らかにすることを目的としている。Ricker wavelet は、不規則波の一種と考えられるが、単一進行波で波形が単純であり、時間で Fourier 変換することにより、各周波数の重ね合わせで表されるので、波動方程式の定常波動状態の変位解を周波数領域で重ね合わせるにより、過渡応答を解析することができ、不規

* 工博 室蘭工業大学教授 工学部土木工学科 (〒 050 室蘭市水元町 2 7 番 1 号)

** 工博 室蘭工業大学助教授 工学部土木工学科 (〒 050 室蘭市水元町 2 7 番 1 号)

*** 工修 前北海道開発局土木試験所構造研究室室長 (〒 062 札幌市豊平区平岸 1 条 3 丁目)

**** 工博 日本大学教授 生産工学部土木工学科 (〒 275 習志野市泉町 1 丁目 2 番 1 号)

則波の波動伝播による異質物の影響を明らかにするために便利である。また、埋設パイプラインなどのように、円筒内に液体が存在するときの影響についても若干数値計算を行ない考察している。

2. 基礎変位式

定常せん断波をうける弾性体中の埋設管の応答解析は、すでに行なっているのでここでは基礎変位式のみを示す。図-1のように、無限弾性体中におかれた厚肉円筒の円筒軸を z 軸とする円柱座標を考え、 z 軸と角度 ϕ をなす方向からせん断波が入射するものとする。入射波の角速度 ω 、速度 V_s とすると、入射波によって引きおこされる円筒の半径方向、周方向、軸方向変位を $u^{(1)}$, $v^{(1)}$, $w^{(1)}$ とすれば、これらの変位は次のように表される。

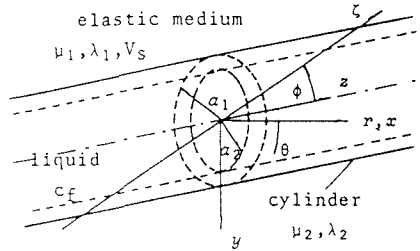


図-1 弾性体中にある埋設管

$$u^{(1)} = \sum_m c_m (\tilde{A}_{mr} + \tilde{B}_{mr}) \cos m\theta \exp[i(\omega t - N_s z)] \quad (1)$$

$$v^{(1)} = \sum_m c_m (\tilde{A}_{mr} - \tilde{B}_{mr}) \sin m\theta \exp[i(\omega t - N_s z)] \quad (2)$$

$$w^{(1)} = \sum_m c_m \tilde{W}_{mr} \cos m\theta \exp[i(\omega t - N_s z)] \quad (3)$$

$$\tilde{A}_{mr} = \sum_k \left\{ \chi_{mp}^{(k)}(N_s \alpha r) / N_{su} \{ \alpha_{mk} / 2\mu + (m+1)A_{mk} + (m-1)B_{mk} - iN_s E_{mk} / 2 \} + (\mu N_s^2 / \rho \omega^2) \{ \chi_{mp}^{(k)}(N_s \alpha r) / N_{su} - N_{sa} \chi_{mp}^{(k)}(N_s \alpha r) / N_s^2 \} \{ B_{mk} / 2\mu + (m+1)A_{mk} - (m-1)B_{mk} + iN_s E_{mk} \} \right\} \quad (4)$$

$$\tilde{B}_{mr} = \sum_k \left\{ -\chi_{ms}^{(k)}(N_s \alpha r) / N_{su} \{ \alpha_{mk} / 2\mu + (m+1)A_{mk} + (m-1)B_{mk} + iN_s E_{mk} / 2 \} + (\mu N_s^2 / \rho \omega^2) \{ \chi_{ms}^{(k)}(N_s \alpha r) / N_{su} - N_{sa} \chi_{ms}^{(k)}(N_s \alpha r) / N_s^2 \} \{ B_{mk} / 2\mu + (m+1)A_{mk} - (m-1)B_{mk} + iN_s E_{mk} \} \right\} \quad (5)$$

$$\tilde{W}_{mr} = \sum_k \left\{ G_m^{(k)}(N_s \alpha r) E_{mk} - i(2\mu N_s / \rho \omega^2) \{ G_m^{(k)}(N_s \alpha r) - G_m^{(k)}(N_s \alpha r) \} \{ B_{mk} / 2\mu + (m+1)A_{mk} - (m-1)B_{mk} + iN_s E_{mk} \} \right\} \quad k=1, 2. \quad (6)$$

