

パーソナルコンピュータを利用した 鉄塔くい基礎の最適設計

PC-Graphics Introduction to Optimum Design of Pile Foundation

松井 邦人* 多田 昭仁**

By Kunihito MATSUI and Akihito TADA

Simple but practical optimization procedure of a pile foundation for power transmission tower is presented by means of graphic function of personal computer. Based on engineer's experience, two variables and one parameter are chosen to determine the design, which are footing width, pile diameter and number of piles. Both deterministic and stochastic approaches are demonstrated to find an optimum design.

1. はじめに

今日パーソナルコンピュータが普及し、その機能も向上したため、大型計算機にたよることなく計算が行える。前者は単に経済的だけではなく場合によれば使用性においても優れている。ここでは比較的単純な構造物を取り上げ最適設計を試みた。

送電用鉄塔は、しばしば数十基の必ずしも同一ではないが、類似した構造物が建設される。いわば、多量生産がなされる構造物である。その基礎もまた、同様である。それらを個別に設計するのは非合理的であり、非経済的である。本研究では基礎構造に焦点を合わせ、実務的な面から最適化の考え方にに基づき、最適な概略設計の仕方について述べるものである。

他の多くの土木構造物と同様、基礎構造物は比較的簡単な形状をしており、そのため設計許容領域を2次元の平面に描くことが可能である。各建設地点での設計許容領域を比較することにより、使用する施工機械、仮設工等も考慮した総合的な見地から、合理的で経済的な基礎形状を選択する事が可能となってくる。

本研究では、目的関数を建設費とし、引き上げ支持力、圧縮支持力、水平変位に対する制約条件を満たし、最も経済的な基礎を建造しようとするものである。設計実務に於て、設計条件は確定論的に扱われている。しかし、地盤定数はばらつきが大きく、その程度は建設地点においても異なることから、場合によれば確率量として扱うことが望ましい。本研究で開発したソフトウェアは、設計者の判断で確定論的手法か、確率論的手法かどちらかを選択することが出来る。また、入力是对話型で行なわれており、設計領域はディスプレイ上に描くようになっている。使用したパーソナルコンピュータはNEC PC-9800であり、計算効率とグラフィックス機能の使用を考慮し、本ソフトウェアはMS-DOS上でC言語を用いて開発している。

2. くい基礎の設計変数

* Ph.D. 東京電機大学教授 理工学部建設工学科 (〒350-03埼玉県比企郡鳩山町石坂)

** (株)日立情報ネットワーク ネットワークシステム部 (〒100 東京都千代田区大手町2-6-2)

過去に数多くの鉄塔くい基礎構造物は造られており、それなりに建設費及び設計、施工にかかわる諸問題を考慮して経験的に最適化が行なわれてと思われる。ここでは基礎形状を設計に直接大きな影響を与える変数（支配変数）とさほど影響しない変数（従属変数）に分離し、従属変数は経験に基づき決定し、支配変数は最適化理論の考えに基づき決定するものである。図-1にくい基礎の概略形状を示す。床板は地中埋没型の正方形床板にした。くいは場所打ぐいとし、くい配置は中心軸に対称とした。地下水位は引揚力が加わった場合は地盤面とし、圧縮力が加わった場合は地下水位がないものとして取り扱って、安全側の配慮を行った。くいはN値50以上の支持地盤にくい径だけ根入れするものとした。図-1に示される基礎体の寸法がすべて設計変数となり得るが、経験に基づき工学的な判断を加え、下に示すような設計に大きな影響を与える変数（支配変数）と、さほど影響しない変数（従属変数）とに分離した。以降に設計に用いた各変数をあげる。

a) 支配変数

- くい本数 n
- くい径 D
- 床板幅 B

ただし、くい径、床板幅を設計変数、くいの本数はパラメータとし、中心軸に対称な、4,6,8,9,12,16本を考えた。

図-2 にその配置のパターンを示す。

b) 設計変数に従属する変数

- くい間距離 $d_1 \geq 2D$
- くいと床板のはしあき距離 $d_2 = D$
- 床板厚 $t = B/4$

c) 入力条件として一義的に与えられる設計条件

- 外力 C, T, Q, M
- 形状寸法 a, b, h, f
- 地盤条件 L_i, N_i (層厚, N値)

ここで、荷重はC、T、Q、Mは図-1に見られるように圧縮力、引揚力、水平力、及びモーメントである。同図には最適解の設計変数には*印を、その値に従属するパラメータには+印を入力条件として与えられる値には○印を各記号の肩につけた。最適解は各々のくい本数に対してBとDの関係を求めることにより行われる。

