

多段階分析による 非線形破壊基準関数の処理について

ON MULTI-STAGE TREATMENT OF NONLINEAR FAILURE CRITERION FUNCTION

佐藤尚次* 長谷川彰夫** 西野文雄***

By Naotsugu SATO, Akio HASEGAWA and Fumio NISHINO

Theory and its applications of reliability based design have been developed remarkably in recent years. However, understanding for this design method is still insufficient among common engineers and some impressions for this design method, such as particular, complicated design, are obstructing wide use of this method in design offices. In this study, multi-stage treatment of non-linear failure criterion functions, which is available as an alternative of Hasofer-Lind's well-known concept, is proposed. Theoretical accuracy to approximate the probability of failure is examined. Moreover, discussions that the proposed method is consistent with conventional way to ensure structural safety in design and is apprehensive and easy to handle for common engineers, who are unfamiliar with reliability concept, suggest the validity of proposed method.

1. はじめに

土木工学における信頼性設計法の、理論ならびに適用例の発展にはめざましいものがあり、学会等における研究発表件数も着実に増加している。また、諸外国の設計指針^{1,2)}や土木学会コンクリート標準示方書³⁾において限界状態設計法が採用されるのに伴い、設計条件の背景の一部として挙げられる信頼性の考え方に、一般の設計技術者の関心も集まりつつあるといえよう。

しかしながら、信頼性理論に基づく設計と、既往の設計との関係や、新しい設計法がどのような点で既往の設計の不合理性を改善するのかといった事項については、一般技術者の間に十分な理解がなされているとはいえないし、また、Cornellの提唱したF O S M法以後、今日1次ガウス近似法として知られる理論までにみられる信頼性設計の基礎理論には、既往の設計慣行（設計基準の作成過程という意味でも、個々の技術者の段階でも）と比較して、馴染みにくい面が多く、これがこの理論を普及する上でのひとつの障害要因になっている。

著者らは、これまで、既往の許容応力度設計法の実質的内容を検討して、その問題点を考察するとともに、従来行われてきた安全性確保の考え方【小さな強度値、大きな荷重値による設計】を明らかにしてきた^{4,5)}。また設計値における超過（あるいは非超過）確率を安全性確保のための指標とすることで、

* 工博、関東学院大学講師、工学部土木工学科（神奈川県横浜市金沢区六浦町4834）。

** 工博、アジア工科大学助教授（タイ国バンコック市）。〔東京大学より海外派遣〕

*** Ph.D.、東京大学教授、工学部土木工学科（東京都文京区）。

簡便で、かつ信頼性の制御精度にも優れ、さらに既往の設計法とも整合性が高く、一般技術者にも受け入れやすい理論が構築しうることを示唆してきた⁸⁾。こうした検討の背景にあるのは、

- ①既往の設計慣行の背景にある考え方の理解が不十分なままに、形式上の相違に目を奪われて、新しい設計法を受け入れようとすることは、却って設計を不合理なものにしてしまう恐れがあると思われること。
- ②逆に、信頼性設計の側から見れば、既往の設計法の中に含まれる「概念」や「用語」をなるべく多く共有し、従来の設計に親しんできた技術者にも容易に理解できるような形にアレンジされた方が、本来の利点も発揮しやすいと思われること。

である。

本研究ではまず信頼性設計の基礎理論を構成する種々の概念を再検討して、その意義を考察し、次に Hasofer-Lind の概念として知られる、非線形の破壊基準関数の処理方法に代る、関数の多段階分析法を提案する。そして若干の数値計算例により信頼性の制御精度を検証した後、従来の設計法との整合性等について考察し、また将来の設計のあり方のひとつの像として、設計変数の超過確率を判断材料として設計者に設計条件の選択を委ねる方法（ここではメニュー方式と呼ぶ）をも提案する。

設計のあり方を表現するのに「開かれた設計」、「閉じた設計」という用語が用いられることがある。個々の設計者に判断の自由度を与えず、こういう場合にはこうするというのが全て基準に定められているような設計を「閉じた設計」、逆に個々の設計者に多くの判断の自由度を与えているようなものを「開かれた設計」といっている。「開かれた設計」は煩雑な側面もあるが、設計者の能力を高めるといった点では有利であり、未知の分野に進出するための準備にもなりうる。とはいえ極端に「開かれた」設計を考えるのも現実的ではないことである。本研究で考えているメニュー方式は、「開かれた設計」に準じつつ、実現の可能性も考慮したものである。

2. 2次モーメント法の基本概念

まず、Cornell 以後、1次ガウス近似法に至るまでの、2次モーメント法の基本的な概念の変遷過程を再検討してみる。Cornell の手法の基本的な発想⁷⁾は、「互いに独立な、正規分布に従う確率変数 $X_1, X_2, \dots, X_n$ に対し、

$$Z = X_1 + X_2 + \dots + X_n \quad (1)$$

のように線形結合で表わされる変数 Z もまた正規分布に従う」ことを利用したものであり、構造設計に対応させて、 $Z = R - S$ のモデルをあてはめ、

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (2)$$

によって破壊確率（正確には限界状態確率とするべきであるが、ここでは便宜上破壊確率に統一した）に対応する安全性指標 β を各変数の平均値と分散のみで表現した（後出の式(4)）。ここで P_f は破壊確率、 Φ は標準正規分布の累積確率分布関数で、 Φ^{-1} はその逆関数である。