ここで、 $c_0 = 1/2\pi$ 、 $c_m = 1/\pi$ であり、 μ , λ はLameの定数、 ρ は円筒の密度である。また、式中の関数は

$$G_m^{(k)}(Nr) = R_{m,m}^{(k)}(Nr) / R_{m,m}^{(k)}(Na_k), \quad \chi_{mp}^{(k)}(Nr) = R_{m+1,m}^{(k)}(Nr) / R_{m,m}^{(k)}(Na_k), \\ \chi_{ms}^{(k)}(Nr) = R_{m-1,m}^{(k)}(Nr) / R_{m,m}^{(k)}(Na_k)$$

$$R_{j,m}^{(k)}(Nr) = I_j(Nr) K_m(Na_{k-1}) - (-1)^{j+m} I_m(Na_{k-1}) K_j(Nr), \quad j=m-1, m, m+1, \quad \alpha_0 = \alpha_2$$

ただし、 I , K は変形第一種および第二種のベッセル関数であり、係数 α , β , A , B , E は、円筒の内外面の変位および応力与えられる積分定数である。

上式は円筒に対する変位式であるが、円孔を有する無限体の場合は、 $k=2$ のもののみを考慮することで与えられ、式中の関数は次のようになる。

$$G_m(Nr) = K_m(Nr) / K_m(Na) \quad \chi_{mp}(Nr) = -K_{m+1}(Nr) / K_m(Na) \quad \chi_{ms}(Nr) = -K_{m-1}(Nr) / K_m(Na)$$

また、圧縮性液体の変位および圧力は、

$$u_f = \sum_m c_m \{ N_f \chi_{mp}^f(N_f r) + \frac{m}{r} G_m^f(N_f r) \} \phi_a \cos m\theta \exp[i(\omega t - N_s z)] \quad (7)$$

$$P_f = \rho_f \omega^2 \sum_m c_m G_m^f(N_f r) \phi_a \cos m\theta \exp[i(\omega t - N_s z)] \quad (8)$$

$$G_m^f(N_f r) = I_m(N_f r) / I_m(N_f a_2) \quad \chi_{mp}^f(N_f r) = I_{m+1}(N_f r) / I_m(N_f a_2)$$

ここで、 ϕ_a ：未知定数 ρ_f ：液体の密度 c_f ：音波の速度 $N_f^2 = N_s^2 - \omega^2 / c_f^2$

3. 入射波

過渡応答の例として Ricker wavelet を取り上げるが、Ricker wavelet は時間の関数として次のように

なる⁵⁾。

$$A_0(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(\pi^2 \tau^2 - \frac{1}{2} \right) \exp[-\pi^2 \tau^2], \quad \tau = t/t_p \quad (9)$$

ここで、 t_p は A_0 の Fourier 変換が最大となるときの周期に対応する。

今、式(9)の波がある方向、 z の方向へ速度 V_s で進行するとすれば、その波形は

$$A_0\left(t - \frac{z'}{V_s}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(\pi^2 \tau'^2 - \frac{1}{2} \right) \exp[-\pi^2 \tau'^2] \quad (10)$$

と表わせる。 $\tau' = (t - z'/V_s)/t_p$

ここでは、 z 方向から伝播する SH 波を仮定することとし、 z 方向を z' 、水平方向を x' 、鉛直方向を y' とする座標を考える。また、 x, y, z 方向の変位を u, v, w とし、入射波の基準振幅を u_0 とすれば Ricker wavelet による各変位は

$$u' = A_0 u_0, \quad v' = w' = 0. \quad (11)$$

従ってこれを r, θ, z 座標で示し、それぞれの方向の変位を $u^{(0)}, v^{(0)}, w^{(0)}$ とすれば

$$u^{(0)} = u' \cos \theta \cos \phi, \quad v^{(0)} = -u' \sin \theta \cos \phi, \quad w^{(0)} = u' \sin \phi. \quad (12)$$

また、 z' を r, θ, z 座標で表わせば $z' = z \cos \phi - r \cos \theta \sin \phi$,

一方、 u の時間についての Fourier 変換は $A_0(t - z/V_s)$ の変換で与えられるが、この Fourier 像関数を $\tilde{A}_0(\omega, r, \theta, z)$ とすれば

$$\tilde{A}_0(\omega, r, \theta, z) = \frac{t_p}{2} \xi^2 \exp[-\xi^2 - i\omega(z \cos \phi - r \cos \theta \sin \theta)/V_s] \quad (13)$$

となる。ただし、 $\xi = t_p \omega / 2\pi$ である。この逆変換は

$$\begin{aligned} A_0(t, r, \theta, z) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{A}_0(\omega, r, \theta, z) \exp[i\omega t] d\omega \\ &= \frac{t_p}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \xi^2 \exp[-\xi^2 + i\omega\{t - (z \cos \phi - r \cos \theta \sin \theta)/V_s\}] d\omega \end{aligned} \quad (14)$$