3. 確定論的手法による最適設計

対象とする基礎は、圧縮力、引揚力、水平力及びモーメント

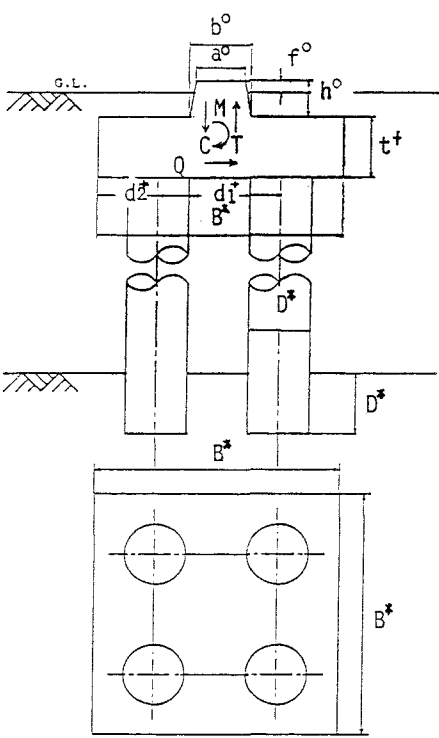


Fig.1 Profile of Pile Foundation

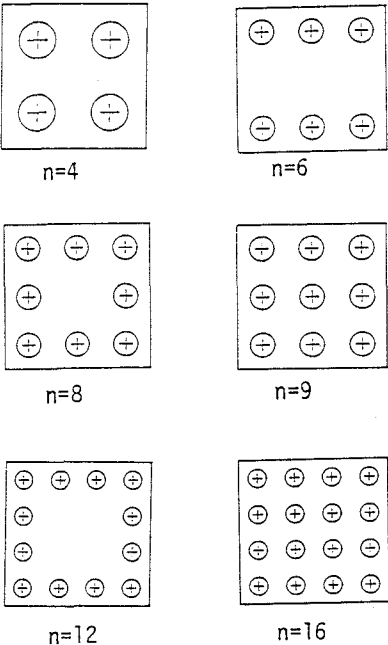


Fig.2 Pile Arrangement

を受けるためその荷重に対して安全であり最も経済的なものが最適案として採択される。ここでの安全に対する照査は圧縮支持力、引揚支持力、許容水平変位とする。また群ぐいの検討も行った。

a. 圧縮支持力の安全照査

くいの極限圧縮支持力 q_{uc} は式(1)によって表される¹⁾。

$$q_{uc} = \{15A_p \cdot N + (\sum_{i=1}^m \frac{1}{2} \overline{N_{si}} \cdot L_{si} + \sum_{i=1}^m 2\overline{N_{ci}} \cdot L_{ci}) \pi D\} - W_p \quad (1)$$

ここで、 A_p はくいの断面積、 $\overline{N_{si}}$ 、 L_{si} は砂層の平均N値と層厚、 $\overline{N_{ci}}$ 、 L_{ci} は粘性土の平均N値と層厚、 W_p はくいの重量、 N は先端の平均N値である。

くいの反力は、全圧縮力を P_c とすると式(2)で各くいの反力を求めることができる。

$$N_{ci} = P_c / n \pm M / (\sum_{j=1}^m X_j^2) X_i \quad (2)$$

ここで、 $P_c = C + G + n \cdot W_p$ (G は基礎体床板重量)、 X_i は i 番目のくいから床板の中心軸までの距離である。この内の最大値を設計荷重 N_{cmax} とする。また、 m は i 列のくい本数である。

よって、安全性照査は安全率 F_c を考えて式(3)によって行う。

$$g_1(B, D) = q_{uc} / F_c - N_{cmax} > 0 \quad (3)$$

群ぐいとして取り扱う場合は、群ぐいをケーソンとして考えると¹⁾、式(4)によって支持力は表される。

$$R_{uq} = 15A_g \cdot N + (\sum_{i=1}^m \frac{1}{2} \overline{N_{si}} \cdot L_{si} + \sum_{i=1}^m 2\overline{N_{ci}} \cdot L_{ci}) U_g - W_g \quad (4)$$

ここで、 A_g は群ぐいのケーソンとしての底面積、 U_g は群ぐいのケーソンとしての周長、 W_g はケーソンブロックの自重である。

群ぐいの設計荷重は式(5)で表される。

$$P_{gc} = C + G \quad (5)$$

よって、安全性照査は安全率 F_c を考えて式(6)によって行う。

$$g_1'(B, D) = R_{uq} / F_c - P_{gc} > 0 \quad (6)$$

b. 引揚支持力の安全性照査

くいの極限引揚支持力 R_{ut} は式(7)によって表される²⁾。

$$R_{ut} = (\sum_{i=1}^m \frac{1}{2} \overline{N_{si}} \cdot L_{si} + \sum_{i=1}^m \overline{N_{ci}} \cdot L_{ci}) \pi D + W_p \quad (7)$$

