

低速度衝撃力によるコンクリート床版の動的応答

Dynamic Response of Concrete Slab due to Low-Velocity Impact Force

三上 敬司* 吉田 紘一** 松岡 健一*** 能町 純雄****

By Takashi Mikami, Kouichi Yoshida, Ken-ichi Matuoka, Sumio Nomachi

This research is concerned about the impact force in rock fall protection structures (e.g. rock-shed) struck by falling rock or ship collision into a bridge.

We analyze theoretically the dynamic response of infinite plate subjected to low-velocity impact force and results are referred to impact tests performed by using a steel sphere impinging on rubber sheet which is set on the surface of reinforced concrete slabs at the civil engineering research institute of Hokkaido Development Bureau.

Authors compare the test results with theoretical method taking Hertzian contact deformation of the plate and impactor into account. Authors propose the rubber used in the tests as a spring model, in so doing, those results found comparatively are in good agreement with measured results.

1. まえがき

最近、各種構造物に対する衝撃力に関しては、多くの研究者によって実験及び理論的な解析が行なわれている。金沢大学の吉田らは^{1)、2)}、落石がサンドクッション材上に鉛直落下する場合の衝撃加速度及びサンドクッション材中を伝播し、落石覆い構造物に及ぼす衝撃土圧やその分布について、落石質量・形状・落下高さを変化させて、数多くの落下衝撃実験結果を報告している。さらに、実験結果より落石の衝撃力特性及び落石覆工屋根の挙動を実験的に明らかにし、モデル化した衝撃荷重を落石覆工屋根に用いて動的応答解析を行ない、設計のための衝撃係数の提案を行なっている。藤井、宮本らは^{3)、4)}、ソフトな衝撃荷重を受けるコンクリート部材に関する力学的挙動及び耐衝撃性について直交異方性弾塑性モデルを用いた有限要素モデル解析をNewmark- β 法を併用して鉄筋コンクリート(RC)部材の衝撃問題に適用し、実験結果と対比させて基本的な力学的挙動特性の検討を行なっている。電力中央研究所においては^{5)、6)}、土木構造物をRC-beam、RC-slab、RC-ドーム等のモデル化を行ない、窒素ガスを用いたハンマーの衝撃実験装置を用いて構造物の耐衝撃性及び衝撃力についての検討を行なっている。北海道開発局土木試験所では^{7)、8)}、図-1(a)、(b)に示したように、支持条件が両端固定、他端自由である3090×1900×100mmの鉄筋コンクリート版上の

-
- * 工修 専修大学北海道短期大学助教授 土木科 (〒079-01 美瑛市光珠内町)
 - ** 工修 北海道開発局稚内開発建設部 土木次長 (〒097 稚内市大黒四丁目11-16)
 - *** 工博 室蘭工業大学教授 工学部土木工学科 (〒050 室蘭市水元町27番1号)
 - **** 工博 日本大学教授 生産工学部土木工学科 (〒275 習志野市泉町1-2-1)

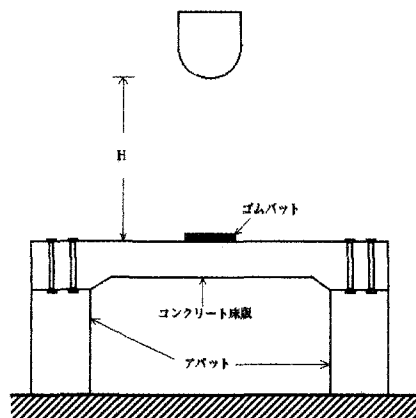
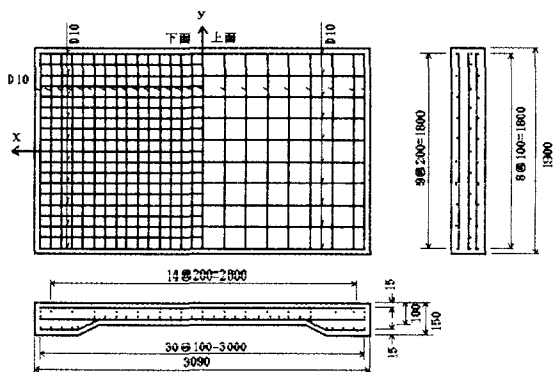


図-1 (a) 北海道開発局土木試験所実験で使用したR/Cの寸法と鉄筋の配置図(単位:mm)

図-1 (b) この実験における落下衝撃実験装置

載荷位置に緩衝材として100×100×3mmのゴム板を設置し、このゴム板へ重錘を落下高さ10~160cmまで10cm間隔で落下させ、衝撃荷重を受ける鉄筋コンクリート版の応答性状や破壊機構を解明するための基礎的実験を行なっている。

衝撃関係の理論解析において、著者らは^{9)、10)}、吉田らが行った落下衝撃実験におけるサンドクッション材をバネとダッシュボットで構成された仮想質量を設けた四要素モデルとして理論解析を行ない、実験値と比較検討を行なっている。岩崎らは^{11)、12)}、平板、はり、ラーメン等が衝撃荷重を受ける場合の理論解析を行なっている。Shivakumarらは¹³⁾、複合材料でできた円盤上に低速度で衝撃力を作用させた場合の理論解析をエネルギー法を用いた方法(E-B model)、接触バネを用いたバネ-質量モデル(S-M model)として解析を行ない、さらに、Grezczukの理論解¹⁴⁾と比較検討を行なっている。Phillipsらは¹⁵⁾、粘弾性版上へ剛球を落下させた場合の衝撃力に関して Hunter¹⁶⁾による線形粘弾性部材に対する運動方程式を有限差分法を用いて数値解析を行ない、ポリメチルメタクリライト上に鉄球を衝突させたボール跳ね返り衝撃実験と比較検討を行なっている。

本研究では、図-2に示したようにゴムの緩衝効果を考慮し、無限版上にバネを設けたモデルとして弾性理論の範囲以内でこの落下衝撃実験の理論解析を行ない、本理論値、実験結果そしてHertzの接触理論¹⁷⁾を用いた理論値との比較検討を行なった。

