

**応力集中部材の残留応力場における
疲れき裂進展挙動**

FATIGUE CRACK GROWTH BEHAVIOR OF MEMBERS WITH
STRESS CONCENTRATION AND RESIDUAL STRESSES

大野貴史・石黒幸文・山田健太郎・青木尚夫***

By Takashi OHNO, Yukifumi ISHIGURO, Kentaro YAMADA and Hisao AOKI

Fatigue crack growth rates were measured using three types of specimens which have high stress concentration and different types of residual stress conditions. Relations between crack growth rate da/dn and effective stress intensity factor range ΔK_{eff} were obtained, using crack opening ratio U from experiment. A good correlation was obtained regardless of residual stress patterns. Using this relation, crack growth analysis was carried out on present test specimens. Computed lives were in good agreement with experimental results.

1. まえがき

Paris によって応力拡大係数範囲 ΔK の関数として示された疲れき裂進展速度式は、破壊力学の工学的応用として広く使われてきた。しかしながら、その簡便さのゆえ、必ずしも疲れき裂進展挙動のすべてに精度よく応用できるわけではない。したがって、その後の研究により、いろいろなき裂進展条件下に適用するための改良がなされてきた。たとえば、き裂進展の下限界を取り扱うため、応力拡大係数範囲のしきい値 ΔK_{th} を取り入れた式や、応力比ごとに異なる材料定数 C_r を用いる方法、応力範囲の内、圧縮の部分を無視する方法などである。Elber がき裂の閉閉口現象に基づく有効応力拡大係数範囲 ΔK_{eff} の概念を示してから¹⁾は、 ΔK_{eff} により応力比や残留応力などの影響も一律に扱えることがわかってきた。しかしながら、こうした研究で用いられた試験体は、形状がシンプルな CT 試験片や CCT 試験片などであり、取り扱いが容易である反面、必ずしも、応力集中や複雑な残留応力分布をもつ実構造物をモデル化したものとは言えない。そこで本研究では、比較的応力集中の大きいガセット付加プレートを用いて、残留応力のない場合および引張、圧縮残留応力場から発生する疲れき裂の進展挙動を、き裂閉閉口挙動に基づいて観察し、その結果に基づき、簡便な疲れき裂進展寿命解析法を提案した。

* 工修 三菱重工業株式会社	名古屋航空機製作所 (〒455 名古屋市港区大江町十番地)
** 名古屋大学大学院	工学部土木工学科 (〒464 名古屋市千種区不老町)
*** Ph.D. 名古屋大学助教授	工学部土木工学科 (〒464 名古屋市千種区不老町)
**** トピー工業株式会社	技術本部技術研究所 (〒440 豊橋市明海町一番地)

2. 疲れき裂進展速度の測定

(1) 試験体の製作と残留応力分布

実験には残留応力分布の異なる3種類の試験体を用いた。試験体の材質はSM50Aで、その化学成分および機械的性質を、Table 1に示す。試験体は残留応力測定用3体と、疲れき裂進展速度の測定用7体の総計10体である。

1) 溶接したままの試験体 (Aタイプ試験体)

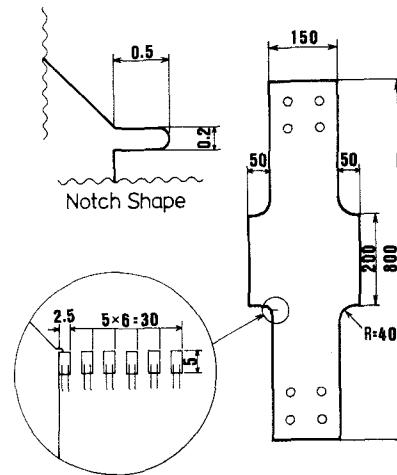
Aタイプ試験体 (A-1,A-2) は、Fig.1に示すように、長さ800mm、幅150mm、板厚6mmの主板に、長さ200mm、幅50mm、板厚6mm のガセットをレ形開先でグループ溶接したもので、き裂を特定の溶接止端部から発生させるために、他の3箇所の止端部はR=40mmのフィレット部を設けた。また、注目する止端部は試験体ごとのばらつきをなくすために、グラインダーで形状を整え、疲れき裂の発生を早めるため、さらに放電加工により、幅0.2mm、深さ約0.5mm のノッチを導入した。Aタイプの残留応力測定用試験体 (AR-2) の残留応力分布を、Fig.2に示す。これはひずみゲージ (ゲージ長 L=1mm) を用いて作用荷重と直角方向に切断して測定したものである。図の縦軸は残留応力を、横軸は溶接止端部からの距離を示している。A-2の分布に相当するAR-2では、ガセットの止端部での引張残留応力が約240MPaである。

2) 圧縮残留応力を付加した試験体 (Nタイプ)

