

## 線形構造物の信頼性評価に関する一研究

An Evaluation Method of Probability of Failure for Linear Structures

永田 茂\*・星谷 勝\*\*

By Shigeru Nagata and Masaru Hoshiya

This paper describes an effective method of obtaining safety index and probability of failure for a linear complex structural system or members taking into account the complex probabilistic properties. This method made possible easy calculation of the probability of failure by using a matrix structural analysis method in an Advanced First-Order Second-Moment Method's algorithm. Then, numerical examples of a frame structure and a box culvert were demonstrated.

## 1. まえがき

最近の構造信頼性工学の進展は目ざましく、その実用化に向けて有効な解析手法が提案されつつある。特に、今日では任意の確率特性を有する複数の設計変数（基本確率変数）を含んだ単一破壊規準（破壊規準式）に関する信頼性指標 $\beta$ （安全性指標）および破壊確率 $P_f$ の算定方法や、複数の破壊規準を考慮した場合のシステム破壊確率算定方法に関する研究などでは大きな成果が得られている。単一破壊規準式に関する破壊確率算定方法では、今日の研究の基礎となったCornell, Ang<sup>1)</sup>の1次近似2次モーメント法（First-Order Second-Moment Method）、1次近似2次モーメント法を改良して破壊規準式の形によらない普遍的 $\beta$ を求めることを目的としたHasofer, Lind<sup>2)</sup>の修正1次近似2次モーメント法（Advanced First-Order Second-Moment Method）、また、Rackwitz, Fiessler<sup>3)</sup>らによって任意確率分布に対しても利用可能なように改良された修正1次近似2次モーメント法などがある。さらに、Shinozuka<sup>4)</sup>、Perkinson<sup>5)</sup>、長<sup>6)</sup>らにより既往の修正1次近似2次モーメント法の数学的解釈を新たに示した研究や、修正1次近似2次モーメント法をより一般化した研究も報告されている。一方、複数の破壊規準を考慮した場合のシステム破壊確率算定方法に関しても、多重積分法やその改良方法を用いた破壊確率の点推定法や、低次(2~3次)の重積分法とBool代数を組み合わせる破壊確率の上限値と下限値の推定を行う範囲推定法に関して多くの研究が行われてきている。範囲推定法はシステムに含まれる破壊規準の数が多い場合でも実用的であるため多くの研究が行われており、構造工学の分野

\* 工修 武蔵工業大学大学院 工学部土木工学科 (〒158東京都世田谷区玉堤1丁目28番)

\*\* Ph.D 武蔵工業大学教授 工学部土木工学科 (〒158東京都世田谷区玉堤1丁目28番)

では Ang・Amin<sup>7)</sup>、Ditlevsen<sup>8) 9)</sup>、Ramachandran<sup>10)</sup>、Vanmarcke<sup>11)</sup>らの研究が代表的である。

しかし、このような信頼性理論に関する基礎研究を計画、設計、施工、維持管理の各プロセスにおいて導入して行くための応用研究は現在始まったばかりと言ってもよい。計画、設計、施工、維持管理の何れのプロセスにおいて信頼性理論を導入する場合でも①解析用データの量と質の充実、②各種理論式やコンピュータプログラムなど、現在保有する多数の知見や固有技術の有効利用などが主な課題となるであろう。このうち①のデータに関する問題では、計画、設計、施工、維持管理に関するデータの効率的な収集方法や、データベース化も含めた利用方法に関して構造工学の1テーマとして研究する必要がある。また②に関して述べれば、これまで多くの機関が開発、蓄積してきている知見や固有技術は許容応力度設計法を中心とした確定論に基づくものであり、信頼性理論のベースとなる確率論的な考えを十分に取り入れたものは少ないと考えられるものの、それらを最大限に活用して信頼性理論を様々な分野に導入して行くための方法論についての研究もまた今後の課題の1つと考えられる。

そこで、本論文は既往の固有技術を有効に利用した構造信頼性解析のための1つの計算手順を提示するものである。具体的には、①確定論的な立場から構築されたマトリックス構造解析法を、マトリックス表示した修正1次近似2次モーメント法のアルゴリズムへ導入することにより、任意線形弾性構造物の信頼性解析を効率よく行うための計算手順を提示した。なお、構造信頼性解析にマトリックス構造解析法や有限要素法を取り入れた研究としては、骨組構造物を対象とした Kiureghian<sup>12)</sup>、中桐・久田<sup>13)</sup>、また土構造物を対象とした鈴木・石井<sup>14)</sup>の研究などがあるが、これらの研究では対象を限定してその構造物の信頼度を評価しているため、破壊確率や信頼性指標算定の過程が必ずしも汎用性のある展開となっていない。これに対して、本論文では、文献15)を参考に修正1次近似2次モーメント法の計算手順に若干の改良を加えることにより、構造信頼性解析の手順の一般化を計っている。②また、荷重・材料特性(ヤング率等)ばかりではなく断面形状に関する設計変数についても、任意の確率分布特性や相関関係を考慮できるようにし、解析対象を確率構造物にまで拡張した。これにより、従来の研究で扱われてきた構造モデルに比べて、より複雑な構造物の信頼性解析を可能にするとともに、断面積、断面2次モーメントなどの断面形状について確率特性を考慮した確率構造物も解析可能にしている。