2. 理論解析

図-2のように本論では、密度 ρ_1 、ポアソン比 ν_1 、弾性係数 E_1 、厚さ d の無限版上にバネ定数 k をもつバネを設置して、このバネ上へ質量 M の重錘を高さ H から落下させた場合の衝撃力 P を求める。半径方向 r 、円周方向 θ とし、無限版の中立軸の鉛直変位 δ とした場合の平板の振動方程式¹⁸⁾は、次式となる。

$$\rho_1 d \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + D \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] \delta = P \quad \dots \dots (1)$$

ただし、剛度： $D = E_1 d^3 / 12 (1 - \nu_1^2)$

(1) 式にLaplace変換を施し、さらに、中立軸の変位 $\delta = r J_0(r \xi)$ と置いた式を r に関してHankel

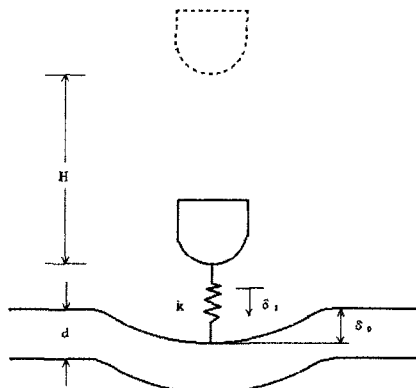


図-2 本理論モデル

変換を施すと、次式となる。

$$J_0 \{L[\delta]\} = \frac{L[P]}{2\pi D \left(\xi^4 + \frac{\rho_1 d}{D} s^2 \right)} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、s は Laplace 演算子であり、L [f] は Laplace 変換記号である。Hankel 変換式は、(2)' 式に示すような r に関する無限積分を $J_0 \{f\}$ と置いた形となる。

$$J_0 \{L[\delta]\} = \int_0^\infty L[\delta] r J_0(r\xi) dr \dots\dots\dots (2)'$$

(2) 式を ξ について Hankel 逆変換^{19), 20)} すると、中立軸に関する変位と衝撃力の関係式となる。ただし、kei (f) は Kelvin 関数である。

$$L[\delta] = \frac{L[P]}{2\pi D} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho_1 d}{D}}} \cdot \text{kei} \left(4 \sqrt{\frac{\rho_1 d}{D}} \sqrt{s} r \right) \dots\dots\dots (3)$$

無限版の中心位置 $r=0$ での中立軸の鉛直変位 δ_0 は次式となる。

$$L[\delta_0] = \frac{L[P]}{8 \sqrt{\rho_1 D d} s} = \frac{L[P]}{s a} \dots\dots\dots (4)$$

ただし、 $a = 8 \sqrt{\rho_1 D d}$ とする。

I) 無限版上への落下衝撃

図-3 に示したように、剛体を無限版へ落下させた場合の中立軸の変位 δ 、球底剛体による無限版の局所変位 w とした場合の剛体の運動方程式は次式となる。

$$M \left[\frac{d^2 \delta_0}{dt^2} + \frac{d^2 w}{dt^2} \right] + P = 0 \quad (5)$$

初期条件を $t=0$ で初速度 $v_0 = \sqrt{2gH}$ (g : 重力加速度) として (5) 式を Laplace 変換すると、次式ようになる。

$$Ms^2 (L[\delta_0] + L[w]) + L[P] = Mv_0 \dots\dots\dots (6)$$

半径 r 、弾性係数 E_0 、ポアソン比 ν_0 である球底剛体が、密度 ρ_1 、弾性係数 E_1 、ポアソン比 ν_1 である平板へ落下させた場合の力と変位との関係は、Hertz の接触理論¹⁷⁾ を用いると次のように局所変位 w は次式となる。

$$w = k P^{\frac{1}{3}} \dots\dots\dots (7)$$

ここで、

$$k = \left[\frac{9\pi^2 (k_0 + k_1)^2}{16R} \right]^{-\frac{1}{3}}, \quad k_0 = \frac{1 - \nu_0^2}{\pi E_0}, \quad k_1 = \frac{1 - \nu_1^2}{\pi E_1}$$

(4)、(7) 式を (6) 式に代入し、Laplace 逆変換²¹⁾ すると衝撃力 $P(t)$ に関する非線形積分方程式となる。

$$k P^{\frac{2}{3}}(t) + \frac{1}{a} \int_0^t P(\tau) d\tau + \frac{1}{M} \int_0^t P(\tau) (t - \tau) d\tau = v_0 t \dots\dots (8)$$

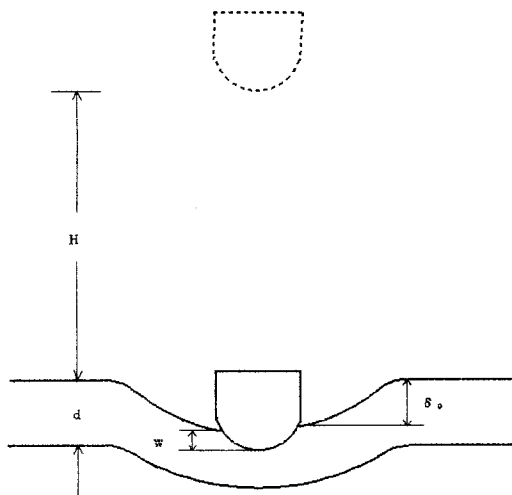


図-3 Hertz 接触理論によるモデル

II) 無限版上のバネモデルへの落下衝撃

図-2に示したように、質量Mをもつ剛体をバネ上へ落下させた場合のバネの変位 δ_1 、衝撃力Pとすると、剛体の運動方程式は次式となる。

$$M \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} + P = 0 \quad \dots \dots \dots (9)$$