くいの反力は全引揚力を P_t とすると、式(8)で各くいの反力を求めることができる。

$$N_{ci} = P_t / n \pm M / (\sum_{j=1}^m X_j^2) X_i \quad (8)$$

ここで、 $P_t = T - G' - n \cdot W_p'$ (G' 、 W_p' は浮力を考慮した G 、 W_p)。この内の最大値を設計反

力 N_{tmax} とする。よって、安全性照査は安全率 F_c を考えて式(9)によって行う。

$$g_2(B, D) = R_{ut} / F_c - N_{tmax} > 0 \quad (9)$$

群ぐいとして取り扱う場合は、群ぐいをケーソンとして考える²⁾と式(10)によって支持力は表される。

$$R_{gt} = \left(\sum_{i=1}^m \frac{1}{2} \bar{N}_{si} \cdot L_{si} + \sum_{i=1}^m \bar{N}_{ci} \cdot L_{ci} \right) U_g \quad (10)$$

ここで、 U_g はくいをケーソンとして、考えたときの外周距離である。群ぐいの反力は式(11)で表される。

$$P_{gt} = T - G - W_g \quad (11)$$

ここで、 W_g は浮力を考慮したケーソンの自重である。よって、安全性照査は安全率 F_c を考え、式(12)によって行う。

$$g_2(B, D) = R_{ut} / F_c - N_{tmax} > 0 \quad (12)$$

c. 水平変位の安全照査

水平変位量 δ は、くい1本あたりの水平力を $Q_n = Q/n$ で求め、チャンの式³⁾を利用して式(13)で表される。

$$\delta = Q_n \cdot \beta / K \cdot D \quad (13)$$

ここで、 $\beta = (D \cdot K / 4E_p \cdot I_p)^{0.25}$ 。地盤反力係数は $K = \alpha \cdot E_a \cdot D^{3/4}$ 、 E_a は N 値より求められ、 $E_a = 28N_k$ で表わされるとする。その時の α は0.2となる³⁾。 N_k は $1/\beta$ の深さまでの平均 N 値、 E_p はくいの弾性係数、 I_p はくいの断面2次モーメントである。

δ_{cr} を許容水平変位量とすると、安全照査は式(14)で表される。

$$g_3(B, D) = \delta_{cr} - \delta > 0 \quad (14)$$

群ぐいとしての効果は地盤反力係数を低減することで表され¹⁾低減係数 μ は式(15)で表される。

$$\mu = 1.0 - 0.2 (2.5 - d_1 / D) \quad (15)$$

ここで、 d_1 はくい中心間距離、 D はくい径である。ただし、上式は $d_1 / D \leq 2.5$ の場合であり、それ以上になると群ぐい効果は無いものとした。

くいの最小配置位置から決定される床板幅とくい径の関係による制約式は、式(16)で表される。

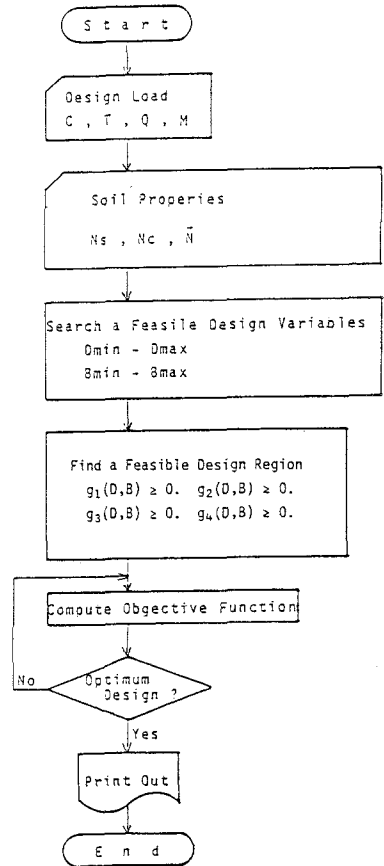


Fig.3 Flow Chart for Deterministic Approach

$$g_4(B, D) = B - 2d_2 - k_1 \cdot d_1 > 0 \quad (16)$$

ここで、 k_1 は床板断面でくいが一番数の多い列でのくい間隔の数で、 $n=4$ 本の時は $k_1=1$ 、 $n=8,9$ 本の時は $k_1=2$ 、 $n=12,16$ 本の時は $k_1=3$ となる。