こうした理論が作られた背景にあるのは、地震や風のように、データの数が十分でなく（現在ではこれらについてもデータ集積が相当進展しているが）設計値を合理的に決定するのが困難なものについても、平均値や分散のように比較的容易に得られる統計パラメータを利用して、一定の「目安」を得ることにあると思われる。この理論自体は、 β が破壊確率を制御する役割を果たすことについては、必ずしも大きなものを期待していなかったと考えてよいであろう。

しかし、その後の信頼性設計の理論の発展過程の中では、安全性（言い換えれば、破壊確率）の制御、すなわち目標とする破壊確率のレベルと設計によって実現される破壊確率のレベルとの間の精度、ということに少しずつ重点が移っていったと思われる⁸⁾。すなわち、Cornell の手法との対比でいえば、信頼性

理論を「実現される破壊確率の近似理論」として考える立場である。

この立場からみれば、初期の2次モーメント法は、独立な「正規変数の」「線形関数」に対してのみ厳密解を与える理論として位置づけられる。それゆえ、2次モーメント法の範ちゅうで、より一般的な条件に適用可能な理論を開発しようとした場合、

- ①変数の分布形が正規分布以外であること
 - ②破壊基準関数 Z が変数の非線形関数であること
- の2点が、理論上、誤差の主要な原因となる。

これらの点から生じる誤差を補正し、破壊確率の制御精度を向上させるために、次のような修正が行われてきた。まず変数間に相関がある場合、相関係数行列を対角化することにより得られるユニタリ行列で座標を変換し、無相関の変数に変える。また①の点については、変数の分布形が裾の部分まで十分な精度で推定できるようなデータがあるときには、変数に一定の写像変換を加えることにより、正規分布に従うような変数に変換できる(正規化変換⁹⁾)。また、より単純に、変数の分布形の裾の方の一点をとり、そこで確率密度関数と累積確率分布関数がもともとの分布と一致するような正規分布に置き換えて考える Rackwitz- Fieβlerの方法⁸⁾などもよく用いられる。いずれにしても、各変数のもつ誤差要因には何らかの変数変換で対応するのがこれまでの流れであった。著者の超過確率法に関する検討⁶⁾も、この要因に対処するものである。

一方、②の要因には破壊基準関数をいずれかの点でテーラー1次近似して対応するのがこれまでの流れであり、当初は平均点($\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n$)での接超平面を用いていたのが、 $Z=0$ を満足する点へとテーラー展開の中心点に移り、最終的に標準正規化空間内での原点(平均点に対応)からの最小距離を与える点(破壊点という)をとる Hasofer-Lind の概念¹⁰⁾へと発展した。

長¹¹⁾によるこれらの概念の整理に従えば、①で述べた点を考えずに、平均値、標準偏差などを用いて標準化させた変数に対して Hasofer-Lind の β を求めたものが β_{HL} であり、上記の、分布形を考慮して①の要因に対処した上で Hasofer-Lind の β を求めたものが「全確率分布安全性指標」 β_F となる。

Fig. 1 に Hasofer-Lind の概念に対応する図を示した。図中の座標軸 Y_1, Y_2 は標準正規化された変数である。今、説明の便宜上、2つの別個な破壊基準関数 Z_1, Z_2 があり、それらがともに Y_1, Y_2 の関数で、しかもこの空間内で同一の破壊点 A を有しているものとする。 $Z_1=0$ で表現される限界状態に対応する破壊確率は、厳密には $Z_1 \leq 0$ の領域、すなわち図中の  を付した領域で Y_1, Y_2 の結合確率密度関数を積分して得られる。 Z_2 についても同様である。これらの限界状態に対する安全性指標 β は同一であるが、破壊確率は同一ではない。

さらに、先に述べた「実現される破壊確率の近似理論」という立場から考えてみる。Fig. 1 における β に対し、式(2)を介して算出される P_F が、この理論における「破壊確率の近似」と考えてよい。ところが、 Y_1, Y_2 が、独立な正規変数に変換されていることを考えると、この確率は、 A

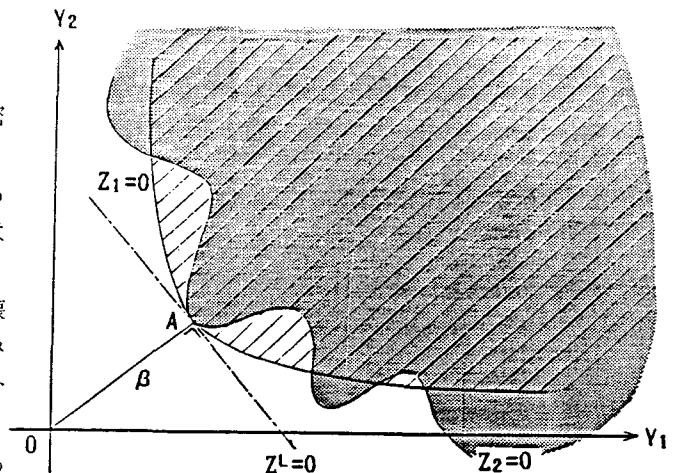


Fig.1 Nonlinear Failure Criterion and Hasofer-Lind's β

を通り、直線OAに直交する直線（すなわち、 $Z_1=0$ 、 $Z_2=0$ のAにおける接線； $Z^L=0$ で表わす）を境に、原点を含まない領域（言い方を変えると破壊側の領域）で Y_1 、 Y_2 の結合確率密度関数を積分したものと一致する。このように考えると、Hasofer-Lind の概念は、破壊領域の近似法を示すひとつの考え方も理解できる。