なお、本論文でも文献12)~14)と同様に構造物の材料特性を線形弾性体と仮定した解析を行っており、実構造物の複雑な限界状態(破壊規準)を考慮できるまでには至っていない。しかし、本論文ではこれらの点を今後の問題点として明記したうえで、以下のような線形弾性構造物の信頼性解析における1つの計算手順を提示するものである。

## 2. 線形弾性構造物の信頼性指標(破壊確率)算定手順

### (1) 信頼性指標(破壊確率)算定式のマトリックス表示<sup>5) 6)</sup>

構造物の要素e、節点kでの破壊モードhに関する破壊規準式(以下、要素e、節点k、破壊モードhを表す添え字は省略)、

$$Z = g(\{X\}) \quad (1)$$

と、任意の確率分布特性を有する基本確率変数(設計変数) $\{X\}$ の平均値 $\{\mu_X\}$ 、標準偏差 $\{\sigma_X\}$ 、相関係数 $[\rho_X]$ が、

$$\{\mu_X\} = [\mu_{x1}, \mu_{x2}, \dots, \mu_{xn}]^T_{(n \times 1)} \quad (2)$$

$$\{\sigma_X\} = [\sigma_{x1}, \sigma_{x2}, \dots, \sigma_{xn}]^T_{(n \times 1)} \quad (3)$$

$$[\rho x] = \begin{bmatrix} 1.0, \rho(x_1, x_2), \dots, \rho(x_1, x_n) \\ 1.0, \dots, \rho(x_2, x_n) \\ \text{SYM.} & & \\ & & & 1.0 \end{bmatrix}_{(n \times n)} \quad (4)$$

と与えられた場合、その信頼性指標  $\beta_{ekh}$  および破壊確率  $P_{fekh}$  の算定式および設計点の探索式は、非相関の標準正規確率変数への変換を必要としない  $\{X\}$  の式として以下のように与えられる<sup>5) 6)</sup>。

$$\beta_{ekh} = \frac{g(\{X^*\}) - \{\{X^*\} - \{\mu x^N\}\}^T \{\partial g(\{X\}) / \partial \{X\} | \{X^*\}\}}{\sqrt{\{\partial g(\{X\}) / \partial \{X\} | \{X^*\}\}^T [Vx^N] \{\partial g(\{X\}) / \partial \{X\} | \{X^*\}\}}} \quad (5)$$

$$P_{fekh} = \Phi(-\beta_{ekh}) \quad (6)$$

$$\{X^*\} = \{\mu x^N\} - \frac{g(\{X_0^*\}) - \{\{X_0^*\} - \{\mu x^N\}\}^T \{\partial g(\{X\}) / \partial \{X\} | \{X_0^*\}\}}{\{\partial g(\{X\}) / \partial \{X\} | \{X_0^*\}\}^T [Vx^N] \{\partial g(\{X\}) / \partial \{X\} | \{X_0^*\}\}} [Vx^N] \{\partial g(\{X\}) / \partial \{X\} | \{X_0^*\}\} \quad (7)$$

式(5)の設計点  $\{X^*\}$  は、一般的に陽な形で与えることが出来ないため、式(7)を用いて繰り返し計算により求めることになる。式(7)は、設計点を求める繰り返し計算に用いる式で1つ前の設計点  $\{X_0^*\}$  と新しい設計点  $\{X^*\}$  の関係を表している。上式の  $\{\mu x^N\}$ 、 $[Vx^N]$  は Rackwitz・Fiesslerの式により正規分布裾野近似(付録)<sup>3)</sup>したときの  $\{X\}$  の平均値と共分散であり、

$$\{\mu x^N\} = [\mu_{x1^N}, \mu_{x2^N}, \dots, \mu_{xn^N}]^T_{(n \times 1)} \quad (8)$$

$$[Vx^N] = \begin{bmatrix} (\sigma_{x1^N})^2, \text{Cov}^N(x_1, x_2), \dots, \text{Cov}^N(x_1, x_n) \\ (\sigma_{x2^N})^2, \dots, \text{Cov}^N(x_2, x_n) \\ \text{SYM.} & & \\ & & & (\sigma_{xn^N})^2 \end{bmatrix}_{(n \times n)} \quad (9)$$

となる。また、式(5) (7)の偏微分項は、

$$\{\partial g(\{X\}) / \partial \{X\} | \{X^*\}\} = [(\partial g(\{X\}) / \partial x_1 | \{X^*\}), (\partial g(\{X\}) / \partial x_2 | \{X^*\}), \dots, (\partial g(\{X\}) / \partial x_n | \{X^*\})]^T_{(n \times 1)} \quad (10)$$

となる。

さて、以上の関係式とシステム破壊確率算定式<sup>7)~11)</sup>を用いた場合、塑性解析におけるメカニズム状態とは異なるものの、弾性範囲内で設定された目標破壊レベルでの構造系の破壊確率を求めることが出来る。

