

弾性支持されたケーブルのモード減衰

MODAL DAMPING OF ELASTICALLY SUPPORTED CABLES

山口宏樹* 長嶺俊広**

By Hiroki YAMAGUCHI and Toshihiro NAGASAKO

The modal damping of flexural oscillation in elastically supported cables was experimentally studied. Numerical analyses of free oscillation of the cables were also made to investigate the effects of elastic support on natural frequencies, normal modes and additional dynamic strains. It is found that the additional dynamic strain of each normal mode is the primary cause of modal damping also in case of elastically supported cables but that the characteristics of modal damping of the cables are somewhat different from those of fixed cables because of the movement of support in the normal modes.

1. まえがき

高強度のケーブルの開発に伴い、使用される機会がますます多くなっているケーブルは、軽量かつフレキシブルであるため、外力としての風の占める割合が多く、風による振動が生じ易い。現実にはギャロッピングやバフエッチング等による問題も顕在化しつつあり、斜張橋ケーブルにおける rain vibration^{1), 2)} 等新しい問題も起きている。この種の風による振動はケーブル自身の振動減衰性に大きく支配され、ケーブルの風による振動を予測する上においても、その制振対策を考える上においても、ケーブルの減衰機構の解明が重要なポイントとなる。

ケーブルあるいはワイヤーロープの振動減衰性については比較的多くの研究^{3)~8)} がなされているが、弦の1次横振動モードに対する減衰や縦振動時の減衰を扱ったものがほとんどである。つまり、いずれの研究もロープの材料減衰を扱ったものと考えられ、サグを有するケーブルの構造減衰、つまり各固有振動に対して定義されるモード減衰について言及している研究は少ない。そこで、著者らは主として模型ケーブルを用いた振動実験より、ケーブルのモード減衰性状を明らかにした^{9), 10)}。これにより、(1) 面内対称モードのモード減衰がモード遷移領域内のサグ比でかなり大きくなること、(2) ケーブルのモード減衰は固有振動時変動ひずみと密接な関係にあり、減衰の主要因としてヒステリシスエネルギーによる内部減衰が考えられること、(3) ケーブルのモード減衰は初期張力にも依存すること等、かなりのことが解明されたと考えられる。

* 工博 埼玉大学助教授 工学部建設基礎工学科 (〒338 浦和市下大久保255)

** 埼玉大学大学院 工学研究科修士課程 (同上)

しかしそこで対象としたケーブルは両端を固定したものであり、実際の構造部材としてのケーブルは弾性支持されている場合がほとんどであって、支点条件のモード減衰への影響が課題として残されていた。実際、ケーブルの支持条件は重要で、8字型架空通信ケーブルのギャロッピング振動に関する風洞実験において、支柱の剛性の違いにより発現する振動モードが異なるという事実も認められている¹¹⁾。

以上のような観点から、本研究では弾性支持された単一ケーブルのたわみ振動時モード減衰性状を明らかにすることを目的とする。まず、弾性支持ケーブルの固有振動特性を有限要素法による数値解析により明らかにした後、弾性支持模型ケーブルを用いた振動実験によってモード減衰等を測定し、固有振動特性との対応を考察している。主として両端を固定されたケーブルとの比較において、弾性支持ケーブルのモード減衰性状を論じている。

2. 弾性支持ケーブルの固有振動特性

弾性支持されたケーブルの固有振動特性については、Luongoら¹²⁾が有限差分法を用いた解析によって明らかにしている。しかし、ケーブルを非伸張として扱っていること、固有振動時の動的付加張力について定量的考察がなされていないこと等、弾性支持ケーブルの減衰性状を解明するうえで必要な情報は示されていない。そこで、本論文では独自に解析を行い、弾性支持ケーブルの固有振動特性を固定ケーブルとの比較において考察した。

