

不規則交通流による道路応答の 非正規過程による解析

Analysis of Highway Bridge Response to Stochastic Traffic Flows
by Non-Gaussian Process

* ** ***

岡林 隆敏 , 山手 弘之 , 藤野 陽三

by Takatoshi OKABAYASHI, Hiroyuki YAMATE and Yozo FUJINO.

This paper concerns a probability density function to the response of highway bridges subjected with stochastic traffic flows. Assuming randomly arriving vehicles with random weight as the compound Poisson process, the response is characterized by a filtered-Poisson process. Under this assumption, cumulants for the bending moment and its derivative are derived. The probability density functions of the response for simple supported girder bridge are represented by the form of statistical Laguerre expansion series and Hermite expansion series using by these cumulants. Results by this method are compared with numerical results which are obtained from the characteristic functions of the response by FFT technique.

1. はじめに

構造物の設計法が許容応力設計法から、信頼性理論を基礎とした設計法へ移行しつつある中で、不確定要因を考慮した構造解析に関する研究が進められてきた。土木構造物の中でも、道路橋に作用する活荷重は様々な不確定要因に支配されているために、これを確率モデルにより構成し、道路橋の信頼性を理論的に評価しようとする試み⁽¹⁾がなされている。道路橋の活荷重による信頼性を評価するためには、合理的な交通流の確率モデルを構成し、これより確率論的手法を用いて応答の確率分布を求める必要がある。特に、信頼性解析で必要なものは、確率分布の裾の部分であるので、荷重の確率モデルに対する応答の確率分布を求めることが、活荷重による道路橋の信頼性解析の当面の課題である。一方、解析的な手法として、近年、外力が非正規過程⁽²⁾である構造系の応答解析や、非線系の応答の非正規過程に関する研究が進められている。

このような観点から、活荷重による道路橋の応答解析を扱った研究には、次のようなものがある。高岡・白木⁽³⁾らは、渋滞時の活荷重を不規則分布荷重でモデル化し、確率過程の相関理論より応答の2次モーメントを算出すると共に、空間領域での信頼性解析を行った。著者の一人は、車両列が時間と共に移動するものと考え、応答が定常確率過程になることに着目し、スペクトル表示法より最大応答の確率分布を求めた。これらの研究では、荷重および応答を正規確率過程と考えているが、実際の橋梁では荷重も応答も正規分布からかなり隔け離れた分布を示すことが知られている。篠塚・久保⁽⁴⁾らは車両列を橋梁上に載荷する集中荷

* 工博 長崎大学助教授 工学部機械第二工学科 (〒852 長崎市文教町 1-14)

** 工修 日本工営株式会社 (〒102 東京都千代田区麹町 5-4)

*** P.H.D. 東京大学助教授 工学部総合試験所 (〒113 東京都文京区弥生 2丁目11番16号)

重と考へ、これらを複合Poisson 過程でモデル化し、Filterd-Poisson 過程の理論より応答の特性関数を求めた。これをFFTによりフーリエ変換することにより、数値解析により応答の確率分布を得た。正規過程を非線型変換することにより得られる非正規過程について、極値統計量⁽¹²⁾を求める試みがなされているが、道路橋の場合、非線型変換する関数はシミュレーションあるいは実測により経験的に求めざるを得ない。特性関数を数値フーリエ変換する方法では、信頼性解析に必要な確率分布が数値計算の誤差により正確に求められない問題点がある。

本論文では、荷重モデルを複合Poisson 過程の集中荷重が一定速度で移動するものとし、橋梁の着目点の曲げモーメント応答を定常な非正規確率過程と考へる。車両列をPoisson 過程でモデル化すると、応答の高次キュムラントが容易に得られることに着目し、この高次キュムラントを用いて確率分布の直交関数系列による級数表示を試みたものである。ここでは、信頼性解析のための閾値横断問題の基礎統計量として、曲げモーメント⁽¹²⁾応答とその時間微分応答に着目した。橋梁を単純ばりでモデル化し、曲げモーメント応答の確率分布についてはLaguerre級数展開を、また、曲げモーメントの時間微分応答についてはHermite 級数展開を行った。