先に①の誤差要因への対処で述べた手法は、「破壊確率の近似理論」という立場から、近似の精度を向上させようという主旨によるものである。また②の要因についても、理論の発展過程において、線形化点を平均点から $Z=0$ 上の点に変えたところまでは、線形化された破壊領域の近似度を高めるのが主旨であったわけである。ところが Hasofer-Lind の概念により一つに定められる破壊領域は、必ずしも本来の破壊領域を最も精度よく近似しているわけではない。つまり、これは単なる便法であって、「破壊確率の近似精度の向上」という目的に対しては副次的なものと理解できる。

大局的にみれば非線形な現象を、工学的に重要な、関心のある点の近傍のみで局所的に線形化近似することは、工学では分野を問わず広く行われていることではある。しかし信頼性の問題のように、変数の確率分布といった「大局的な」対象を扱うものと、局所的な線形化近似を結びつけてしまうことにより、（実質的な精度への問題はさておいても）直観的なわかりにくさが生じてくるのではないかという印象を著者らは抱いている。

それにもかかわらずこの概念が広く受け入れられているのは、応用上 Fig.1 に示したような極端な例を扱うことは比較的少ないと考えたことや、線形化点から離れた部分では確率密度関数が小さくなり、積分値に及ぼす影響が小さいと考えたことなどが挙げられようが、一面では、先述の②の、非線形な破壊基準関数の処理（Fig.1でいえば非線形な破壊領域境界の近似）を行う適切な方法が他になく、近似としては最適でなくとも、ひとつの目安といった便宜的な意味において、利用の意義を認めているという部分もあると思われる。

歴史的には、「安全性指標の不変性」¹²⁾ [正確には「式表現に関する安全性指標の不変性の欠如」： Z の定式化によって β の値がばらつくという問題] という側面から Hasofer-Lind の概念の必要性が論じられたことがある。しかし、現時点での見方からすると、式(2)の関係を考えれば、 β がばらつくことは、「破壊確率の近似」のばらつきであり、仮に限りなく真の破壊確率を近似しうる理論があったならば、 β は一つの値に収束するはずであって、ことさらに「式表現による安全性指標の違い」を問題とする必要もない。これが問題となったのは、「破壊確率の近似理論」という観点がまだ希薄であった初期の2次モーメント法の立場から見てのことである。

強度 R 、荷重効果 S の2変数モデルを例に考えてみる。この場合、破壊確率は $R \leq S$ となる確率、すなわち

$$P_f = \text{Prob.} [R \leq S] \quad (3)$$

である。これは $Z = R - S \leq 0$ となる確率と言い換えてもよい。仮に、 R 、 S が独立で、ともに正規分布変数であるとき、

$$\beta_N = (\bar{R} - \bar{S}) / \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (4)$$

から式(2)によって得られる P_f は式(3)の正解を与える。またこれらが対数正規分布変数であるときには、

$$\beta_{LN} = (\ln \bar{R} - \ln \bar{S}) / \sqrt{V_R^2 + V_S^2} \quad (5)$$

が正解を導く。つまりこれらの式の β の違いは変数の分布形の違いによる式(3)の P_f の違いに他ならない。今日の信頼性理論の立場は、 R 、 S の分布形の影響を考慮に入れつつ式(3)の P_f を近似する手法であり、式(4)と式(5)の違いを式表現の問題としてとらえることは、ほとんど意味のないことである。

現時点における、Hasofer-Lind の概念の位置づけとしては、理論の中の不可欠な要素とする必要性は必ずしもなく、破壊領域近似の一つの便法（無論多くの問題に対して非常に有効な便法ではある）とす

るのが妥当であろう。一方、この概念から導かれる線形化点探索のための繰返し計算のスキームなどは、1次ガウス近似法の計算全体の中でもかなりの比率を占めているし、それ以上に、信頼性理論の枠組みをわかりにくいものになっている側面があると思われる。計算時間の問題は些少なことであり、概念構成上は、既往の設計慣行と整合しにくい部分といってもよいであろう。

信頼性設計の実用化という意味からすれば、「破壊確率の近似理論」という立場ではあっても、精度の向上のみを目標としなければならないというものではない。計算方法によって、 β の精度が不十分であったり、結果として出てくる β に多少のばらつきがあったとしても、わかりやすさ、使いやすさが優先されることもあってよいと思われる。これは理論の適用対象の性質によっても判断されることであろう。これが初期の2次モーメント法の発想の原点といってもよい。

