

## 橋桁の減衰特性に関する基礎的研究

STUDY ON DAMPING CHARACTERISTIC OF BRIDGE GIRDERS

樋口 敬\* 古田 均\*\* 白石 成人\*\*\*

By Tohru HIGUCHI, Hitoshi FURUTA and Naruhito SHIRAIKI

It is known that damping characteristic of real structures is affected by various factors, some of which show nonlinear behaviors. In this study, nonlinearity of structural damping is considered paying attention to the high-amplitude oscillation. Damping factors are divided into two categories: high-degree damping and low-degree damping. While the former means that the damping effect increases as the amplitude increases, the latter means that the damping effect decreases as the amplitude increases. In order to evaluate the damping characteristic, a new method is proposed, which is based on a technique of system identification and pattern recognition. An example is presented to illustrate the method developed herein.

## 1. まえがき

過去の実験的・理論的研究から、継手部・支承部のすべりなどといった、橋梁構造物の減衰要因個々の特性は多種多様であり、また、それらはかなり強い非線形性を有していることが知られている<sup>1)</sup>。それにもかかわらず、現状における橋梁構造物の減衰特性の評価は、種々の要因に基づく減衰効果を、すべて粘性減衰に換算した形で行われている。構造物の動特性を、その複雑さにもかかわらず、このような単純な線形モデルを用いて解析した場合、対象とする問題によっては、現実とかけはなれた評価を与える可能性がある。そのような例として、大振幅時の減衰特性の推定をあげることができる。

実橋の振動試験は、構造物の規模に比べ極めて微小な振幅の範囲でしか行われていないことから、減衰実測値においては、減衰特性の顕著な振幅依存性は認められていない。しかしながら、過去の模型実験からも減衰要因個々の非線形性はかなり強いことが知られており、実橋においても振幅の大きい範囲では、弾性域内においても減衰特性に強い非線形性が現れることが予測される<sup>2)</sup>。粘性減衰力による減衰効果を表す対数減衰率は、振幅に無関係の一定の値を示すのに対し、支承部のすべり、回転などによる減衰効果は振幅の増加に伴い小さくなり、継手部のすべりなどによる減衰効果は振幅の増加に伴い大きくなるような振幅依存性を有している。本研究では、このような非線形を有する減衰力のうち、前者を低次減衰力、後者を高次減衰力と呼び、線形減衰力と区別することにする。このような各減衰要因の振幅依存性により、例えば高次の減衰特性に比べ低次の減衰特性が卓越しているような系に対しては、大振幅時の動的安定性を過大評価する危

\* 工修 石川島播磨重工株式会社 鉄構事業部 (元京都大学院生) (〒737 児市光町5-17)

\*\* 工博 京都大学講師 工学部土木工学科教室 (〒606 京都市左京区吉田本町)

\*\*\*工博 京都大学教授 工学部土木工学科教室 (〒606 京都市左京区吉田本町)

陥性があり、逆に高次の減衰特性が卓越している系に対しては、過小評価を与える可能性がある。よって低次の減衰特性と高次の減衰特性の影響度を正確に知ることは、構造物の大振幅時の動的挙動を推定する上で重要であると考えられる。

また、このような非線形システムにおいては、正弦波入力が作用する場合でも、高調波等の影響によりその応答波形にひずみが生じ、線形システムにおけるような正弦波出力とはならない。そこで本論文においては、通常の位相空間に時刻tあるいは時刻tのみの関数である入力の軸を導入し、このような振動系の解の時間軸との関連を把握することを試みる。その際、その空間における解軌跡の性状を、系の位相特性と呼ぶこととする。本研究では、まず構造物の減衰特性の運動方程式における記述方法として、各減衰要因によるエネルギー逸散効果と同一の時間特性をもつて系に仕事をする、等価な減衰力を各減衰要因別に定義する。さらに、このようにして得られたモデル式に基づく実橋の減衰特性の評価方法として、システムの位相特性に着目したパターン認識的な方法と、直接各項のパラメータを推定する方法を検討する。種々の減衰要因は、それぞれ異なった時間特性をもつて系に作用しており、システムの位相特性には、このような各減衰要因の卓越性が反映される可能性がある。よって前者の評価方法に関しては、系の位相特性の種々の表現方法を比較検討する。そして、後者の評価方法においてはモデル式が複雑となるため、厳密解を求めるうことなく複数のパラメータを推定することのできるシステム同定手法として、拡張カルマンフィルター<sup>3)~5)</sup>を採用する。ただし、本論文では、上記の項目について、正弦波入力が作用し共振状態（減衰のない場合の固有振動数と超振振動数が一致した状態として定義）にある系を対象に検討を加える。

## 2. モデル式の誘導

等価な減衰力を各減衰要因別に定義することにより、系の減衰特性のモデル化を行う。ただしモデル化の対象としては、地盤に逸散するエネルギー<sup>6)</sup>などの、上部工の情報だけでは取り扱うことのできない複雑な要因は除外する。また、材料内部減衰、継手部の摩擦による減衰等の、力学的なモデル化が困難な、あるいはモデル式自体がきわめて複雑となる要因については、過去の実験結果から得られた定性的な特性から、適当なモデル化を行う。