衝撃力とバネ定数kをもつバネとの力の釣合式は、次式となる。

$$P = k (\delta_1 - \delta_0) \quad \dots \dots \dots (10)$$

初期条件を $t=0$ で初速度 $v_0 = \sqrt{2gH}$ (g :重力加速度)として、(9)、(10)式をLaplace変換すると、次式となる。

$$L[P] = \frac{M v_0}{s^2 + 2\alpha \omega s + \omega^2} \quad \dots \dots \dots (11)$$

さらに、(11)式を用いて Laplace 逆変換^{21), 22)}を施すと、次式のような衝撃力が求められる。

$$P = \frac{M v_0 \omega}{\sqrt{1 - \alpha^2}} \exp(-\alpha \omega t) \sin(\sqrt{1 - \alpha^2} \omega t) \quad \dots \dots \dots (12)$$

ところで、 $k/M = \omega^2$ 、 $a/M = \omega_0$ 、 $k/a = 2\alpha \omega$ 、 $\alpha = \omega/2\omega_0$

III) 無限版の衝撃曲げモーメント

(2)式をLaplace逆変換し、さらに ξ についてBessel逆変換²³⁾をすると、衝撃力を受ける版の中立軸の変位は次式となる。

$$\delta = \frac{1}{2\pi \sqrt{\rho_1 d D}} \int_0^t P(\tau) \int_0^\infty \frac{J_0(\xi r)}{\xi} \sin \left\{ \sqrt{\frac{D}{\rho_1 d}} \xi^2 (t - \tau) \right\} d\xi d\tau \quad \dots \dots (13)$$

版の半径方向の曲げモーメント²⁴⁾は、次式となる。

$$M_r = -D \left[\frac{d^2 \delta}{dr^2} + \nu_1 \frac{d\delta}{r dr} \right] \quad \dots \dots \dots (14)$$

(13)式に(12)式を代入すると衝撃力を受けた場合の半径方向の曲げモーメントは、次式のように求められる。

$$M_r = \frac{\gamma_a}{2\pi} \int_0^t P(\tau) \int_0^\infty \left\{ \xi J_0(r\xi) + \frac{\nu_1 - 1}{r} J_1(r\xi) \right\} \times \sin \left\{ \gamma_a \xi^2 (t - \tau) \right\} d\xi d\tau \quad \dots \dots \dots (15)$$

ところで、

$$\gamma_a = \sqrt{\frac{D}{\rho_1 d}} \quad \text{である。}$$

III') 衝撃力を三角形パルスと仮定した場合の衝撃曲げモーメント

(15)式は ξ に関する無限積分であり解は存在するが、 τ に関しては衝撃力 $P(\tau)$ が数値的に与えられているので、数値積分をして求めるしかない。その際に $r=0$ のところに集中衝撃力として作用するために $r=0$ での衝撃曲げモーメントは無限大となり、さらに時間 t についての積分に関しては $t=0$ で無限大となり、数値計算処理上で非常に計算が難しくなる。従って、本論では、図-4で示したように、バネモデルでの衝

撃力と時間との関係、実験で求めた衝撃力と時間との関係より、近似的に三角形と見なせるので、衝撃荷重を時間 $t=t_1$ で最大衝撃力 $P=P_1$ に達し、 $t=t_2$ で衝撃力が $P=0$ となる三角形パルスと仮定した。ただし、本論では、実験で生じた第2ピークの衝撃力はそれほど大きな衝撃力となっていないので無視することにする。この衝撃荷重を無限版に作用させた場合の衝撃曲げモーメントを次のように求めることにする。

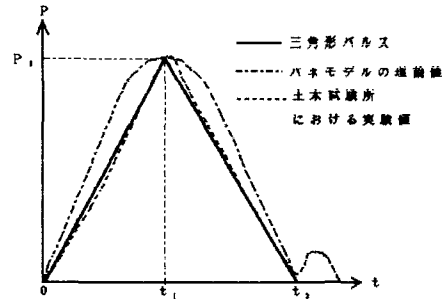


図-4に示したように時間区分における衝撃力は、以下に示すとおりである。

図-4 三角形パルスと仮定した場合の衝撃荷重

$$\left. \begin{array}{ll} \text{a) } t < 0 & P(t) = 0 \\ \text{b) } 0 \leq t \leq t_1 & P(t) = \frac{P_1}{t_1} t \\ \text{c) } 0 \leq t \leq t_2 & P(t) = \frac{P_1(t_2 - t)}{t_2 - t_1} \\ \text{d) } t > t_2 & P(t) = 0 \end{array} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

(15) 式に (16) 式を代入してそれぞれの時間範囲で時間 τ に関して積分すると、Duhamel 積分型の衝撃曲げモーメントは、(17) ~ (19) 式で与えられる。

$$\begin{array}{ll} \text{a) } t < 0 & : M_r = 0 \\ \text{b) } 0 \leq t \leq t_1 & \end{array}$$

$$M_r = \frac{P_1}{2\pi t_1} \int_0^\infty \left\{ \frac{1}{\xi^2} \left[t - \frac{1}{\gamma_a \xi^2} \sin(\gamma_a t \xi^2) \right] \right\} \times \left\{ \xi J_0(r\xi) + \frac{\nu_1 - 1}{r} J_1(r\xi) \right\} d\xi \quad \dots (17)$$

$$\text{c) } 0 \leq t \leq t_2$$

$$M_r = -\frac{P_1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{1}{\xi^2} \left[\frac{t_2 - t}{t_2 - t_1} + \frac{1}{\gamma_a \xi^2 t} \left\{ \frac{t_2}{t_2 - t_1} \sin\{\gamma_a(t - t_1)\xi^2\} + \sin(\gamma_a t \xi^2) \right\} \right] \left\{ \xi J_0(r\xi) + \frac{\nu_1 - 1}{r} J_1(r\xi) \right\} d\xi \quad \dots (18)$$

$$\text{d) } t > 0 \quad : M_r$$

$$= \frac{P_1}{2\pi \gamma_a} \int_0^\infty \frac{1}{\xi^4 (t_2 - t_1)} \left[\left(1 - \frac{t_2}{t_1}\right) \sin(\gamma_a t \xi^2) - \sin\{\gamma_a(t - t_2)\xi^2\} + \frac{t_2}{t_1} \sin\{\gamma_a(t - t_1)\xi^2\} \right] \left\{ \xi J_0(r\xi) + \frac{\nu_1 - 1}{r} J_1(r\xi) \right\} d\xi \quad \dots (19)$$