Nタイプ試験体 (N-1,N-2,N-3) は、Aタイプ試験体に低温残留応力制御法 (噴流液体窒素冷却法) によって、き裂発生箇所の溶接止端部近傍に圧縮残留応力を付加したもので、その残留応力分布をFig.2に示す。この方法は、ガスバーナによる加熱と噴流液体窒素による冷却によって温度差 (約 450°C) を付加して残留応力分布を変化させる方法である²⁾。試験体は2度に分けて製作しており、第1回目に製作したNタイプの残留応力分布 (NR-1) は、N-1の分布に相当する。NR-1では、止端部での圧縮残留応力が約-130MPaで、圧縮残留応力の領域が止端部から約 6mmとなっていた。第2回目では、ガスバーナーのノズルの位置を変えて噴流液体窒素処理を行なった。この結果、N-2、N-3の分布に相当するNR-2では、止端部から約1mmの点において約-200MPaの圧縮残留応力が付加され、圧縮残留応力の領域も止端部から約10mmにわたっていた。また、第2回目に製作したNタイプ試験体につい

Table 1 Chemical Composition and Mechanical Properties of SM50A Steel

C	Si	Mn	P	S	Cu	Cr	V	(%)
0.15	0.35	1.49	0.018	0.005	—	0.02	—	
Yield Strength (MPa)	Tensile Strength (MPa)		Elongation (%)					
348	525		26					



Strain Gauge Location Thickness: 6

Fig.1 Test Specimen

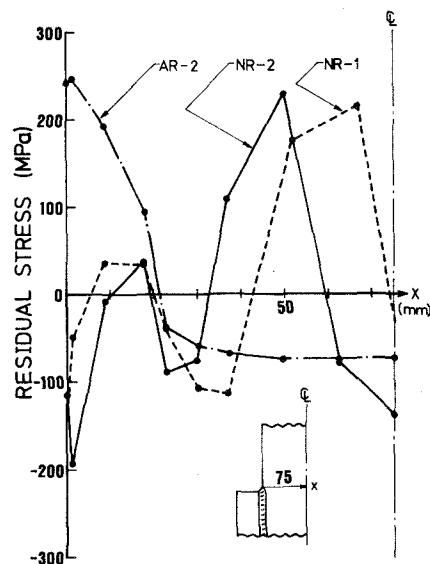


Fig.2 Residual Stress Distribution of A and N Type Specimen

では、止端部付近のX線残留応力測定を実施した。X線測定による圧縮残留応力の分布幅は、N-2で止端部から約10mm、N-3で約6~7mmであった。

3) 切り出し試験体(Cタイプ)

Cタイプ試験体(C-1,C-2)は、残留応力のない素材試験体として、A,Nタイプと同様の形状になるように一枚の鋼板から切り出したもので、き裂発生部にはAタイプと同様に放電加工によりノッチを導入した。この試験体については、残留応力がほとんどないと仮定して残留応力の測定は行わなかった。

(2) 試験体の応力解析

有限要素法を用いて試験体の応力解析を行ない、き裂発生箇所(ノッチ先端)から板幅方向の応力集中率の分布を求めた。解析に使用したメッシュをFig.3に示す。試験体の上下左右を対称とみなし、ノッチを含む全体の1/4の部分を平面応力状態を仮定して解析した。この結果得られた、き裂が進展する線に沿っての応力集中率の分布をFig.4に示す。ノッチの先端では $K_t=9.1$ と高い応力集中率を示すが、ノッチ先端から1.2mm離れた所では $K_t=2.0$ となり、急激に応力集中率が低減している。さらにノッチ先端から17mm離れたところでは K_t が1.0を下回った。