しかし、このようにして得られた換算減衰力はRayleigh Dampingの形を有しておらず、多自由度系を想定した場合は、各自の振動は減衰力により連成され、解析がきわめて煩雑となる。よってここでは、通常の線形多自由度解析と同様に、このような異次モード間の連成効果は無視し、各次の振動が1質点系の振動方程式と全く同様に取り扱うことができるという仮定のもとで議論を進める。このとき図1に示すようなS次振動モードに関する等価一自由度系における減衰要因iの換算減衰力F<sub>Si</sub>は、一般に次式により定義される。

$$-\int_{t}^{t+\Delta t} F_{Si}(t) d\psi_s = -\int_{t}^{t+\Delta t} F_{Si}(t) d\dot{\psi}_s dt = \Delta W_{Si}(t \sim t + \Delta t) \quad (1)$$

ここに、ψ<sub>s</sub>は基準座標、F<sub>Si</sub>はS次モードでの減衰要因iに関する換算減衰力、ΔW<sub>Si</sub>(t ~ t + Δt)はS次モードでの時刻tからt + Δtにおける減衰要因iによるエネルギー逸散量である。

実橋の減衰要因は、地盤に逸散するエネルギー、空力減衰などを除けば、その大部分が図2に示すような部材接觸面の相対変位による摩擦として特徴づけられる。このような摩擦に基づく減衰特性のエネルギー逸散量は、一般に次式で表現することができる。

$$\Delta W_{S_i}(t \sim t + \Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} \int_{SA} \mu P_i(t) |\dot{L}_{S_i}(x, t)| dx dt \quad (2)$$

ここに、 $P(t)$ ：接触圧力、 $x$ ：局所座標、 $SA$ ：滑り領域、 $\mu$ ：摩擦係数、 $L$ ：相対変位。

上式を式(1)に代入すると、換算減衰力を得ることができる。

$$-F_{S_i}(t) \dot{\psi}_S \equiv \mu P_i(t) \int_{SA} |\dot{L}_{S_i}(x, t)| dx \quad (3)$$

すべり領域 $SA$ は継手部などの場合は外力の関数となり、支承変位などで変位拘束が全くない場合には、外力に無関係な一定領域となる。次に式(3)を具体的に摩擦に基づく各減衰要因に適用することを試みる。まず最初に簡単な例として、摩擦力およびすべり領域が一定で相対変位が基準座標と線形関係にある場合を考えると、換算減衰力は次式のようになる。

$$-F_{S_i}(t) = \beta S_i \cdot FR_i \quad (4)$$

ただし、 $A_i$ ：部材接触面積

$S_i$ ：振動モード形状および部材接触面の位置により決定される構造パラメータ

$FR_i (= \mu \cdot P_i \cdot A_i)$ ：接触面に働く全摩擦力

$$\beta = \begin{cases} 1 & (\psi_S > 0) \\ -1 & (\psi_S < 0) \end{cases}$$

上式は、 $S_i=1$ のとき固体摩擦力が働く1質点系の減衰力に一致する。

つぎに、たわみ1次振動での支承変位による換算減衰力を図3に示すような単純ばかりについて検討する。基準座標 $\psi$ を、スパン中央点の初期のつりあい状態からの鉛直変位として定義する。ただし、振動モード形状を正弦曲線と仮定し、また簡単のために初期たわみ曲線をも正弦曲線で近似する。このとき、振動中の支承の水平変位および支点反力は、近似的に次式で表される。



図3 支承変位図

$$L(t) = \frac{\pi h}{l} (\psi(t) + \psi_0) - \frac{\pi^2}{4l} (\psi(t) + \psi_0)^2 \quad (5)$$

$$R(t) = R_0 + EI \frac{\pi^3}{l^3} \psi(t) = P(t) \cdot A \quad (6)$$

ここで、 $l$ ：スパン長、 $\psi_0$ ：スパン中央初期変位

$h$ ：桁高の半分

$R(t)$ ：振動中の支点反力

$R_0$ ：初期支点反力

$A$ ：支承接触面積

支承接触面においては、すべりは均一で、すべり領域は接触面に一致すると考えられ、式(5),(6)を式(3)に代入すると次式が得られる。

$$-F_{ss}(t) = \mu_{ss} \cdot R_0 \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \{S_1 + (S_1 \cdot S_3 - S_2) \psi - S_2 \cdot S_3 \cdot \psi^2\} \quad (7)$$

ただし、 $S_1 = \frac{\pi}{1} (h - \frac{\pi}{2} \psi_0)$ ,  $S_2 = \frac{\pi^2}{21}$ ,  $S_3 = \frac{EI \pi^3}{R_0 l^3}$

$$\alpha = \begin{cases} 1 & (S_1 - S_2 \psi > 0) \\ -1 & (S_1 - S_2 \psi < 0) \end{cases}$$

また、支承回転による減衰効果については、その回転変位量は基準座標値に比例すると考えられ、後で示す式(9)の第5項に示すように、式(7)よりいくらか単純な形となる。ただし、実橋の振動試験におけるような微小な振幅においては、これらの減衰力は近似的に式(4)と同形とみなすことができる。

一方、上述したように、継手部の摩擦に関する換算減衰力は、その複雑さから式(1)によるモデル化は行わず、小西・山田<sup>7)</sup>の実験結果を参考に、多少強引ではあるが式(8)で表す。

$$-F_f(t) = \beta \cdot A_3 \cdot \psi^2(t) \quad (8)$$

ここで、 $F_f$ は継手部の摩擦に関する換算減衰力で、 $A_3$ は継手部の諸量に依存する定数である。

また、材料内部減衰、空力減衰に関する減衰力は、従来の取扱どおり、それぞれ速度に比例する項、速度の2乗に比例する項としてモデル化する。

以上の結果を基に得られた共振時の運動方程式を式(9)に、また微小振幅時の運動方程式を式(10)に示す。ただし、式(9)はかなりの大振幅を想定したもので、実橋においては式(10)で十分であると考えられる。その理由は、第4, 5, 6項は中立軸の変化、反力の変化を考慮したもので、他の項に比べて影響が小さく、大振幅時以外ではそれほど大きな影響を持たないと考えられるためである。