である。

従って、これまでの定常波動伝播の計算で、 ω のときの入射波の振幅を $t_p \xi^2 \exp(-\xi^2)/4\pi$ 倍して、 ω について $-\infty$ から ∞ まで積分することにより Ricker wavelet が入射する時の応答を計算することができる。この Fourier 逆変換は、 ω に対して収束性が良好であり、計算は容易である。

4. 境界条件

入射波を受ける弾性体中の埋設管の動的応答は、上で求めた円孔を有する無限体、円筒および液体がある場合には液体の変位式を円筒の境界条件を満足するように重ね合わせて解析することができる。

今円孔を有する無限体と円筒の変位、応力、定数をそれぞれ上添字 と をつけて表すものとし、各境界での境界条件を考えるが、まず A, B は式(8)~(10) の関係から次の適合条件を満足しなければならない。

$$A_{mk}^{(1)} = \tilde{A}_{mr}^{(1)} \Big|_{r=a_1} / a_1, \quad B_{mk}^{(1)} = \tilde{B}_{mr}^{(1)} \Big|_{r=a_1} / a_1, \quad A_{mk}^{(2)} = \tilde{A}_{mr}^{(2)} \Big|_{r=a_k} / a_k, \quad B_{mk}^{(2)} = \tilde{B}_{mr}^{(2)} \Big|_{r=a_k} / a_k$$

さらに、円筒の内外面では、

i) 円筒の外側 ($r = a_1$) で変位および応力が連続な場合

$$\begin{aligned} u^{(0)} + u^{(1)} \Big|_{r=a_1} &= u^{(2)} \Big|_{r=a_1}, & v^{(0)} + v^{(1)} \Big|_{r=a_1} &= v^{(2)} \Big|_{r=a_1}, & w^{(0)} + w^{(1)} \Big|_{r=a_1} &= w^{(2)} \Big|_{r=a_1}, \\ \sigma_r^{(0)} + \sigma_r^{(1)} \Big|_{r=a_1} &= \sigma_r^{(2)} \Big|_{r=a_1}, & \tau_{r\theta}^{(0)} + \tau_{r\theta}^{(1)} \Big|_{r=a_1} &= \tau_{r\theta}^{(2)} \Big|_{r=a_1}, & \tau_{rz}^{(0)} + \tau_{rz}^{(1)} \Big|_{r=a_1} &= \tau_{rz}^{(2)} \Big|_{r=a_1}, \end{aligned}$$

ii) 円筒の内面 ($r = a_2$) では中空の場合と液体で満たされている場合とで

a) 中空の場合

$$\tau_{r\theta}^{(2)} \Big|_{r=a_2} = 0, \quad \tau_{rz}^{(2)} \Big|_{r=a_2} = 0, \quad \sigma_r^{(2)} \Big|_{r=a_2} = 0$$

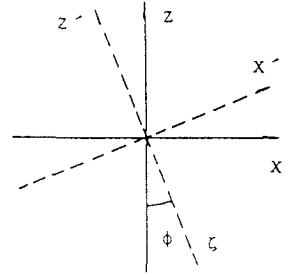


図-2 波動伝播方向

b) 液体で満たされた場合

$$\tau_{r\theta}^{(2)}|_{r=a_2}=0 \quad \tau_{rz}^{(2)}|_{r=a_2}=0 \quad \sigma_r^{(2)}|_{r=a_2}=-P_f \quad u^{(2)}|_{r=a_2}=u_f$$

5. 数値解析および考察

1) 波動伝播性状について

Ricker waveletの伝播性状を明らかにするために、円筒の内外径比 $a_2/a_1=0.9$ 、弾性体と円筒の密度比 $\rho_2/\rho_1=1.0$ 、ポアソン比 $\nu_2=\nu_1=0.25$ として、弾性体と円筒の弾性定数比、Ricker waveletの入射角と周期を変化させ、 x 平面 ($\theta=0$ および π) での半径方向変位の分布を求めた。埋設管としては、コンクリート管や鋼管が考えられるが、ここでは一つの例としてコンクリート管を主として考え、上の数値を用いた。弾性定数比は、地盤条件によって異なるものとして、 $E_2/E_1=10.0\sim 10000.0$ に変化させている。結果を図-3～6に示す。

