

2 次元連続体の形状最適化のための要素面積均一化再分割

REARRANGEMENT METHOD MAKING AREAS OF ELEMENTS UNIFORM FOR SHAPE OPTIMIZATION OF 2-DIMENSIONAL BODIES

*

長谷川 明

by AKIRA HASEGAWA

Some methods for shape-optimization of 2-dimensional elastic bodies have been developed. Generally F.E.M. is used for the structural analysis in these methods. Then, shapes of elements become distorted and areas of elements become not uniform as shape-optimization is iterated. According to the state of elements, the shape-optimization may be led to undesirable features, and the analysis of the next iteration is interrupted. So rearrangement of elements is desired.

In this paper, the rearrangement method that makes areas of elements uniform and the effect of this method in shape-optimization are described.

1. はじめに

構造物の最適化には、1) 与えられた形状を変えず部材の寸法すなわち断面積あるいは断面 2 次モーメント等を最適化する断面の最適化と、2) 形状自身をも最適化の対象とする形状の最適化がある。後者は前者に比較して形状を決定する設計変数を組み入れ、これらを含んで目的関数及び制約条件を作成する必要があるため、一般には設計変数、制約条件の増大により問題は複雑となる。しかし、形状を設計変数に取り入れるることにより、これによって得られる最適解は前者より優れた解を与える。

2 次元連続体の最適化問題においても上記のような 2 種類の最適化がある。それは、1) 各要素の板厚を変化させる板厚変化法と 2) 形状を決定している外周節点を移動させる境界変化法である。連続構造の場合、両者とも広い意味で形状最適化と言えるが、骨組構造と比べると、板厚変化法は断面の最適化に相当し境界変化法は形状の最適化にあたる。

境界変化法は節点座標を目的と制約に応じて最適に移動させるものであるから、節点座標の移動によってどれだけ応力、変位に変化を与えるかを示す影響係数を求める必要がある。Zienkiewiczらは、この影響係数を求め逐次線形計画法によって最適解を求めている¹⁾。これに対し、このような影響係数を求めず単純化された手法の境界変化法には梅谷が行った生長変形法²⁾、尾田が示したパターン変換法^{3), 4)}等がある。

これらの方法はいずれも構造解析に有限要素法を用いているので、形状を改訂していく過程において要素形状がいびつとなったり、要素面積が不均一となり、最適化が停滞したりあるいは次の試行で有限要素解析が困難となる場合がある。このため、最適化の過程で要素を再分割する必要がある。

* 工修 八戸工業大学助教授 工学部土木工学科 (〒031 八戸市妙字大開88-1)

本論は橋脚の形状最適化からパターン変換法の有効性と再分割の必要性を示すとともに、このような形状最適化に有効である要素面積均一化再分割手法について述べる。

2. パターン変換法による橋脚の形状最適化

このパターン変換法は、要素の形状改訂における節点変位の変化は微小なものと考え、各要素の応力状態を相当応力で判断し、これを基準となる相当応力になるように、各要素をその応力状態に従って相似形に拡大縮小することを繰り返し、応力均一化形状を求めようとするものである。

計算モデルは高架橋の橋脚を想定したもので、図1にその荷重、拘束条件および初期形状を示す。形状が対称であるため、解析は左半分に対して行い、要素の応力状態はVon Mises の相当応力 $\bar{\sigma}$ で評価した。また、使用したデータはヤング率 $E=3.5 \times 10^5 \text{ Kg/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu=0.2$ 、板厚 $t=1\text{m}$ および荷重 $P=50\text{tf}$ であり、平面応力状態として解析した。さらに、基準となる相当応力は $\bar{\sigma}_0=20\text{Kg/cm}^2$ とした。形状の改訂が進むにつれて要素形状がいびつとなり、解析上不都合となるため、試行回数5回毎に、概ね全領域で要素面積が均一化されるよう手動的に再分割を行っている。

図2はこの試行過程での形状全面積と平均相当応力の変化を示した図であり、30回の試行の結果全面積は約20%に減少する一方で相当応力は平均して基準値の約90%に達している。また図3は試行に伴う形状の改訂と各要素の応力状態を示したものである。改訂が進むに従って各要素の応力値は基準値に近づき、これにともない全体形状はY橋脚を示している。

このように手動的な再分割法を取り入れることにより、パターン変換法による形状改訂は一応円滑にできるが、さらに、効率的な手法として、ここに自動再分割手法を開発した。これについて、以下に述べることにする。

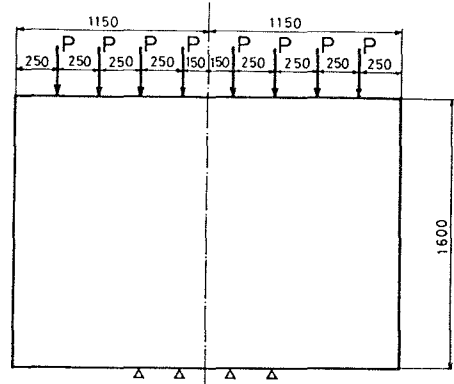


図1 計算モデル-1 (寸法の単位はcm)