以上述べてきた点を考慮に入れ、論理の筋道を通しつつ、実用的方法を検討したのが、次節に述べる理論の背景である。

3. 非線形関数の多段階処理

前節で述べたように、①の誤差要因には変数の写像変換、②の誤差要因には関数のテーラー1次近似を用いて対処してきているが、このように、対処の仕方を分けることの必然性は、必ずしもない。②の誤差要因に対しても、変数変換で対処が可能である。言い方を換えれば、変数変換によって、②の誤差要因を①に帰することもできる。これは次のようなことである。仮に、2つの変数 X_1, X_2 を独立な正規変数とすると、

$$Z = X_1^2 + X_2^2 \quad (6)$$

は正規変数の非線形関数であるが、 $Y_1 = X_1^2, Y_2 = X_2^2$ とおきかえれば、

$$Z = Y_1 + Y_2 \quad (7)$$

は式(6)と等価で、かつ非正規な変数 Y_1, Y_2 の線形関数となる。つまり、同じ問題でも、見方によって、異なった誤差要因を含んでいるように解釈できるわけである。

これを一般的な議論に拡張した上で、超過確率法を適用することを考える。設計問題に出てくる非線形関数は、次のような項を組合せて構成されることが多い。

①変数の和

($X_1 + X_2 + \dots + X_n$; 差も含む)

②変数の積

($X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n$; 商も含む)

③写像

($f(X)$; べき等も含む)

これらに対し、例えば、

$$Z = (X_1 + X_2) \cdot X_3 + \exp[X_4 \cdot X_5] \quad (8)$$

という関数を例にとって、上の①、②、③の形に分解してみることを考える。まず、 $Y_1 = X_1 + X_2$ 、 $Y_2 = X_4 \cdot X_5$ とおけば、式(8)は、

$$Z = Y_1 \cdot X_3 + \exp[Y_2] \quad (9)$$

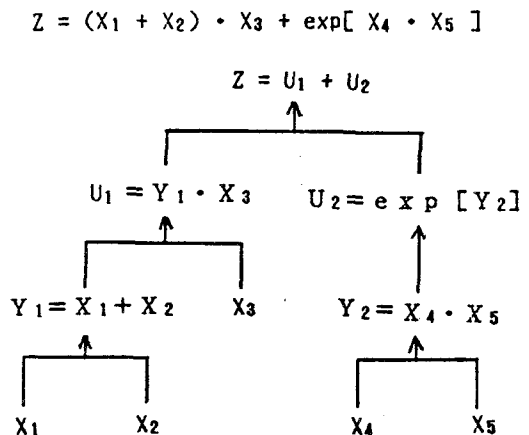


Fig.2 Multi-Stage Treatment for Example Function

となり、さらに $U_1 = Y_1 \cdot X_3$, $U_2 = \exp [Y_2]$ とおけば、

$$Z = U_1 + U_2 \quad (10)$$

となって、最終的には「線形」関数となる。以上の式変形を図にしたのが、Fig.2である。

Fig.2の式変形を、ここでは、関数の多段階分析と呼ぶことにする。この分析によって、式(8)の関数の各段階は皆上の①、②、③のいずれかに帰属することになる。論理的には、こうした分析が不可能な場合もありうると思われるが、土木工学の設計に使われる関数は概ねこの扱いが可能であると考えられるので、ここでは、その範囲内で議論を進めることとする。

①、②、③の各段階に対して超過確率法を適用することを考える。

①変数の和：

$$Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n \quad (11)$$

とおく。設計に際し、各 X_i の設計値として X_i^* をとり、これから算出される Y を、

$$Y^* = X_1^* + X_2^* + \dots + X_n^* \quad (12)$$

とする。各 X_i^* は、各々超過確率が e_{xi} になるように決められているものとする。すなわち、

$$e_{xi} = \text{Prob.} [X_i \geq X_i^*] \quad (13)$$

である。今、各 X_i がすべて独立で、正規分布するものとすれば、

$$e_{xi} = \Phi [- (X_i^* - \bar{X}_i) / \sigma_{xi}] \quad (14)$$

ゆえ、

$$X_i^* = \bar{X}_i - \sigma_{xi} \cdot \Phi^{-1}(e_{xi}) \quad (15)$$

となる。式(15)を式(12)に代入し、 Y も正規分布することを考えれば、 Y が Y^* を超過する確率 e_y は、

$$\begin{aligned} e_y &= \Phi [- (Y^* - \bar{Y}) / \sigma_Y] \\ &= \Phi [\sum \sigma_{xi} \cdot \Phi^{-1}(e_{xi}) / \sqrt{\sum \sigma_{xi}^2}] \end{aligned} \quad (16)$$

で与えられる。式(16)は、各 X_i がすべて正規分布するときのみ、超過確率の正しい関係を与えるが、他の分布のときにも「近似式」としてこれを活用するものとする。

[注：ここでは説明の便のために、すべて超過確率で統一したが、実際の問題への応用を考える際には、強度側の変数では非超過確率、荷重側の変数では超過確率というように対応づけて考える。以下も同様である。]

②変数の積：

$$Y = X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_n \quad (17)$$

とおいて、各 X_i の設計値から算出される Y を、

$$Y^* = X_1^* \cdot X_2^* \cdot \dots \cdot X_n^* \quad (18)$$

とするのは前と同様である。式(17)は、両辺の対数をとれば、「線形の」関係にあることに注意を要する。すなわち、各 X_i について、今度はすべて対数正規分布することを仮定すれば、式(17)の両辺の対数をとったものについて式(13)から(16)の展開が可能である。この場合、 $(\ln X_i)$ の分散 $\sigma_{\ln xi}^2$ と X_i の変動係数 V_{xi} の間には、

$$\sigma_{\ln xi}^2 = \ln [1 + V_{xi}^2] \quad (19)$$

の関係があるから、式(18)の Y^* の超過確率は、

$$e_y = \Phi \left[\frac{\sum \{ \ln (1 + V_{xi}^2) \}^{1/2} \cdot \Phi^{-1}(e_{xi})}{\{ \sum \{ \ln (1 + V_{xi}^2) \} \}^{1/2}} \right] \quad (20)$$