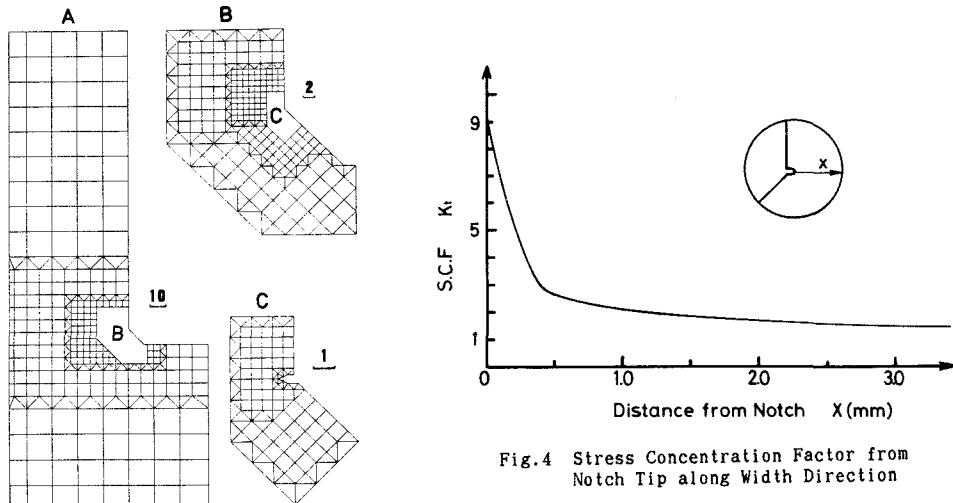


Fig.3 Mesh Pattern for FEM Analysis

(3) 疲れ試験の概要

疲れ試験は、油圧サーボ式試験機(容量25ton)を用いて行なった。各試験体の最大応力 σ_{max} 、最小応力 σ_{min} 、応力範囲 σ_r 、応力比RをTable 2に示す。ここで、N-2,N-3は同一条件である。試験は、まず疲れ試験によってノッチからき裂を発生させ、その後約1mmずつ進展させた毎に動的載荷を止め、き裂長さとき裂閉閉口挙動を測定した。き裂閉閉口挙動は、疲れ試験時の最小応力から最大応力までを静的に載荷、除荷し、その時のき裂先端位置に最も近いひずみゲージの出力変化から求めた。また、き裂の進展に合わせて、き裂先端付近にひずみゲージを追加していく、常にき裂先端付近のゲージの出力変化に着目した。この場

Table 2 Test Condition

Specimen	σ_{min} (MPa)	σ_{max} (MPa)	σ_r (MPa)	R
A-1	0	8.5	8.5	0
A-2	4.0	13.6	9.6	0.3
N-1	0	9.6	9.6	0
N-2	4.0	13.6	9.6	0.3
N-3	4.0	13.6	9.6	0.3
C-1	0	9.6	9.6	0
C-2	4.0	13.6	9.6	0.3

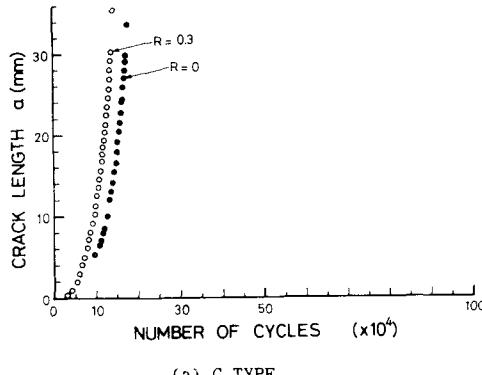
合、応力-ひずみ関係に折れ曲がり点が生じ、その時の除荷時の公称応力値を σ_{close} としてき裂開口比Uを次式で求めた。

$$U = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{close}}{\sigma_{max} - \sigma_{min}} \quad (1)$$

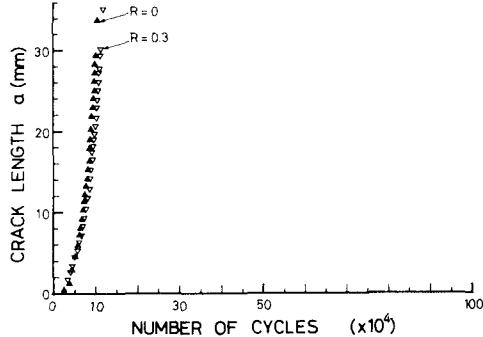
3. 疲れき裂進展挙動の測定結果

(1) き裂長さと繰り返し数

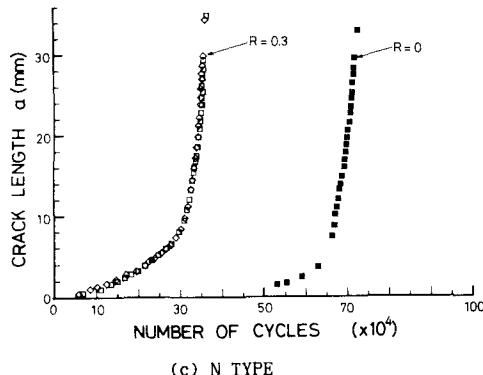
各試験体のき裂長さと疲れ試験開始時からの繰り返し数の関係(a-Nプロット)を、Fig.5に示す。



(a) C TYPE



(b) A TYPE



(c) N TYPE

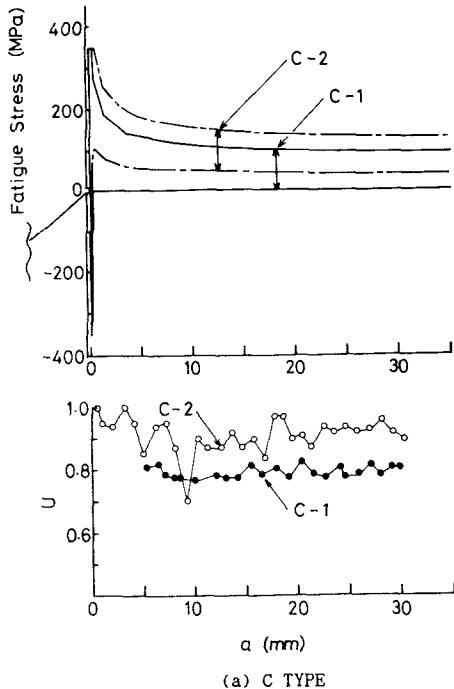
Fig.5 Relations between Fatigue Crack Length and Number of Cycles