図-3には弾性定数比 $E_2/E_1=0.0$ すなわち円孔のみの場合で、入射角 $\phi=\pi/4$ 、無次元化基準周期 $Tp=t_p \cdot Vb/(a_1 \cdot \pi)=0.5, 1.0, 2.0, 5.0, 10.0, 20.0$ (ただし $Vb=\sqrt{E/\rho}$) のときの分布図を示した。 $Tp=0.5, 1.0, 2.0$ の範囲では同じような挙動を示し、 $\theta=0$ の面 ($r>0$) で反射波が生じ、 $r/a_1=1.0\sim 2.0$ で入射波と反射波の干渉が認められる。また、 $\theta=\pi$ の面 ($r<0$) では円孔の影響による遅れがみられ、 $r/a_1=-1.0\sim -1.5$ で回折波と入射波の干渉がみられる。 $Tp=5.0$ では、 $\theta=\pi$ の面で波の遅れと、回折波の影響が多少は

みられるものの、 $\theta=0$ 面での反射波の影響はほとんどみられない。 $Tp=10.0$ では、 $\theta=\pi$ の面で多少遅れがみられるものの、他の影響はないようである。 $Tp=20.0$ では、まったく円孔の影響は認められない。

図-4には、弾性定数比 $E_2/E_1=1000.0$ の場合について、上のものと同じ条件で解析した結果を示し円筒の影響を調べた。

$Tp=0.5$ のときは、 $\theta=0$ の面で円孔のみのときみられた反射

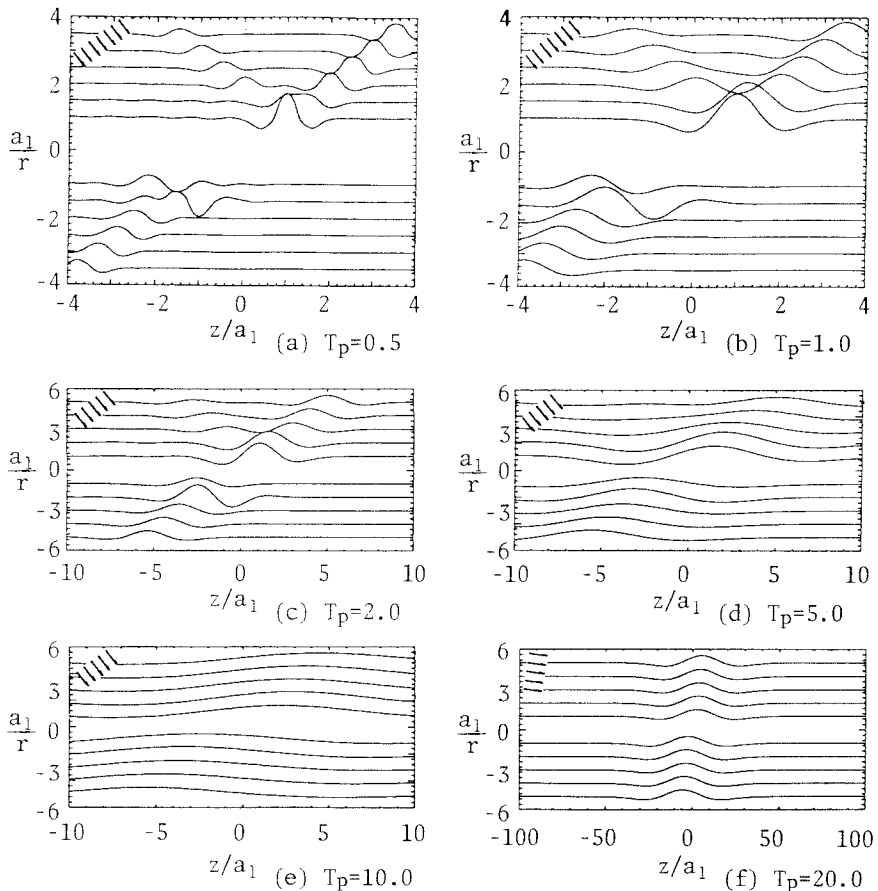


図-3 半径方向変位分布図 (円孔のみの場合、 $\theta=0$ および $\theta=\pi$ 平面)

波が円筒によって位相が π ずれて表れている。

また、 $r/a_1 = 1.5 \sim 2.0$ で入射波との干渉がみられる。 $\theta = \pi$ の面では円筒によって入射波が少し遅れて表れている。

円筒はほんのわずかに変位しているようではあるが、ほとんど影響を受けていない。 $T_p = 1.0, 2.0$ では、 $T_p = 0.5$ のときと同様に反射波および $\theta = 0$ の面での入射波の遅れがみられる。