2. 活荷重のモデル化と応答の確率密度関数

2. 1 複合Poisson 過程による活荷重のモデル化

橋梁上を一定速度 v で走行する車両列の状況を図-1に示した。各車両は重量 P_k を有する不規則集中荷重でモデル化する。多くの研究においては車両の重量特性を車種、車重、軸重などによって厳密にモデル化しているが、本研究では文献(7)にならぬ集中荷重で置き換える。ここで、複合Poisson 過程を構成するために、次のような仮定を設ける。

- i) 一定区間に含まれる車両台数 $N(T)$ はポアソン分布に従う。すなわち、時間間隔 T の間に N 台到着する確率は次式で与えられる。

$$P(N(T)=n)=\frac{(\lambda T)^n}{n!}e^{-\lambda T} \tag{1}$$

ここに、 λ は単位時間発生率を表す。

- ii) 車両重量 P_k は互いに独立な同一分布とする。
- iii) 車両の流れは一様である。従って、車両の作用する点は一様分布となる。

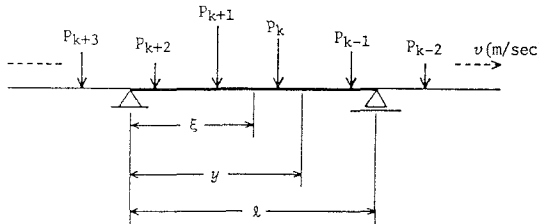


図-1 交通流が作用する道路橋

区間 $(0, \ell)$ を含むように充分に大きい区間 L にランダムな間隔で発生させた車両を配列する。この場合の着目点を ξ ($0 < \xi < \ell$)における曲げモーメント応答 M_ξ とその微分(せん断力)応答 M'_ξ は、

$$M_\xi = \sum_{k=1}^N w(y_k) P_k \tag{2}$$

$$M'_\xi = \sum_{k=1}^N w'(y_k) P_k \tag{3}$$

で求められる。ここで、 N はある区間 L に含まれる車両台数、 P_k は k 番目の車両の重量、 y_k ははりの左端から k 番目の車両が作用する点までの距離を表す。 $w(y_k)$ 、 $w'(y_k)$ はそれぞれ $y = \xi$ の曲げモーメントとせん断力の影響線である。次に、各車両を一定速度 v で移動させると、 M_ξ と M'_ξ は時間的に変動する定常確率過程となる。従って、 M_ξ 、 M'_ξ は時間 t の関数となり、 $y_k = v(t - \tau_k)$ とすれば、式(2),(3)は

$$M(t) = \sum_{k=1}^{N(t)} h(t, \tau_k) P_k \tag{4}$$

$$\dot{M}(t) = \sum_{k=1}^{N(T)} \dot{h}(t, \tau_k) P_k \quad (5)$$

と表すことができる。ここで、 $N(T)$ は任意の時間間隔 T に区間 L 上を移動する車両台数、 τ_k は k 番目の車両が橋梁に進入した時刻、 $h(t, \tau_k)$ 、 $\dot{h}(t, \tau_k)$ は応答の時間的な変動に対する影響関数である。なお・は時間微分を表すものとする。(4)、(5) 式における $N(T)$ 、 τ_k と P_k は時間的に不規則に変化する量であるから、 $M(t)$ および $\dot{M}(t)$ はこれらの複合された確率変数となる。

2. 2 応答の確率密度関数

曲げモーメント $M(t)$ の確率密度関数を $f_M(x)$ とし、それに対応する特性関数を $\phi_M(\theta)$ とすれば、両者はフーリエ変換の対の関係にある。

$$\phi_M(\theta) = E[e^{i\theta x}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\theta x} f_M(x) dx \quad (6)$$

$$f_M(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\theta x} \phi_M(\theta) d\theta \quad (7)$$

ここに、 $E[\quad]$ は集合平均のための演算子である。この関係を利用し、まず特性関数 $\phi_M(\theta)$ を求め、それをフーリエ変換することにより確率密度関数 $f_M(x)$ を決定する。

曲げモーメントの特性関数 $\phi_M(\theta)$ は、特性関数の定義式(6) 式に、(4) 式を代入して得られる。

$$\phi_M(\theta) = E\left[\exp\left(i\theta \sum_{k=1}^{N(T)} h(t, \tau_k) P_k\right)\right] \quad (8)$$