同じき裂長さに対する繰り返し数を比較すると、A、Cタイプではあまり差がない、Nタイプが極端にA、Cタイプよりも多いことがわかる。これは低温残留応力制御法によって付加された止端部付近の圧縮残留応力によって、Nタイプのき裂発生およびき裂進展が抑制されたことによるものである。Nタイプでは、初期のき裂長さにおけるプロットの傾きが、他と比べて緩やかであることから、N-1では、き裂長さ約6mmまでのき裂進展寿命が、N-2、N-3では、き裂長さ約10mmまでのき裂進展寿命が延びており、このため全体的に疲れ寿命が増加した。

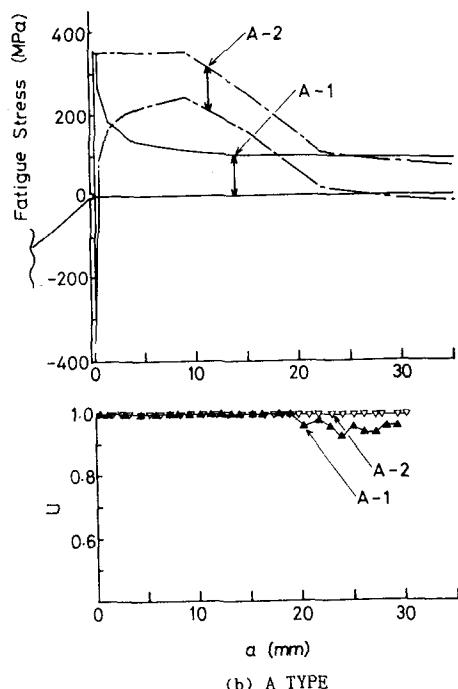
応力比Rによる影響をみると、Aタイプ以外はRの増加にともない、疲れ寿命が小さくなっている。AタイプではA-1の方が応力範囲が小さいにもかかわらず、止端部付近の初期引張残留応力が広くあるいは大きく分布していたため逆の結果になったと推定できる。しかしながらC、Aタイプでは、Rの影響はNタイプほど顕著ではなかった。

(2) 各試験体の開口比と疲れ試験時の応力分布

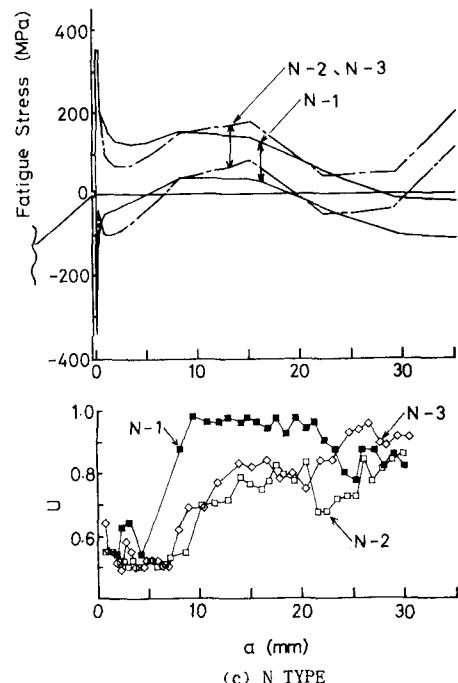
各試験体の開口比とき裂長さの関係(U-a線図)、およびき裂がない場合のノッチ先端から板幅方向の疲れ試験時の応力分布を、Fig.6に示す。疲れ試験時の応力分布は、まず最初に最大応力 σ_{max} を作用させたとき



(a) C TYPE



(b) A TYPE



(c) N TYPE

Fig.6 Fatigue Stress Distributions without Crack and Crack Opening Ratio U

の応力分布を残留応力および応力集中率を考慮して求めた。このとき降伏部分の応力は再配分した。この状態にさらに $\sigma_{min} - \sigma_{max} (= -\sigma_r)$ の応力を作用させた状態を最小応力分布とし、この場合も降伏部分の応力は再配分した。以上の計算を数回繰り返して疲れ試験時の応力分布を求めた。この計算の要素分割幅は、ノッチ先端から5.0mmまでは0.1mm、それ以降10mmまでは0.2mm、25mmまでは0.5mm、75mmまでは1.0mmである。

(a) 切り出し試験体(Cタイプ)のU-R関係

Fig.6 (a) を見ると、応力比 $R=0$ で試験したC-1では、測定領域全体にわたってほぼ $U=0.8$ となった。これは文献3)に示される素材試験片(WT-80C材)の実験結果と一致した。さらに $R=0.3$ のC-2では、多少のばらつきはあるが、 U の平均値は0.92となった。これは、 R の増加にともない、疲れ試験時の最小応力分布が増加し、き裂の開口を抑制するElber効果が減少したことによると思われる。また、文献3)の実験結果では、素材試験片の $R=0.2$ の場合の開口比は $U=0.9$ 、 $R=0.5$ では $U=1$ となっており、今回の実験結果と合わせて、素材試験片の開口比における R の影響を表わす式として次式を求めた。

$$U = 0.4R + 0.8$$

$$(0 \leq R \leq 0.5)$$

(2)