(1) 有限要素モデルによる固有振動解析

ケーブルの固有振動および動的付加張力（あるいは変動ひずみ）の解析法については種々提案されているが^{13)~15)}、本研究では支点での弾性支持条件を考慮し易い有限要素法¹⁵⁾を採用した。有限要素としては形状関数を2次多項式とした3節点2次要素を用い、ケーブルの支点は一般性を考慮して空間直交座標3方向のばね、および質点でモデル化している（Fig. 1）。ただし、支点での減衰については本解析では考慮していない。

解析は、まず自重による静的初期形状解析を行い、その形状での接線剛性マトリクスを求めて固有振動解析を行った。さらに得られた固有モードベクトルを用いて各要素の内点における変動ひずみを算出した。その際、振動振幅は後述する模型実験で減衰を評価するときの基準振幅に採っている。変動ひずみの大きさは各要素の内点ごとに異なり、変動ひずみモードとして求まる^{10), 12)}が、ここではその2乗平均の平方根、つまり rms 値で変動ひずみを代表させた。変動ひずみの算出法等、解析の詳細については両端固定ケーブルのモード減衰を扱った文献 9), 10)を参照されたい。

なお、解析対象としたケーブルおよび弾性支点は 3. の振動実験での模型ケーブルおよび支点であり、その諸元は Table 1, 2 に示してある。弾性支点でのばねは水平ばねのみを考慮し、面内振動のみを考察対象とした。また、解析に用いたケーブル要素分割はすべて21要素43節点である。

(2) 固有振動数および固有振動モード

Fig. 2 は、解析によって得られた固有振動数 $f(\text{Hz})$ のサグ比に対する変化を示したもので、弾性支持と固定支持の2つの場合について、それぞれ対称1次モード（Sym. 1）、対称2次モード（Sym. 2）、逆対称1次モード（Asym. 1）、逆対称2次モード（Asym. 2）の4つのモードの理論曲線を示してある。横軸のサグ比は対数目盛りとしている。Fig. 2 より、逆対称モードの固有振動数はサグ比の増加とともに単

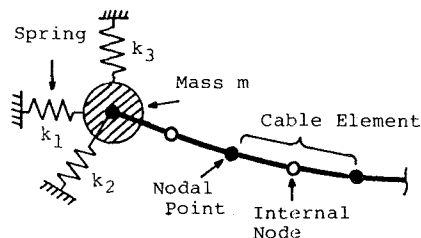


Fig. 1 Analytical Models of Cable and Support.

調に減少するが、対称モードの場合、あるサグ比の範囲で固有振動数が増加し、それに伴ってモード形状が1段階高次の対称モードに遷移する、いわゆるモード遷移領域¹³⁾が存在することがわかる。このモード遷移領域は弾性支持ケーブルの場合にも認められるが、その範囲は固定ケーブルよりもサグ比の大きなところに移行しており、このことにより対称モードの固有振動数は、弾性支持の方が固定支持に比べて同じサグ比に対して小さくなっている。しかし、モード遷移領域外のサグ比については支持条件による対称モードの固有振動数の差は小さく、逆対称モードの固有振動数についてもサグ比に無関係に両者は一致している。この理由は固有振動モード (Fig. 3) を見れば明らかで、モード遷移領域内での弾性支持ケーブルでは対称モードが支点の比較的大きく動くモード形状となっているのに対し、遷移領域外では支点の動きが小さく、また逆対称モードについては、弾性支持ケーブルの場合でもサグ比によらず支点がほとんど動かないモード形状となっているためである。Fig. 3は対称モードにおいて支点の動きが最も大きい modal crossover point (対称モードと逆対称モードの固有振動数が等しくなるサグ比) 近傍のサグ比について、弾性支持および固定支持の対称1次、逆対称1次両モード形状を対比して示したものである。

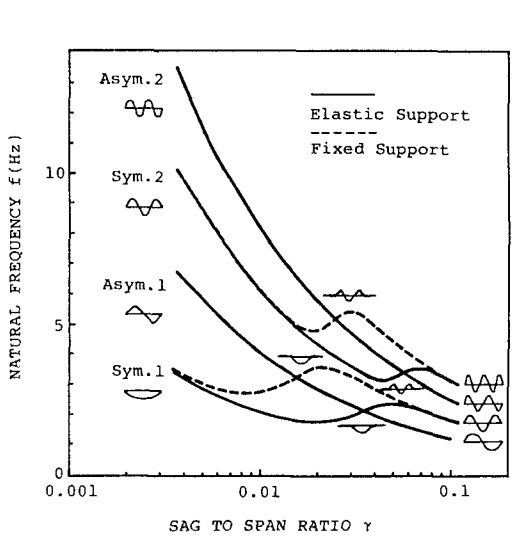


Fig. 2 Natural Frequency versus Sag-to-Span Ratio.