ここで、 P_k は互いに独立であり、 τ_k は一様分布であるので、 $\phi_M(\theta)$ は次のように変形できる。

$$\begin{aligned} \phi_M(\theta) &= \sum_{n=0}^{\infty} E\left[E\left[\exp\left(i\theta \sum_{k=1}^{N(T)} h(t, \tau_k) P_k\right) \middle| \tau_k = \tau\right] \middle| N(T) = n\right] P(N(T) = n) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{T} \int_0^T g(\theta h(t, \tau)) dt \right]^n \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{-\lambda T} \\ &= \exp\left[\lambda \int_0^T \{g(\theta h(t, \tau)) - 1\} dt\right] \end{aligned} \quad (9)$$

ただし、 $g(\theta h(t, \tau))$ は車両重量 P_k の特性関数である。(9) 式により、重量の確率分布が与えられると、曲げモーメントの特性関数を求めることができる。

曲げモーメントの時間微分応答 $\dot{M}(t)$ についても、同様の演算によりその特性関数 $\phi_{\dot{M}}(\theta)$ を求めることができる。

$$\phi_{\dot{M}}(\theta) = \exp\left[\lambda \int_0^T \{g(\theta \dot{h}(t, \tau)) - 1\} dt\right] \quad (10)$$

3. 確率分布の計算とシミュレーションによる検討

3. 1 $M(t)$ および $\dot{M}(t)$ の特性関数と確率密度関数

解析の対象を単純ばりとし、その支間長を ℓ とする。着目点を支間中央点 $\xi = \ell/2$ にとれば、曲げモーメントの影響線 $w(y)$ は、

$$w(y) = \begin{cases} y/2 & (0 \leq y \leq \ell/2) \\ (1-y)/2 & (\ell/2 < y \leq \ell) \\ 0 & (y < 0, \ell < y) \end{cases} \quad (11)$$

であり、これを時間 t の関数に直すと、次式になる。

$$h(t, \tau) = \begin{cases} v(t-\tau)/2 & (\tau \leq t \leq \tau + \ell/2v) \\ (\ell - v(t-\tau))/2 & (\tau + \ell/2v < t \leq \tau + \ell/v) \\ 0 & (t < \tau, \tau + \ell/v < t) \end{cases} \quad (12)$$

表-1 道路橋と交通流の特性

支間長	ℓ	50.0 (m)
単位時間生起率	λ	0.3 (1/sec)
走行速度	v	3.0 (m/sec)
重量パラメータ	β	0.5 (1/ton)

車両重量 P_k は指数分布に従うものとする。

$$f_p(p) = \beta e^{-\beta p} \quad (p \geq 0, \beta > 0) \quad (13)$$

ここに、係数 β は分布のパラメータである。

曲げモーメントの特性関数は、単純ばりの場合、次式で与えられる。

$$\phi_M(\theta) = \exp \left[\frac{\lambda}{v} \int_0^\ell E[e^{i\theta w(y)p} - 1] dy \right] \quad (14)$$

影響線(11)式を代入して、演算を実行すると、

$$\phi_M(\theta) = \exp \left[-\frac{\lambda \ell}{v} \left\{ 1 - \frac{4\beta}{\theta \ell} \arctan \left(\frac{\theta \ell}{4\beta} \right) \right\} + i \frac{2\lambda \beta}{v \theta} \ell_n \left\{ 1 + \left(\frac{\theta \ell}{4\beta} \right)^2 \right\} \right] \quad (15)$$

となる。この式は、文献(7)で与えられたものに、車両の移動速度を考慮したものである。(15)式をフーリエ変換すると曲げモーメントの確率密度関数が得られる。フーリエ変換に際してはFFT法を用いて数値計算を行う。数値計算は文献(7)を参考にして、表-1に示す値を用いる。

図-2に数値計算より得られた曲げモーメントの確率密度関数 $f_M(x)$ を示した。

次に、曲げモーメントの時間微分 $\dot{M}(t)$ の確率密度関数を求める。 $w(y)$ と $\dot{h}(t, \tau)$ は、それぞれ次のようになる。

$$w(y) = \begin{cases} 1/2 & (0 \leq y \leq \ell/2) \\ -1/2 & (\ell/2 \leq y \leq \ell) \\ 0 & (y < 0, \ell < y) \end{cases}$$

$$\dot{h}(t, \tau) = \begin{cases} v/2 & (\tau \leq 0 \leq \tau + \ell/2v) \\ -v/2 & (\tau + \ell/2v < t \leq \tau + \ell/v) \\ 0 & (t < \tau, \tau + \ell/v < t) \end{cases}$$