以上のように各制約式ともに、すべて、 B 、 D のパラメータになっており、各制約式を満足する B 、 D が設計条件となり、各くい本数 n （4,6,8,9,12,16本）ごとに最適解を決定される。最適案を決定するための目的関数は、①床板のコンクリート工、②床板の掘削工、③くいのコンクリート工で、すべてを表されるものとして、式(17)で算定した。

$$f_0(B, D) = C_{c1} \cdot V_c + C_{c2} \cdot V_s + C_{c3} \cdot V_p \quad (17)$$

ここで、 V_c, V_s, V_p は、床板部のコンクリート量、床板部の掘削量、及びくい部の掘削量である。 C_{c1} 、 C_{c2} 、 C_{c3} は床板部のコンクリート工、床板の掘削工、及びくいのコンクリート工施工の単価であり、これらの単価で全建設費を評価できるものとした。また、くいの単価については単位あたり一定の単価で表せないで、単価をくい径の関数で表すことにした。よって、目的関数も同様に B 、 D で表すことができる。図-3に本解析のプログラムのフローチャートを示す。フローチャートに見られるように、 $g_1 \geq 0$ 、 $g_2 \geq 0$ 、 $g_3 \geq 0$ 及び、 $g_4 \geq 0$ の条件を満足し、目的関数 f_0 を最小にする形状が最適設計の解である。

《 試算例 》

図-3のフローチャートに従って、くい基礎の概略設計試算を行った。設計対象地盤は、図-4に見られるように、15mまで軟弱な地層で構成され、その層は2層にモデル化できる。外力として $C=500\text{tf}$ 、 $T=500\text{tf}$ 、 $Q=100\text{tf}$ 、 $M=0.0\text{tf}\cdot\text{m}$ とした。目的関数の各係数値は $C_{c1}=6.3\text{万円}/\text{m}^3$ 、 $C_{c2}=1.6\text{万円}/\text{m}^3$ 及び、 $C_{c3}=(0.5D+0.5)\text{万円}/\text{m}^3$ の単価で計算した。なお、安全率は $F_c=3.0$ 、許容変位量は $\delta_{cr}=1.0\text{cm}$ とした。それぞれのくい本数について、許容領域をディスプレイ上に描いた。その結果は図-5.a,b,c,dに示される。図中でハッチの部分が生設計領域である。また、表-1に各くい本数ごとに決定された最適解を示

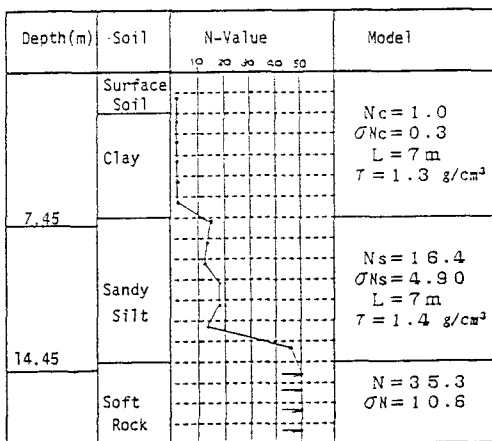


Fig.4 Soil Profile and Subsoil Properties

Tab.1 Optimum Solution(Deterministic Approach)

No. of Pile	Boopt(m)	Doopt(m)	Cost (*10000yen)
4	-	-	-
6	9.0	1.3	882
8	7.0	1.1	774
9	6.0	1.0	727
12	7.0	0.7	721
16	5.0	0.6	<u>692</u>