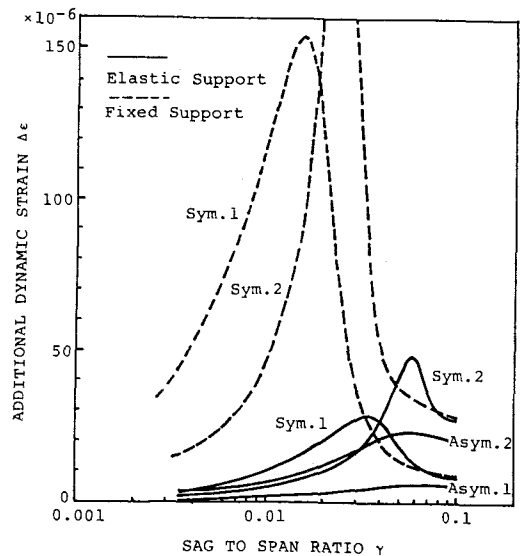


Fig. 4 Additional Dynamic Strain versus Sag-to-Span Ratio.

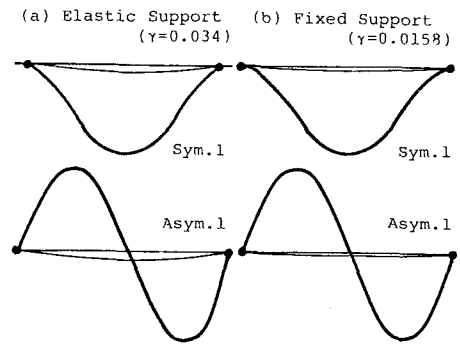


Fig. 3 Comparison of Vibration Modes.

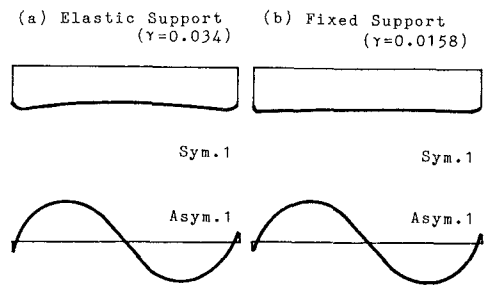


Fig. 5 Modes of Additional Dynamic Strain.

(3) 変動ひずみ

変動ひずみ $\Delta \varepsilon$ (rms 値) の解析結果をサグ比 γ に対してプロットしたものが Fig. 4 である。ここでも対称 1 次、対称 2 次、逆対称 1 次、逆対称 2 次の 4 つのモードについて弾性支持と固定支持の比較を行っている。これによると、逆対称モードについては弾性、固定両支持による差異はなく理論曲線が重なっており、その値は対称モードに比べると比較的小さい値となっている。対称モードに関しては前述のモード遷移領域において変動ひずみは大きな値を取り、modal crossover point で最大となっているが、弾性支持ケーブルの場合、固定支持に比べてかなり小さい値となっていることが注目される。なお、Fig. 5 には一例として Fig. 3 の振動モードに対応した変動ひずみモードを示した。この例では、支持条件による変動ひずみモードの差異は顕著ではなく、対称 1 次モードではほぼ一定のモード、逆対称 1 次モードでは振動モードに類似したモードとなっているが、サグ比が大きい場合、あるいは高次モードの場合には様子が複雑に変わってくる。