(10)式より、 $\dot{M}(t)$ の特性関数は、

$$\phi_{\dot{M}}(\theta) = \exp \left[-\frac{\lambda \ell}{v} \frac{(\theta v)^2}{(\theta v)^2 + 4\beta^2} \right] \quad (16)$$

のように、実部のみ関数となる。フーリエ変換した結果を図-3に示す、ただし、正領域のみを示してある。 $\dot{M}(t)$ の分布は正負対称となり、 $\dot{M}=0$ で尖った分布となる。

3.2 シミュレーションによる検討

前節で述べた解法の妥当性を検討するために、シミュレーションを行った。シミュレーションは、次の手順で実行する。

まず、各車両の車間距離、車両重量を決定する。車両重量の確率密度関数は(13)式で与えられる。車間距離 d は、活荷重をPoisson過程でモデル化したために、指数分布

$$f_d(d) = (\lambda/v) e^{-(\lambda/v)d} \quad (d \geq 0) \quad (19)$$

となる。

次に、モデル化された荷重列を一定速度 v で移動させ、微小時間 Δt ごとに着目点 $\ell/2$ の $M(t)$ と $\dot{M}(t)$ を解析する。 $M(t)$ は(2)式で求められる。また、 $\dot{M}(t)$ は次式で定義する。

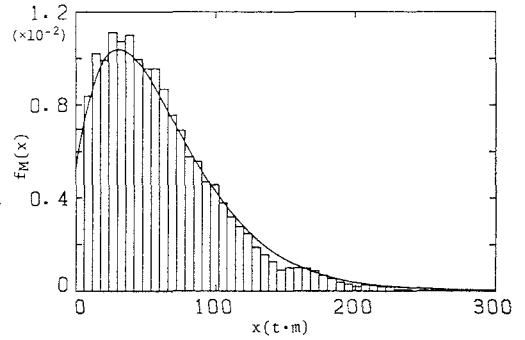


図-2 数値解析とシミュレーションによる $M(t)$ の分布

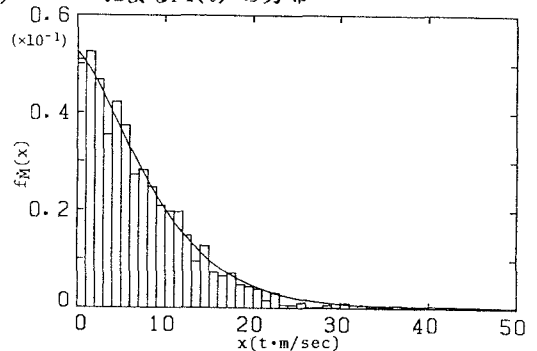


図-3 数値解析とシミュレーションによる $\dot{M}(t)$ の分布

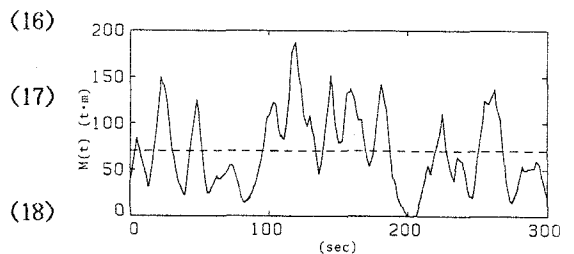


図-4 支間中点の $M(t)$ の標本関数

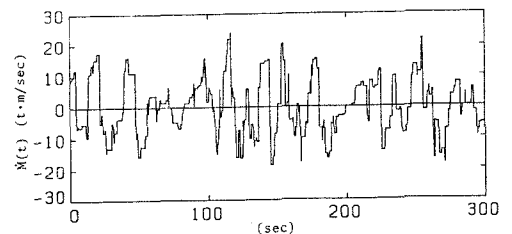


図-5 支間中点の $\dot{M}(t)$ の標本関数

$$\dot{M}(t) = (M(t + \Delta t) - M(t)) / \Delta t \quad (20)$$

これらを、300 秒間計算した標本関数が、図-4と図-5である。この操作を20回繰り返して $M(t)$, $\dot{M}(t)$ の確率密度関数を求める。図-2および図-3における棒状のグラフがシミュレーションによって得られた確率密度関数である。シミュレーションと数値解析法より求めた確率密度関数は良く一致している。フーリエ変換法あるいはシミュレーションにより確率密度関数が得られるが、これらはいずれも数値解であり、分布の裾の部分の特性を厳密に表現することはできない。そこで、 $M(t)$ と $\dot{M}(t)$ の高次統計量を用いてこれらの確率密度関数を構成することを試みる。