これまでにもいくつかのU-Rの関係式が提案されている。その一部をFig.7に示す。今回提案した式は、UがRの一次式で表わされる Elber¹⁾や橋内ら⁴⁾の提案した式と類似した形となった。しかし、アルミニウム試験片を用いた Elberの式とはかなり値が異なっている。同様にアルミニウムを用いた Schijve の式⁵⁾は、Elberの式と比較的近い値をとっており、この材質の違いが式の異なる原因の一つと思われる。また、SM50B材を用いた加藤らの式⁶⁾は、アルミニウムと鋼の中間に位置している。

(b) 溶接したままの試験体(Aタイプ)のU-R関係
応力比R=0で試験したA-1は、き裂長さ約20mmまではU=1であり、引張残留応力の影響が顕著に出ている。それ以降Uが0.95程度まで減少しているが、これは、き裂が初期引張残留応力領域から逸脱したため、引張残留応力によるき裂開口促進効果が減少し、Elber効果が現われはじめたものと推定される。しかしながらUが、同一応力比の素

材試験体C-1の0.8よりも大きくなっているのは、き裂の進展にともない初期引張残留応力が再分配し、この領域においてもなおき裂の開口を助長したためと考えられる。応力比R=0.3で試験したA-2では、測定域すべてでU=1となり、引張残留応力の再分配によるき裂開口促進効果と、応力比の効果によりElber効果が打ち消されたことを示した。

(c) 圧縮残留応力を付加した試験体(Nタイプ)のU-R関係
Nタイプでは、き裂進展の初期において、圧縮残留応力の影響により、Uがかなり小さくなっている。応力比R=0で試験したN-1では、き裂長さ約6mmまで、Uは0.53～0.65と小さく、同一応力比の素材試験体C-1の0.8を下回っている。この後、初期引張残留応力の影響によりUが増加し、約1.0となっている。また、き裂長さ約21mmになると、再びUが0.8～0.9まで減少している。これらUの増減は、初期残留応力分布(Fig.2)および疲れ試験時の最小応力分布ともよく対応している。

応力比R=0.3で試験したN-2では、き裂長さが約9mmまではU=0.5となり、その後Uは増加し、き裂長さ約20mmに至って一旦減少し、さらに再び増加している。また、測定範囲全域にわたって、UがC-2の0.9を下回っていた。N-3では、き裂長さ約20mmまではU=0.9と同じ傾向を示した。これらUの増減は、N-1と同様に初期残留応力分布および疲れ試験時の最小応力分布ともよく対応している。

以上のような結果、初期残留応力分布を考慮した1次元弾塑性解析から得られた疲れ試験時の応力分布から、き裂進展の各領域について求めた応力比RよりUを推定することが可能であると思われる。

(3) $da/dn - \Delta K$ 関係

各試験体のき裂進展速度(da/dn)と応力拡大係数範囲(ΔK)の関係をFig.8に示す。図中の2本の線は、金属材料技術研究所(金材研)の疲れデータシート⁷⁾に示されたSM50B材の回帰線で、破線は母材、一点鎖線は溶接継手試験体の一括データの回帰線である。なお da/dn は、前測定からのき裂長さ増分 da を、繰り返し数増分 dn で除して求めた。応力拡大係数範囲 ΔK は、次式で定義した⁸⁾。

$$\Delta K = F_{sw} \cdot F_g \cdot \sigma_r \cdot \sqrt{\pi a}$$

(3)