3. 模型ケーブルによる減衰振動実験

(1) 模型ケーブルおよび支点条件

実験に用いた模型ケーブルは Fig. 6 に示すように 7 本よりワイヤーロープに鈎具として市販されている鉛製おもり (15.0 g / 個) を約 9.5 cm 間隔に付加重量として取り付けただのもので、その諸元は Table 1 のとおりである。この模型ケーブルを、固定支持条件の場合には鋼製剛柱に剛結された水平鋼丸棒に直接巻き付けた後、ターンバックルを介して剛柱に固定し^{9), 10)}、弾性支持条件の場合には剛柱に一端を剛結された鋼薄板を介して固定した (Fig. 7)。両支点の高さは同じとし、水平ケーブルのみを扱っている。

Fig. 8 には弾性支点の詳細図を示したが、板厚 2.54 mm、幅 15 cm、長さ 54 cm の鋼板を上端から 25 cm だけ埋め込んで片持ちばりとし、下端には鋼丸棒を剛結してそれにケーブルを巻き付けている。この弾性支点の力学的特性については、支

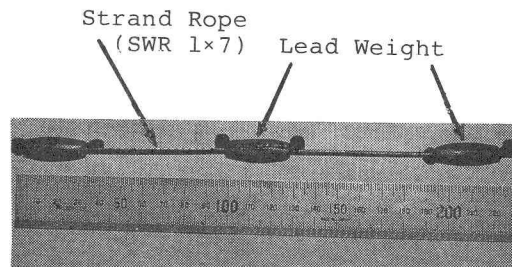


Fig. 6 Details of Model Cable with Lead Weight.

Table 1 Cable Model Specifications.

Type (Dia. of Wire)	Tensile Rigidity EA (kg)	Break Tension T_B (kg)	Weight w (kg/m)	Span Length L (m)	Sag-to-Span Ratio γ
SWR1x7 (0.5mm)	2.45×10^4	280	0.17	7.28	$0.017 \sim 0.1$

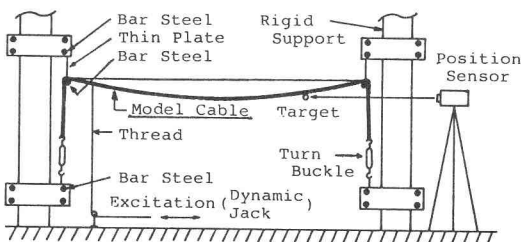


Fig. 7 Schematic Diagram for Experiment Set-Up.

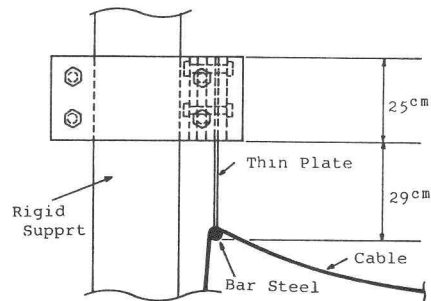


Fig. 8 Details of Elastic Support.

点単体について別途、静的実験および動の実験を行い、ケーブル取り付け位置での水平方向等価ばね定数、片持ちばりとしての1次固有振動数、および1次モード減衰を測定した。その結果を Table 2に示す。表には固有振動数と等価ばね定数より算出した一般化質量（1次固有振動に対するもの）も示した。2.での解析に用いた値は表の水平等価ばね定数および一般化質量の平均値である。弾性支点の減衰特性については対数減衰率 δ の範囲を Table 2に示したが、これは減衰が Fig. 9に示すような振幅依存性を示すことによるものである。なお、支点条件は特に実構造を想定した訳ではなく、ケーブルの固有振動時の支点変位が有意な大きさとなるようばね定数を設定したものである。