4. 高次統計量による確率密度関数の構成

4. 1 高次統計量による確率密度関数の構成

活荷重をPoisson 過程でモデル化すると、 $M(t)$ と $\dot{M}(t)$ の高次モーメントを容易に得ることができる。本章では、この高次モーメントを用いて $M(t)$ と $\dot{M}(t)$ の確率密度関数を構成する。図-2と図-3で示したように、 $M(t)$ の分布は正領域のみの変動で比較的 Gamma分布に近い形をしている。他方、 $\dot{M}(t)$ の分布は、正負対称形である。そこで、太田らの研究を参考にして、 $M(t)$ の分布には Laguerre 展開を、 $\dot{M}(t)$ については、Hermite 展開表示を行う。

車輻重量 P_k の特性関数 $g(\theta)$ は、次式で表される。

$$g(\theta) = E[e^{i\theta P}] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (i\theta)^n E[P^n] \quad (21)$$

これを、(9) 式に代入すると、次式を得る。

$$\phi_M(\theta) = \exp \left[\sum_{n=0}^{\infty} \lambda E[P^n] \int_0^T h(t, \tau)^n dt \cdot \frac{(i\theta)^n}{n!} \right] \quad (22)$$

特性関数と n 次キュムラント K_n の関係は、

$$\phi(\theta) = \exp \left[\sum_{n=0}^{\infty} K_n \frac{(i\theta)^n}{n!} \right] \quad (23)$$

であるので、 $M(t)$ の n 次キュムラント $K_n[M(t)]$ は、次式で与えられる。

$$K_n[M(t)] = \lambda E[P^n] \int_0^T h(t, \tau)^n dt = \frac{\lambda}{v} E[P^n] \int_0^t w(y)^n dy \quad (24)$$

同様に、 $M(t)$ の n 次キュムラント $K_n[\dot{M}(t)]$ は、次のようになる。

$$K_n[\dot{M}(t)] = \lambda E[P^n] \int_0^T \dot{h}(t, \tau)^n dt = \frac{\lambda}{v} [P^n] \int_0^t w'(y)^n dy \quad (25)$$

(24)、(25)式より得られた高次キュムラントを用いて高次モーメントを求めることができる。両者の関係式は付録A・1に示した。

4. 2 $M(t)$ の確率密度関数の Laguerre 展開表示

Laguerre展開表示による $M(t)$ の確率密度関数 $f_M(x)$ は次式で与えられる。

$$f_M(x) = \frac{x^{m-1} e^{-x/s}}{\Gamma(m) s^m} \left\{ 1 + \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n! p(m)}{\Gamma(m+n)} < L_n^{(m-1)}(x/s) > L_n^{(m-1)}(x/s) \right\} \quad (26)$$

$$m = \langle x \rangle^2 / \sigma_u^2, \quad s = \langle x \rangle / m$$

ここに、Laguerre 多項式 $L_n^{(a)}(X)$ は、次式で定義されている。

$$L_n^{(a)}(X) = \frac{e^X X^{-a}}{n!} \cdot \frac{d^n}{dX^n} (e^{-X} X^{n+a}) = \sum_{r=0}^n \frac{\Gamma(n+a+1)}{\Gamma(n-r+1) \Gamma(a+r+1)} \cdot \frac{(-X)^r}{r!} \quad (27)$$

ただし、 $\Gamma(x)$ は Gamma関数

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} u^{x-1} e^{-u} du \quad (28)$$

であり、 $\langle \rangle$ は平均操作 $E[\]$ を意味する。(27)式を(26)式に代入すると、

$$f_M(x) = \frac{x^{m-1} e^{-x/s}}{\Gamma(m) s^m} \left\{ 1 + \sum_{n=3}^{\infty} B_n \sum_{r=0}^n \frac{\Gamma(n+\alpha+1)}{(n-r)! \Gamma(\alpha+r+1)} \cdot \frac{(-x/s)^r}{r!} \right\} \quad (29)$$

$$B_n = n! \Gamma(m) \sum_{j=0}^n (-1)^j \langle x^j \rangle / ((n-j)! \Gamma(j+m) \cdot j! s^j)$$