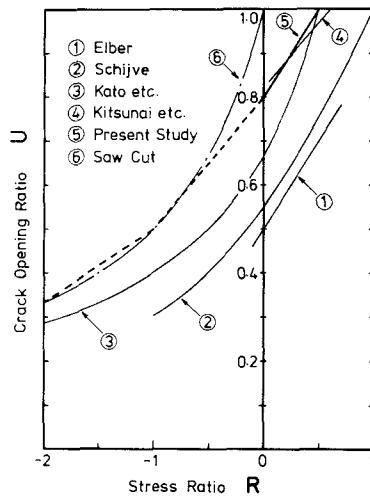


Fig.7 Relations between Crack Opening Ratio U and Stress Ratio R

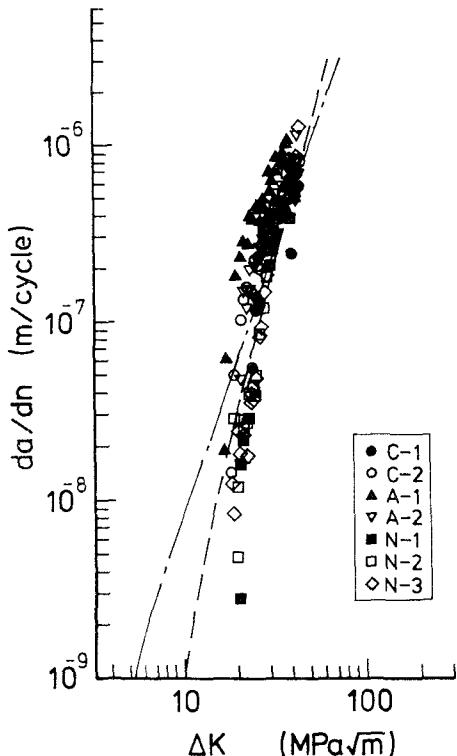


Fig.8 Relations between Crack Growth Rates and Stress Intensity Factor Range

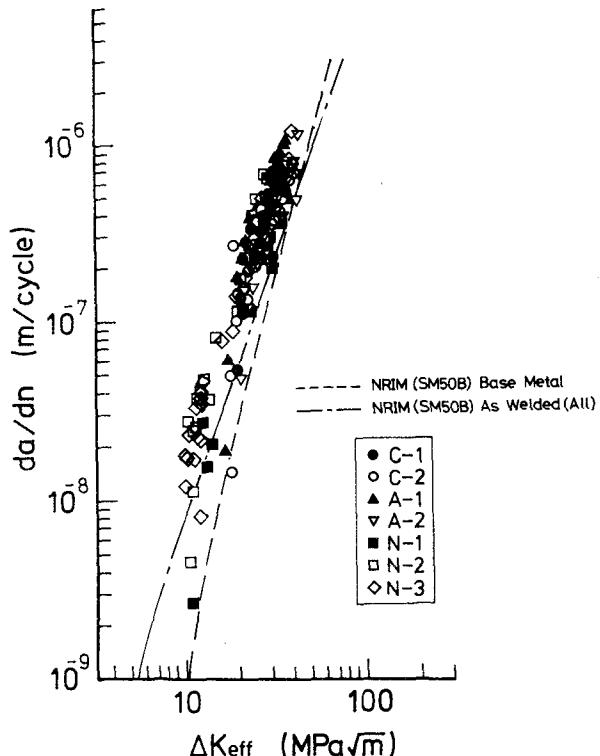


Fig.9 Relations between Crack Growth Rates and Effective Stress Intensity Factor Range

F_{sw} : き裂が有限板の片側表面き裂であることの補正係数

F_g : 応力集中を考慮した形状補正係数

σ_r : 応力範囲

a : き裂長さ

F_{sw} は次式より算出した⁹⁾。

$$F_{sw} = 1.12 - 0.231(a/W) + 10.55(a/W)^2 - 21.72(a/W)^3 + 30.39(a/W)^4 \quad (4)$$

W : 板幅(150mm)

F_g はき裂がないときの疲れ試験時の応力分布を有限要素法で求め、き裂が進展する線に沿っての応力分布を用いて文献10)の手法により算出した。

実測値を比較すると、残留応力が引張または零のA,Cタイプは、比較的同じようなき裂進展速度を示している。これに比べて圧縮残留応力のあるNタイプでは、 da/dn が小さいものが多く、圧縮残留応力によって初期のき裂進展が抑制されたことがわかる。次に、Elber効果や残留応力の影響を考慮して、有効応力拡大係数範囲 ΔK_{eff} を用いて同様の整理を行なったものがFig.9である。全試験体のほとんどのデータが一定の帯状の領域に入り、試験体ごとの差が小さくなっていた。これは、き裂開口比 U を用いて得られた ΔK_{eff} によるき裂進展データの取り扱いが、Elber効果や残留応力の影響を定量的に評価する有効な手法であることを示している。

4. Uを考慮した疲れき裂進展寿命の解析

(1) 解析手法

前節では、き裂がない場合の疲れ試験時の応力分布からUを推定できることを示した。ここでは、Uを考慮した簡単な手法により、疲れき裂進展寿命解析を行ない、実験結果と比較した。そこで、以下のような手法で任意のき裂長さにおける ΔK_{eff} を推定し、疲れき裂進展寿命を計算する。Fig.10に本解析手法の流れ図を示す。

1) 素材試験体の開口比Uと応力比Rの関係を表わす式2を、区間 $0 \leq R \leq 0.5$ において適用する。また、 $R < 0$ の領域では、Fig.8.7の破線に示すように、 $R \leq -1$ においては、幅零のsaw cutを想定したU-R関係を直線近似して求め、さらに $-1 \leq R \leq 0$ においては、両端を直線で結んでU-R関係を定義した。

2) 1)で求めたU-R関係をFig.8で示した各試験体の疲れ試験時の応力分布に適用し、要素ごとに開口比U_iを求め、要素ごとの有効応力範囲 $\sigma_{eff,i}$ を次式により求める。

$$\sigma_{eff,i} = U_i \cdot \sigma_{ri} \quad (5)$$

この $\sigma_{eff,i}$ を用いて文献10)の手法により F_g に代わる $F_{eff,i}$ を求め、式3から ΔK_{eff} を算出する。