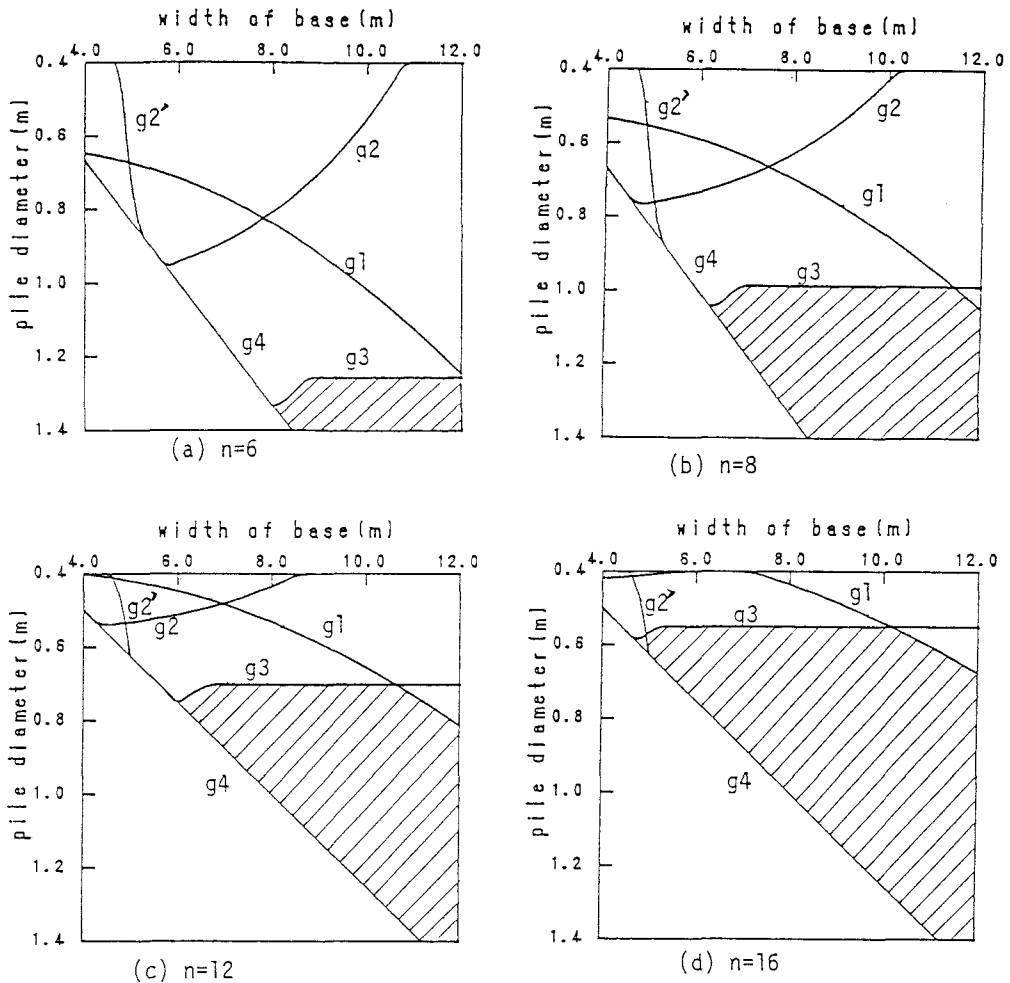


Fig.5 Optimum solution for Deterministic Approach

す。その中で、施工上の問題でくい径を小さいものを選択する方がいい場合、またその逆の場合と、設計者が他の要因も考えて最適解を自由に選択することができる。この解では、場所打ちぐいの施工性を考慮して、くい径を1m以上の場合を考えると、最終的には、くい本数 $n=9$ 本の場合が最適解となる。

4. 確率論的手法⁴⁾による最適設計

一般的に、設計では構造物の不確実性に対処するために、前述した安全率法が利用されている。この手法は、設計での不確実性をすべて、安全率 F_s で補っている手法である。その安全率の値は、過去の経験的に決定された値であり、構造物ごとに決定されたもので安全性の定量的な尺度ではない。例えば、斜面安定の問題では、安全率は $F_s=1.5$ を取り、圧縮支持力の問題では、 $F_s=3.0$ を取る。事実、地盤強度定数

のばらつきは大きく、基礎体の圧縮支持力、引揚支持力や水平変位は、限られた情報の中で地盤強度定数の値を決定しなくてはならず、不確実性の中での意志決定問題となる。つまり、設計でのシステムの中にある不確実性を各要因ごとに統計的に処理し、破壊確率 P_f という定量的な尺度で構造物の安全度を表す信頼設計法を利用することにある。次に具体的にくい基礎での信頼性設計について述べる。一般に、自然界では、荷重は確率変量と考えられるが、設計基準では荷重の変動を考慮した特性値として与えられるとして確定値と考えた。それに対して、地盤強度定数は、その地点毎にそのばらつき等も異なるため確率変量と考えるのが合理的である。ここでは、信頼性設計での表示方法により制約式(3),(9),(14)は、性能関数として式(18)のように表される。