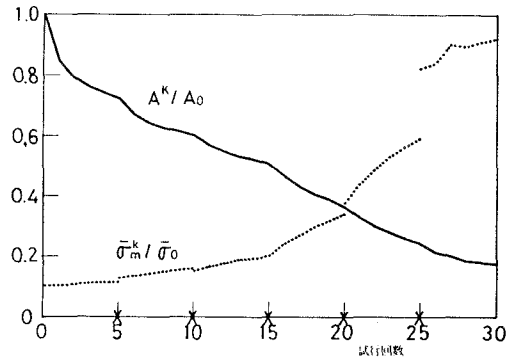


図2 全面積と平均相当応力の変化

$\bar{\sigma}_m^k$: k回目の平均相当応力 A^k : k回目の全面積
 $\bar{\sigma}_0$: 相当応力の基準値 A_0 : 全面積の初期値
 $\times$: 再分割した試行

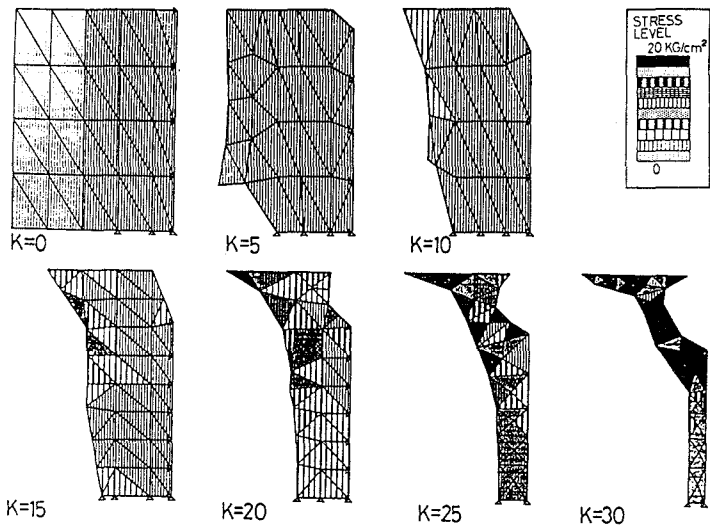


図3 形状の改訂と各要素の応力状態の変化 (k: 試行回数)

3. 要素面積均一化再分割手法

要素面積の不均一性を(1)式で評価することとし、各要素面積が平均化しているとの制約条件(2)式のもとで(1)式を最小化する移動可能な節点座標を逐次線形計画法により求める方法を開発した。

$$Z = \sum_{j=1}^{ne} (A_j - A_{ave})^2 \quad (1)$$

$$(1 - \epsilon) A_{ave} \leq A_j \leq (1 + \epsilon) A_{ave} \quad (2)$$

ここで、 A_j 、 ne および A_{ave} はそれぞれ、要素 j の面積、要素総数、全要素の単純平均面積である。また ϵ は $0 < \epsilon < 1$ の定数である。すなわち、この再分割は全体の不均一を表す(1)式を評価関数とし、各要素面積の不均一を改善することを意味する。この時使われる要素面積の節点座標 X_i による微係数 $\partial A_j / \partial X_i$ は要素 j を構成する節点番号を k, l, m とすると要素面積 A_j は

$$A_j = (X_l Y_m - X_m Y_l + X_m Y_k - X_k Y_m + X_k Y_l - X_l Y_k) / 2 \quad (3)$$

と表されるため、

$$\begin{aligned} \partial A_j / \partial X_k &= (Y_l - Y_m) / 2 & \partial A_j / \partial X_l &= (Y_m - Y_k) / 2 \\ \partial A_j / \partial X_m &= (Y_k - Y_l) / 2 & \partial A_j / \partial Y_k &= (X_m - X_l) / 2 \\ \partial A_j / \partial Y_l &= (X_k - X_m) / 2 & \partial A_j / \partial Y_m &= (X_l - X_k) / 2 \end{aligned} \quad (4)$$

となる。

この要素面積均一化再分割手法をパターン変換法による形状最適化に適用し、その効果を検討した。そのフローチャートを図4に示す。

図5は使用した計算モデルで、左側を固定し右端中央に集中荷重を受ける構造である。形状最適化のための移動座標は固定されている左辺を除く節点の鉛直座標であり、再分割の際移動可能としたのは周辺を除く節点の鉛直座標である。再分割プログラムだけを実行した例を図6に示す。節点座標が面積均一化させる方向へ変更されていることがわかる。この例では初期の要素分割によって異なるが、数回の試行で要素面積は均一化されている。

図7はこの再分割の形状最適化における有効性を検討するため、試行過程における形状変化と要素分割を再分割しないときと比較し描いたものである。再分割しなくとも形状は改善されているようであるが、試行が進むに連れて要素面積の不均一が見られ、また要素の形状がいびつとなっている。これに対し再分割を取り入れると要素面積は均一化され、これにともない最適化は円滑に進行している。この効果を確認するため、図8に平均相当応力の試行にともなう変化を描いた。この図から再分割しない時には改善は停滞するが、再分割の実行によって応力の均一化が改善され、毎回再分割を行うと、同じ均一化状態を得るのに必要な試行回数は $1/2$ から $1/3$ に短縮している。し