また、円筒付近の弾性体の変位は円筒がない場

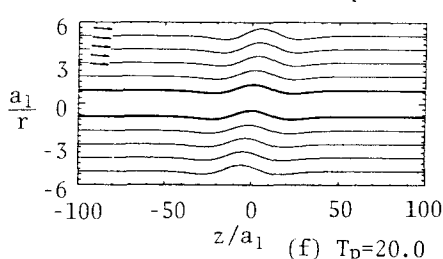
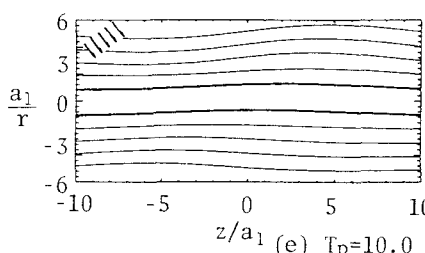
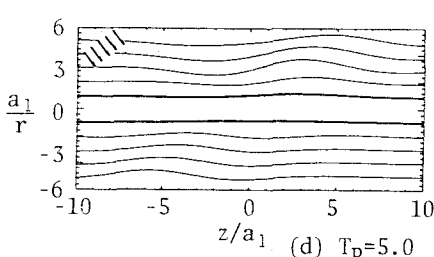
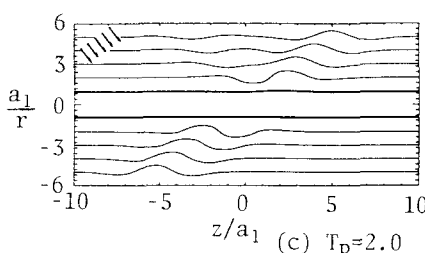
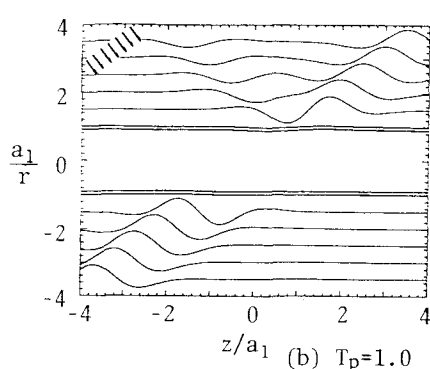
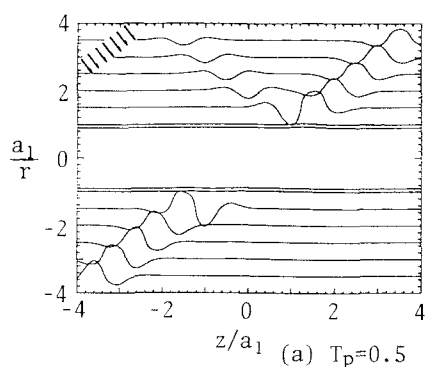


図-4 半径方向変位分布図 (円筒のある場合、 $\theta = 0$ および $\theta = \pi$ 平面)

合に比べ小さくなっている。 $T_p = 5.0$ では、反射波がみられなくなったが、 $\theta = \pi$ の面の変位の遅れは多少みられ、円筒が多少変位している。 $T_p = 10.0, 20.0$ では、円筒が弾性体とともに変位し、 $\theta = \pi$ の面の変位の遅れもなくなり、円筒の影響はみられなくなる。

入射角 ϕ を $\pi/6$ として同じ解析をした結果を図-5に示したが、傾向は $\phi = \pi/4$ の場合と殆んど変化はない。

図-6には、 $\phi = \pi/4$ で、 $T_p = 5.0$ と 10.0 のとき、弾性定数比を変化させた場合を示した。この図から、弾性定数比が大きくなるに従い、入射波による円筒の変位は小さくなるが、弾性体への影響は局部的になり、周期が大きくなる

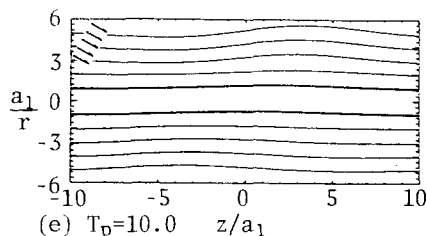
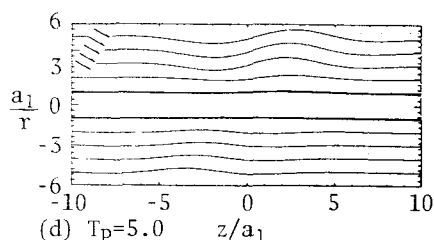
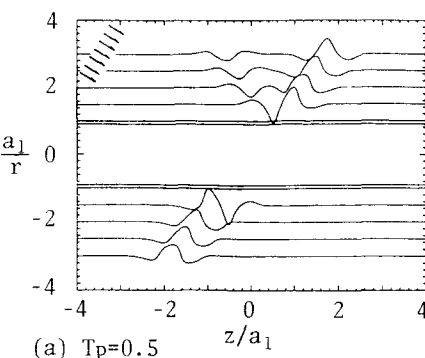