3) この ΔK_{eff} を用いて次に示すき裂進展速度式からき裂進展寿命を算出する。

$$da/dn = C (\Delta K_{eff}^m - \Delta K_{effth}^m) \quad (6)$$

(2) 各試験体の疲れき裂進展寿命解析

上述の解析手法を用いて、本実験で用いた試験体の疲れき裂進展寿命を解析した。解析結果をFig.11に示す。図の縦軸はき裂長さを、横軸はき裂進展寿命を表わしている。各試験体の解析は、実測値に合わせて、C-1が、き裂長さ $a=5\text{mm} \sim 30\text{mm}$ 、C-2およびN-2、N-3が、 $a=0.5\text{mm} \sim 30\text{mm}$ 、A-2およびN-1が、 $a=1.5\text{mm} \sim 30\text{mm}$ までのき裂長さの範囲で行なった。また、き裂進展速度式の各定数C、mおよび ΔK_{effth} はTable 3に示すように2種類用いた。すなわち、金材研で求めた溶接継手の $\Delta K_{th}=2.5 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$ をそのまま ΔK_{effth}

とした場合と、母材の $\Delta K_{th}=9.0 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$ にElber効果を考慮して、 $U=0.8$ を乗じて、 $\Delta K_{effth}=7.2 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$ とした場合である。図中ではこの2つの解析条件を、 $\Delta K_{effth}=2.5 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$ （実線）および $\Delta K_{effth}=7.2 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$ （破線）として区別した。実験値と解析値を比較すると、C-1、C-2、A-2では、 ΔK_{effth} の違いによる解析値の差はほとんどなく、実験値の傾向をよく示した。N-1では、 ΔK_{effth} の違いによる解析値の差がわずかに見られ、また、解析値の方が低寿命となつた。この原因としては、入力した初期残留応力分布が、実際のN-1のものとよく合っていなかったものと考えられる。N-2およびN-3では、 $\Delta K_{effth}=2.5 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$ と

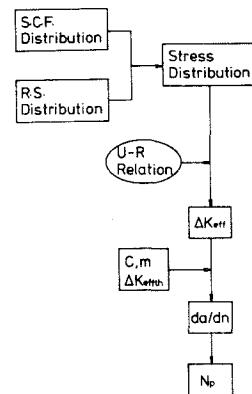


Fig.10 Flow Chart of Crack Growth Analysis

Table 3 Regression Line Parameters for Crack Propagation Analysis

	Regression Parameters		
	C	m	ΔK_{effth}
Case 1	2.95×10^{-11}	2.80	$2.50 \text{ (MPa} \sqrt{\text{m}}\text{)}$
Case 2	3.14×10^{-11}	2.80	$7.20 \text{ (MPa} \sqrt{\text{m}}\text{)}$