(2) 実験方法

実験は、Fig. 7に示すように、所要のサグ比に設置された模型ケーブルの任意点から糸を降ろし、それに動的ジャッキを接続して各固有振動数で強制加振し、定常振幅が得られた後に糸を切ってその後の自由減衰波形を測定した。加振は各固有振動モードが得易い点を加振点に選んだ。また測定は各モードの腹となる近傍の点にターゲットを取り付け、非接触光学変位計（position sensor）にて変位応答を測定した。測定された自由振動波形はペンレコーダーに記録し、デジタイザーを用いて振幅を5波ごとに読み取った。それを $\log A - N$ グラフ（ A ：振幅、 N ：波数）にプロットして、最小二乗法により2次曲線で近似し、所要の振幅における対数減衰率 δ を、その曲線の傾きとして求めている。また、固有振動数 f (Hz)は 300波分の平均として求めた。対数減衰率は振動振幅に依存するため、各モードの最大変位を与える点（腹）での振動振幅をスパン長 l の約 0.24 %（約 18mm）として統一し、その基準振幅に対する対数減衰率について考察を加えている。モード最大振幅を与える点は測点とは異なる場合もあるが、その補正は2.の固有振動解析から求めた固有モードを用いて行った。なお、実験においては、あるサグ比の範囲で各種の面内面外連成振動が生じたり、面内対称モード加振の場合に加振用糸を急激に切る影響で高次モードが混在してしまったりしたが、加振等を工夫することによって、つまり加振点位置を変えたり、加振用糸の張力や切るタイミングを調整したりすることによって、ほとんどの場合所要の振動モードによる自由減衰振動波形を得ている。また、弾性支点の動きを見るために鋼板基部のひずみ応答も測定したが、詳しい解析は行っていない。

4. 弾性支持ケーブルの振動減衰特性

Fig. 10は、弾性支持ケーブルの固有振動数 f の実験値をサグ比 γ に対してプロットしたものであり、Fig. 2での理論曲線とともに示した。実験値は理論値とよく一致しており、固定ケーブルの場合^{9), 10)}と同様、実験が精度よく行えているものと判断できる。Fig. 10に対応するモード減衰を対数減衰率 δ で示したもの

Table 2 Specifications of Elastic Support.

Spring	Natural Frequency (1st mode) f (Hz)	Equivalent Spring Constant k_1 (g/cm)	Generalized Mass (1st mode) (g·sec ² /cm)	Damping (Log Decrement) (Amp. 1mm 4mm)
Left	16.6	5.95×10^3	0.547	0.02 ~ 0.039
Right	16.6	6.27×10^3	0.576	0.016 ~ 0.024

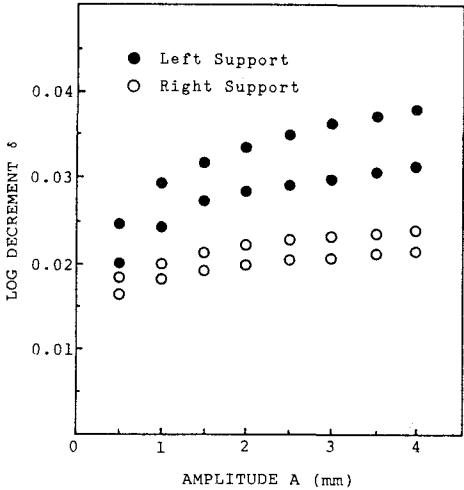


Fig. 9 Dependence of Support-Damping upon Amplitude.

が Fig. 11 である。図には実験値を点でプロットし、モード減衰のサグ比による変化の傾向をモードごとに線で示した。各固有振動に対するモード減衰の大小関係はサグ比によって異なるが、サグ比に対するモード減衰の変化の様子は、どの固有振動についても Fig. 4 での変動ひずみの変化の様子と大変よく似ている。

次に、弾性支持と固定支持とのモード減衰における相違を明らかにするため、対称 1 次モードおよび逆対称 1 次モードについて、両支持条件での実験結果を Fig. 12 および Fig. 13 に示した。まず、対称モードについては (Fig. 12)、2. で述べたモード遷移領域で対数減衰率が大きくなっており、またモード遷移領域が弾性支持と固定支持とで異なることから、モード減衰の支持条件による大小関係がサグ比により異なっ