となる。 $\langle x^j \rangle$ は原点回りの j 次のモーメントである。

図-6は統計的 Laguerre 展開表示と、特性関数のフーリエ変数から求めた確率密度関数の数値解析結果である。図の横軸は標準偏差で規準化した曲げモーメントである。 $n=1$ は Gamma分布の場合であり、 n の増加に伴って Laguerre 級数でこれを修正する。 n を増加させたときの傾向としては、分布のピークが x の小さい方へ移動し、 $x=0$ の近傍に適合するような曲線になっている。フーリエ変換から得られた結果と級数展開法の結果を比較すると、ピーク近傍での適合性は良くないが、 $x/\sigma > 3$ の分布の裾の部分では比較的良好一致を示している。

そこで、 $x/\sigma > 3$ の部分を拡大したものを図-6(b)に示した。図から、展開する項数の増加によっても著しい改善は行われていないことがわかる。むしろ、 $n=1$ の Gamma分布が良い適合を示している。

4. 3 $\dot{M}(t)$ の確率密度関数の Hermite 展開表示

$\dot{M}(t)$ の Hermite 展開表示について述べる。この確率密度関数は、次式で与えられる。

$$f_M(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_M} \exp \left\{ -\frac{(x - \mu_M)^2}{2\sigma_M^2} \right\} \cdot \left\{ 1 + \sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \alpha_n H_n \left(\frac{x - \mu_M}{\sigma_M} \right) \right\} \quad (30)$$

$$\mu_M = \langle x \rangle, \quad \sigma_M^2 = \langle (x - \mu_M)^2 \rangle$$

ここに、Hermite 多項式 $H_n(x)$

$$H_n(X) = \left(-\frac{d}{dX} \right)^n (e^{-X^2/2}) / e^{-X^2/2} \\ = X^n - \binom{n}{2} X^{n-2} + 3 \binom{n}{4} X^{n-4} \dots \quad (31)$$

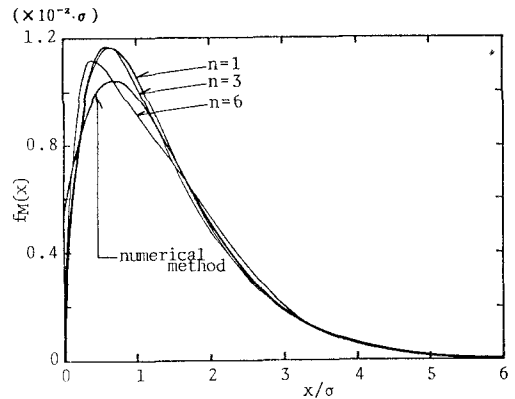
であり、係数 α_n は次式で定義される。

$$\alpha_n = \frac{(-1)^n}{n!} \int_{-\infty}^{\infty} H_n \left(\frac{x - \mu_M}{\sigma_M} \right) f_M(x) dx \quad (32)$$

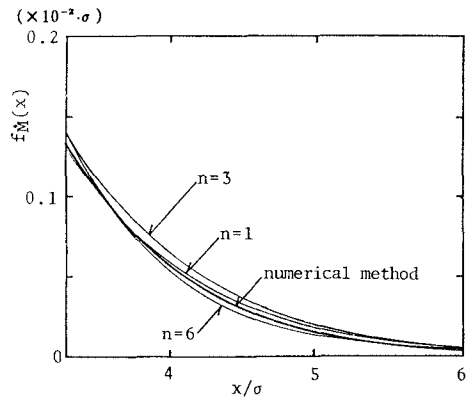
α_n は、 n のすべての奇数に対して 0 となる。偶数項のみで展開した結果を付録 A・2 に示した。

図-7は統計的 Hermite 展開表示と、特性関数のフー

リエ変換から求めた $\dot{M}(t)$ の確率密度関数を示したものである。横軸は標準偏差で規準化した $\dot{M}(t)$ の値である。なお、分布は正負対称となるので正のみの曲線を示してある。そこで、Hermite 展開表示では偶数項のみを考えればよい。 $n=1$ のばあいは正規分布になり特性関数を直接数値解析した結果と比較すると、変化が緩やかで適合性は良くない。 $n=8$ の場合は $x=0$ 近傍の適合性は良いが、裾の部分で不自然な変動が見られる。 $n=4$ の場合が平均的に良好適合性を示している。さらに、裾の部分の詳細に検討するために、



(a)



(b)