で与えられることになる。なお、 V_{xi} が小さい (< 0.2 程度) ときには、 $\ln (1 + V_{xi}^2) \approx V_{xi}^2$ という近似を用いてもよい。各 X_i が対数正規分布しない場合にも、この関係を準用することは①と同様である。

③写像：

この場合には、超過確率の関係は、写像の性質によって異なる。

$$Y = f(X) \quad (21)$$

についてもXの設計値から算出されるYは、

$$Y^* = f(X^*) \quad (22)$$

で与えられるが、このfが単調増加かつ1対1の写像(対数関数、指数関数など)のときには、

$$e_Y = e_X \quad (23)$$

である。三角関数のような周期関数では式(21)の逆写像を考えて、 $Y > Y^*$ となるXの部分領域を求めることになる。安定問題、振動問題などでは、多価関数が現れることもあり、これらにはこうした扱いは困難になるが、もともとこうした問題が本研究の対象となるような設計の場で扱われることは少なく、これらを除いて考えたとしても実用上は差支えないと思われる。

以上述べてきた関係式を用いて、例えばFig.2に示した関係にこれを適用し、下位の変数の設計値の超過確率から順次上位の変数の超過確率を推定していくことになる。設計の問題では、最上位にあるのは限界状態を表現する関数であり、最終的に求まる超過確率が、その限界状態に対応する破壊確率である。式(16)、(20)からわかるように、一つ上のレベルの変数の超過確率を推定した後、さらに上のレベルに進むためには超過確率の他、分散、あるいは変動係数の情報が必要であるから、それも別の方法で推定してやる必要がある。

例えば、和の場合、

$$\sigma_Y^2 = \sigma_{X1}^2 + \sigma_{X2}^2 + \dots + \sigma_{Xn}^2 \quad (24)$$

は分布形に無関係に成立する。積の場合、対数正規分布を仮定すれば、

$$1 + V_Y^2 = (1 + V_{X1}^2) \cdot (1 + V_{X2}^2) \cdot \dots \cdot (1 + V_{Xn}^2) \quad (25)$$

が成立つので、これを準用してもよい。

また、逆に、最初に目標とする破壊確率(最上位の超過確率)を設定しておいて、上から下へと超過確率を決めていく方法もある。これは設計基準を作成するプロセスに対応する。この場合には順次、値の決定の自由度が増加していき、一意に解が決まらないということが起こるから、データ数その他の条件を考慮に入れた工学的判断を補う必要がある。

4. 試算例

前節の手法の具体的な試算例として、式(8)の関数について、パラメータを種々与え、提案式とモンテカルロ法により計算したZの超過確率を挙げておくこととする。

Fig.2の中で、 $Y_1 = X_1 + X_2$ と $Z = U_1 + U_2$ のステップについては、式(12)、(16)、(24)を、 $Y_2 = X_4 \cdot X_5$ と $U_1 = Y_1 \cdot X_3$ のステップについては、式(18)、(20)、(25)を、 $U_2 = \exp[Y_2]$ については、式(21)、(22)を適用できる。また、最後の指数変換のステップでの変動係数等の変換については、 U_2 が対数正規分布、 Y_2 が正規分布するときに用いられる式(19)等の関係を準用することとした。

パラメータのとり方としては、 $X_1 \sim X_5$ の平均値として、式(8)の第2項(U_2)が卓越する場合に対応させて、すべての平均値を1.0にとったケース[ケースA]、および第1項(U_1)が卓越する場合に対応させて、 $\bar{X}_3$ のみ5.0、他を1.0にとったケース[ケースB]を考えた。変動係数としては、ばらつきの小さい場合として、すべてを0.1としたケース[ケースa]、およびばらつきの大きい場合として、すべてを0.5としたケース[ケースb]を考えた。さらに、設計値に対応する超過確率としては、すべてを0.1としたケース[ケース①]および X_3 と X_5 のみ0.01、他を0.1としたケース[ケース②]の2通りを与

えた。

以上の前提で算出した、本提案によるZの設計値に対する超過確率を、Table 1の「超過確率法」の列に示す。これと比較の意味で、モンテカルロ法により算出した超過確率も並べて示してある。表中1は $X_1 \sim X_5$ の分布形をすべて正規分布、2はすべて対数正規分布、また3はすべて極値I型分布にとったものを表す。ちなみにモンテカルロ法の繰返し回数は、超過確率の組合せケース①で10万回、ケース②で20万回とした。1個の超過確率の算出に要した計算時間は、関東学院大学のFACOM-M360で、超過確率法で約1.8秒、繰返し10万回のモンテカルロ法で208秒であった。表の計算結果からは、変動係数が小さいときよりは大きいとき、また正規分布よりは対数正規分布、極値I型分布といった非対称な分布の方が精度が悪くなることがわかる。極端な場合では、超過確率を1/50ほどに過小評価している場合もある。この意味では、文献6)で紹介したR、Sの2変数の結果よりも精度は落ちている。つまり、本手法の問題点として、変数の分布形によらず、式(16)、(20)といった近似を用いているため、Fig.2のようなステップを上っていくごとに誤差が累積していくことが考えられる。しかしまた、同文献で紹介した2変数の場合のCornell法よりは、なお精度的に優位を保っており、しかも本手法は、詳細な正規分布表さえ手元があれば、手計算でも答えを出し得る簡便性を有している。