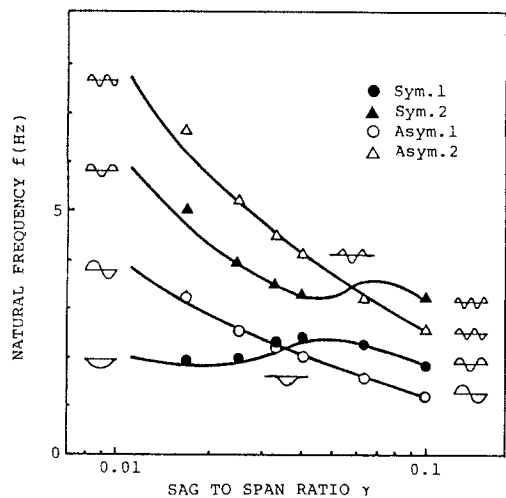


Fig. 10 Natural Frequency versus Sag-to-Span Ratio (Elastic Support).

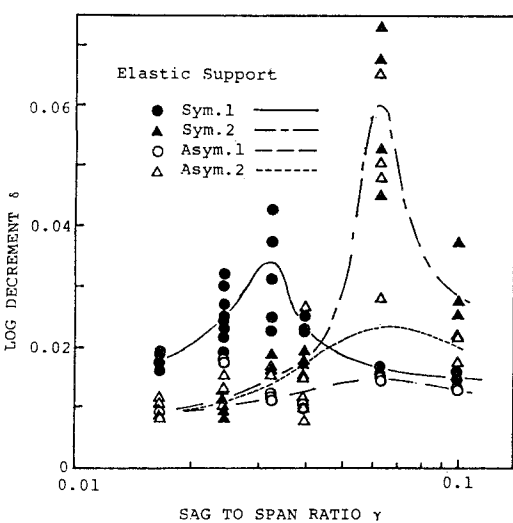


Fig. 11 Modal Damping versus Sag-to-Span Ratio (Elastic Support).

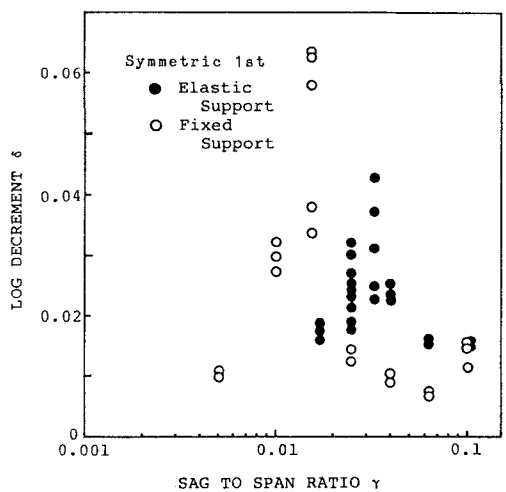


Fig. 12 Comparison of Modal Damping (1st Symmetric Mode).

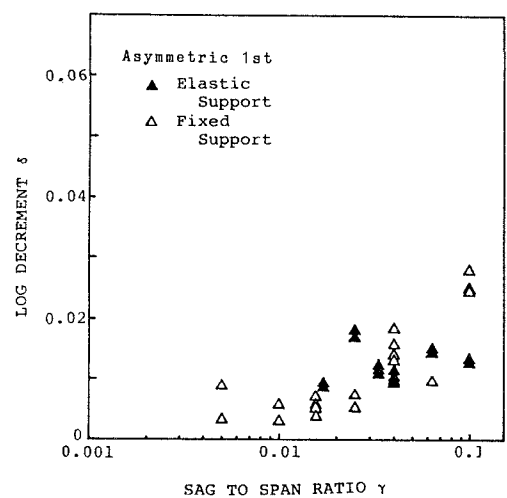


Fig. 13 Comparison of Modal Damping (1st Asymmetric Mode).