図-6 Laguerre級数による $\dot{M}(t)$ の確率密度関数

$x/\sigma > 3$ の部分を拡大したものが図-7(b) である。

$n = 1$ 及び $n = 8$ の場合は、 $x/\sigma > 3$ の部分を過小評価することになる。この区間でも平均的に適合性の良いものは $n = 4$ の場合である。

5. おわりに

活荷重による道路橋の信頼性を評価するためには、まず応答の確率分布を求めることが必要である。本研究は、活荷重を一定速度で移動する Poisson過程でモデル化すると共に、非正規過程となる道路橋の曲げモーメント応答及びその時間微分応答の確率密度関数の構成法を提案した。さらに、橋梁を単純ばりでモデル化した場合について、構成した確率密度関数の適合性に検討を加えたものである。得られた結果を要約すると以下のようである。

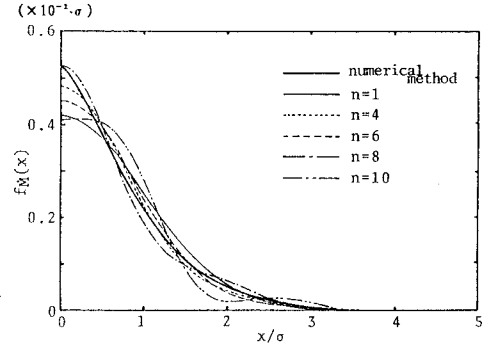
(1) 活荷重を一定速度で移動する複合 Poisson過程でモデル化し、Filtered- Poisson過程の理論より交通流を考慮した橋梁の曲げモーメント応答及びその時間微分の高次キュムラントを誘導した。

(2) 活荷重を複合 Poisson過程でモデル化した場合、シミュレーションにより橋梁の曲げモーメント及びその時間微分の確率密度関数を得た。さらに、理論的に得られる応答の特性関数をフーリエ変換することにより応答の確率密度関数を求め、両者が良い一致を示すことを確認した。

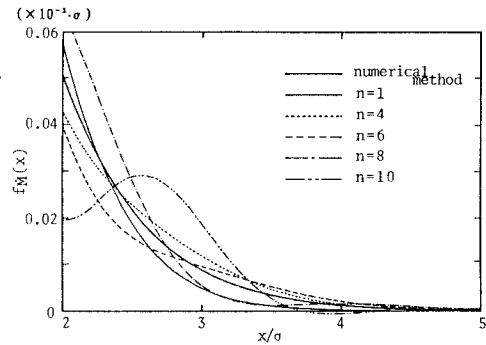
(3) 橋梁の曲げモーメント応答の確率分布を統計的 Laguerre 展開表示で示し、特性関数より直接数値解析した結果と比較した。級数展開表示では項数 n を増加させても求める分布には漸近しない。曲げモーメントについては、 n を増加させることにより確率分布の顕著な改善は認められなかった。

(4) 曲げモーメント応答の時間微分を統計的 Hermite 展開表示で示し、直接数値解析した結果と比較・検討した。この場合、 $n = 1$ すなわち正規分布では、平均値近傍では変化が緩やかであり、分布の裾の部分では急激に減少する。 $n = 4$ の場合が比較的良好な分布を与える。

最後に、本研究の一部は昭和61年度文部省科学研究費総合研究(A)(代表藤野陽三)の援助を受けて行ったものである。計算機は長崎大学情報処理センターFACOM M180AD/2IIを使用したことを付記する。



(a)



(b)

図-7 Hermite 級数による $M(t)$ の確率密度関数

参考文献

- 1) 土木学会編：構造物の安全性・信頼性、土木学会、1976年。
- 2) 阪神高速道路公団・(財) 阪神高速道路管理技術センター：阪神高速道路における活荷重実態調査と荷重評価のための解析、1984年 3月。
- 3) Lutes, L.D. and S-L James Hus: Non-Normal Stochastic Response of Linear Systems, ASCE, vol.112, No. EM2, pp.127-141, 1984.
- 4) Crandall, S.H. and W.Q. Zhu: Random vibration: A Survey of Recent Developments, ASME, Journal of

Applied Mechanics, vol.50, No.46 pp.953-962, 1983.

5)高岡・白木・松保: 不規則関数論に基づく道路橋の空間領域での信頼性解析、土木学会論文報告集、第334号、pp.79-88, 1983年 6月.