図-5 半径方向変位分布図 ($\phi = \pi/6$)

と円筒は入射波の影響を受けて変位が大きくなっている。

これらのことから、弾性体中にある円孔や円筒による弾性波の乱れは、周期の短いものに大きく、円筒の存在による影響は、反射波の位相が逆転することの他はあまり現われていない。周期の長い波に対しては、円孔や円筒の存在による影響は少なく、円筒も弾性体も同様の変位を示すことが明らかである。

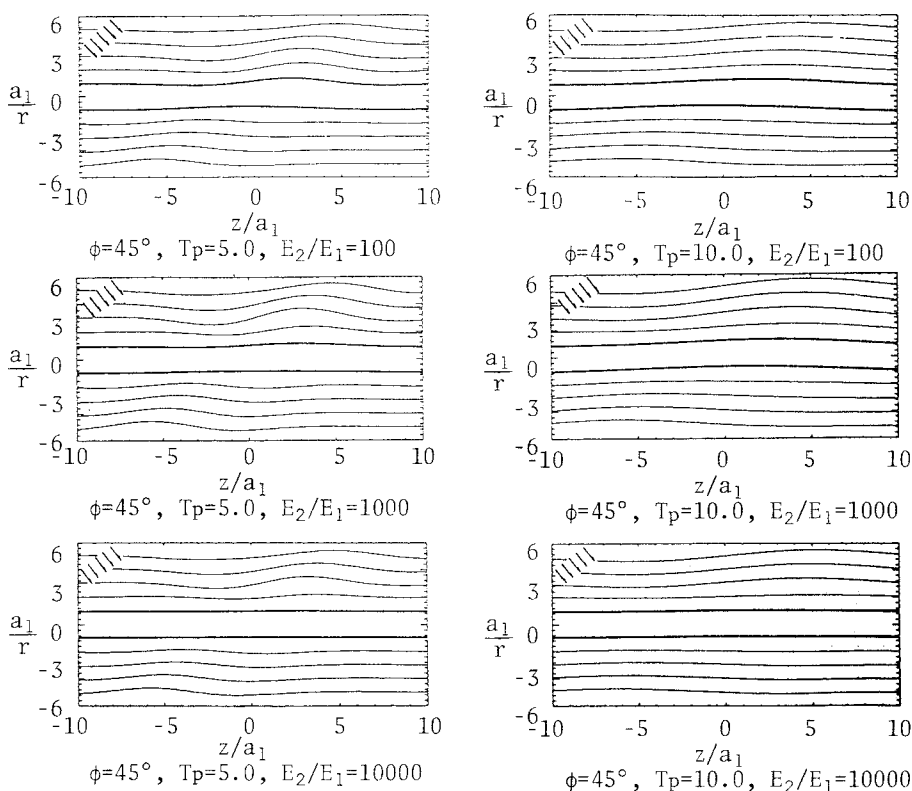


図-6 半径方向変位分布図 (弾性定数比を変化させた場合)

現在埋設管の耐震設計は、主として、埋設管が入射地震波と同じ挙動を示すものとして行なわれているが、ここで得られた結果は、入力波動の周期や波長により、その挙動が異なることを示しており、耐震設計上より詳細な検討が必要なことを示している。

2) 円筒の周方向応力について

ここでは、波動伝播問題における応答応力について検討するが、これまでの研究⁴⁾で、埋設管の波動伝播問題では、波動の角速度がある程度大きな範囲 ($\omega/a_2/V_s=1.0\sim$) では周方向応力が大きな値となるため、特に円筒の周方向応力に注目する。そして、これに対する弾性定数比や入射角の影響を明らかにするため、円筒の内外径比 $a_2/a_1=0.9$ 、ポアソン比 $\nu_1=\nu=0.25$ 、密度比 $\rho_2/\rho_1=1.0$ 、基準周期 $T_p=5.0$ とし、弾性定数比、入射角を変化させた解析を行なった。