ている。つまり、サグ比が小さい場合に弾性支持ケーブルの減衰は固定ケーブルより小さいのに対し、サグ比が大きくなると、その大小関係は逆転している。また、モード減衰は modal crossover point 近傍のサグ比で最大となるが、その大きさは弾性支持の場合に支点での構造減衰が 0.03 程度ある (Table 2, Fig. 9) にもかかわらず、弾性支持の方が小さくなっている。いずれにしても対称 1 次モード減衰のサグ比による変化の様子、支持条件による差異は Fig. 4 での変動ひずみの特性によく対応しているといえよう。一方、Fig. 13 の逆対称モードについてみると、この場合は、弾性支持、固定支持、両ケーブルのモード減衰がサグ比によらず同程度の大きさになっている。これは前述したように逆対称振動では弾性支持点がほとんど動かないモード形状になっていることによると考えられる。逆対称 1 次モード減衰はサグ比の増加にともなって大きくなっており、これも Fig. 4 での変動ひずみの変化の傾向と一致している。

モード減衰と変動ひずみとの関係を詳しく見るために、横軸に変動ひずみ、縦軸にモード減衰 (対数減衰率) を採って両対数紙にプロットしたものが Fig. 14 である。変動ひずみには解析値、モード減衰には実験値を用い、対称モードのみプロットしている。Fig. 14 において弾性支持ケーブルに着目すると、どの点も図中に示した傾き 2 の直線によく載っており、モード減衰が変動ひずみの 2 乗に比例しているといえる。ワイヤーロープの減衰能を扱った文献 6), 7) によれば、ワイヤーロープのヒステリシスエネルギーは変動ひずみの 2 乗に比例するとされており、弾性支持ケーブルの場合にもそのモード減衰の主たる要因がヒステリシスエネルギーに基づく内部減衰と考えることができる。支持条件による差異についてみてみると、固定支持の場合 modal crossover point より小さいサグ比の範囲 ($\gamma < 0.015$) と大きい範囲 ($\gamma > 0.015$) とで傾き 2 の直線がずれており、弾性支持の場合は後者に一致している。同一ケーブルであるにもかかわらず差が生じている原因としては、固定ケーブルのモード減衰を扱った文献 9), 10) で指摘されているようなモード減衰のケーブル初期張力依存性、大きなサグ比での変動ひずみの評価上の問題等が考えられる他、弾性支持ケーブルにおける支点での減衰 (エネルギー散逸) の影響が考えられる。しかし、現在のところはっきりした理由はわからず、今後検討すべき重要な課題である。

5. 結論

弾性支持されたケーブルについて、有限要素法により固有振動解析を行い、同時に模型ケーブルを用いた自由振動実験によりたわみ振動時の対数減衰率を測定した。得られた結果を比較考察し、両端を固定されたケーブルの結果^{9), 10)}と対比させることにより、弾性支持ケーブルのモード減衰性状を明らかにした。主な結論は以下のとおりである。

(1) 弾性支持ケーブルの場合にも対称モード固有振動におけるモード遷移領域が存在するが、その範囲は固定ケーブルよりもサグ比の大きなところに移行する。

(2) 逆対称モードおよびモード遷移領域外の対称モードの固有振動数は、弾性支持と固定とでほとんど差がない。これは弾性支持ケーブルのモード形状が、モード遷移領域内の対称モードを除いて、支点のほとんど

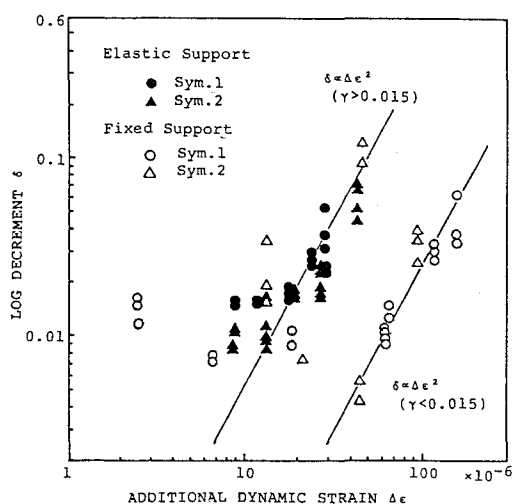


Fig. 14 Modal Damping versus Additional Dynamic Strain (Symmetric Modes).

