

移動荷重の反復の下での連続桁の塑性たわみ性状

PLASTIC DEFORMATION CHARACTERISTICS OF CONTINUOUS GIRDERS
UNDER THE REPETITION OF A MOVING LOAD

谷平勉*, 黄栄文**, 上林厚志***, 園田恵一郎****

By Tutomu TANIHIRA, Rong-Wen HWANG, Atsushi KAMBAYASHI and Keiichiro SONODA

Plastic (residual) deflection problems of steel girders have increasingly become important as the current bridge design method is turned to a limit state design method such as Alternate Load-factor Design Procedures proposed by AASHTO. This paper presents a comprehensive method of plastic deflection analysis of multi-span steel girders subjected to repeated moving loads. The method is developed by the minimum principle of complementary strain energy-rate under a small incremental step-by-step moving of load. The girders have a compact I-section or a composite section with certain degree of plastic rotation capacity. For two-span girders with the various sizes of section, plastic deflection characteristics are examined through numerical calculations.

1. 緒言

連続桁橋や格子桁橋のような不静定橋梁に塑性設計法の適用は古くから試みられてきた。しかしながら、橋梁は移動荷重の反復を受け、弾塑性領域での挙動が非常に複雑になるため、建築構造物に比べて塑性設計法の適用が困難になるといわれている。一方、移動荷重の反復を受ける連続桁のたわみ安定性は変形硬化の問題として古くから研究されてきた¹⁾。すなわち、移動荷重の大きさがある限界(変形硬化荷重と呼ばれる)以内であるならば、塑性変形を起こしても最初の数回の荷重の繰り返しで桁のたわみは停留し、その後の荷重の繰り返しに対しては、桁は弾性挙動を繰り返すようになる。しかしながら、変形硬化問題では、桁の塑性回転能が無制限にあることを前提としているが、どのような鋼断面でも塑性回転能はフランジやウェブの局部座屈に支配され有限であるので、変形硬化荷重を終局限界状態の基準とすることは必ずしも適切ではない。

ところで、AASHTOは、1985年8月、ブレースされたコンパクト断面を持つ鋼桁橋に対する代替荷重係数法(Alternate Load-factor Design Procedure)(以下ALD法と略称する)の草案を発表した^{2), 3)}。

* 工博 近畿大学助教授 理工学部土木工学科 (〒771 東大阪市小若江3-4-1)

** 工修 東洋技研コンサルタント(株) (〒543 大阪市天王寺区悲田院町8-11)

*** 大阪市立大学大学院工学研究科土木工学専攻 (〒558 大阪市住吉区杉本3-3-138)

**** 工博 大阪市立大学教授 工学部土木工学科 (同上)

この方法では、荷重レベルを供用荷重(Service Load)、超過荷重(Over Load)、最大荷重(Maximum Load)の三段階に分け、それぞれの段階に応じた構造物の挙動の許容限界と荷重係数を定めている。すなわち、供用荷重のレベルでは、許容限界を弾性理論による応力の大きさによって定めているが、超過荷重のレベルでは支点または節点上での部分的な塑性領域の発生を許容し、塑性（残留）たわみの大きさを反り(Camber)によって事前に調整できる範囲に制限している。また、最大荷重は橋梁がその生涯に受けるのが1度か2度であるような非常に頻度の少ない大きな荷重レベルで、このレベルでは塑性ヒンジの発生によるメカニズムが形成される荷重を基準にして安全性を確保している。従って、第1と第3の荷重レベルでは強度による照査を設けており、第2の荷重レベルでは構造の変形硬化を利用しているが、残留たわみの大きさを制限している点に特徴がある。

このような新しい設計法の合理性を検討するには、移動繰返し荷重の下で発生する残留たわみの評価が必要になる。しかしながら、弾塑性状態での荷重の移動は桁断面に負荷と除荷の頻繁な繰返しを与えるので、残留変形の解析には、従来の固定荷重に対する弾塑性解析法とは異なった工夫が要求される。本研究は連続桁が移動集中荷重を受けたときの残留（塑性）変形の解析法を提案し、I形および合成桁断面に対して、荷重の大きさと移動繰返しにより停留する残留たわみ値の関係を明らかにすることを目的としている。