### 大振幅時

$$m_{eq} \ddot{\psi}_s + A_1 \dot{\psi}_s + \beta [A_2 \dot{\psi}_s^2 + A_3 \psi_s^2 + A_4 \alpha \{S_1 + S_2 \dot{\psi}_s + S_3 \psi_s^2\} + A_5 (1 + S_3 \psi_5) + A_6] + K \psi_s = P(t) \quad (9)$$

第1項 第2項 第3項 第4項 第5項 第6項

### 小振幅時

$$m_{eq} \ddot{\psi}_s + A_1 \dot{\psi}_s + \beta [A_2 \dot{\psi}_s^2 + A_3 \psi_s^2 + A_7] + K \psi_s = P(t) \quad (10)$$

$$\text{ただし, } S'_2 = S_1 \cdot S_3 - S_2$$

$$S'_3 = -S_2 \cdot S_3$$

A1～A6:各減衰要因の影響度により決定されるパラメータ

第1項…粘性減衰力項

第2項…空気力項

第3項…継手部の摩擦に関する項

第4項…支承水平変位摩擦に関する項

第5項…支承回転変位摩擦に関する項

第6項…第5項において接触圧力が一定の場合

表1 シミュレーションに用いた諸量

項目	採用値
入力周波数	30.0 (rad/sec)
システム固有振動数	30.0 (rad/sec)
スパン長	2.4 (m)
折高	0.12 (m)
支点反力	8.7 (kg)
曲げ剛性	132.0 (kg·m <sup>2</sup> )
スパン中央初期変位	0.018 (m)

式(9)の妥当性を検討するために、Runge-Kutta法により減衰自由振動のシミュレーションを行った。シミュレーションに用いた構造諸元を表1に示す。式(9)においては多数のパラメータがあるため、これらのうち

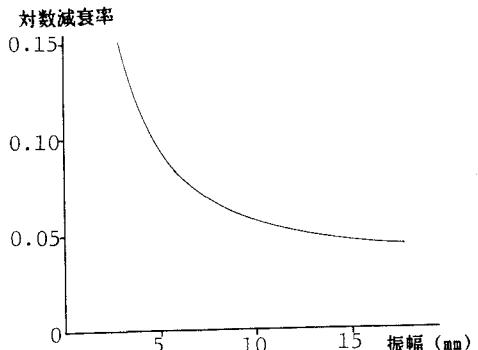


図4 シミュレーションにおける対数減衰率と振幅の関係  
( $A_1=0.1, A_3=520, A_5=0.0956$ )

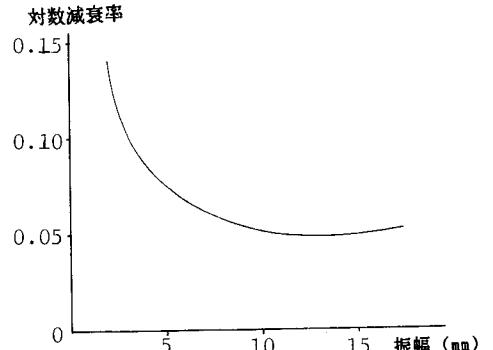


図5 シミュレーションにおける対数減衰率と振幅の関係  
( $A_1=0.1, A_3=1050, A_5=0.063$ )

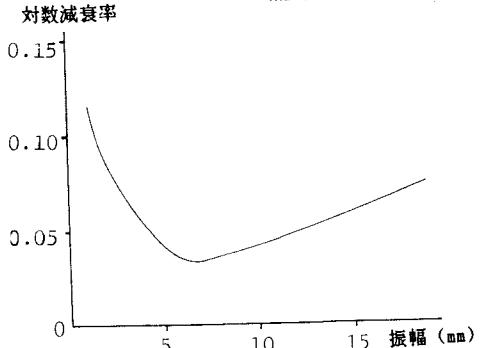


図6 シミュレーションにおける対数減衰率と振幅の関係  
( $A_1=0.1, A_3=1600, A_5=0.0317$ )

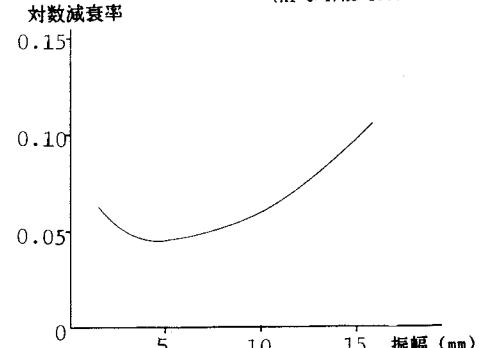


図7 シミュレーションにおける対数減衰率と振幅の関係  
( $A_1=0.1, A_3=3200, A_5=0.0158$ )