結果を図-7～8に示したが、図は、円筒内外面の周方向応力の分布を示し、縦軸は全て、応力を弾性定数比で除した値をとり示した。

図-7は、円筒と弾性体の弾性定数比 $E_2/E_1=100$ とし、入射角を変化させて解析した結果から円筒内外面の周方向応力の軸方向分布を示したものである。図の縦軸は、周方向応力の無次元量であり、 u_0 は入射波の基準振幅で、Ricker waveletの最大振幅は、 $\pi u_0/4$ である。図(a)は円筒外面の $\theta=0$ における値であるが、 $\phi=0^\circ$ のときは $z=0$ を中心とした対称形になっていて、入射波形と相似である。他の入射角では対称軸はずれているが、逆対称に近い分布を示し値も大きく、特に $\phi=\pi/4$ で大きくなっている。円筒内面の $\theta=0$ における値は、図(b)に示したが、円筒の外面と比べて $\phi=0^\circ$ では同じ値をとっているが他のものは、

正負を逆にした値をとり、その値も小さい。また、 $\phi=30^\circ$ で $z=-2$ 付近での応力の乱れは反射波によるものと考えられる。同じように $\theta=\pi$ の値を図(c), (d) に示した。円筒外面(c) では、 $\theta=0$ のものと比べて値が小さく波が少し遅れているようであるが、傾向は $\phi=0$ を除いて同じようである。円筒内面(d) では、円筒外面の場合とは逆に $\theta=0$ のものと比べて値は大きくなっているが、傾向は似ている。

入射角 $\phi=45^\circ$ 、円筒と弾性体の弾性定数比を 10, 100, 1000 と変化させて解析した結果を図-8 に示したが、同時に円筒が液体で満たされている場合の結果についても破線で示した。

図(a) は、円筒外面の $\theta=0$ の値であるが、弾性定数比による応力分布の傾向は変わらないが、応力を弾性定数で除した値は比が大きくなれば小さくなっている。液体の影響は、弾性定数比が小さい時現れるが、(液体が無い時に比べて、大きい値をとる) 比が大きくなっていくと液体の影響が見られなくなる。図(b) は、図(a) と比べて $E_2/E_1=10$ のときは、値は小さいが同じ符号であり、比が大きくなると正負逆の挙動を示しており円筒の周方向に局部的な曲げが作用している。図(c), (d) は、 $\theta=\pi$ の値であるが、図(a), (b) と比べて、全体的に左へ移動した図になっている。

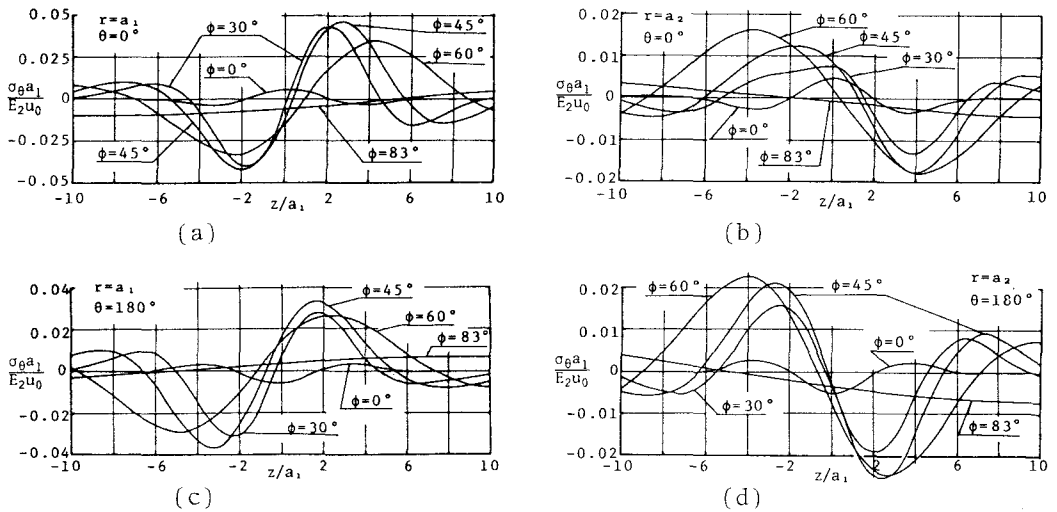


図-7 円筒の周方向応力の軸方向分布 (入射角が変化する場合)