ここに示した試算例は十分なものではないが、現在次節に述べる設計実務との関連を考慮した例を検討中であり、機会を改めて発表したい。また誤差が累積していく欠点に対処するため、各ステップでの誤差を小さくするという面から、さらに検討が必要と思われる。なお査読意見として、破壊確率が小さいときにはモンテカルロ法の精度に問題があることや、Rackwitz-Fieβler流の変数変換等の使用によって、精度の向上が期待できるのではないかという指摘を頂戴したことを付記しておく。

Table 1 Evaluation of Fractile Probabilities

超過 確率	平均 値	変動 係数	超過 確率法	モンテカルロ法		
				1	2	3
①	A	a	4.05×10^{-3}	5.81×10^{-3}	7.90×10^{-3}	1.43×10^{-2}
		b	6.73×10^{-3}	2.02×10^{-2}	3.39×10^{-2}	2.66×10^{-2}
	B	a	5.47×10^{-3}	4.25×10^{-3}	6.47×10^{-3}	1.22×10^{-2}
		b	3.62×10^{-3}	8.29×10^{-3}	2.56×10^{-2}	1.67×10^{-2}
②	A	a	9.71×10^{-5}	3.25×10^{-4}	4.65×10^{-4}	1.17×10^{-3}
		b	2.56×10^{-4}	3.88×10^{-3}	5.54×10^{-3}	4.92×10^{-3}
	B	a	1.71×10^{-4}	6.00×10^{-5}	1.85×10^{-4}	4.50×10^{-4}
		b	8.16×10^{-5}	1.73×10^{-3}	3.90×10^{-3}	3.57×10^{-3}

5. 設計実務との関連

既に述べたように、本研究は、超過確率概念によって分布形の情報を取入れて、破壊確率の近似精度の向上をはかっているものの、むしろ適用の簡便性、従来の設計慣行との整合性に、より深く配慮したものである。実務設計の場では、あらかじめ定められた荷重の設計値から、構造解析によって荷重効果を算出し、それを、断面の形状や寸法、材料強度等から決まる強度、あるいは限界状態と比較して安全性照査を行う。これはここに述べた下位変数から上位変数を導く作業と対応するものである。

また、設計基準を作成する過程においても、荷重を検討する組織や委員会、鋼やコンクリートの部材の限界状態を検討する組織や委員会はそれぞれ異なっており、またさらに荷重の中、限界状態の中で枝分れがある。一方で、これらの組織の検討を総合的に判断する組織や委員会もある。これらの組織の間では、下位の組織での検討事項を集約した情報が上位に伝えられ、最終的に最上位の組織での検討にかけられるまでの間に、情報は次第にまとめられていく。

本研究での検討は、こうした情報のやりとりの、主として統計的データの扱いに関する側面を理想化したものであるといえる。上位と下位の変数でやりとりする情報は、変数の分布全体に関するものでなく、設計値の超過確率と、分散、あるいは変動係数といったばらつきに関するもののみである。一般に、得られたデータから平均値、分散といった、データ全体の性質を代表するパラメータを求めることをデータ・リダクションとやっているが、本研究での提案も、設計情報の伝達におけるデータ・リダクションを示したものである。また、今後のデータ集積の進行にともない、データベースの作成がひとつの技術課題となることが予想されるが、本研究でのデータ・リダクションは、その際の指針を与えるものである。

実際の設計と本研究を結びつけるには、なお問題点も多くある。本研究は、破壊基準関数が、陽な形で定式化されているときに使いうるものであるが、現実には式の形に表わしきれないものも多くあると思われる。その一つの例が、道路橋の活荷重である。活荷重を構成する個々の車両については、車重、軸重のデータをとることは可能であるが、それが橋の上での車両列になったときに、橋にどのような荷重効果を及ぼし、それが統計的にどのような性質をもつかは、渋滞の起こる頻度、大型車混入率、その他の要因等も関係し、一本の式で表わすことは容易ではない。

しかしその一方で、現在行われている荷重に関する検討の多くは、自然現象そのもの、構造物にはたらく外的作用そのものというよりは、むしろ荷重効果に着目した整理がなされている。よい例が地震であり、設計基準に示される地震荷重は、基盤上での地震データをそのまま載せているのではなく、構造物の応答計算までして、荷重効果のレベルにおいて超過確率が一定以下になるような値を検討した上で、それから逆算して求めた入力荷重値が載せられている。修正震度法で、長周期構造物の震度が低く与えられていることなどがそれに当る。したがって、もしこうした荷重の設計値に、超過確率もしくは再現期間が付記されたならば、それは荷重値そのものの超過確率ではなく、その荷重値から算出される応答（応力、断面力など）の値の超過確率であると理解してよい。荷重から荷重効果を算出するのは、ひとつの写像変換であるから、これは上の③で説明した、1つ上位の変数での超過確率への変換を、基準の段階で考えているといつてよい。