例えば、あるRC骨組構造物の任意節点での破壊モードを考えた場合、曲げ破壊、せん断破壊などの断面破壊の終局限界状態、ひび割れや異常振動の発生による使用限界状態、疲労限界状態などが考えらる。このうち、いずれの状態が発生しても部材あるいは構造物は十分に機能することは出来ないと考え、この状態を構造系の破壊状態と設定した場合(構造物の維持管理のための指標として破壊確率を用いる場合などでは、この程度を構造系の破壊状態とすることが現実的な場合もあると思われる)、破壊確率は以下のように求められる。この様な場合、各節点の破壊は上記のような破壊モードによる破壊事象の和事象として表され、さらに構造系としての破壊は各節点の破壊事象の和事象として表される。そこで、構造系の破壊事象を  $(Z \leq 0)$ 、要素  $e$ 、節点  $k$  の破壊事象を  $(Z_{ek} \leq 0)$ 、要素  $e$ 、節点  $k$  がモード  $h$  により破壊する事象を  $(Z_{ek}$

$b \leq 0$ ) とすると構造系の破壊確率は、

$$P[Z \leq 0] = P\left[\bigcup_{\text{全節点}} (Z_{ek} \leq 0)\right] = P\left[\bigcup_{\text{全節点}} \left(\bigcup_{\text{全破壊モード}} (Z_{ekb} \leq 0)\right)\right] \quad (11)$$

となる。

ここで、簡素化のため破壊モードを表す  $b$  を省略して、 $\{Z_{ek} \leq 0\}$  に対応する信頼性指標を  $\beta_i$  (添え字  $ek$  を  $i$  とした) とすると構造系の破壊確率  $P[Z \leq 0]$  の上下限値は、

$$\begin{aligned} P[Z \leq 0] &\geq \Phi(-\beta_1) + \max\left[\sum_{i=2}^n \{\Phi(-\beta_i) + \sum_{j=1}^i \{A_{ij} + B_{ij}\}, 0\right] \quad (\rho_{ij} \geq 0) \\ &\geq \Phi(-\beta_1) + \max\left[\sum_{i=2}^n \{\Phi(-\beta_i) + \sum_{j=1}^i \min\{A_{ij}, B_{ij}\}, 0\right] \quad (\rho_{ij} \leq 0) \\ P[Z \leq 0] &\leq \min\left[\sum_{i=1}^n \Phi(-\beta_i) + \sum_{i=2}^n \max\left[\max\{A_{ij}, B_{ij}\}, 1\right]\right] \quad (12), (13), (14) \end{aligned}$$

$$A_{ij} = \Phi(-\beta_i) \Phi\left(-\frac{\beta_j - \rho_{ij} \beta_i}{\sqrt{1 - \rho_{ij}^2}}\right), \quad B_{ij} = \Phi(-\beta_j) \Phi\left(-\frac{\beta_i - \rho_{ij} \beta_j}{\sqrt{1 - \rho_{ij}^2}}\right) \quad (15), (16)$$

となる<sup>8)</sup>。ここで、 $\rho_{ij}$  は要素  $e$ 、節点  $k$  の破壊事象と要素  $e'$ 、節点  $k'$  の破壊事象 (添え字  $ek$  を  $i$ 、 $e'k'$  を  $j$  とした) の相関係数であり、

$$\begin{aligned} \rho_{ij} &= \frac{\text{Cov}(g(\{X_i\}), g(\{X_j\}))}{\sigma_{g(\{X_i\})} \cdot \sigma_{g(\{X_j\})}} \\ &= \frac{\sum_i \sum_j (\partial g(\{X_i\}) / \partial x_{ipe} | \{X^*\}) (\partial g(\{X_j\}) / \partial x_{jpe'} | \{X^*\}) \cdot \rho(x_{ipe} x_{jpe'}) \cdot \sigma_{x_{ipe}}^N \cdot \sigma_{x_{jpe'}}^N}{\sum_i \sum_j (\partial g(\{X_i\}) / \partial x_{ipe} | \{X^*\}) (\partial g(\{X_j\}) / \partial x_{jpe'} | \{X^*\}) \cdot \rho(x_{ipe} x_{jpe'}) \cdot \sigma_{x_{ipe}}^N \cdot \sigma_{x_{jpe'}}^N} \\ &\quad \frac{1}{\sum_i \sum_j (\partial g(\{X_i\}) / \partial x_{ipe} | \{X^*\}) (\partial g(\{X_j\}) / \partial x_{jpe'} | \{X^*\}) \cdot \rho(x_{ipe} x_{jpe'}) \cdot \sigma_{x_{ipe}}^N \cdot \sigma_{x_{jpe'}}^N} \quad (17) \end{aligned}$$

となる。式 (17) の  $\rho(x_{ipe} x_{jpe'})$  は要素  $e$ 、節点  $k$  の破壊事象の基本確率変数  $x_{ipe}$  と要素  $e'$ 、節点  $k'$  の破壊事象の基本確率変数  $x_{jpe'}$  の相関係数であり、基本確率変数が正規確率変数のとき、式 (4) の  $\rho(x_p, x_q)$  となる。なお、文献6)では基本確率変数が正規確率変数以外の場合でも、 $\rho(x_{ipe} x_{jpe'}) = \rho(x_p, x_q)$  としても、 $\beta$  の結果にあまり影響しないことが指摘されている。