2. 理論

2. 1 モーメントー曲率関係のモデル化

鋼I形断面は一般にコンパクト(Compact)断面とノンコンパクト(Noncompact)断面に分けられる。コンパクト断面とは全塑性曲げ状態に至るまでフランジやウェブに局部座屈が起こらないようないわゆる”ずんぐり”した形状の断面であり、ノンコンパクト断面とは局部座屈によって全塑性状態に到達できないようなスレンダーな形状の断面である。緒論で述べたALD法は桁がいくらかの塑性回転容量を持つことを前提としているので、コンパクト断面を対象としていることは言うまでもない。図-1は一般的なコンパクト断面におけるモーメントー曲率関係の概略を示している。塑性曲率は降伏モーメント M_y に達してから発生し、全塑性モーメント M_p に近づくにつれて大きくなるが、ひずみ硬化のためにモーメントは M_p を越えることができ、最大モーメントは局部座屈によって決定される。局部座屈以降は曲率の増加につれてモーメントが減少する軟化領域に入る。前述のALD法では、モーメントは M_p で頭打ちにし図-1の $\Delta\phi$ を塑性回転容量としている。

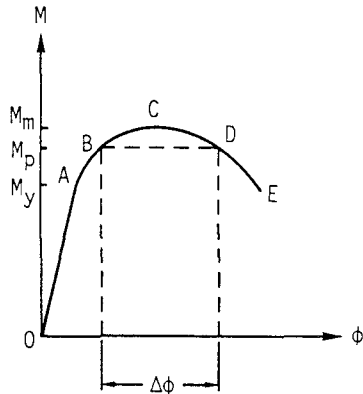


図-1 モーメントー曲率関係

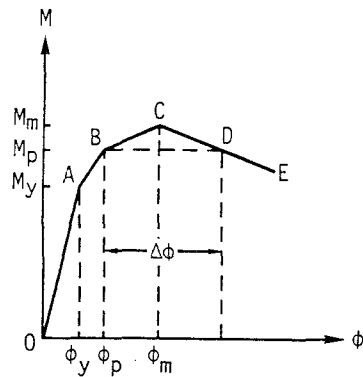


図-2 モーメントー曲率関係のモデル化

本研究は超過荷重の下での塑性たわみの算定を目的としているので、図-1の A-B-Cの領域をできるだけ正確に表現し、取り扱いの容易なモデルとして図-2を考える。すなわち、 ϕ_y は降伏曲率で次式で与え、

$$\phi_y = \frac{My}{EI} \quad (1)$$

ここに、 EI は弾性曲げ剛性。また、 ϕ_p はひずみ硬化開始時の曲率で

$$\phi_p = \frac{\varepsilon_{sh}}{y_f} \quad (2)$$

ここに、 ε_{sh} はひずみ硬化開始時の鋼材のひずみ、 y_f は中立軸から縁端までの距離である。

一方、 ϕ_m は局部座屈を起こすときの曲率で、フランジの幅厚比(b/t_f)やウェブの幅厚比(d/t_w)の影響を受ける。局部座屈を考慮した鋼断面のモーメント-曲率(または回転角)関係については、I形断面に対しては、加藤らの研究⁴⁾があり、箱形断面に対しては、加藤ら⁵⁾、宇佐美ら^{6)、7)}の研究がある。これらの研究では、柱部材の座屈挙動に関連させて、軸圧縮力と曲げモーメントの組合せ下での変形挙動を実験または理論的に求めている。本研究はI形断面桁の曲げ問題を取り扱っているので、加藤らの研究の中の軸力のない場合の実験結果を利用することにする。すなわち、加藤らはフランジおよびウェブの幅厚比が $b/t_f=8\sim 16$ 、 $d/t_w=30\sim 70$ のH形断面梁について、中央集中荷重による単純梁の実験を行い、結果を整理し、図-3に示すようなモーメント(M/M_p)と回転角(θ/θ_p)の関係のモデルを提案した。ここで、 θ_p は全塑性モーメント M_p に対応する弾性回転角であり、 M_p と M_m の比 α ($=M_m/M_p$) はつぎの2式の大きい方の値を取る。

$$\alpha = 1 + [(0.0403 - 0.0744 \frac{b}{t_f} \sqrt{\varepsilon_y})^2 - (0.00024 \frac{d}{t_w} \sqrt{\varepsilon_y} - 0.00025)] \frac{1}{\varepsilon_y} \quad (3)$$

$$\alpha = 1.46 - [0.63 \frac{b}{t_f} + 0.053 \frac{d}{t_w} + 0.02(\lambda_y - 50)] \sqrt{\varepsilon_y} \quad (4)$$