ど動かないモード形状となることによる。

(3) 固有振動時の変動ひずみはモード遷移領域で大きくなるが、その最大値は弾性支持ケーブルのほうが固定ケーブルより小さくなる。

(4) 弾性支持ケーブルの各固有振動に対するモード減衰の大小関係はサグ比によって異なるが、変動ひずみの大小関係とよく対応している。

(5) 対称モードのモード減衰は、サグ比が小さい場合、弾性支持ケーブルのほうが固定ケーブルより小さいが、サグ比が大きくなるとその大小関係が逆転する。また、逆対称モードのモード減衰については弾性支持と固定とで差がない。

(6) 弾性支持ケーブルの場合もそのモード減衰の主たる要因はヒステリシスエネルギーに基づく内部減衰である。

謝辞

本研究での実験に関しては、埼玉大学建設基礎工学科の学部生である後藤 斉氏に依るところが大である。また、埼玉大学文部技官の石川幸一、横林泰介両氏には、実験の準備、図面の作成等で協力頂いた。なお、本研究は文部省科学研究費の補助を受けて行ったものである。末尾ながらここに記し、深謝の意を表する。

参考文献

- 1) 樋上琢一：斜張橋ケーブルの Rain Vibration, 日本風工学会誌、第27号、pp.17-28, 1988 年 3 月。
- 2) 中村正司・芽野 茂：斜張橋ケーブルの振動に関する風洞実験研究、土木学会第42回年次講演会概要集 1, pp.734~735, 1987年。
- 3) 原 公・上田浩二：ワイヤーロープの振動減衰性について、土木学会第21回年次講演会概要集 1, pp.37-1~2, 1966年。
- 4) 西村春久・広中邦汎・新家徹：ロープの振動特性に関する実験的研究、土木学会第32回年次講演会概要集 1, pp.334~335, 1977。
- 5) 田中義人・玉井鬼子雄・原口俊男：斜張ケーブルの減衰率について、土木学会第40回年次講演会概要集 1, pp.525~526, 1985年。
- 6) 辻 松雄・加納 勇：ワイヤーロープの減衰能、建設コンサルタンツ協会近畿支部第13回業務研究発表会、pp.73~85, 1980年。
- 7) 加納 勇・津村直宣：2点間に張られたワイヤーロープの伸び減衰、土木学会第42回年次講演会概要集 1, pp.728~729, 1987年。
- 8) Ramberg, S. E. and O. M. Griffin : Free Vibrations of Taut and Slack Marine Cables, Proc. of ASCE, Vol.103, No. ST 11, pp.2079~2092, Nov., 1977.
- 9) Yamaguchi, H. and Y. Fujino : Modal Damping of Flexural Oscillation in Suspended Cables, Structural Eng./ Earthquake Eng., Vol. 4, No. 2 (Proc. of JSCE No.386/1-8), pp.413s~421s, Oct. 1987.
- 10) 山口宏樹・藤野陽三：ケーブルのモード減衰性状、埼玉大学工学部建設系研究報告（埼玉大学紀要（工学部）第IV編）、Vol.17, 1987 年 12 月。
- 11) 藤野陽三・山口宏樹・伊藤学：8字型断面を有する架空通信ケーブルのギャロッピング振動、第8回風工学シンポジウム論文集、pp.221~226, 1984年。
- 12) Luongo, A. and G. Rega : An Inextensible Model for the Analysis of Free Vibrations of Suspended Cables, Construzioni Metalliche, n. 3, pp.140~152, 1980.
- 13) 山口宏樹・伊藤 学：単一ケーブルの三次元線形自由振動、土木学会論文報告集、第286号、pp.29~36, 1979 年 6 月。
- 14) 小坪清真・高西照彦・井島克志・園田敏矢：送電線のばね定数の振動特性、土木学会論文集、第344号/1-1, pp.225~234, 1984 年 4 月。
- 15) Henghold, W. M. and J. J. Russell : Equilibrium and Natural Frequencies of Cable Structures (A Nonlinear Finite Element Approach), Computers & Structures, Vol. 6, pp.267~271, 1976.

(1987 年 10 月 16 日受付)