## (2) 任意線形弾性構造物の信頼性指標 (破壊確率) 算定のアルゴリズム

任意線形弾性構造物の全体剛性方程式は、

$$\{F\} = [K] \{\Delta\} \quad (18)$$

$$[K] = \sum [\bar{k}_e] = \sum [T_e]^T [k_e] [T_e] \quad (19)$$

となる。ここで、 $\{F\}$  は全体座標系での節点力ベクトルである。 $[K]$  は全体座標系における全体剛性マトリックスであり、要素剛性マトリックス  $[\bar{k}_e]$  (全体座標系) あるいは  $[k_e]$  (局所座標系) から構成される。また、 $\{\Delta\}$  は全体座標系における構造物全体の節点変位ベクトルであり、 $[T_e]$  は要素の座標変換マトリックスである。

式 (18) を解くと要素の任意点での応力および各要素の節点力は、

$$\{\sigma\} = [D] [B] [C^{-1}] [T_e] \{\bar{\delta}_e\} \quad (20)$$

$$\{f_e\} = [k_e] [T_e] \{\bar{\delta}_e\} \quad (21)$$

である。ここで、 $\{\bar{\delta}_e\}$  は各要素の全体座標系での節点変位、 $[C]$  は節点変位-未定係数マトリックス、

[B] はひずみ-未定係数マトリックス、[D] は応力-ひずみマトリックスとなる<sup>16)</sup>。

さて、本論文で用いる破壊規準式は、着目した要素の耐力Rと作用力Sの関数であり、

$$Z = g(R, S) = R - S$$

(22)

と表される。このR, Sはさらに式(20)、(21)などのマトリックス構造解析の関係式で表されるため、断面積、断面2次モーメント、ヤング率等を確率変数とした場合には複雑な破壊規準式となる。この様な場合、第(1)節の式(10)の偏微分係数の計算は、修正1次近似2次モーメント法による構造物の信頼性解析手順の一般化を阻害する要因の1つとなっている。事実、既往の研究<sup>12), 13)</sup>ではこの計算の為にあらかじめ確率変数として扱うことを想定した基本確率変数に関する偏微分係数のマトリックス、たとえば、 $[\partial g_k] / \partial x_i$ などを計算プロセスの中に陽な形で与えており、結果的に解析対象も限定されている。

本論文では、この偏微分項の計算を、

$$(\partial g(\{X\}) / \partial x_i) \{X^*\} = \{g(\{X^{*(j+1)}\}) - g(\{X^{*(j)}\})\} / \Delta x_i \quad (23)$$

$$\Delta x_i = \Delta \cdot \mu x_i \quad (24)$$

$$\{X^{*(j)}\} = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]^T \quad (n+1)$$

$$\{X^{*(j+1)}\} = [x_1^*, \dots, x_i^*, x_{i+1}^* + \Delta x_{i+1}, \dots, x_n^*]^T \quad (n+1) \quad (25), (26)$$

の様に近似<sup>15)</sup>することにより、解析手順の一般化と簡素化を可能にしたほか、既存のマトリックス構造解析法や有限要素法のプログラムの内容を変更することなく修正1次近似2次モーメント法の中で用いることも可能にした。具体的には、破壊規準式を与えて図-1に示すフローチャートに従ってマトリックス構造解析を進めることにより信頼性指標および破壊確率が算定できる。

また、中桐・久田<sup>13)</sup>らは図-1の設計点を収束させる各段階で剛性マトリックスの逆マトリックスを毎回求めなければならないことを問題とし、設計点が求まるまでに1回だけ逆マトリックスを計算すれば良い逐次摂動法を導入している。しかし、本計算手法では式(23)を用いているため $\Delta x_i = \Delta \cdot \mu x_i$ の $\Delta$ を変えることにより収束が早くなり、このままでも十分に大規模な構造物への適用も可能と考える。