ここに、 λ_y は弱軸に関する細長比、 ε_y は降伏ひずみで、 $\alpha < 1$ ならば、 $\alpha = 1$ とする。また、図の直線 B-C の勾配 (k_p) は

$$k_p = 0.03 \quad (5)$$

さらに、軟化領域の直線 C-E の勾配 (k_d) は次の2式の小さい方の値を取る。

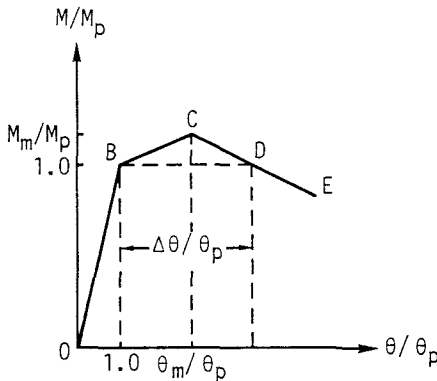


図-3 実験によるモーメント-回転角関係のモデル化

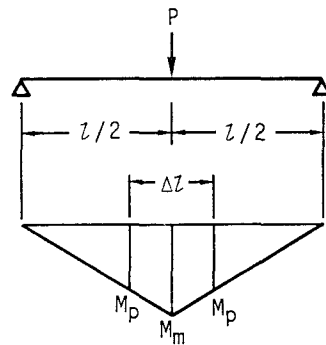


図-4 全塑性領域 Δl

$$k d = -0.355 \frac{d}{t_w} \varepsilon_y \quad (6)$$

$$k d = -[-1.33 + (10.6 \frac{b}{t_f} \sqrt{\varepsilon_y} - 2)(0.63 + 0.33 \frac{d}{t_w} \sqrt{\varepsilon_y})] \sqrt{\varepsilon_y} \quad (7)$$

加藤らの実験では、回転角 θ は単純ばりの支点と荷重点の間の部材回転角を採っているので、図-2の曲率 ϕ に対応させる必要がある。すなわち、実験での単純梁の M_y を越える領域を全塑性領域 Δl （図-4参照）にとれば、

$$\frac{\Delta l}{l} = 1 - \frac{1}{\alpha} \quad (8)$$

断面の塑性回転角は塑性曲率を Δl 区間で積分した量であるので、平均的に取り扱い $\phi = 4\theta / \Delta l$ として次式を得る。

$$\phi_m = \frac{M_p}{E I} + \frac{4(\theta_m - \theta_p)}{\Delta l} \quad (9)$$

ここに、 $\theta_p = M_p \cdot l / (6 E I)$ 、 $\theta_m = \theta_p \cdot [1 + (\alpha - 1) / k_p]$ 。

つぎに、合成桁断面では、コンクリートの引張強度を無視すれば、負曲げモーメントは鋼断面のみで受け持たれるので、図-2と同じ形状のモーメント-曲率曲線が適用できる。一方、正曲げモーメントに対しては、圧縮力はコンクリート断面によって受け持たれるので、フランジの局部座屈が防止され、鋼とコンクリートの応力-ひずみ曲線と平面保持の仮定を用いて容易に断面のモーメント-曲率曲線が計算できる。

2. 2 解析方法

図-5に示すような n スパン連続桁を解析の対象とする。一般に構造解析法は変位法と応力法に大別でき、有限要素法などコンピュータの使用を前提とした解析法では変位法が専ら用いられている。しかしながら、ここで取り扱う問題は①比較的不静定次数が少ない、②最大曲げモーメントの発生点は荷重の移動と共に変動し、この大きさと位置が桁の変形挙動に大きく影響する、という特徴を持ち、出来るだけ自由度の少ない数値解析法が有利であるので、変位法より応力法を用いることにする。