代表的な特性を示す第1項、第3項、第5項に関する減衰特性的傾向について検討した。式(9)において、第1項は振幅に依存しない線形の減衰力であり、それに対し第3項は、その減衰効果が振幅に比例する減衰力、第5項は振幅に反比例する減衰力となつていて、以下においては、1. で述べたように、これらの減衰力を粘性減衰力、高次減衰力、低次減衰力と呼ぶ。これらの項の係数である  $A_1, A_3, A_5$  の値を変化させた場合の減衰特性の振幅依存性を、対数減衰率を用いて図4～図7に示す。図4, 5の場合は、高次の減衰効果が低次の減衰効果に比べ、より卓越するように  $A_1 \sim A_5$  の値を決めている。これに対し、図6, 7の例では高次の減衰効果が卓越するように  $A_1 \sim A_5$  を決めている。これらの図から自由振動のシミュレーション波形が、このパラメータ条件を正確に反映しており、図4, 5では振幅が小さいときに減衰が大きく、図6, 7では振幅が大きくなると減衰が大きくなるという傾向が確認できる。

図8 高次減衰力と位相差の関係 図9 低次減衰力と位相差の関係

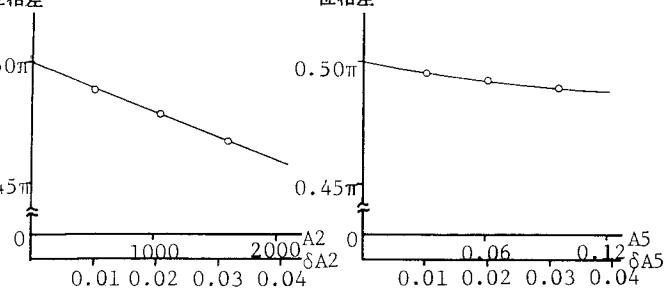


図8 高次減衰力と位相差の関係 図9 低次減衰力と位相差の関係

### 3. 系の位相特性に着目した減衰評価尺度

システムの位相特性を表現する種々の方法を検討する前に、まず式(9)で表現されたシステムの入力と出力の位相差について考察する。ここでは位相差を、出力が進む方向を正とし、 $0 \sim 2\pi$  の範囲で定義した。なお以下のシミュレーションにおいては、すべて表1に示すような諸量を用い、正弦波入力が作用した共振状態での動特性について、特徴的な特性を示す第1項、第3項、第5項を対象に検討を加える。図8、図9ではシステム

全体の減衰値を一定に保ち、図8においては高次減衰力と粘性減衰力の比率を、図9においては低次減衰力と粘性減衰力の比率を変化させた時の位相差の変化を示している。ただし図中の $\delta A_2$ 、 $\delta A_5$ はパラメータに対応する減衰力項の効果を対数減衰率に置換したものである。図から明らかのように粘性減衰力のみが働いている場合、入力と出力は1/4周期の位相差が生じているのに対し、低次および高次の減衰力が働いている場合には、位相差に変化が生じる。このことは、高次減衰力、低次減衰力が、入力とは全く異なった時間特性を持って系に作用していることより説明することができる。このように卓越する減衰力の特性により、系の位相特性が変化しており、このことに着目することにより、新たな減衰評価尺度を得る可能性があると考えられる。そこで表2に示すような異なった減衰特性を持つ系に対し、位相特性の相違をより顕著に表す方法を見出すことを試みる。ただし、ここで系の位相特性とは、式(9)を対象とする場合、変位、速度、加速度、時刻tまたは入力を軸とする4次元空間における解の挙動を意味するものである。

しかし、このような位相特性の簡便な表現方法を考える場合、多次元的な解の挙動をなんらかの形で2次元の平面上で記述することが望ましいと考えられる。よって以下においては、このような平面図を一般に位相図と呼び、それらに対象をしづら検討を加えることとする。

運動方程式の各項のつりあい状態の時間的变化に着目し、入力および慣性力と復元力の和から構成される位相図について検討する。減衰力と

して粘性減衰力のみが働いている系の共振振動時においては、前述のように粘性減衰力は入力に対し全く逆の位相を有した正弦波となることから、図10に示すように横軸は常に0となり、一周期を通じ常に慣性力と復元力はつりあい状態を保つ。ところが、図11では速度と同一の位相を持たない減衰力が働くことにより、慣性力と復元力のつりあいは保たれない。このことを、簡単のためにクーロン減衰力のみが減衰力として働く式(11)で表される系を用いて説明する。

$$\ddot{x} + n^2 x = P_0 \cos \omega t - \beta A_c \quad (11)$$

ただし、 $\beta = \begin{cases} 1 & (x>0) \\ -1 & (x<0) \end{cases}$   $A_c$ ；個体摩擦力を等価質量で除した値

このような系においては、図12(b)のように、非線形項の影響により多少ずれるものの、速度波形は入力に

表2 シミュレーションにおける  
設定減衰特性に関する一覧表

ケース名	A1 値	A2 値	A3 値	A5 値
SLIP 1	0.4 (0.04)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.032 (0.01)
SLIP 2	0.3 (0.03)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.063 (0.02)
SLIP 3	0.2 (0.02)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.940 (0.03)
JOINT 1	0.4 (0.04)	520.0 (0.01)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)
JOINT 2	0.3 (0.03)	1500.0 (0.02)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)
JOINT 3	0.2 (0.02)	1600.0 (0.03)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)
J.S. 1	0.1 (0.01)	520.0 (0.01)	0.0 (0.0)	0.094 (0.03)
J.S. 2	0.1 (0.01)	1050.0 (0.02)	0.0 (0.0)	0.063 (0.02)
J.S. 3	0.1 (0.01)	1600.0 (0.03)	0.0 (0.0)	0.032 (0.01)