$$Z_i = g_i(D, B, n | N_s, N_c, N) \quad (18)$$

Z_i は、図-6に示してあるような確率変量の関数として表される。 Z_i の平均値、その標準偏差は、次のようになる。

$$\bar{Z}_i = g_i(D, B, n | \bar{N}_s, \bar{N}_c, \bar{N}) \quad (19)$$

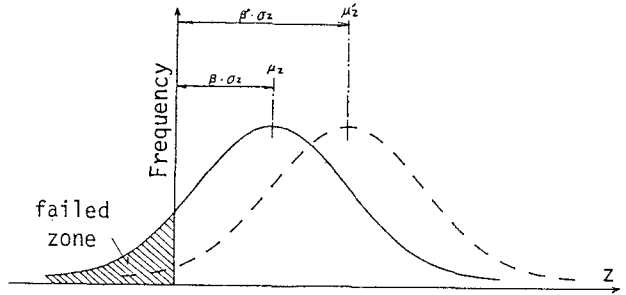


Fig.6 Distribution of Performance Function

$$\sigma_{z_i} = \sqrt{\left(\frac{\partial g_i}{\partial N_s}\right)^2 \sigma_{N_s}^2 + \left(\frac{\partial g_i}{\partial N_c}\right)^2 \sigma_{N_c}^2 + \left(\frac{\partial g_i}{\partial N}\right)^2 \sigma_N^2} \quad (20)$$

ここで、 N_s, N_c, N は、独立した確率変量として取り扱っており、 $\bar{N}_s, \bar{N}_c, \bar{N}$ は平均値を意味し、 $\sigma_s, \sigma_c, \sigma_N$ は、その標準偏差を意味する。

さらに、地盤の強度定数は、くいの支持力のように長いものは、地盤のばらつきと平均値だけでは、地盤の統計的性質を記述したことにはならない。地盤の強度定数は、設計対象の層での空間的な相関性、すなわち自己相関距離を考慮する必要がある。ここでは、松尾⁵⁾らによって報告されている、式(21)に示す深さ方向の自己相関モデルをくい側面の抵抗力を計算する場合に利用する。

$$r(\Delta z) = \exp(-\Delta z / l) \quad (21)$$

ここで、 l は相関距離と呼ばれるパラメータで一層と見なせる層内で、深さ方向の N 値の自己相関を計算することで求められる。図-7に松尾⁵⁾らが沖積粘土層で求められた例を示す。このようにして表された自己相関モデルから設計対象となる層厚 Δz なる区間での平均化された値のばらつき σ^{*2}_N はVanmarcke⁷⁾によると、式(22)で表される。

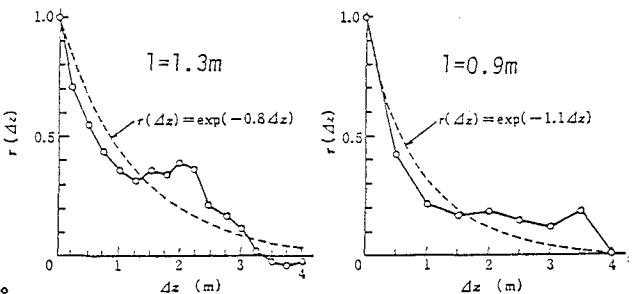


Fig.7 Autocorrelation Coefficient for Soil Profile

$$\sigma^{*2}_N = \sigma_N^2 \cdot \Gamma^2(\Delta z) \quad (22)$$

ここで、 σ_N は、対象とする N 値のばらつきで、 $\Gamma^2(\Delta z)$ は分散関数と呼ばれるもので、層厚により平均化

したばらつきに変換するための関数である。 $\Gamma^2(\Delta z)$ は層厚 Δz の関数で表され式(21)のように自己相関モデルでN値の深さ方向の分布でモデル化できるならば、式(23)のように表される。

$$\Gamma^2(\Delta z) = (\Delta / \Delta z)^2 \{ 2 (\Delta z / \Delta - 1 + e^{(-\Delta z / \Delta)}) \} \tag{23}$$

式(24)を用いて、式(20)中の σ_s, σ_c を書き換えれば、地盤の深さ方向の自己相関を考慮したことになる。

$$\sigma_{Ni}^2 = \Gamma^2(\Delta z) \cdot \sigma_{Ni}^2 \tag{24}$$

ここで、 $i=1,2$ である。

次に破壊確率は、 Z_i と σ_{zi} より求めることができる。しかし、破壊確率は非常に小さい値であり、設計変数に敏感である。よって、ここでは破壊確率 P_r の代わりに安全性指標 β_i により評価するものとする、式(19),(20)より安全性指標 β は、式(25)で表わされる。

$$\beta_i = Z_i / \sigma_{zi} \tag{25}$$

よって、安全性指標 β_i は式(25)を満足すればよい。

$$\beta_i - \beta_{ori} \geq 0 \quad (i = 1,2,3) \tag{26}$$

一般に、 N_s, N_c, N の分布は正規分布として仮定できる。図-8に本解析のフローチャートを示す。

《 試算例 》

比較のために、確定論的手法の試算例と同様な値を利用した。そのため、荷重条件は同様なものを利用し、地盤強度定数の平均値は図-8で示したように確定論的手法の試算例と同じ値を利用した。