これは、限界状態でも同様の配慮がなされていることも多い。具体的には鋼部材の座屈強度などはこれに該当するといえよう。文献4)にも述べたように、座屈許容応力度は、部材としての耐荷力のレベルで十分非超過確率が小さくなるように定められている。この他にも、例えば、東海鋼構造研究グループでは国内外の各種鋼部材の耐荷力実験データを収集、統計分析するとともに、抵抗強度 R が、部材を構成する材料の降伏点強度を公称降伏点強度で無次元化した「材料係数」 M 、断面積や断面係数の実測値を公称値で無次元化した「製作係数」 F 、実測降伏点、実測断面量が与えられたときの耐荷力を公称値で無次元化

した「設計係数」 P の3つの確率量で

$$R/R_n = M \cdot F \cdot P \quad (26)$$

で表わされるものとして整理している¹³⁾。ただし R_n は示方書に定められる抵抗強度式である。こうした議論も部材の限界状態レベルでの統計的性質を考えたものといえる。ところで式(26)のように、 R が3つの変数の積で表わせると考えるならば、これは本文中に示した式(20)が適用できる例である。例えば3つの変数中、仮にどれかひとつの変数の「ばらつき」 $\ln[1 + V_{X_i}^2]$ が他のものに比べて大きければ、そこについて ex_i を十分小さくなるように配慮して R_n を選んでおきさえすれば、他のものは余り ex_i を小さくしなくとも、 R のレベルでも十分安全が確保できることになることが示唆されよう。耐荷力関係のデータベース作成に際して、実験値の何パーセントail下限値をとるかはしばしば問題とされることであるが、式(26)のよに、耐荷力のばらつきを支配する要因を整理し、各要因のばらつきを比較することが重要である。

本研究で提案した手法の、実設計への適用のための考え方のひとつとして、「設計基準のメニュー方式」を挙げておきたい。従来、設計基準のあり方としては、ただ一つに定められた荷重値や、安全率をもとに、個々の設計者は統計的考慮を行うことなく設計をする、というものが普通と考えられてきた。これは既往の許容応力度設計法でもそうであったし、「レベルⅠ」といわれる信頼性設計法でもそうである。構造解析などの力学的問題については、設計者に委ねられた自由度が大きく、相当に開かれた設計を行っているが、統計量の処理という意味では閉じた設計であるのが、土木、建築の構造設計の特徴といえよう。設計技術者の能力育成という意味では自由度の多い開かれた設計にも利点はあるが、さりとて極端に多くの自由度を急に与えられても混乱を招く恐れがある。そこで、統計量の扱いに関する自由度を増やす意味で考えたのがこの「メニュー」である。

これは一つの例であるが、例えば、荷重値を現在のように一つに定めておくのではなく、いくつか候補の値を提示して、その中から選ぶようにしておくのである。その際に、選択の判断基準として、それぞれの荷重値に対応する超過確率（これは、荷重そのものの超過確率でも、前述のような荷重効果レベルのものでもよい）も併記しておく。この他、計算の必要に応じて、分散（あるいは変動係数）も、荷重固有の情報として付記するのである。そして、本研究の方法により、荷重を組合せて算出する荷重効果の値の超過確率、ないしは限界状態に対応する破壊確率を算出して設計資料とするのである。

荷重組合せ問題の扱いに関連して、現行設計の問題点として、例えば死荷重と活荷重の全応力度の中に占める割合の違いによって、安全性に大きなばらつきがあることなどが指摘されることがある。そしてその問題に対処する一便法として、部分安全係数法が紹介されることもある。しかし現実には存在する構造物の種類は多種多様であって、全応答の中に占める各荷重の割合もまた千差万別である。部分安全係数法のような閉じた設計では、基準作成段階でその全てを網羅することは困難である。これに対し、上記「メニュー」を設計者に提示すれば、各荷重の、応答のレベルでの超過確率がわかり、構造解析によって応答の中に占める割合をも知って、そこに式(16)を用いることで全応答の超過確率が算出でき、容易に設計の判断基準とできる。この操作を設計者に委ねることで、全応答の超過確率をある幅に統一することも可能である。開かれた設計の前段階として、技術者にさほどの困難を伴わずに委ねられるスキームといえるであろう。

「メニュー」的な考え方は、何も一般技術者に公開される基準の上のみに限定する必要はない。設計基準作成過程における、異なった組織の間での情報のやりとりに適用することもできる。例えば、現在限界状態設計法による設計基準に関連した話題として、限界状態を終局と使用に区別して、それぞれ計算に用いる荷重のレベル（超過確率のレベルと考えてよい）にも差をつけるべきであるとする議論がある。この議論の当否はさておくとしても、鋼とコンクリートの設計の現状を見比べる限り、特に使用限界状態に

対する認識には相当大的な隔たりがあるといえる。コンクリートの使用限界の代表的なものは「ひび割れ」であるが、鋼にはこれに対応するようなものがない。鋼の「たわみ」や「振動」がコンクリートの「ひび割れ」と同程度の「好ましくなさの度合い」をもつとは考えにくい。こうしたものをひとまとめにして、設計荷重を決めようとしても、判断に苦しむであろう。「鋼」、「コンクリート」および「荷重」のそれぞれの専門家の間で協議が必要であるが、例えば、荷重の側から設計荷重の候補をいくつかメニューの形で限界状態の側に提示して、どの程度のレベルをとっていくかの判断材料とするようなことが考えられてよいと思われる。