3. 数値計算例

無限版に関しては、 $\nu_1=1/6$ 、 $E_1=3 \times 10^6 \text{ tf/m}^2$ 、 $\rho_1=2.5 \text{ t/m}^3$ 、 $d=10 \text{ cm}$ として、剛体の質量 $M=100 \text{ kg}$ を用いて数値計算を行なった。また、式 (8) における剛球に関しては、 $\nu_0=1/3$ 、 $E_0=2.1 \times 10^7 \text{ tf/m}^2$ 、 $\rho_0=8.01 \text{ t/m}^3$ として Simpson の 1/3、3/8 則^{12)、23)} を用いて数値計算を行なった。

本理論では、防振ゴム²⁶⁾に従って動的バネ定数 k の計算を行なう。図-1 (b) に示したように、実験に用いたゴムの縦の長さ $x=10 \text{ cm}$ 、横の長さ $y=10 \text{ cm}$ 、高さ $z=0.3 \text{ cm}$ であるから、ゴムの受圧面積、自由面積、形状係数は以下に示すとおりである。

表－１ 土木試験所での落下衝撃実験における落下高さに対する床版の状態

落下高さ	40cm以下	50～60cm	70～120cm	130cm以上
床版の状態	放射状の微小クラック発生	最大衝撃加速度となり円形状のクラック発生	コンクリートの裏面剝離鉄筋のみで剛性を保持	RC床版として完全な破壊

受圧面積 $A_L = \frac{\pi X^2}{4} = 78.54\text{cm}^2$ 、自由面積 $A_F = x y = 100\text{cm}^2$ 、形状係数 $S = \frac{A_L}{A_F} = 0.785$

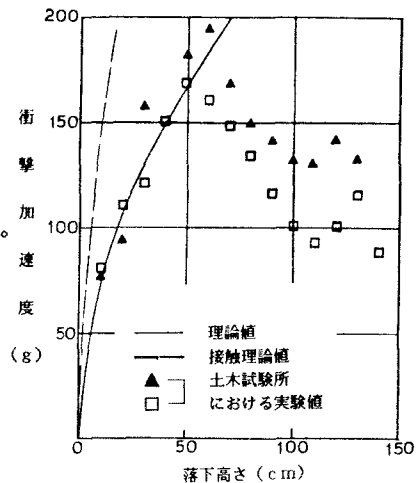
実験では、防振ゴム（B 20：静的せん断弾性率 $G = 20\text{kgf/cm}^2$ ）を使用した。従って、見掛けの弾性率は、 $E_{ap} = G (1 + 6.58 S^2) = 141\text{kgf/cm}^2$ となるから、バネ定数は以下に示すとおりとなる。

$k' = \frac{A_L}{Z} E_{ap} = 36914\text{kgf/cm}$ となる。

従って、動的バネ定数 $k = 1.2 k' = 44296\text{kgf/cm}$ となり、本理論では、 $k = 4500\text{tf/m}$ において数値計算を行なうことにする。

解析対象とした実験条件は、図－１（b）で示したように、支持条件が両端固定、他端自由である。さらに、実験では、供試体の寸法と鉄筋量によって、A、B、C、Dシリーズに分かれており、本研究においては、Dシリーズの実験データを使用している。実験での加速度とひずみの測定に関しては、動ひずみ測定器を介し、赤外線感知機を用いて自動的にA/D変換を開始し、デジタル・データレコーダに記録した後、マイコンで若干のローパスフィルタをかけて波形処理して求めた。図－１（a）は、実験で使

用された鉄筋の配置図であり、（主鉄筋方向スパン：200cm、主鉄筋及び配力筋 D10、主鉄筋及び配力筋の鉄筋比上面： $p_1 = 0.42\%$ 、下面： $p_2 = 0.84\%$ ）である。表－１に示したように落下高さが40cm以下では弾性～弾塑性状態であり、それほど大きなクラックは生じていない。さらに、50cmまでは高くなるに従って衝撃加速度は大きくなっている。しかし、70～120cmの区間では鉄筋コンクリート床版は完全に弾性限界を越えて裏面剝離が生じて、衝撃加速度は徐々に減少するが、その後、鉄筋で剛性を保つために衝撃加速度は徐々に再び増加し始める。130cmを越えると鉄筋コンクリートとしての機能が失われ破壊に至る。



図－５ 衝撃加速度と落下高さ

図－５は、衝撃加速度と落下高さとの関係を示している。本理論値は、落下高さが50cmまでは実験結果と良く一致している。しかし、実験値では50cmを越えるとコンクリート床版が破壊し始めるために衝撃加速度が減少し、100cmを越えると再び鉄筋の剛性で保たれ衝撃加速度は若干増加するために、本理論の弾性理論では成り立たなくなる。一方、Hertzの接触理論を用いた理論値では、高さが高くなるほどに実験値よりかなり大きな値を示している。

図－６（a）～（d）は、落下高さ $H = 10\text{cm} \sim 40\text{cm}$ の衝撃加速度と衝撃作用時間との関係を示している。図－６（a）は、落下高さが $H = 10\text{cm}$ の場合である。実験結果は、最大衝撃加速度に達する時間 $t_1 = 2.2\text{msec}$ 、最大衝撃加速度 78g となりその後は単調に減少するが、 4.7msec を過ぎたあたりでは版の固有振動の影響を受けて再び僅かな加速度が生じている。本理論の衝撃加速度は、 $\sin$ カーブ的に減衰しているが、第1ピークの衝撃加速度が第2、3ピークよりも大きな加速度となることと早い時間に衝撃力が伝わることより、本論では第1ピークのみ衝撃加速度と考えることにする。最大衝撃加速度に達する時間 $t_1 = 2.1\text{msec}$ 、最大衝