Tab.2 Optimum Solution (Stochastic Approach)

No. of Pile	Boat(m)	Doot(m)	C o s t (*10000yen)
4	-	-	-
6	9.0	1.3	8 8 2
8	7.0	1.1	7 7 4
9	6.0	1.0	7 2 7
1 2	7.0	0.8	8 1 2
1 6	5.0	0.6	<u>6 9 2</u>

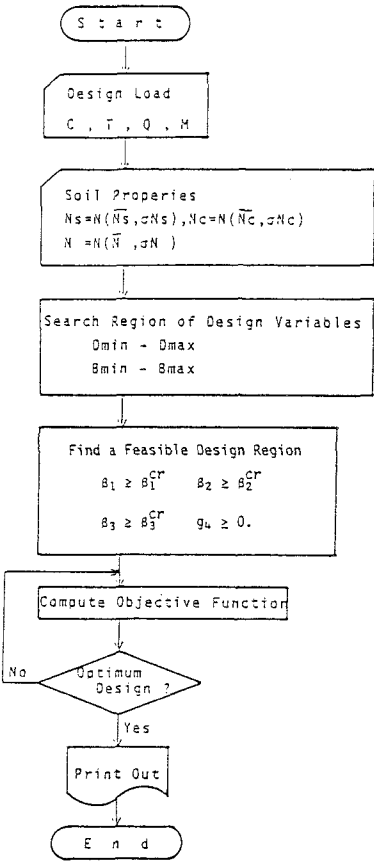


Fig.8 Flow chart for Stochastic Approach

また、自己相関距離は、 $\ell = 1.2\text{m}$ とした。安全性指標 β は、一般に基礎構造物の破壊確率は $P_f = 10^{-3} \sim 10^{-4}$ と言われており、それに対応した β の値は3.0前後となるため $\beta_{cr} = 3.0$ とした。また、許容水平変位は、 $\delta_{cr} = 3.0\text{cm}$ とした。図-9に計算された許容設計領域を示す。また、表-2に各くい本数ごとに決定された最適解の一覧を示す。表に見られるように確定論的手法も確率論的手法も、ほぼ同様の最適解を得る。なお、式(24)中の β_1 は、1次ガウスの近似法⁹⁾に基づき計算した。