6)阪神高速道路公団・(社)システム総合研究所: 都市高速道路の荷重評価と設計規準の最適化に関する研究報告書、第2章道路橋活荷重の確率論的評価に関する検討、pp.4~33.1984年 3月.

7)篠塚・松村・久保: 道路橋における活荷重応答の確率論的一算定法。土木学会論文集、第344号/1-1, pp.361-37, 1984年4月.

8)Rice, S.O.: Mathematical Analysis of Random Noise(Selected Papers on Noise and Stochastic Process), Dover Publication, Inc., New York, pp.147~157, 1954.

9)Lin, Y.K: Nonstationary Excitation and Response in Linear Systems Treated as Sequences of Random Pulses, J. Acoust. Soc. Am., Vol.38, pp 453~460, 1965.

10) Racicot, R. and F. Moses : Filtered Poisson Process for Random Vibration Problems. ASCE, Vol.98, No. EM1, pp.159~176, 1972.

11) Grigoriu, M.: Crossings of Non-Gaussian Translation Processes, Vol. 101, No. EM4. pp.610 ~619, 1964.

12) 太田: 任意非線形整流子の一般的な不規則応答解析, 応用物理第33巻第9号, 1964年, pp.632 ~641.

13) Cook, M. B.: Bivariate k-statistics and cumulants of their joint sampling distribution, Biometrika. Vol. 11. NO. 93, 179~195. 1951.

付録(A. 1) モーメントとキュムラントの関係

原点まわりの n 次モーメント μ'_n は、 n 次キュムラント K_n を用いて次のように表される。

$$\begin{aligned}\mu'_1 &= K_1 & \mu'_6 &= K_6 + 6K_5K_1 + 15K_4K_2 + 15K_4K_1^2 \\ \mu'_2 &= K_2 + K_1^2 & & + 10K_3^2 + 60K_3K_2K_1 + 20K_3K_1^3 \\ \mu'_3 &= K_3 + 3K_2K_1 + K_1^3 & & + 15K_3^2 + 45K_2^2K_1^2 + 15K_2K_1^4 + K_1^6 \\ \mu'_4 &= K_4 + 4K_3K_1 + 3K_2^2 + 6K_2K_1^2 + K_1^4 \\ \mu'_5 &= K_5 + 5K_4K_1 + 10K_3K_2 + 10K_3K_1^2 \\ & + 15K_2^2K_1 + 10K_2K_1^3 + K_1^5\end{aligned}$$

平均値回りの n 次モーメント μ_n は次のようになる。ただし、偶数次のみを示す。

$$\begin{aligned}\mu_2 &= K_2 & \mu_{10} &= K_{10} + 45K_8K_2 + 120K_7K_3 + 210K_6K_4 \\ \mu_4 &= K_4 + 3K_2^2 & & + 630K_6K_2^2 + 126K_5^2 + 2520K_5K_3K_2 \\ \mu_6 &= K_6 + 15K_4K_2 + 10K_3^2 + 15K_3^2 & & + 1575K_4^2K_2 + 2100K_4K_3^2 + 3150K_4K_2^3 \\ \mu_8 &= K_8 + 28K_6K_2 + 56K_3K_5 + 35K_3^2 & & + 6300K_3^2K_2^2 + 945K_2^5 \\ & + 210K_4K_2^2 + 280K_3^2K_2 + 105K_2^4\end{aligned}$$

付録(A. 2) Hermite 展開表示における係数 α_n の計算

$$\begin{aligned}\alpha_2 &= 0 & \alpha_{10} &= \frac{1}{10!} \left(\frac{\mu_{10}}{K_2^5} - 45 \frac{\mu_8}{K_2^4} + 630 \frac{\mu_6}{K_2^3} - 3150 \right. \\ \alpha_4 &= \frac{1}{4!} \left(\frac{\mu_4}{K_2^2} - 3 \right) & & \left. \frac{\mu_4}{K_2^2} + 3780 \right) \\ \alpha_6 &= \frac{1}{6!} \left(\frac{\mu_6}{K_2^3} - 15 \frac{\mu_4}{K_2^2} + 30 \right) \\ \alpha_8 &= \frac{1}{8!} \left(\frac{\mu_8}{K_2^4} - 28 \frac{\mu_6}{K_2^3} + 210 \frac{\mu_4}{K_2^2} - 315 \right)\end{aligned}$$

(1987年10月16日)