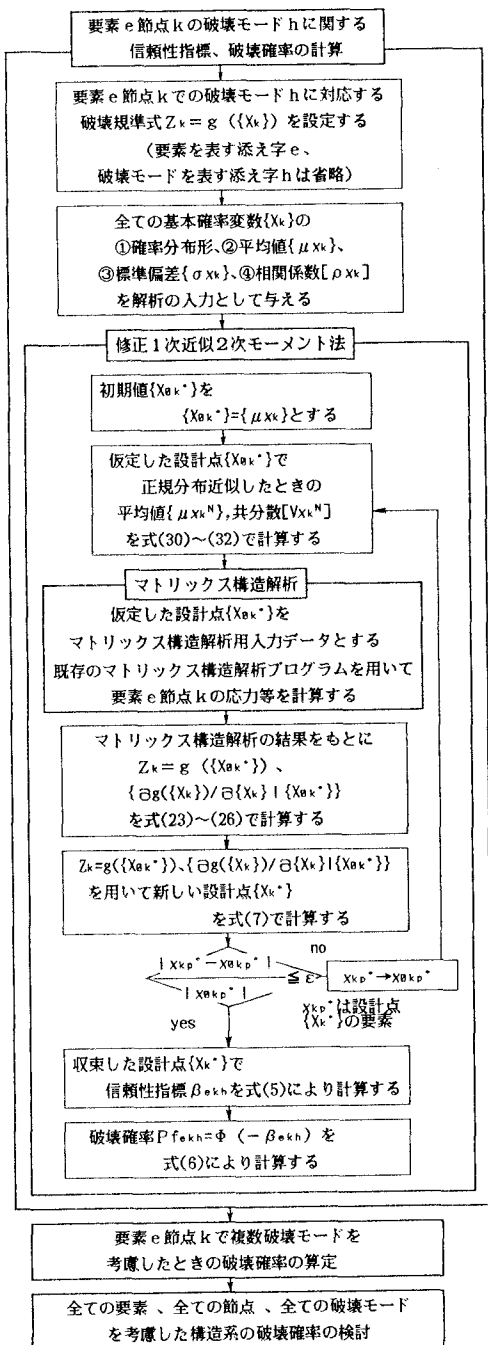


図-1 信頼性指標および破壊確率の算定フロー

3. 数値計算例

(1) ラーメン構造物

第一の例題として図-2に示すようなラーメン構造物<sup>13)</sup>を取り上げ解析精度についての検討を行う。表-1には構造諸元を示すとともに荷重や抵抗値Rの確率特性を示してある<sup>13)</sup> (これらの値の妥当性は、実際の応用に際しては十分な検討が必要である)。なお、表-1の基本確率変数間の相関関係はすべて互いに独立と仮定している。図-2の構造物の要素④の節点2に着目し、その点での水平変位に関する破壊規準式として、

$$Z = R - \{q\}^T \{\bar{\delta}\} \quad (27)$$
$$\{q\}^T = [1, 0, 0, 0, 0, 0]$$

を考える。図-1のフローチャートに従って各段階での信頼性指標を計算し収束の様子を図-3に示した。図-3では式(24)のΔの値の変化による解析結果への影響を見るためΔを0.1, 0.01, 0.001と変化させたときの結果を示した。また、表-2ではΔの値の変化による各基本確率変数の設計点の変化の様子を見るため、Δを0.1, 0.01, 0.001としたとき、式(10)を厳密に計算したとき、また文献13)の逐次摂動法を用いたときの設計点を示した。

以上の結果より、本提案手法を用いて信頼性指標あるいは破壊確率だけを求めるならば、Δ=0.1程度の値を用いることにより少ない繰返し回数で精度良い解が得られる。一方、設計点まで明らかにしたい場合でもΔ=0.01程度でよいことが判る。なお、このΔの値は基本確率変数の相関の度合や破壊規準式の形に依存する傾向にあるが、適切な値(基本確率変数の相関が強いときには小さく、弱いときには大きくする)を用いることにより修正1次近似2次モーメント法の繰返し計算の回数が減少することを確認している。

(2) RCボックスカルバート構造物

例題として図-4に示すRCボックスカルバート<sup>17)</sup>を扱う。ボックスカルバートを単位奥行き当たりについて平面ラーメン構造にモデル化して断面①～⑦の破壊確率を算出する。

文献17)を参考に構造諸元及び作用荷重を表-3のように設定した。さらに、同文献より図-4の各断面①～⑦における断面諸元を表-4のように設定した。表-3に示した各基本確率変数の相関係数は、

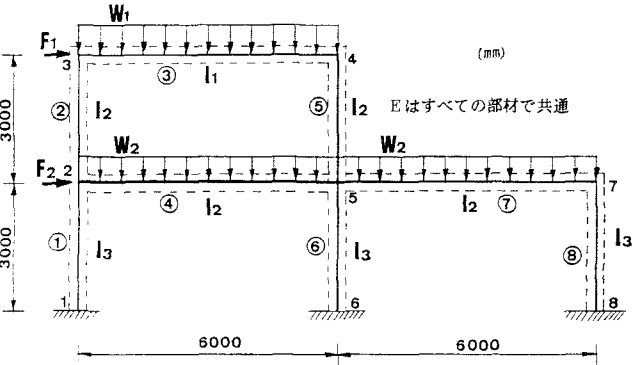


図-2 ラーメン構造物

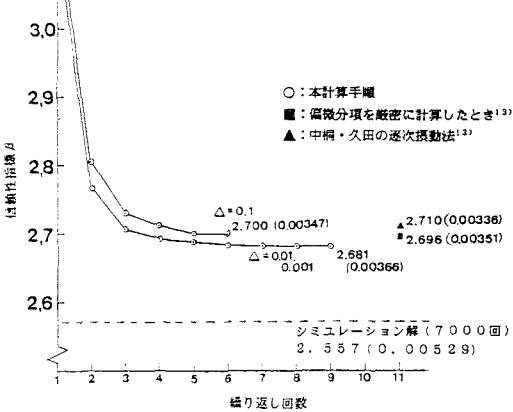


図-3 信頼性指標の収束の様子

表-1 構造諸元及び荷重<sup>13)</sup>

|      | 分布荷重                                                    |      | 集中荷重                 |                | ヤング率                        | 断面2次モーメント           |                                      |                     | R    |
|------|---------------------------------------------------------|------|----------------------|----------------|-----------------------------|---------------------|--------------------------------------|---------------------|------|
|      | (kgf/mm <sup>2</sup> )<br>w <sub>1</sub> w <sub>2</sub> |      | F <sub>1</sub> (kgf) | F <sub>2</sub> | (kgf/cm <sup>2</sup> )<br>E | I <sub>1</sub>      | (mm <sup>4</sup> )<br>I <sub>2</sub> | I <sub>3</sub>      | (mm) |
| 平均値  | 1.5                                                     | 2.0  | 3000.0               | 2000.0         | 2500.0                      | 3.0×10 <sup>8</sup> | 4.0×10 <sup>8</sup>                  | 5.0×10 <sup>8</sup> | 15.0 |
| 変動係数 | 0.25                                                    | 0.20 | 0.25                 | 0.30           | 0.03                        | 0.25                | 0.25                                 | 0.25                | 0.15 |
| 分布型  | (すべて正規分布)                                               |      |                      |                |                             |                     |                                      |                     |      |