$n-1$ 次不静定であるこの連続桁は中間支点 $1, 2, \dots, n-1$ の反力 X_i を不静定力に取れば、任意点の曲げモーメントは以下のように与えられる。

$$M_x = M_{0x} + \frac{P x}{l} (l - \xi) + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{X_i}{l} x (l - l_i) - H_{\xi} P (x - \xi) - \sum_{i=1}^{n-1} H_i \cdot X_i (x - l_i) \quad (10)$$

ここに、 M_{0x} は固定荷重による曲げモーメントであり、 H_{ξ} 、 H_i は Heaviside の階段関数で以下のように定義される。

$$H_{\xi} = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < \xi \\ 1 & \xi \leq x \leq l \end{cases}$$

$$H_i = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < l_i \\ 1 & l_i \leq x \leq l \end{cases}$$

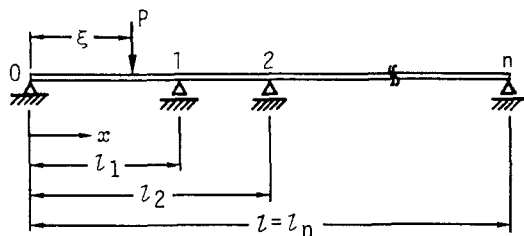


図-5 n スパン連続桁

いま、集中荷重 P が速度 c で右方へ移動するとすれば、 P の位置は $\xi = c \cdot t$ (t : 時間) で、曲げモーメントの速度は以下のように表される。

$$\begin{aligned}\dot{M}_x &= \frac{dM_x}{dt} = c \frac{dM_x}{d\xi} \\ &= c \left[-\frac{P}{l} x + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\dot{X}_i}{c l} x(l-l_i) + P \cdot H_{\xi} - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\dot{X}_i}{c} H_i(x-l_i) \right]\end{aligned}\quad (11)$$

ここに、 $\dot{X}_i = dX_i/dt$ 。

一方、構成則として、曲げモーメント増分と曲率増分の一般的な関係を以下のように表すことができる。

$$d\phi_x = C(M_x, \phi_x) dM_x \quad (12)$$

桁全体の補仕事の増分は

$$dW = \int_0^l \frac{d\phi_x \cdot dM_x}{2} dx \quad (13)$$

式(11)と $d\xi = c \cdot dt$ の関係より

$$dM_x = P \left(-\frac{x}{l} + H_{\xi} \right) d\xi + \sum_{i=1}^{n-1} dX_i \left[\frac{l-l_i}{l} x - H_i(x-l_i) \right] \quad (14)$$

一方、最小補仕事の定理 (Engesser の定理) より

$$\frac{\partial (dW)}{\partial (dX_i)} = 0 \quad (15)$$

式(12)と式(14)を式(13)に代入し、式(15)の偏微分を実行すれば、次の連立 1 次方程式を得る。

$$P \cdot a_{0j} d\xi + \sum_{i=1}^{n-1} a_{ij} dX_i = 0 \quad (16)$$

ここに、

$$\begin{aligned}a_{0j} &= \int_0^l C(M_x, \phi_x) \left(-\frac{x}{l} + H_{\xi} \right) \left[\frac{l-l_j}{l} x - H_j(x-l_j) \right] dx \\ a_{ij} &= \int_0^l C(M_x, \phi_x) \left[\frac{l-l_i}{l} x - H_i(x-l_i) \right] \left[\frac{l-l_j}{l} x - H_j(x-l_j) \right] dx\end{aligned}$$

ただし、 $i, j = 1, 2, \dots, n-1$ 。

式(16)の解より式(14)の dM_x が決定でき、補仮想仕事の原理より、任意点 $x = \eta$ のたわみ増分 dv は以下のように計算できる。

$$dv = \int_0^l \bar{M}_x \cdot d\phi_x \cdot dx = \int_0^l C(M_x, \phi_x) \bar{M}_x \cdot dM_x \cdot dx \quad (17)$$