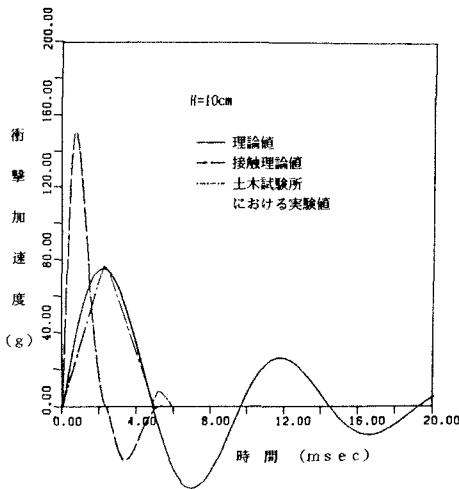


図-6 (a) 衝撃加速度と時間 (H=10cm)

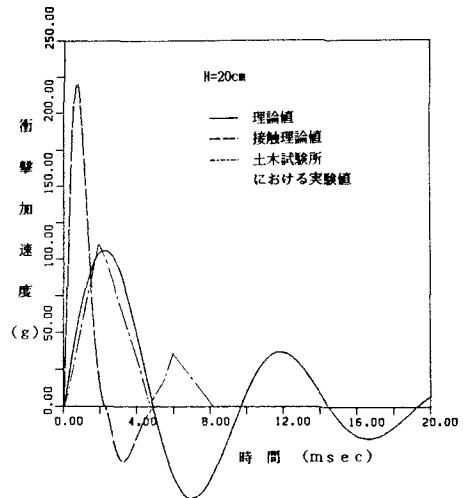


図-6 (b) 衝撃加速度と時間 (H=20cm)

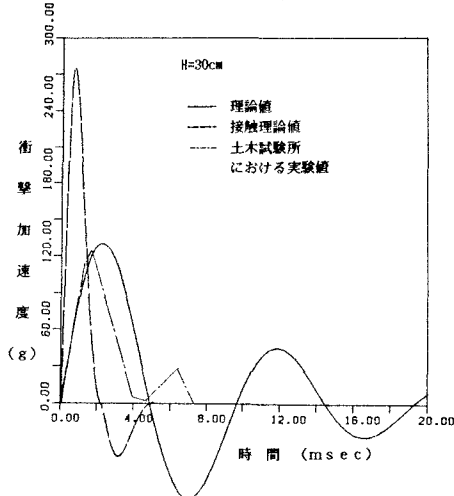


図-6 (c) 衝撃加速度と時間 (H=30cm)

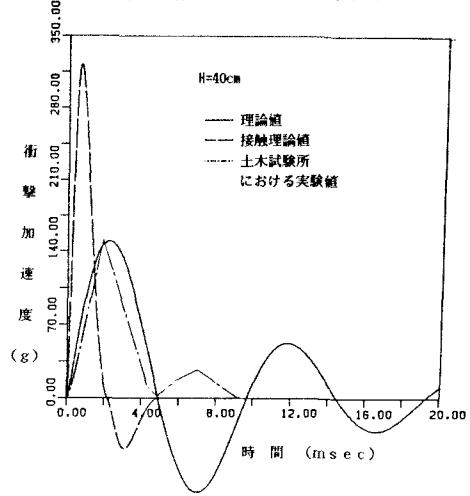


図-6 (d) 衝撃加速度と時間 (H=40cm)

衝撃加速度 74.9g、衝撃作用時間 $t_2=4.7\text{msec}$ となり、実験値と非常に良く一致している。しかし、Hertzの接触理論を用いた理論値に関しては衝撃加速度に達する時間 $t_1=0.75\text{msec}$ 、最大衝撃加速度 150g、衝撃作用時間 $t_2=2.3\text{msec}$ となり、実験値とは全く一致していない。図-6 (b)、(c)、(d) の場合も同様な傾向にあり、本理論は実験値と良く一致しているが、Hertzの接触理論を用いた解は落下高さが高くなるほど実験値とかけ離れる傾向にある。

図-7 (a) ~ (d) は、(17) ~ (19) 式を用いて落下高さ $H=10\text{cm}$ 、 40cm 、衝撃荷重点からの主鉄筋方向の距離 $r=0$ 、 20cm に対する衝撃曲げモーメントと時間の関係を示している。実験に関しては、主鉄筋方向 (x 方向) の鉄筋の曲げひずみ (衝撃ひずみと定義する) を用いて、コンクリートの引張力を無視し、さらに圧縮側のコンクリートと引張側の鉄筋が弾性理論による“ひび割れ後の理論”²⁶⁾ (状態Ⅱの弾性理論) に従っている単位幅当りの単鉄筋矩型断面におけるはりの曲げモーメントを求めている。なお、本論では、曲げモーメントの計算については補遺の (20) 式で示したとおりで、鉄筋の Strain-rate-effect については考慮していない。図-7 (a) において、最大衝撃曲げモーメントに関しては、理論値の方が実験値よりも4倍以上大きな値を示している。しかし、実験での荷重点直下では主鉄筋や配力鉄筋が入っているために荷重分散があると考えられるから、本論では、荷重分散効果を考慮して荷重点直下ではなく、中立軸回