表-2 基本確率変数の設計点

| 分布荷重  |       | 集中荷重                |                     | ヤング率                | 断面2次モーメント           |                     |                     | R      |
|-------|-------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|--------|
| $w_1$ | $w_2$ | $F_1$               | $F_2$               | $(\text{kgf/mm}^2)$ | $I_1$               | $(\text{mm}^4)$     | $I_3$               | (mm)   |
| 1.483 | 1.978 | $3.831 \times 10^3$ | $2.383 \times 10^3$ | $2.484 \times 10^3$ | $2.939 \times 10^8$ | $3.188 \times 10^8$ | $2.954 \times 10^8$ | 11.60  |
| 1.482 | 1.979 | 3.790               | 2.391               | 2.482               | 2.948               | 3.200               | 2.948               | 11.61  |
| 1.488 | 1.977 | 3.701               | 2.335               | 2.486               | 2.950               | 3.376               | 2.904               | 11.601 |
| 1.488 | 1.977 | 3.699               | 2.335               | 2.486               | 2.949               | 3.372               | 2.394               | 12.363 |

1) 式(24)でΔ=0.1、2) 式(24)でΔ=0.01、3) 式(24)でΔ=0.001  
4) {Bg(X)}/Bg(X){Xa\*}の厳密解を用いたとき<sup>13)</sup>、5) 逐次摂動法の解<sup>13)</sup>

$\rho(W_1, W_3)=\rho(W_1, W_4)=\rho(W_1, W_5)=\rho(W_1, W_6)=0.1, \rho(W_2, W_3)=\rho(W_2, W_4)=\rho(W_2, W_5)=\rho(W_2, W_6)=0.2, \rho(W_3, W_4)=\rho(W_4, W_5)=\rho(W_5, W_6)=0.6, \rho(W_3, W_5)=\rho(W_4, W_6)=0.4, \rho(W_3, W_6)=0.2$ とし、他は互いに独立としている。

コンクリート構造物の設計においては1) 剛体安定の終局状態、2) 断面破壊の終局限界状態、3) ひび割れの使用限界状態に関して安全性を検討する必要がある。本例題では各断面の破壊モードとして断面破壊の終局限界状態に属する曲げモーメントと軸方向力の組合せ力による破壊モードとせん断力による破壊モード(断面①④⑦は組合せ力による破壊モードのみ考慮)を考慮して、各要素断面と構造系の破壊確率(式(11))を算定する。

軸圧縮力及び曲げモーメントの組合せ力による破壊モードを考慮する要素e断面iの破壊規準式(要素の添え字e省略)は、

$$Z_{Bi} = g_{Bi} (M_i, N_i, \dots) \\ = 1.0 - |M_i| / |M_{ui}| \quad (28) \\ |M_i| / |N_i| = |M_{ui}| / |N_{ui}|$$

$M_i = \{q\}_i m_i [T_e]_i [k_e]_i \{\delta_e\}_i$   
 $N_i = \{q\}_i n_i [T_e]_i [k_e]_i \{\delta_e\}_i$   
となる。ここで、 $M_i$ 、 $N_i$ は要素eの断面iでの曲げモーメントと軸力、 $M_{ui}$ 、 $N_{ui}$ は要素eの断面iでの複鉄筋矩形断面の断面耐力でありコンクリートの圧縮合力、圧縮鉄筋の圧縮合力、引っ張り鉄筋の合力の関数として与えられる。

また、せん断力による破壊モードを考慮した要素e断面iの破壊規準式は、

$$Z_{si} = g_{si} (M_i, N_i, V_i, \dots) \\ = 1.0 - |V_i| / (|V_{cd}| + |V_{sd}|) \quad (29)$$

となる。ここで、 $M_i$ 、 $N_i$ は要素eの断面iでの曲げモーメントと軸力、 $V_{cd}$ 、 $V_{sd}$ は要素eの断面iでのせん断鉄筋を用いない棒要素のせん断耐力、せん断鉄筋により受け持たれるせん断耐力を表しコンクリートの圧縮強度、せん断鉄筋の降伏強度などにより表される。

以上の破壊規準式を用いて各断面および構造系の破壊確率を求めたものを表-5に示す。なお、表-5の結果で各断面や構造系の破壊確率の上下限値が一致している理由は、解析モデルの破壊が曲げ破壊のモードによって支配されているためである。

4. まとめ

本論文は、マトリックス構造解析法をマトリックス表示した修正1次近似2次モーメント法のアルゴリズムへ導入するとともに、文献15)を参考に修正1次近似2次モーメント法の計算手順に若干の改良を加え、構造信頼性解析の手順の一般化を計ったものである。