ここに、

$$\bar{M}_x = \frac{x}{l} (l - \eta) - H_{\eta}(x - \eta)$$

2. 3 数値計算手順

式(16)および式(17)を計算するには、構成係数 $C(M_x, \phi_x)$ を含む関数の積分を実行しなければならない。さらに荷重の移動に連れて一つの桁断面では負荷と除荷が繰り返されるので、 $C(M_x, \phi_x)$ は荷重の位置と移動方向にも影響され複雑に変化する。局部座屈前の除荷時の $M-\phi$ 曲線は初期弾性曲線と平行すると考えられるが、局部座屈後の繰り返し載荷に対しては剛性低下が予想される⁸⁾。しかしながら、ここでの問題では、一つの断面で正負の大きな塑性曲げ変形が交番することがないので、除荷時の $M-\phi$ 曲線の勾配は常に初期弾性曲げ剛性 $E I$ に等しいと仮定しても大きな誤差は生じないであろう。一方、局部座屈前は繰返し載荷によっても $M-\phi$ 関係の弾性域の大きさは変わらないと考えられるので、本解析に用いる繰返し載荷時の $M-\phi$ 曲線は図-6に示すようなモデルとした。

したがって、このモデルにおいて、 $M-\phi$ 曲線のピーク点Cまでは通常のひずみ硬化弾塑性解析と同様に取り扱うことが出来る。すなわち、処女曲線の区間 0-A, A-B, B-C の勾配を $k_j (j=1, 2, 3)$ と表せば、

$$\begin{aligned} \text{負荷時 } (M_x \cdot d\phi_x \geq 0) \text{ では} & \quad C(M_x, \phi_x) = 1 / k_j \\ \text{除荷時 } (M_x \cdot d\phi_x < 0) \text{ または再負荷時では} & \quad C(M_x, \phi_x) = 1 / E I. \end{aligned} \quad (18)$$

$M-\phi$ 曲線のピーク点Cを越えると塑性軟化状態にはいるが、骨組の曲げ理論を用いる限り $M-\phi$ 曲線を直接適用することが出来ない。すなわち、曲げ理論は1次元理論であり、断面内の塑性域の広がりを考慮していないので、ピークモーメント M_m の近傍で曲率が不連続になり、適合条件を満たさなくなる。このような指摘はR. H. Wood⁹⁾によって鉄筋コンクリート梁に対して最初になされ、不連続領域 (discontinuous line) を導入することによってこの問題は解決できることが明らかにされている。

本研究では鋼1桁部材を対象としピークモーメント M_m を越えるとフランジの局部座屈によって軟化領域にはいるので、局部座屈の発生域を不連続領域 $\Delta\eta$ とし、 M_m に到達した位置では図-7に示すようなモーメントと回転角の関係を持つ塑性軟化ヒンジが発生するとして解析を進めることにする¹⁰⁾。ここに、軟化率については、加藤らの実験による $M-\theta$ 曲線を利用すれば、 $\gamma = \tan^{-1}[-k_d \cdot M_p / 2\theta_p]$ とおける。なお、図-6で $\beta = 0$ 、すなわち完全塑性状態でも同様の問題が起こり、この場合は軟化のない通常の塑性ヒンジ ($\gamma = 0$) が発生するとして取り扱うことができる。また、一旦ヒンジ状態になっても、除荷が起こればヒンジは消滅し弾性状態に回復するとする。