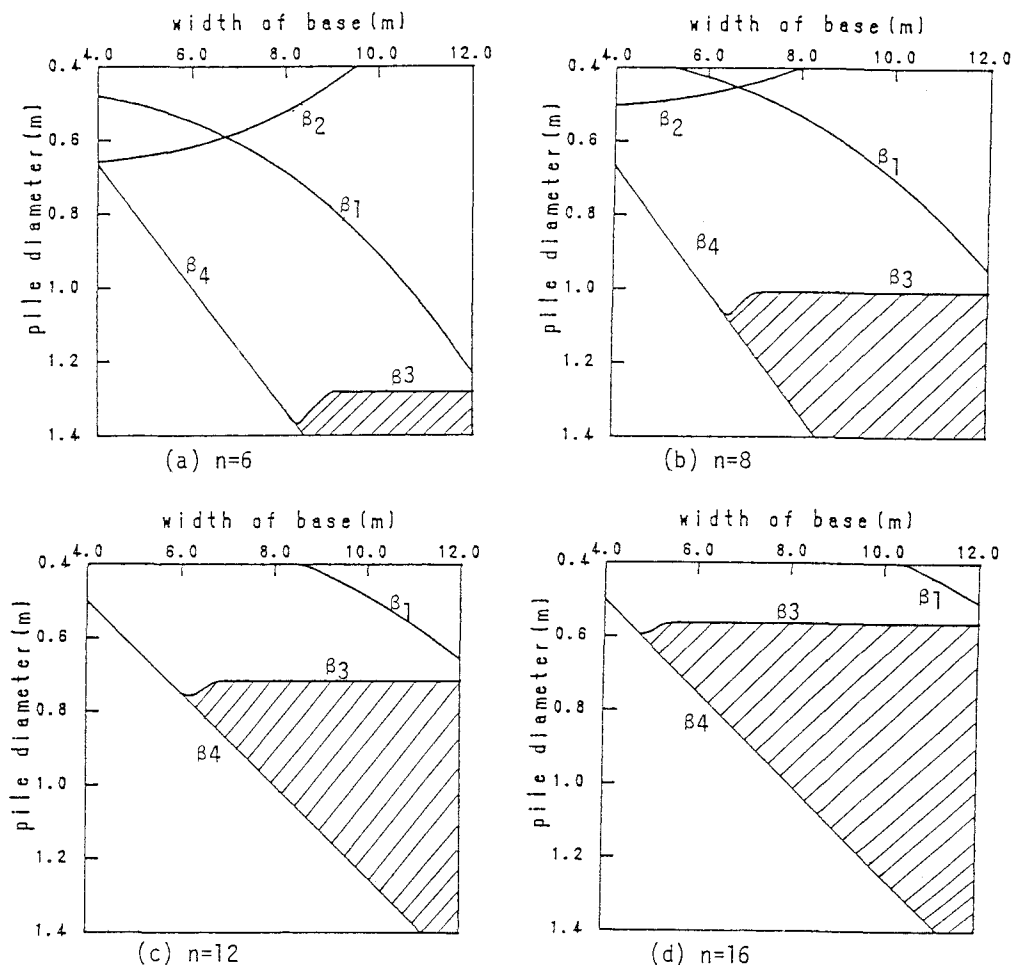


Fig.9 Optimum Solution for Stochastic Approach

5. おわりに

ここでは、鉄塔のくい基礎構造物の概略設計に最適化の考え方の導入を試みた。また概略設計の検討には地盤定数は元来非常にばらつきが多いこと、また多地点での基礎構造物設計するという立場から、従来用いられている確定論的な設計法と、ばらつきを考慮した確率論的な手法を用いている。

簡単な形状を持つ土木構造物では、地盤、環境条件、施工条件などで決ってくる形状寸法を除くと、設計者が決定できる支配的な形状寸法は数少ないものとなる。従って、ここでは最適設計で利用される最適化のアルゴリズムを用いていない。最適化アルゴリズムを用いて得られる解は、通常許容領域の境界上に求まるが、その値は設計条件を満たす最適解ではあるが、施工過程を考えると必ずしも最適とは言えない。本手法のような考え方により、設計者が設計領域の中で施工条件も含めて最適解を選択するための意志決定の支援を行うことができるであろう。本論文の例題で最適解を示しているが、この最適解は設計者の作業環境により異なり、多分に主観的な判断で最適解を選ぶことになるであろうと思われる。

また、このようなアプローチは熟練した設計者にとり自分が選択した設計が設計可能領域のどの点に位置しているかを再確認できるであろう。また、初心者にとり地盤定数が増加すると、基礎構造がどのようになるのか、作用荷重が増加すると、どの様に設計を変更すれば良いかを理解するという教育的な意味で役立つであろう。また、このようなソフトウェアの支援により熟練者に近い設計が可能になってくるであろう。

最後に、本研究でC言語を使用したのは以下のような理由である。N88-日本語BASICはグラフィックスの利用が容易であり、またハードコピーも取ることができる。しかし計算時間がかかる。MS-DOSの環境では通常ハードコピーを取ることができないが、FORTRAN言語やC原語は計算処理が早い。FORTRAN言語は、グラフィックスとの対応が悪いが、C言語は比較的容易である。また、例題の計算に必要なCPUを求めるのは難しいが、確定論的アプローチでは図-8を得るのに1秒以内、確率論的アプローチの図-9では2～3秒程度である。類似した問題をN88-日本語BASICで計算すると3分～45分程度要している。このためC言語を使用した。

謝辞

本研究を遂行するにあたり、松島 学氏（東電設計（株）送変電土木部 課長代理）に豊富な資料及び有益な御助言、ご指導を賜った。論文作成には東京電機大学理工学部建設工学科卒研究生 鎌田勝士君、斉藤亮宏君に多大の御協力を得た。ここに記し深く謝意を表します。

《 参考文献 》

- 1) 構造物基礎の設計計算演習編集委員会：くい基礎の調査設計から施工まで、土質工学会、昭和58年2月
- 2) 電気学会 電気規格調査会：送電用支持物設計標準 JEC-127-1979、電気書院、昭和56年10月30日
- 3) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説（IV下部構造編）、昭和55年5月
- 4) 松尾 稔：信頼性の考え方と問題点、土と基礎、1977.11, Vol.25 No.11 Ser. No.237
- 5) 土質工学会：土質基礎の信頼性設計、昭和60年8月30日
- 6) 松尾 稔：地盤工学 信頼性設計の理念と実際、技報堂、1984.3.20
- 7) Vanmarcke, E.H. : Probabilistic Modeling of Soil Profiles, Jour. of Geotech Eng. Div. ASCE, Vol.103, No. GT11, 1977.
- 8) 伊藤 学、亀田宏行訳：土木建築のための確率統計の基礎、丸善、昭和61年5月

(1987年10月16日)