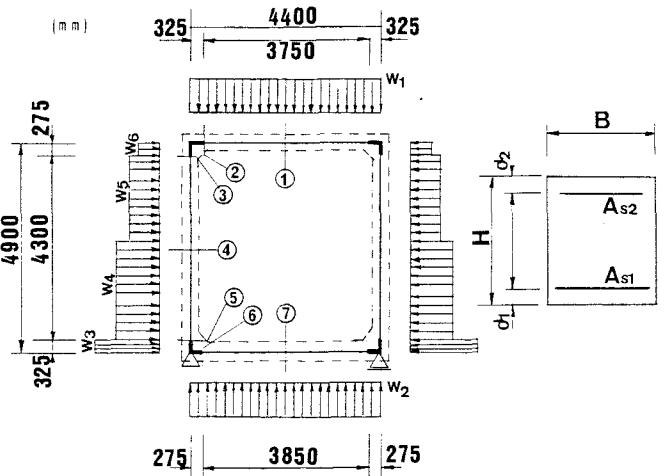


図-4 RCボックスカルバート

表-3 構造諸元及び荷重

|      | ヤング率(tf/m <sup>2</sup> ) |                      |                        |                            |                      |                      | 降伏応力度(tf/m <sup>2</sup> ) |                       |                           |                       |
|------|--------------------------|----------------------|------------------------|----------------------------|----------------------|----------------------|---------------------------|-----------------------|---------------------------|-----------------------|
|      | W <sub>1</sub>           | W <sub>2</sub>       | 分布荷重<br>W <sub>3</sub> | W <sub>4</sub>             | W <sub>5</sub>       | W <sub>6</sub>       | コンクリート<br>f <sub>cc</sub> | 鉄筋<br>f <sub>sy</sub> | コンクリート<br>f <sub>cy</sub> | 鉄筋<br>f <sub>sy</sub> |
| 平均値  | 8.54                     | 11.50                | 11.83                  | 9.87                       | 6.43                 | 4.47                 | 2.35E6                    | 2.10E7                | 2595.0                    | 38350.0               |
| 変動係数 | 0.15                     | 0.15                 | 0.15                   | 0.15                       | 0.15                 | 0.15                 | 0.035                     | 0.035                 | 0.035                     | 0.035                 |
| 分布型  | 対数正規                     |                      |                        |                            |                      |                      | 正規                        | 正規                    | 正規                        | 正規                    |
|      | 断面積(m <sup>2</sup> )     |                      |                        | 断面2次モーメント(m <sup>4</sup> ) |                      |                      |                           |                       |                           |                       |
|      | 頂版<br>A <sub>1</sub>     | 側版<br>A <sub>2</sub> | 底板<br>A <sub>3</sub>   | 頂版<br>I <sub>1</sub>       | 側版<br>I <sub>2</sub> | 底板<br>I <sub>3</sub> |                           |                       |                           |                       |
| 確定値  | 0.35                     | 0.40                 | 0.45                   | 0.036                      | 0.053                | 0.076                |                           |                       |                           |                       |

表-4 断面諸元<sup>17)</sup>

|   | B(cm) | H(cm) | d <sub>1</sub> (cm) | A <sub>g1</sub> (cm <sup>2</sup> ) | d <sub>2</sub> (cm) | A <sub>g2</sub> (cm <sup>2</sup> ) | A <sub>g</sub> (cm <sup>2</sup> ) | s    | $\alpha$ |
|---|-------|-------|---------------------|------------------------------------|---------------------|------------------------------------|-----------------------------------|------|----------|
| ① | 100   | 35    | 17                  | 7.94                               | 7                   | 15.89                              | 23.83                             | 15.0 | 30.0     |
| ② | 100   | 35    | 17                  | 7.94                               | 7                   | 15.89                              | 23.83                             | 15.0 | 30.0     |
| ③ | 100   | 35    | 17                  | 7.94                               | 7                   | 15.89                              | 23.83                             | 15.0 | 30.0     |
| ④ | 100   | 35    | 17                  | 7.94                               | 7                   | 15.89                              | 23.83                             | 15.0 | 30.0     |
| ⑤ | 100   | 35    | 17                  | 7.94                               | 7                   | 15.89                              | 23.83                             | 15.0 | 30.0     |
| ⑥ | 100   | 35    | 17                  | 7.94                               | 7                   | 15.89                              | 23.83                             | 15.0 | 30.0     |
| ⑦ | 100   | 35    | 17                  | 7.94                               | 7                   | 15.89                              | 23.83                             | 15.0 | 30.0     |

①②(頂版)、③④⑤(側版)、⑥⑦(底板)

B:矩形断面の幅、H:矩形断面の高さ、d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub>:圧縮および引張鉄筋のかぶりA<sub>g1</sub>, A<sub>g2</sub>:圧縮および引張鉄筋の断面積、A<sub>g</sub>:せん断補強筋、s:A<sub>g</sub>の配置間隔 $\alpha$ :A<sub>g</sub>と部材軸のなす角度

表-5 破壊確率算定結果

| 断面                                               | 信頼性指標(破壊確率)           |              |
|--------------------------------------------------|-----------------------|--------------|
| ① P[{Z <sub>B1</sub> ≤ 0}]                       | 4.594                 | (0.00000217) |
| ② P[{Z <sub>B2</sub> ≤ 0} {Z <sub>S2</sub> ≤ 0}] | 8.653~8.653(≒0.0)     |              |
| ③ P[{Z <sub>B3</sub> ≤ 0} {Z <sub>S3</sub> ≤ 0}] | 9.459~9.459(≒0.0)     |              |
| ④ P[{Z <sub>B4</sub> ≤ 0}]                       | 3.826                 | (0.00006517) |
| ⑤ P[{Z <sub>B5</sub> ≤ 0} {Z <sub>S5</sub> ≤ 0}] | 8.523~8.523(≒0.0)     |              |
| ⑥ P[{Z <sub>B6</sub> ≤ 0} {Z <sub>S6</sub> ≤ 0}] | 7.699~7.699(≒0.0)     |              |
| ⑦ P[{Z <sub>B7</sub> ≤ 0}]                       | 3.811                 | (0.00006928) |
| 構造系の破壊確率                                         |                       |              |
| P[U(Q/Z <sub>skh</sub> ) ≤ 0]                    | 3.651945~3.651942     |              |
|                                                  | (0.0013013~0.0013013) |              |