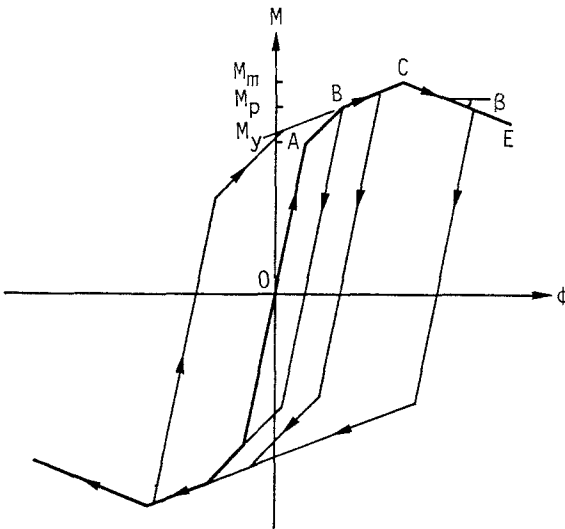


図-6 解析に用いた $M-\phi$ 曲線

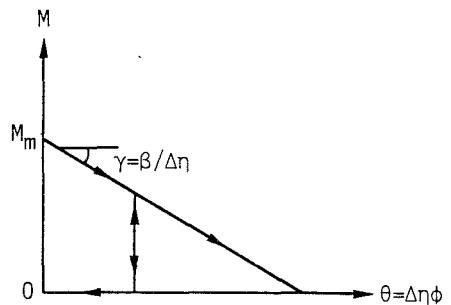


図-7 塑性軟化ヒンジでの $M-\theta$ 曲線

さて、数値計算に当たって桁の全長を m 等分し、各支点上は必ず分割点になるようにする。集中荷重 P は左端 0 を出発し右端 m に移動させ、その後は反復させる。荷重は微小分割区間ごとに移動させ、増分計算（すなわち $d\xi = \Delta\xi$ ）を行う。この種の増分計算では、荷重が着目点を通過する時着目点上の断面では負荷と除荷が交番し、数値誤差が累積しやすいので、この点に注意した数値計算手順を考えた。そのフローチャートを図-8に示すとともに以下に説明を加える。

- Step 1: 初期値を $\Delta\xi = l/m$ に設定する。
- Step 2: 各分割点で負荷か除荷かを仮定し、式(18)より $C(Mx, \phi x)$ を決定する。
- Step 3: もし、塑性軟化ヒンジになる点があれば、不静定次数を1つだけ減らし、ヒンジ点では図-7の關係を用いる。ただし、 n 個の塑性軟化ヒンジが発生すれば、構造が不安定になるので計算を終了する。
- Step 4: 数値積分により式(16)の連立1次方程式の各係数を求める。
- Step 5: 連立1次方程式の解より dXi を決定し、式(14)より各分割点の dM を求める。
- Step 6: dM の符号により Step 2 での仮定が正しくなければ、式(18)より $C(Mx, \phi x)$ を修正し、Step 3 に戻る。
- Step 7: 式(17)を数値積分し、各分割点のたわみ増分を求める。
- Step 8: 分割点のいくつかで $M-\phi$ 直線の変更点を飛び出す時(図-9を参照)は変更点までの比 r_j をそれぞれ求め、それらの最小値 $r_{\min}$ ($r_{\min} \leq 1$) を決定する。
- Step 9: 各増分量を $r_{\min}$ 倍して前回までの増分の和に加算する。
- Step 10: $r_{\min} < 1$ ならば、 $\Delta\xi$ を $(1-r_{\min})\Delta\xi$ に変更し、Step 2 に戻る。
- Step 11: $r_{\min} = 1$ ならば、この増分は終了し、次の増分に移る。