( ) 内はシミュレーション時の振幅における対数減衰率での換算値を表す。

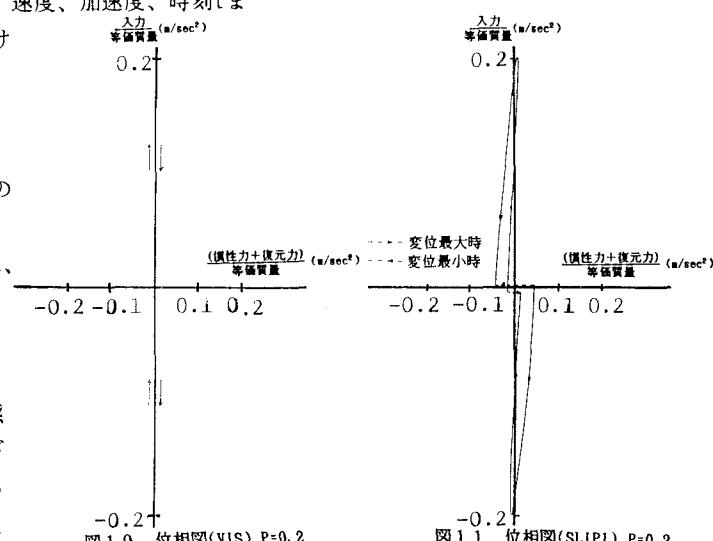


図11 位相図(SLIP1) P=0.2

して粘性減衰力のみが働いている系の共振振動時においては、前述のように粘性減衰力は入力に対し全く逆の位相を有した正弦波となることから、図10に示すように横軸は常に0となり、一周期を通じ常に慣性力と復元力はつりあい状態を保つ。ところが、図11では速度と同一の位相を持たない減衰力が働くことにより、慣性力と復元力のつりあいは保たれない。このことを、簡単のためにクーロン減衰力のみが減衰力として働く式(11)で表される系を用いて説明する。

対しほぼ $180^\circ$ の位相差をもち、これに対応して、クーロン減衰力は、図12(c)に示すような時間特性をもつて入力に抵抗することとなる。クーロン減衰力と入力のつりあい状態は図12(d)のようになり、クーロン減衰力が入力に対して過大に抵抗する部分（横線で示す）と過小に抵抗する部分（縦線で示す）が生じる。その結果、図12(e)で示すような慣性力と復元力の不均衡が生じることになる。図12(e)の横線部は減衰力の大きさに相当し、ここでは一定の値となっている。また原点付近の不連続点は、速度の正負が逆転する時刻に対応し、それに伴う減衰力の方向の逆転により生じる。ただし実際の構造物においては、モード形状の乱れなどによる緩衝効果により、エネルギー逸散現象が生じている地点からはなれた地点においては、このような明確な不連続性は表れていないことが予想される。

以下、システムの減衰特性を変化させた場合の不均衡性を図11と図13を用いて、個々の減衰力について検討する。図11は低次減衰力について、図13は高次減衰力について、その減衰効果と全体の減衰値との比率を変化させ、それぞれの影響を比較した形となっている。図11と図13における低次減衰力と高次減衰力の減衰効果は、両者を比較するためにほぼ同等としている。これらを比較すると、復元力と慣性力の不均衡性は、同等の減衰効果を示す場合においても、高次減衰力が働いているシステムのほうが、低次減衰力の場合に比べ顕著である。また図11においては、直線的な変化がみられるのに対し、図13においては、曲率が生じている。これは、高次減衰力の大きさが変位の2乗に比例して変化していることによると考えられ、これらの図が両者の減衰力の特性を、特徴的に表現していることがわかる。

つぎに、低次減衰力および高次減衰力の働く系の位相特性が、振幅が変化したときどのような挙動を示すかを調べるために、低次減衰力に関しては、図11に対し応答振幅を $1/10$ に調整し、その位相特性を図14に示した。また高次減衰力に関しては、入力を $1/2$ にえた場合の位相特性を図15に示した。図11, 14から低次減衰力の卓越する系においては、粘性減衰の効果の相対的な減少により、振幅の大小にかかわらず直線的な変化の傾向が見られるが、不連続点での曲線の横軸に関する座標値はそれぞれ一致しており、振幅には無関係な特性値となっている。図