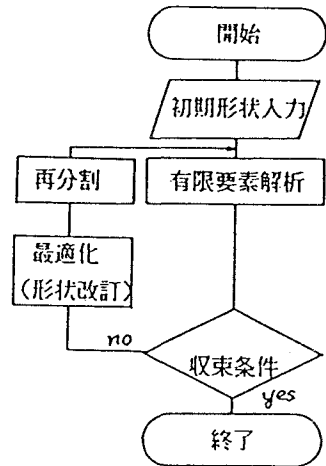


図4 再分割を取り入れた形状最適化のフローチャート

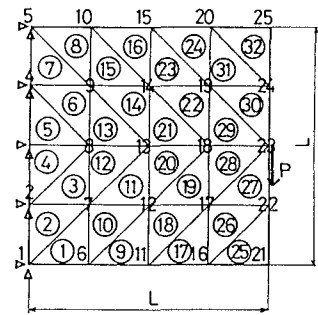


図5 計算モデル2
数字は○内が要素番号、他は節点番号、△は拘束方向

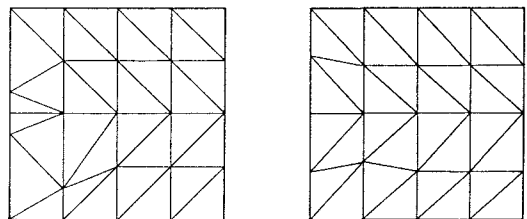


図6 再分割プログラムの実行例
右は左から1回の試行で得られた分割

かし、図8には再分割によって滑らかでない相当応力の改善あるいは応力均一化に逆行する形状変化が見受けられる。これは再分割で扱う設計変数が連続体内部の座標であるにも関わらず、応力均一化のために移動させた座標の一部を再び移動することによって構造解析で得られる各要素の応力が変化してしまうからであると考えている。

なお、この計算で使われた(2)式の ε は、各再分割時において、分割可能な最大の値とし、再分割のL Pの試行は1回とした。

4. おわりに

ここで述べた再分割手法を利用することで、要素面積の不均一性が改善され、形状最適化は効率よく作業できる。またこのような分割によって再分割しない状態に比較すると構造解析および最適化計算の精度も向上しているものと考えられる。しかし、要素面積が均一であることは必ずしも、構造解析の精度を向上するとは限らない。一般には応力変化の激しい領域ではより細かく分割したほうが良いと考えられる。このため、本論で述べた方法は形状最適化の初期の試行で有効と考えるべきである。今後は要素の面積を均一化させると同時に要素の形を改善できる分割手法あるいは領域によって異なる要素面積を与える分割方法を検討する必要がある。本論での数値計算には東北大学大型計算機センターのACOS 1000を利用した。

参考文献

- 1) R.H.Gallagher, O.C.Zienkiewicz (川井忠彦、戸川隼人監訳) : 最適構造設計 基礎と応用、培風館、pp. 111-126, 1977
- 2) 梅谷陽二 : 骨の形態と生長変形法、日本機械学会誌第79巻第693号、pp. 749-754, 昭和51年
- 3) 尾田十八 : 有限要素法による強度的最適設計の研究、日本機械学会講演論文集、740巻2号、pp. 173-176, 1974
- 4) 尾田十八 : 有限要素法による強度的最適形状の決定法、日本機械学会誌第79巻第691号、pp. 4-12, 昭和51年

(1987年10月16日受付)

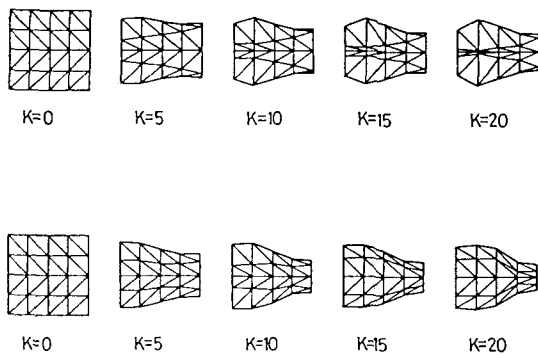


図7 形状と要素分割の変化 k : 試行回数
上段は再分割せず、下段は毎回再分割

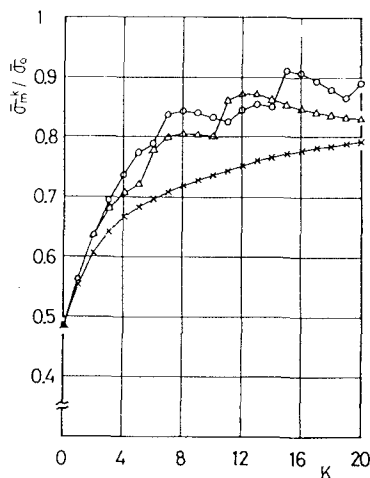


図8 平均相当応力の変化 O: 毎回再分割
 $\bar{\sigma}_m^k$: k 回目の平均相当応力 Δ : 5回毎再分割
 $\bar{\sigma}_0$: 相当応力の基準値 X: 再分割せず