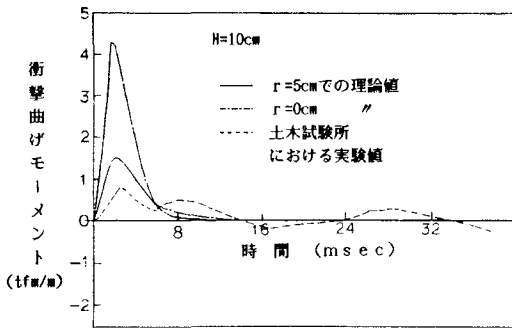


図-7 (a) 衝撃曲げモーメントと時間

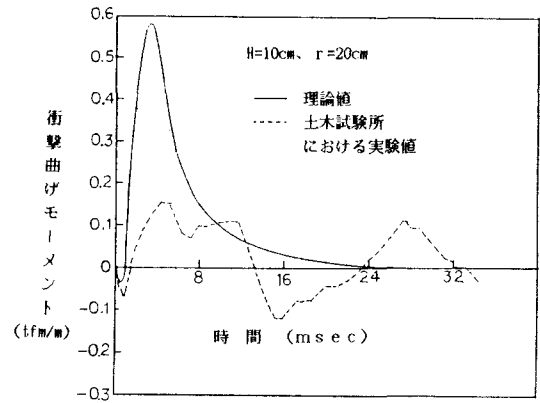


図-7 (b) 衝撃曲げモーメントと時間

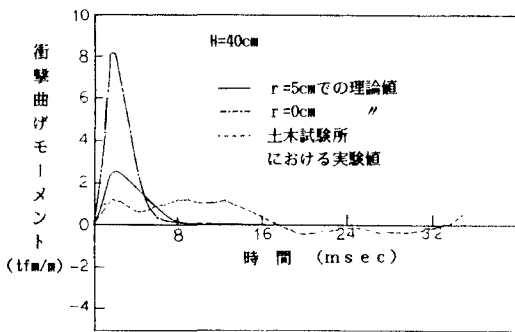


図-7 (c) 衝撃曲げモーメントと時間

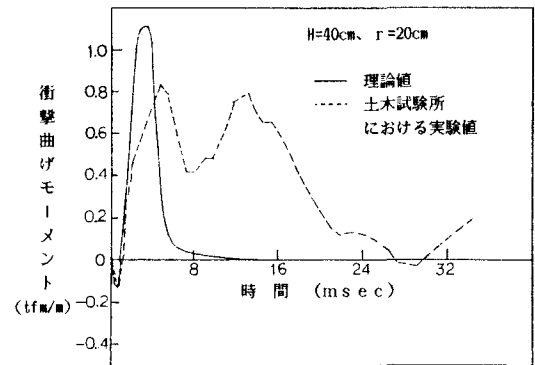


図-7 (d) 衝撃曲げモーメントと時間

りの衝撃曲げモーメントを版の厚さの $1/2$ である $r=5\text{cm}$ のところの衝撃曲げモーメントとする。一方、最大ピークに達する時間に関してはほぼ一致しているが、衝撃加速度と時間との関係と同様に理論値ではピーク点を過ぎる 5msec まで急激に減少してその後は徐々に 0 に近づいている。それに対して、実験値ではピーク点を過ぎて 5msec までは減少するが、再び増加して 8msec で第2のピーク点が生じ、 14msec で 0 となり負の衝撃曲げモーメントへ移行している。さらに、本論では詳細について参考文献7)、8)に譲るが、その後も第2ピークと同様な形の衝撃曲げモーメントを繰返し、あたかも本理論値に版の固有振動モードを重ね合わせたかのような挙動を示している。図-7 (b) で示したように、 $r=20\text{cm}$ のところの衝撃曲げモーメントは、早い時間では圧縮側となり、最大衝撃曲げモーメント、それに達するまでの時間及び作用時間が実験値と良く一致している。しかし、その後は、図-7 (a) と同様な傾向にある。図-7 (c) も、図-7 (a) とほぼ同様な傾向にあるが、 $H=10\text{cm}$ よりもなお一層最大衝撃曲げモーメントは近い値を示している。

図-7 (d) では、圧縮側から引張側へ移行し、さらに、圧縮側の第1ピーク点、引張側の第1ピーク点、ピーク点に達する時間及び作用時間に関して実験値と良く一致している。

図-6、7でのいずれの実験値に関しても、若干のローパスフィルターをかけているが、緩衝材のゴム板の影響を受けているために比較的滑らかな曲線となっている。

図-8は、落下高さ $H=10\text{cm}$ 、 40cm に関する時間 $t=1, 2, 4\text{msec}$ での長さ方向に対する衝撃曲げモーメントの関係を示している。ただし、●は、 $r=0\text{cm}$ のところでの衝撃曲げモーメントである。 $H=10\text{cm}$ に関して、 $t=1, 2\text{msec}$ での解析値と実験値とを比較すると、荷重点直下で若干異なるが、 10cm から 90cm ではいずれも良く一致している。特に、実験値は、境界である $r=90\text{cm}$ について固定端に相当し、本理論では実験値とほ