本論文をまとめると以下のようになる。

- 1) マトリックス表示された修正1次近似2次モーメント法に既存のマトリックス構造解析法を導入することにより、確定論的な解析と同様に複雑な線形弾性構造物の信頼性解析を可能とした。
- 2) 修正1次近似2次モーメント法の計算過程で現れる偏微分係数を近似的に計算する方法を導入することにより構造信頼性解析の手順の一般化と簡素化を可能にした。
- 3) 2)の考えを導入することにより、修正1次近似2次モーメント法における繰り返し計算の回数が減少することを例題により示した。
- 4) 提案した計算手順は、複雑な確率特性や相関関係を考慮した構造物の信頼性解析に応用できることを例題により示した。

付録 正規分布裾野近似式<sup>2)</sup>

$$\mu_{x_i}^N = x_i^* - [\Phi^{-1}\{F_{x_i}(x_i^*)\}] \sigma_{x_i}^N \quad (3.0)$$

$$\sigma_{x_i}^N = \sigma \cdot \phi[\Phi^{-1}\{F_{x_i}(x_i^*)\}]/f_{x_i}(x_i^*) \quad (3.1)$$

$$\text{Cov}^N(x_i, x_j) = \rho(x_i, x_j) \cdot \sigma_{x_i}^N \cdot \sigma_{x_j}^N \quad (3.2)$$

ここで、 $F_{x_i}(\cdot)$ は基本確率変数 $x_i$ の確率分布関数、 $f_{x_i}(\cdot)$ は基本確率変数 $x_i$ の確率密度関数、 $\Phi(\cdot)$ は標準正規確率分布関数、 $\phi(\cdot)$ は標準正規確率密度関数、 $\rho(x_i, x_j)$ は基本確率変数 $x_i$ と $x_j$ の相関係数である。

## 参考文献

- 1) Ang, A.H-S. and Cornell, C.A.: Reliability Bases of Structural Safety and Design, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.100, No.ST9, pp.1755-1769, 1974.
- 2) Hasofer, A.M. and Lind, N.C.: Exact and Invariant Second Moment Code Format, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.100, No.EM1, pp.111-121, 1974.
- 3) Rackwitz, R. and Fiessler, B.: Structural Reliability Under Combined Random Load Sequences, Computers and Structures, Pergamon Press, Vol.9, pp.489-494, 1978.
- 4) Shinozuka, M.: Basic Analysis of Structural Safety, Journal of the Structural Engineering, ASCE, Vol.109, No.3, pp.721-740, 1983.
- 5) Perkinson, D.B.: Solution for Second Moment Reliability Index, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.104, No.EM5, pp.1267-1275, 1978.
- 6) 長 尚: 相関がある場合の全確率分布安全性指標、構造工学論文集、土木学会、Vol.32A, pp.485-494, 1986.
- 7) Ang, A.H-S. and Amin, M.: Reliability of Structures and Structural Systems, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.94, No.EM2, pp.671-691, 1968.

- 8) Ditlevsen, O.: Narrow Reliability Bounds for Structural Systems, Journal of Structural Mechanics, Vol.7, No.4, pp.453-472, 1979.
- 9) Ditlevsen, O.: System Reliability Bounding by Conditioning, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.108, No.EM5, pp.708-718, 1982.
- 10) Ramachandran, K.: Bound for Trivariate Integrals in System Bound, Journal of Structural Engineering, Vol.112, No.4, pp.923-934, 1986.
- 11) Vanmarcke, E.H.:Matrix Formulation of Reliability Analysis and Reliability-Based Design, Computers & Structures, Pergamon Press, Vol.3, pp.757-770, 1971.
- 12) Kiureghian, A.D. and Ke, J-B.: Finit-Element Based Reliability Analysis of Frame Structures, Proceedings of 4th International Conference on Structural Safety and Reliability, pp.1-395-1-404, 1985.
- 13) 中桐 滋・久田俊明:確率有限要素法入門、培風館、pp.211-262, 1985.
- 14) 鈴木 誠・石井 清:確率有限要素法による斜面の安定解析、土木学会論文報告、第364号、111-4、pp.199-208,1985.
- 15) 長 尚・大矢秀人:式で表現されていない破壊規準に対する全確率分布安全性指標、構造工学論文集、土木学会、Vol.33A、pp.743-748, 1987.
- 16) 小堀為雄・吉田 博:有限要素法による構造解析プログラム、丸善、pp.20、1980.
- 17) 勝沢勝栄・鈴木健一・宮本孝治・横溝幸雄:土圧を受ける構造物の設計、技報堂出版、pp.1-56, 1987.

(1987年10月16日受付)