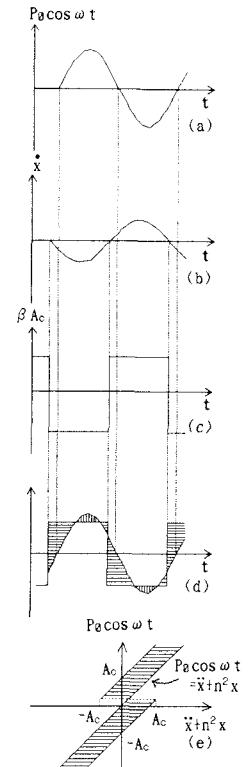


図12 位相の変化

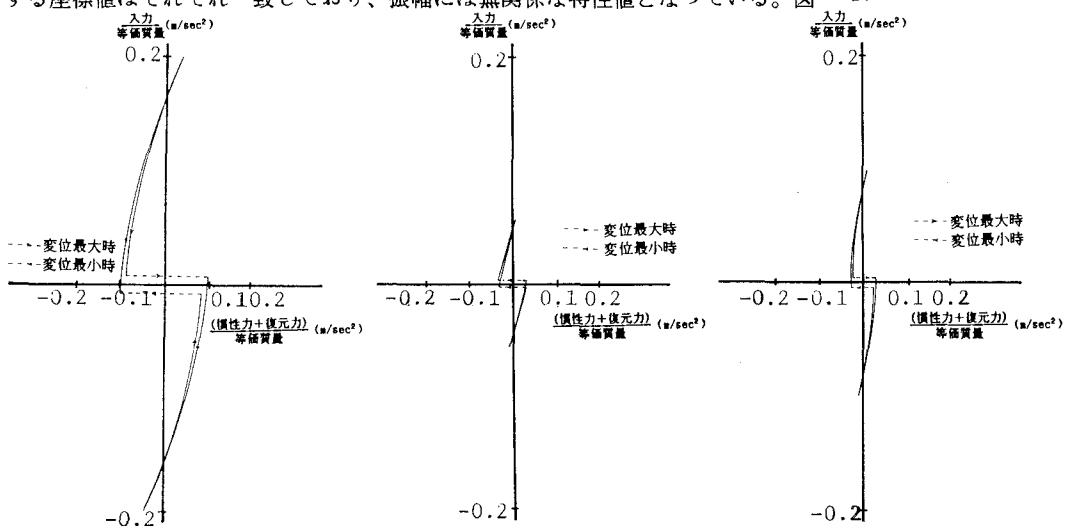


図13 位相図(JOINT1)  $P=0.2$

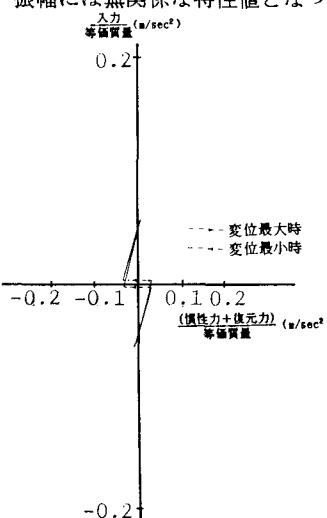


図14 位相図(SLIP1)  $P=0.057$

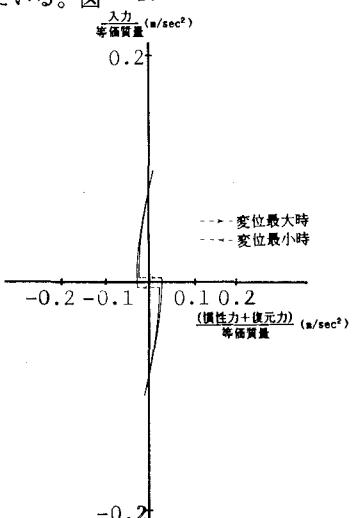


図15 位相図(JOINT1)  $P=0.1$

13, 15に示すように高次減衰力に関する振幅には無関係な特性値としては、位相差の相違により多少の変化はあるが、解軌跡の曲率がある。これらのことから、式(9)を満足する系においては、上述のような解軌跡の全体的な傾き、曲率などの形状より、低次減衰力、高次減衰力の影響を推測することができると考えられる。しかしながら、現実には、式(9)に含まれない減衰力も、実橋の位相特性に影響を与えると考えられ、上述のような評価方法が必ずしも現実に近い結果を与えるとは言い難い。よって実橋の位相特性に関する実測データを蓄積し、それらから得られた位相曲線の形状の相互比較を行う方が、より現実的であると考えられる。このような方法により実橋の減衰特性の定性的評価を行う場合、図11と図13～図15に示したような典型的な位相曲線のパターンに関する情報が重要であると考えられる。

表3 想定実橋諸元

項目	想定値
スパン長	50.0 (m)
支点高さ	0.25 (m)
固有振動数	565.0 (Hz)
反応力	2.0 (Hz)

#### 4. 拡張カルマンフィルターを用いたパラメータの推定

ここでは、式(9)、式(10)で与えられる非線形システムのパラメータを拡張カルマンフィルターを用いて直接推定することを、シミュレーションおよび模型実験を用いて試みる。まずシミュレーションによる同定精度の検証について述べる。

式(9)、(10)はかなり複雑な構造を有しており、また同定すべきパラメータも多数ある。そこで、換算質量および剛性は、従来の線形システムを用いることにより推定し、その後それらの値を既知量として式(9)、(10)を用い各減衰力項のパラメータを推定する方法を用いる。また前節で述べたように、対象を実橋に置く場合その運動方程式としては、式(10)を用いることが妥当と考えられ、式(10)のパラメータ同定においては表3に示すように50m程度の桁橋を想定し、適当な諸量を与えた。また式(9)のパラメータ同定は、模型振動試験の解析精度の検討を目的とし、第2項、第6項を除き、表1に示す諸量をもとに検討を加えた。同定結果を表4に示す。図中( )内の数字はシミュレーションを行うために与えたパラメータの値を示す。雑音を全く付加しない場合

は、両者においてかなり精度のよい同定結果を得ている。また表には示さなかつたが、かなり広範囲の初期値に対応することができた。観測値にガウス白色雑音を付加した場合においても、比較的良好な同定結果を得ている。しかし、初期値の許容範囲は、ノイズのない場合に比べ、かな