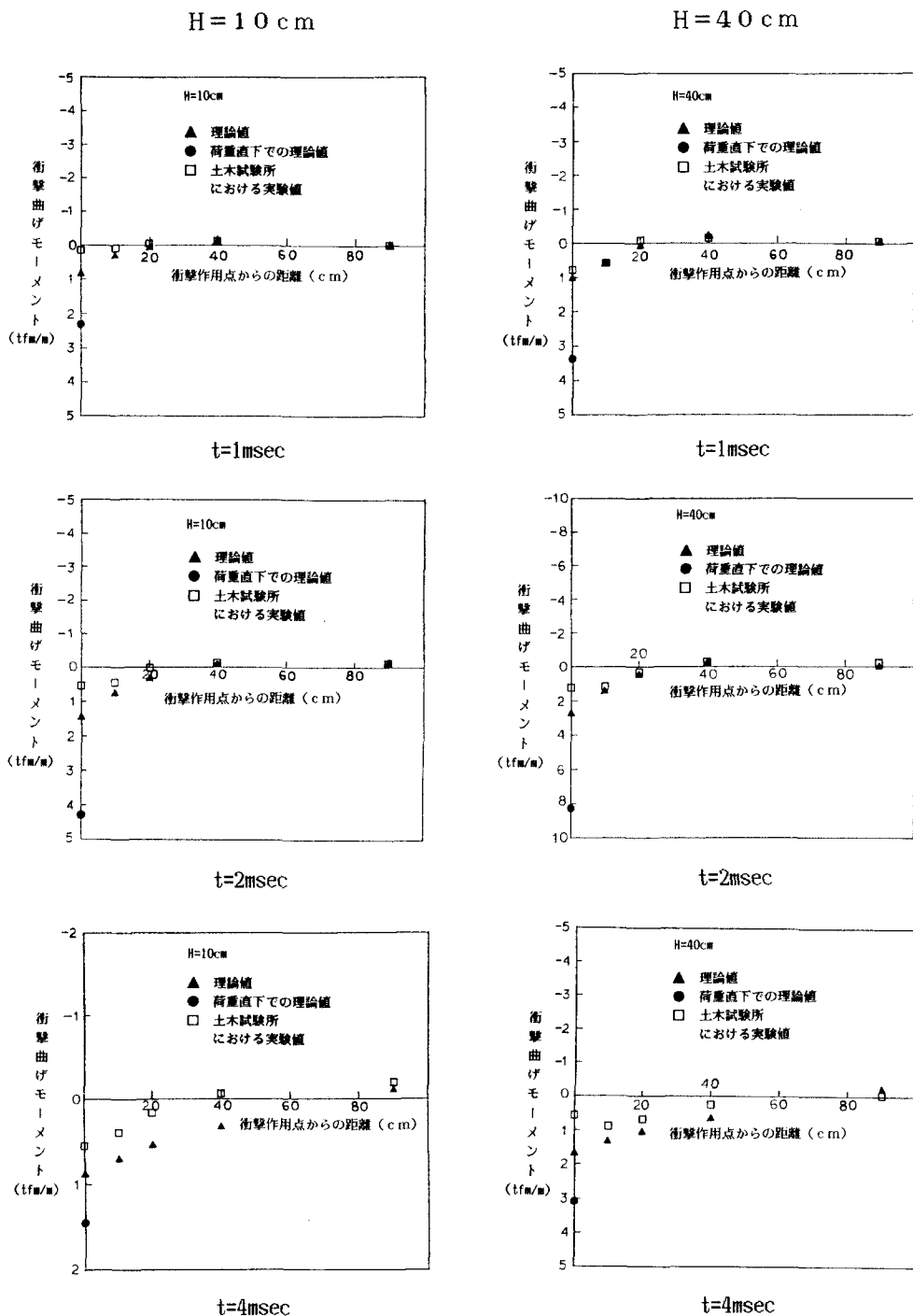


図-8 $H=10, 40\text{ cm}$ での衝撃荷重点からの距離に対する衝撃曲げモーメント
 ば一致していることにより、無限版もある程度長いところでは固定端のような挙動を示している。一方、 $t=4\text{ msec}$ では、 $r=90\text{ cm}$ 以外では理論値の方が大きい値を示している。 $H=40\text{ cm}$ についても、いずれも $H=10\text{ cm}$ よりも実験値と良く一致しているが、 $t=4\text{ msec}$ になると若干理論値の方が大きくなっている。

4. あとがき

数値計算結果より、以下のようなことが言える。

- 1) ゴム板の緩衝効果をバネと仮定した本理論は、落下高さ40cmぐらいまでの低速度衝撃力に関しては実験結果と良く一致したが、実験値では、最大衝撃力が作用した後に僅かであるが、第2の衝撃力が生じている。一方、Hertz の接触理論を用いた理論値ではゴム板の緩衝効果を取り入れることが出来ないために実験結果とは全く一致しなかった。
- 2) 開発局土木試験所で行われた落下実験では、接触型の変位計を用いて床版の最大変位のところで動的な測定を試みたが、接触型であったために落下高さが大きくなると測定不可能となった。さらに、電力中央研究所においては、非接触型の磁気式変位計で測定したが、これも正確に測定することができなると報告されている。一方、防衛大学の齊藤らの衝撃実験²⁷⁾では、光学式変位計を用いて片持ちばりの変位を測定している。従って、この光学式変位計がこの種の実験で変位を求めるには3種類の中では最も正確な測定値を得ることができると思われるが、コストの問題がある。以上、現段階では、変位を求めることが不可能であるために、本論では、鉄筋のひずみから衝撃曲げモーメントをひび割れ後の理論（引張側のコンクリートを無視する弾性理論）に従って求めた。
- 3) 衝撃曲げモーメントと時間の関係について、理論値は、衝撃荷重点直下のところでは集中荷重と仮定しているために大きな衝撃曲げモーメントとなっている。しかし、本論では、荷重分散効果を考慮すると版の厚さの1/2である $r=5\text{cm}$ のところの衝撃曲げモーメントに相当している。その結果、理論値では、早い時間のところに関しては実験値と良く一致しているが、ある程度時間が経過すると実験値の方は、版の固有振動の影響を受けているために一致しなくなった。
- 4) ある時間での長さ方向に対する衝撃曲げモーメントに関しても、3)と同様なことが言える。理論値は供試体の境界の固定端 $r=90\text{cm}$ のところでは他の場所に比較してより一層良く一致している。しかし、時間が経過するにつれて少しずつ一致しなくなる傾向にある。
- 5) 開発局土木試験所で行われた落下実験の目的の1つとして、コンクリート床版がどれ位の落下高さで弾性限界を越えているのか、さらに、弾性限界を越えた場合は、鉄筋がどれ位までの衝撃荷重に対して抵抗できるかを解明することである。従って、無限版上にバネモデルを設置した本理論での実験モデル及びこの種の衝撃問題に関する理論解析として、落下高さが余り高くない場合、つまり、衝撃力がそれほど小さくなくそして早い時間内（反射波の影響を受けない時間内）の場合に関しては十分有効であると思われる。しかし、無限版では、支持条件による境界の影響を受けないので時間がある程度経過したところではあまり一致していない。さらに、厳密な意味で、理論解析に関しては、コンクリートの劣化の蓄積、実験データを用いた衝撃曲げモーメントの評価に関しては、鉄筋のStrain-rate-effectなどの問題がある。今後は、以上で述べたことを踏まえて検討を行なわなければならない。