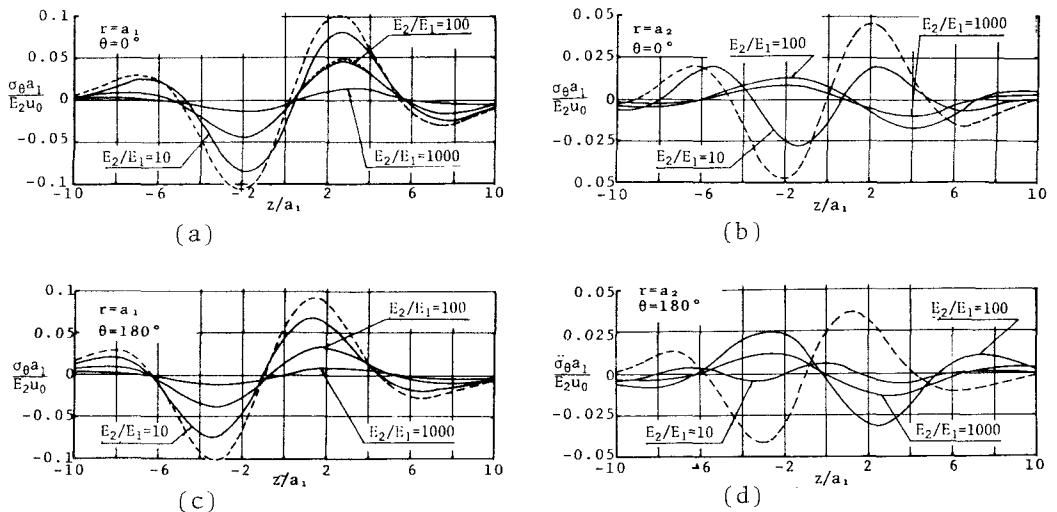


図-8 円筒の周方向応力の軸方向分布 (弾性定数比が変化する場合)

6. まとめ

入射せん断波を受ける埋設管の過渡的応答解析として Ricker wavelet を受ける弾性体中にある厚肉円筒の動的応答問題を取り扱い、若干の数値解析を行い、埋設管周辺の変位分布と埋設管の周方向応力分布について考察したが、このことから次のようなことが明らかとなった。

管周辺の変位分布図から

- 1) 反射波は、円孔のみの場合、円筒のある場合の両方でみられたが、2つの場合では位相が π ずれている。また、両者とも $T_p = 2$ までしか現われない。
- 2) $\theta = \pi$ 側でみられた入射波の遅れは、両方とも $T_p = 5$ まで現われている。
- 3) 回折波は円筒が存在するときはみられないが、円孔のみのときにみられ、その影響は $r/a_1 = -1.5$, $T_p = 5$ まで現われる。

円筒の周方向応力分布図から

- 4) 入射角の変化によって円筒は、入射角が極端に大きくならない限り、応力応答の様子は同じ結果になるが、角度が小さい方が応力の現れる範囲が小さくなり、反射波の響影を受けやすくなる。
- 5) 円筒の内面と外面では、弾性定数比が小さく、入射角 ϕ が小さい場合を除き、正負逆の応答を見せ、局部的な曲げが作用していることを示している。
- 6) 弾性定数比が大きくなれば応力も大きくなるが、分布の形状にはあまり変化はみられない。
- 7) 液体で満たされた場合は、液体が無い場合より応力の値は大きい、弾性定数比が大きくなると影響は少なくなる。

以上の解析例は、入射波の周期や埋設管のデータなどが限られており、実際の埋設管の地震時の安全性の検討には十分ではないが、周期によっては入射波動と埋設管の変形性状はかなり異なるなど、今後より詳しい検討が必要ながわかる。

尚、本論文の数値計算は室蘭工業大学情報処理教育センターの FACOM-M-170F を用いて行なった。

謝辞：本研究を進めるに当たり、プログラムの作成および数値計算に、室蘭工業大学大学院生天野俊哉氏（現北海道庁）の援助を得ました。ここに心より感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Pao, Y. H. : Dynamical Stress Concentration in an Elastic Plate, J. Appl. Mech., Vol.29, pp. 299~315, 1962.
- 2) Mow, C. C. and McCabe, W. L. : Dynamic Stresses in an Elastic Cylinder, J. Eng. Mech. Div. Proc. A. S. C. E., Vol.89, No.EM3, pp.21~41, 1962.
- 3) Mow, C. C. and Mente, L. J. : Dynamic Stresses and Displacements Around Cylindrical Discontinuities Due to Plane Harmonic Shear Waves, J. Appl. Mech., Vol.30, pp.598~604, 1963.
- 4) 松岡健一, 能町純雄, 岸徳光：入射せん断波を受ける弾性体中にある厚肉円筒の動的応答, 構造工学論文集, Vol.31A, pp.465~472, 1985
- 5) 丹波義次, 廣瀬壮一：傾斜層を有する地盤における理論的地震動解析, 土木工学論文報告集, No.337, pp.57~66, 1983.

(1987年10月16日受付)