$$da/dn = C (\Delta K_{eff}^m - \Delta K_{effth}^m)$$

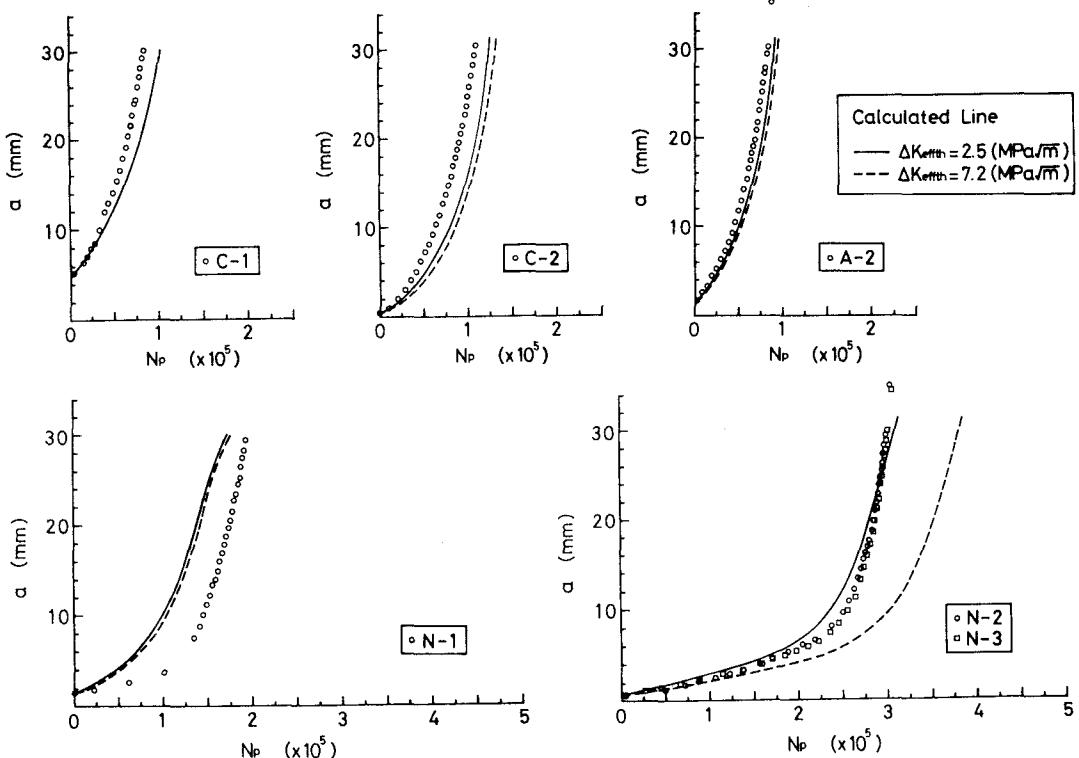


Fig.11 Results of Crack Growth Analysis

した解析値が、実験値より若干低寿命となったものの良好な対応を示した。 $\Delta K_{effth}=7.2 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$ では解析値が実験値を上回った。本解析では、これまでのように残留応力の影響を有効応力拡大係数に取り込むばかりでなく、形状による応力集中も考慮している。解析結果は、実験値とおおむね良好な一致を示しており、本解析手法が有効であることを示している。

5. 結論

ガセット付加プレート試験体を用いて、引張および圧縮の残留応力場をもつ応力集中部材の疲れ試験を行ない、疲れき裂の進展ならびにき裂の開閉口挙動を観察した。また切り出し試験体による残留応力のない場合の試験も行なった。これにより得られたデータを、き裂の開閉口挙動に基づく有効応力拡大係数範囲 ΔK_{eff} を用いて整理した。さらに、応力集中と残留応力を考慮した各試験体の疲れ試験時の応力分布を求め、これを用いて算出した ΔK_{eff} による、疲れき裂進展寿命解析を行なった。その結果をまとめると次のようになる。

- 1) 疲れき裂が初期圧縮残留応力場を進展する場合は、き裂の開口が抑制されき裂進展速度が減少する。
- 2) 応力比が正のとき、疲れき裂が圧縮残留応力場を進展する場合は、応力比Rが大きな影響をおよぼす。
- 3) 疲れき裂が、残留応力のない部分および圧縮残留応力場を進展する場合のき裂開口比Uは、疲れ試験時の最小応力の分布とよく対応する。したがってこの領域においては、き裂のない場合の疲れ試験時の応力分布からUを推定することが可能である。
- 4) 残留応力のない素材試験体では、応力比Rとき裂開口比Uとの間に一定の関係が見られる。疲れにおける

ぼす応力比と残留応力の影響を等価なものとして考えると、3)の結果と合わせて、このU-R関係を、疲れ試験時の応力分布に適用することにより、任意のき裂長さにおけるUを求めることが可能である。

5) 上記の考えに基づく簡便な疲れき裂進展寿命解析手法を提案し、各試験体について解析を行なった結果、実測値とよく一致した。

謝辞：本実験の遂行にあたり、名城大学理工学部講師近藤明雅氏および加藤千典氏（現　瀧上建設）には大変お世話になり、試験体の製作には、トピー工業技術研究所の酒井吉永氏および豊橋製造所鉄構事業部の協力を得た。ここに記して厚くお礼申し上げます。

参考文献

- 1) W.Elber : The Significance of Fatigue Crack Closure ,ASTM STP 486 (1971) ,pp.230-242.
- 2) 酒井吉永・青木尚夫・藤枝幸二・渡辺正紀：噴流液体窒素ガス冷却によるガセット溶接継手の疲労強度向上に関する研究、第41回土木学会年次学術講演会講演概要集（1986）、I - 272.
- 3) 渡 秀二：き裂開閉口現象の観察にもとづく疲労き裂伝ばへの溶接残留応力の効果についての一考察、大阪大学溶接工学科研究論文、1979.
- 4) 橋内良雄ら：STS42鋼溶接継手の疲労き裂伝播挙動に及ぼす残留応力の影響、溶接学会FS委員会資料、FS-721-87 (1987) .
- 5) J.Schijve : Some Formulas for The Crack Opening Stress Level, Eng. Fracture Mechanics, Vol.14 (1981) ,pp.461-465.
- 6) 加藤昭彦・栗原正好・川原正言：広範囲の応力比条件下での疲労き裂伝播速度式の検討、日本造船学会論文集、第 153号 (1983) , pp.336-343.
- 7) 科学技術庁金属材料研究所：金材研疲れデータシート資料3、1984.
- 8) 山田健太郎・M.A. Hint : 破壊力学を応用したパラメトリックな疲労寿命解析、土木学会論文報告集、第 319号 (1982) , pp.55-64.
- 9) 岡村弘之：線形破壊力学入門、培風館、 1973.
- 10) P.Albrecht and K.Yamada : Rapid Calculation of Stress Intensity Factors , Proc.of ASCE, Vol.103 No.ST2 (1977) ,pp.377-389.

(1987年10月16日)