本研究を進めるに当たり、有益な助言を頂いた室蘭工業大学土木工学科 岸 徳光助教授並び資料を提供してくださった開発局土木試験所構造研究室研究員 佐藤 陸治氏、千葉 利則氏 に深く感謝致します。本研究の数値計算に当たって、北海道大学大型計算機センターのH I T A C -680Hを使用して計算を行なった。なお、一部の計算については北海道科学研究費の補助を受けて行なった。

参考文献

- 1) 吉田博、榎谷浩、鈴木哲次：敷き砂上の落石の衝撃加速度と衝撃土圧に関する実験的研究、土木学会論文報告集、第325号／Ⅲ-2、pp.61～70、12月、1984
- 2) 吉田博、榎谷浩、岡衛：落石覆工屋根上への衝撃荷重について、土木学会論文報告集、第362号／Ⅰ-4、pp.461～470、10月、1985

- 3) 藤井学、宮本文穂：衝撃荷重下におけるコンクリート構造物の挙動、コンクリート工学、Vol.21、No.9、9月、1983
- 4) 藤井学、宮本文恵、森川英典：衝撃荷重下を受ける鉄筋コンクリートのはりの力学挙動に関する基礎的研究、土木学会論文集、第360号/V-3、8月、1985
- 5) Takano,H., Kishi,N., Nomachi,S.G.: On Dynamic Behavior of Beams with Rectangular Cross Section under Impact Load, Theoretical and Applied Mechanics, pp.369~378, Vol.28, 1978
- 6) Ohmura,H., Ito,C., Takano,H., Nomachi,S.G.: RC Beam Response Due to Impact by Moderate Speed Gun, Theoretical and Applied Mechanics, pp.329~336, Vol.33, 1983
- 7) 吉田紘一、佐藤睦治、千葉利則：衝撃荷重を受ける鉄筋コンクリート版の実験について、土木試験所月報、No.394、3月、1986
- 8) 佐藤睦治、吉田紘一、千葉利則：衝撃を受けるRC版の挙動に関する実験について、落石衝撃力及びロックシェッドの設計に関するシンポジウム、北陸道路研究改編、pp.21~27、7月、1986
- 9) 三上敬司、能町純雄、松岡健一：落石覆工への落石による衝撃力に関する評価、ロックシェッドの設計に関するシンポジウム（別刷り）、北陸道路研究改編、7月、1986
- 10) 三上敬司、能町純雄、松岡健一、岸徳光：落石による落石覆工への衝撃力に関する評価、構造工学論文集、Vol.33A、pp.559~569、3月、1987
- 11) 岩崎正二：積分方程式によるはりの衝撃応答解析、岩手大学工学部研究報告、Vol.36、pp.65~73、1983
- 12) 岩崎正二：衝撃を受ける平板の動的応答解析、岩手大学工学部研究報告、Vol.37、pp.127~138、1984
- 13) Shivakumar,K.N., Elber,W., Iiig,W.: Prediction of Impact Force and Duration Due to Low-Velocity Impact on Circular Composite Laminates, Transaction of the American Society Mechanics engineering, Vol.52, September, 1985
- 14) Gręszczuk,L.B.: Damage in Composite Materials Due to Low Velocity Impact, in Zukas,J.A., et al., Impact Dynamics, John Wiley & Sons, New York, pp.55~93, 1982
- 15) Phillips,J.W., Calvit,H.H.: Impact of a Rigid Sphere on a Viscoelastic Plate, J. of Applied Mechanics, pp.873~878, December, 1967
- 16) Hunter,S.C.: The Hertz Problem for a Rigid Spherical Indenter and a Viscoelastic Half-Space, J. of the Mechanics and Physics of Solids, Vol.8, pp.219~284, June, 1960
- 17) Timoshenko,S.P., Goodier,J.N.: Theory of Elasticity, McGRAW-HILL, pp.409~421, 1970
- 18) 小坪清真：土木振動学、森北出版、pp.251~264、1973
- 19) 森口繁一、宇田川註久、一松信：数学公式Ⅲ、岩波全書、pp.145~206、1985
- 20) Erdelyi,A.: Table of Integral Transforms, Volume II, McGRAW-HILL, pp.11~41, 1955
- 21) 菊地武彦、加藤愛雄：ラプラス変換関数表、日刊工業、pp.37~46、1980
- 22) 多谷虎男：振動・衝撃の基礎理論とラプラス変換（下）、学会出版、pp.482~514、1984
- 23) 磯田和男、大野豊：Fortranによる数値計算ハンドブック、オーム社、pp.385~418、1973
- 24) Timoshenko,S.P., Woinosky-Krieger,S.: Theory of Plates and Shells, McGRAW-HILL, pp.4~78, 1959
- 25) 日本鉄道車両工業会：防振ゴム、現代工学社、pp.15~302、1975
- 26) 池田尚治、小柳治、角田與史雄：鉄筋コンクリートの力学、新体系土木工学 32、技報堂、pp.46~51
- 27) 齊藤英明、石川信隆、大野友則、水山高久：鋼管片持ちばりの衝撃吸収エネルギーに関する基礎的研究、土木学会論文報告集、pp.321~328、1987

補 遺

ひび割れ後の理論による単鉄筋矩型断面の曲げモーメントの計算

単位幅 b 、有効高さ d 、内力モーメントのアーム長 $z = j d$ 、引っぱり側の鉄筋比 $p_2 = (A_s / b d)$ 、弾性比 $n = E_s / E_c$ 、鉄筋のひずみ ε_s とすると、天端から中立軸までの距離 $x = k d$ とすると、 k は次式のように求められる。

$$k = -n p_2 + \sqrt{n p_2 (2 + n p_2)}, \quad j = 1 - k / 3 \text{ とすると、曲げモーメントは次式のようになる。}$$

$$M = \sigma_s A_s z = E_s \varepsilon_s p_2 j b d^2 \quad \dots \dots \dots (20)$$

(1987年10月16日)