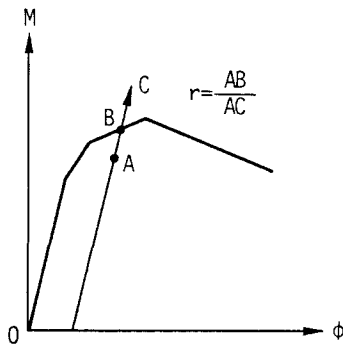


図-9 経路の変更点を越える場合

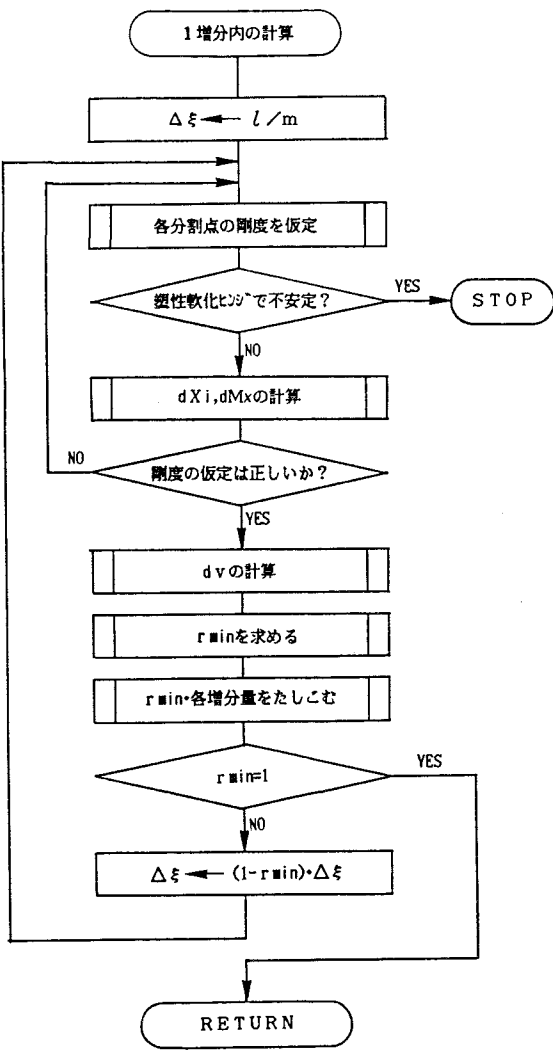


図-8 数値計算のフローチャート

3. 連続桁の塑性たわみ性状

数値解析手順は3以上の多径間連続桁に対しても同じであり、連続桁の一般的特性は2径間でも十分に把握できると思われるので、数値解析は、対称2径間桁のみを取り扱う。

3.1 局部座屈のない理想断面の場合

最初に、連続桁の塑性たわみ性状と荷重特性の関係を調べるために、全塑性モーメントに到達した後も十分に塑性回転能を持つ理想断面を仮定する。すなわち、素材の応力-ひずみ曲線は図-10に示すようなモデルを用いる。対象断面は後の解析結果との比較のためにH300×144×8×6とした。平面保持の仮定により計算したM- ϕ 曲線を図-11に示すが、形状係数 $f = M_p / M_y = 1.13$ 、降伏曲率に対するひずみ硬化発生曲率の比(ϕ_{sh} / ϕ_y)は10.61になっている。ここでの解析では、M- ϕ 曲線を出来るだけ忠実に考慮するために、図-11のA-B区間を r 等分の折線近似し、 $r = 2, 5, 10, 20, 50, 100$ とした時の計算でたわみの収束値を得た $r = 100$ を以降の計算に用いた。また、荷重の移動の増分間隔 $\Delta \xi = l / m$ (l は桁の全長)については、 $m = 20, 40, 60, 80$ として計算した結果、 $m = 40$ で十分な収束値を得たので、以降の計算では $m = 40$ とした。

固定荷重としては等分布荷重を用いた。移動荷重は単一集中荷重が左端 $i = 0$ から右端 $i = 40$ までの移動を1サイクルとし、以後、同じ方向に反復させた。荷重特性の影響を検討するために、第1径間および第2径間の一定点に集中荷重を交互に載荷・除荷を繰り返す場合(これを定点繰返し荷重と呼ぶ)の計算も行った。定点の位置は単一集中荷重による最小崩壊荷重を生じさせる位置、 $(\sqrt{2}-1)l/2 = 0.201l$ に最も近い点 $i = 8$ およびその中間支点に関する対称点 $i = 32$ とした。その手順は図-12に示すように $i = 8$ で載荷、除荷、 $i = 32$ で載荷、除荷を1サイクルとした。

集中荷重 P 、分布荷重 Q 、中間支点反力 XB は、桁長 l 、断面の降伏モーメント M_y で無次元化した値、 $p = P l / M_y$ 、 $q = Q l^2 / M_y$ 、 $x_B = X B l / M_y$ で表し、たわみ δ は $M_y l^2 / E I$ で除した値で示す。