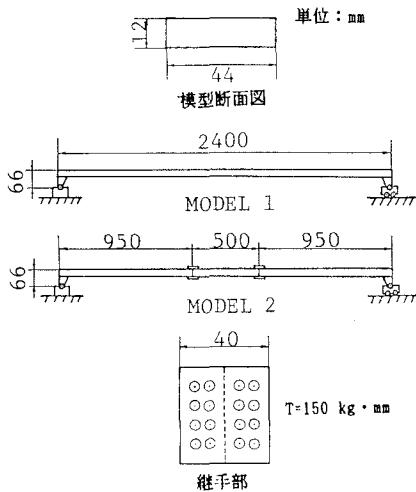


図16 模型一般図

表4 シミュレーション波形による同定結果  
1) 式9を対象

	同定結果				総合
	A1	A2	A4	A5	
NO.1	0.05 ( 0.05 )	497.6 ( 500.0 )	0.204 ( 0.2 )	0.029 ( 0.03 )	0 %
	0.043 ( 0.05 )	425.0 ( 500.0 )	0.194 ( 0.2 )	0.028 ( 0.03 )	
NO.2	0.05 ( 0.05 )	497.6 ( 500.0 )	0.204 ( 0.2 )	0.029 ( 0.03 )	3 %
	0.043 ( 0.05 )	425.0 ( 500.0 )	0.194 ( 0.2 )	0.028 ( 0.03 )	

2) 式10を対象

	同定結果				総合
	A1	A2	A3	A7	
NO.3	0.05 ( 0.05 )	0.0002 ( 0.00023 )	49.8 ( 50.0 )	0.0593 ( 0.1 )	0 %
	0.088 ( 0.05 )	0.000 ( 0.00023 )	0.000 ( 50.0 )	0.0593 ( 0.1 )	
NO.4	0.05 ( 0.05 )	0.0002 ( 0.00023 )	49.8 ( 50.0 )	0.0593 ( 0.1 )	5 %
	0.088 ( 0.05 )	0.000 ( 0.00023 )	0.000 ( 50.0 )	0.0593 ( 0.1 )	

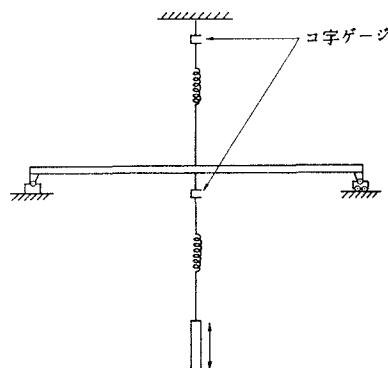


図17 実験装置

り狭くなってしまっており、ある程度の諸パラメータに対する先駆情報が必要であると考えられる。しかし、全体の減衰値は、実橋においても通常の方法で簡単に推定することができ、それを知ることにより、諸パラメータのとり得る値の範囲を推測することができるため、問題は少ないと考えられる。

次に、模型実験により拡張カルマンフィルターの同定の検証を行った。模型および実験装置は図16、図17に示す。本実験は、拡張カルマンフィルターにおける各減衰要因の効果の分離度を支承部および継手部の減衰効果を変化させることにより検討した。具体的には、支承部の減衰は、桁橋に付加質量を与え、支点反力を変化させ、継手部においては、一部のボルトの締付けトルクを解放した。実験ケース名および実験条件を表5にまとめて示す。このような実験条件のもとに、拡張カルマンフィルター法によりシステム同定を行うことを目的とした強制振動実験およびその同定精度の検討を目的とした自由振動試験を行った。

本実験条件においては、式(9)中の空力減衰は極めて微小であると考えられる。また第4項と第5項の分離が、解析において十分ではなかったため、Case1～Case3については、以下に示す式(12)を、Case4～Case5については、式(13)を用いることにより、それぞれの減衰特性の評価を行った。ただしこの場合、換算質量としては実測値を、固有振動数は粘性減衰力項を用いた通常の線形システムにより推定した値を用いた。

$$m_{eq} \ddot{\psi} + A_1 \dot{\psi} + \beta \cdot A_5 (1 + S_3 \psi_r) + K \psi_s = P(t) \quad (12)$$

$$m_{eq} \ddot{\psi} + A_1 \dot{\psi} + \beta \cdot \{A_3 \psi^2 + A_5 (1 + S_3 \psi_r)\} + K \psi_s = P(t) \quad (13)$$

表5 実験条件一覧表

ただし、 $\psi$ :つりあい状態からのスパン中央鉛直変位

$A_1, A_3, A_5$ :同定すべき減衰特性パラメータ

$S_3$ :構造パラメータ

$P(t)$ :入力

ケース名	相端附加重量	継手条件
Case1	0.0 ( Kg )	—
Case2	1.905 ( Kg )	—
Case3	3.175 ( Kg )	—
Case4	3.175 ( Kg )	トルク開放なし
Case5	3.175 ( Kg )	トルク開放あり*

強制振動試験から得られた各項のパラメータの推定結果をもとに自由振動波形を推定した結果と、実測の自由振動波形を各実験条件において比較した結果を、図18, 19に示す。ただし、ここでは代表的なケースとしてCASE1とCASE5のみを示している。これらの図から拡張カルマンフィルターによる推定結果が各ケースの減衰特性の非線形性にほぼ追隨しており、妥当な結果となっていることがわかる。