6. 結言

前節にも述べたことではあるが、本研究の立場は、あくまで「従来の設計慣行とも整合しうる、安全性確保の論理の構築」にあるのであって、「破壊確率の近似精度の向上のための理論展開」にはない。後者の目的に関しては、長の指摘にもあるように^{11,14)}、「相関」のある複数の破壊基準関数を扱う場合も含めて、相当な成果が既に得られている。こうした立場の相違は文献¹⁵⁾でも少し触れたところである。

Hasofer-Lind 概念におけるテラー展開による線形化と繰返し計算について、本文の記述が「計算の煩雑さ」、「一般技術者のわかりにくさ」を強調しすぎているという指摘を、査読意見として頂戴した。確かに計算機のプロプログラム中の一つのスキームとしてこの概念が組込まれ、ブラックボックスとして機能している状況下では、計算時間の問題は微々たることであり、わかりにくさの問題も取るに足らないことであるとも考えられる。しかしこれはあくまでも信頼性設計理論の側に立った議論である。序論でも触れたことと関連するが、一般技術者が設計に関して抱いている疑問点に、現在の信頼性理論に沿って作ったプログラムを渡すことだけで十分に答えうるとするのは、余りに楽観的すぎるのではないかと思われてならない。一般技術者の疑問点—例えば、現在の設計では安全性はどのようにして確保しているのか；現状において構造物の安全性には何らかの不合理があるのか；現状の規定はどのような配慮を反映しているのか；信頼性設計のモデルはそれを正しく記述できるのか—等に的確に答えていくためには、既往の設計「常識」と信頼性の「理論体系」との間にある程度の歩み寄りが必要なのではないかとするのが筆者らの立場である。

他方、信頼性設計は実用のものでなく、ひとつの哲学であるとする見方もなくはないが、部分的概念であっても、利用できるものは積極的に利用すべきであろう。ともすると実務設計者の間には、設計の選択肢の多様化を煩雑化ととらえ、敬遠する傾向もなくはない。しかし、設計対象の多様化、分野間の競争の激化といった、将来の構造設計をとりまく諸環境を考えに入れたときに、ある程度は「開かれた設計」にも目を向け、技術力を養っておくことも意味のあることであろう。

ここに示したのはおおまかな筋書きに過ぎないし、これを実用のものとするためには、例えば発注者と受注者の関係等、技術的な問題以外に考慮しなければならないことも多い。しかし、上記の点を鑑みれば、少なくとも設計技術者教育にこうした考え方を取入れることは有益であるといえよう。

7. 謝辞

本研究を進めるにあたり、一部文部省科学研究費の補助を受けた。ここに記して感謝する。

参考文献

- 1) BS1:BS5400 Steel, Concrete and Composite Bridges, Part1, 1978.
- 2) 九州橋梁・構造研究会：カナダ・オンタリオ州道路橋設計規準1983年版、1985年。
- 3) 土木学会：コンクリート標準示方書（設計編）、1986年。
- 4) 西野文雄、佐藤尚次、長谷川彰夫：許容応力度法の内容と問題点（上）、（下）、橋梁と基礎、第17巻第12号、第18巻第1号、1983年12月、1984年1月。
- 5) Nishino, F., Hasegawa, A., Miki, C. and Fujino, Y.: A Fractile-Based Reliability Structural Design, Proc. JSCE, No.326, 1982-10.
- 6) Nishino, F., Sato, N., Hasegawa, A. and Inoue, J.: A Probabilistic Basis for Fractile-Based Structural Design, Proc. JSCE, No.350, 1984-10.
- 7) Cornell, C.A.: Structural Safety Specifications Based on Second-Moment Reliability Analysis, IABSE Symp.on Concepts of Safety and Method of Design, 1969.
- 8) Rackwitz, R. : Practical Probabilistic Approach to Design, Bulletin d'Information No.112, CEB, 1976.
- 9) Lind, N.C.: Formulation of Probabilistic Design, Jour. of Eng. Mech. Div. ASCE, VOL103, 1977-4.
- 10) Hasofer, A.M. and Lind, N.C. : An Exact and Invariant Second Moment Code Format, Jour. of Eng. Mech. Div. ASCE, VOL100, 1974-2.
- 11) 長尚：安全性指標に関する若干の考察、土木学会論文報告集第324号、1982年8月。
- 12) Ditlevsen, O. : Strutural Reliability and the Invariance Problem , SM Report22, Univ. of Waterloo, 1973.
- 13) 東海鋼構造研究グループ：鋼構造部材の抵抗強度の評価と信頼性設計への適用（上）、（下）、橋梁と基礎、第14巻第11,12号、1980年11,12月。
- 14) 長尚：相関がある場合の全確率分布安全性指標、構造工学論文集 Vol.32A、1986年3月。
- 15) 長尚：文献6)への討議、および西野、佐藤、長谷川、井上：同解答、土木学会論文集第362号、1985年10月。

（1987年10月16日受付）