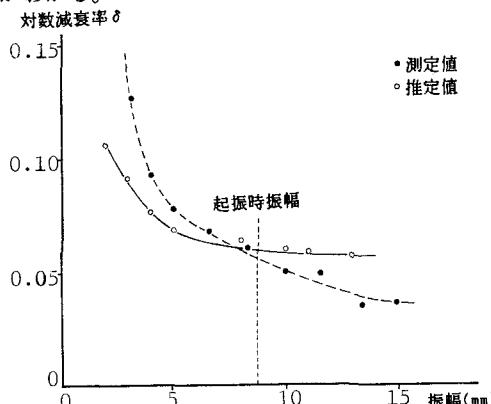


図18 自由振動波形による同定結果の検証(CASE1)

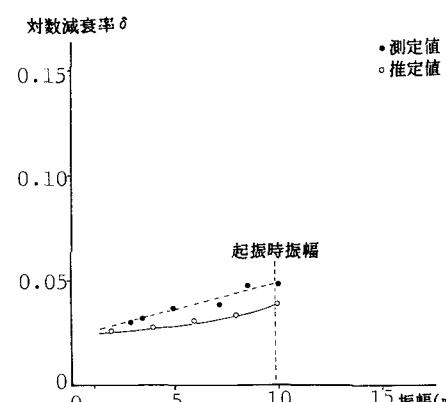
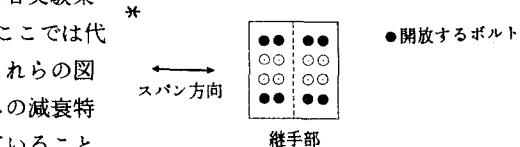


図19 自由振動波形による同定結果の検証(CASE5)

## 5. あとがき

本研究においては、実橋の減衰特性をより正確に評価することを目的として、各減衰要因の影響をより現実的な形で運動方程式に導入することを試みた。さらにこのモデルに基づいて、位相特性に注目することにより、新たな減衰評価尺度を見出すことを試みた。その結果、慣性力と復元力の和と入力からなる位相図は、式(9)を用いたシミュレーションの段階においては、減衰特性の相違に対し明確な傾向の違いを示すことがわかった。実際においても、強制振動時の変位および加速度が同時に精度よく測定されている場合、その減衰特性の相違が位相図の形状の変化として評価できる可能性があると考えられる。しかしながら、実橋における減衰要因は種々雑多であり、実測データから得られる位相図は、シミュレーションで得られた位相図とはかなり異なった形状を示す可能性があり、実測データの蓄積が待たれる。

また、上記のモデル式に基づく減衰評価方法として拡張カルマンフィルターにより直接パラメータを推定する方法をシミュレーションおよび模型実験により検討した結果、ほぼ妥当な結果を得ることができた。現段階においては、実橋への適用性が確認されるに至っていないが、上述のような手法を用い、実橋の減衰特性をより精度よく評価するためには、実橋振動試験において、強制振動時の入力波形および出力波形として、変位波形、加速度波形を同時に精度よく測定されることが望まれる。また、このようにして得られた実橋のより精度の高い動特性の推定結果は、緒論でも述べたように、大振幅時の動的挙動の推定の他に、種々の動的問題に応用することができると考えられる。その例として、まずアクティブコントール<sup>8)</sup>への応用があげられる。このような問題においては、構造物の位相特性が大きな影響を与える可能性があると考えられ、その解析に簡単な線形モデルのみを用いることは不十分であると考えられる。よって、式(12)に示すようなより現実的なモデルを用いることにより、より精度の高い解析結果を得ることが期待できる。また、2番目の例として、損傷度解析への応用があげられる<sup>9)</sup>。橋梁の損傷度と減衰値との相関性は、損傷が進めば減衰も大きくなるといった大略的な傾向は一般に指摘されているものの、十分な形では把握されるには至っていない。例えば、継手部が損傷を受け、接合部材間の圧力が低下した場合、継手部の減衰効果が増大することが推測されるが、可動支承が損傷を受け、その機能を失った場合、支承部の減衰効果は大きく減少すると考えられる。このように損傷度と各減衰要因は、それぞれ異なる関係を有していると考えられ、これらが現状においては全体としてしか評価されていないことが、損傷度と減衰特性との相関性の十分な把握に至らない原因の一つと考えられる。よって式(10)のように各減衰要因をある程度分離した形で評価することにより、このような相関性がより明確となる可能性があり、実橋の損傷度を推定する上で一つの手がかりとなることが期待される。

## 参考文献

- 1) 佐藤力：“非線形振動論”，基礎物理学シリーズ2，朝倉書店，1970
- 2) 伊藤学，片山恒雄：“橋梁構造の振動減衰”，土木学会論文集，117号，PP12-22, 1965
- 3) 片山徹：“応用カルマンフィルター”，朝倉書店，1983
- 4) 有本卓：“カルマンフィルター”，産業図書，1983
- 5) 星谷勝，斎藤悦郎：“線形多自由度系の動特性の推定”，土木学会論文集，第334号PP289-298, 1984
- 6) 山田善一，河野健二：“動的応答解析に及ぼす減衰マトリックスの影響に関する研究”，土木学会論文集，第334号PP43-52, 1983
- 7) 小西一郎，山田善一：“鋼桁の振動減衰について”，京都大学工学研究所彙報，Vol 9, pp9-10, 1956
- 8) 古川浩平，竹宮宏和，山田善一：“変位制御ダンパーを有する多径間連続高架橋の最適耐震設計”，土木学会論文集，第341号PP51-57, 1984
- 9) 加藤雅史，島田静雄：“振動測定による既存構造物の診断調査、第29回構造工学シンポジウム講演概要集”，pp35-42, 1983

(1987年10月16日)