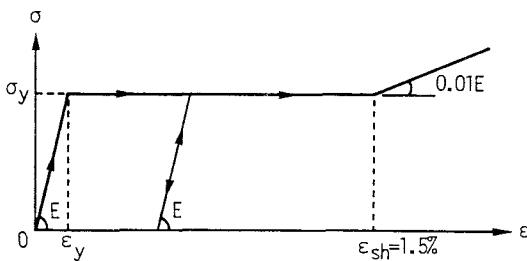


図-10 $\sigma - \varepsilon$ 曲線

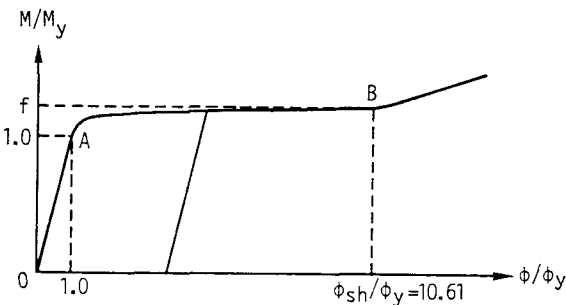


図-11 M- ϕ 曲線

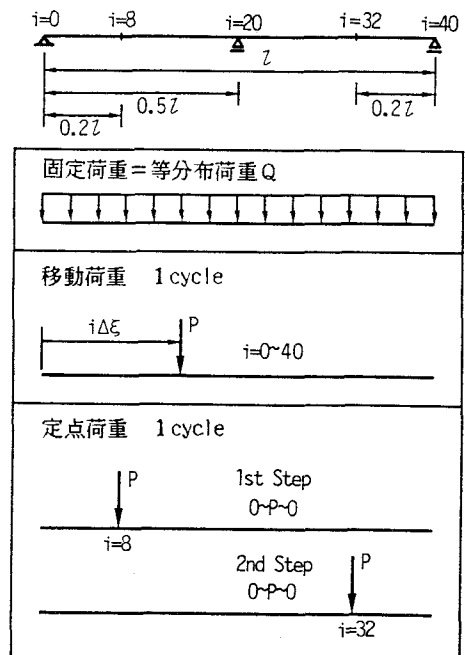


図-12 移動荷重と定点繰返し荷重

(1) たわみの安定性

移動荷重の繰返し载荷による安定なたわみが得られるまでの繰返し回数を表-1に示す。たわみの安定性は中間支点の残留反力の収束性に対応しているので、判定基準は1回の繰返し時の中間支点の残留反力の増加率が0.1%以下になったときとした。いずれも完全塑性(図-10でひずみ硬化のないとき)としたときの変形硬化荷重近くまでは、1回の繰返しでたわみは安定する。図-13に1回の繰返し時の塑性域の様子を示す。左右のスパン内に発生する塑性域は、 $i=8$ 、 $i=32$ の付近に集中している。

一方、図-14に荷重の大きさ及び繰返し回数(N)での最大及び最小たわみの包絡線を描いた。いずれの場合も、最初に载荷する方のスパンである左径間で塑性化、及び変形が大きくなっている。

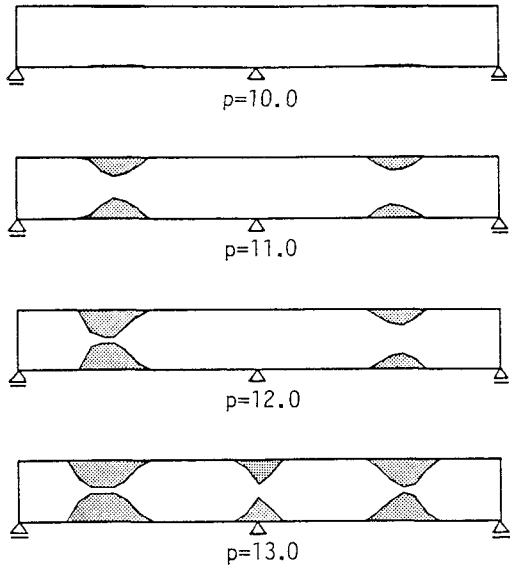


図-13 $q=0$ の場合の塑性域の広がり状況

表-1 安定なたわみが得られるまでの繰返し回数

$p \backslash q$	0	5	10	15	20
6.5					1
7.0					1
7.5				1	1
8.0			1	1	5
8.5			1	1	
9.0		1	1	3	
9.5	1	1	1	3	
10.0	1	1	1		
10.5	1	1	5		
11.0	1	1			
11.5	1	5			
12.0	1	6			
12.5	2				
13.0	9				
p s	13.0	11.8	10.5	9.30	8.10
p u	13.3	12.2	10.8	9.52	8.30

(注) p_s 、 p_u は完全塑性体とした時の変形硬化荷重と単純塑性理論による崩壊荷重をしめす

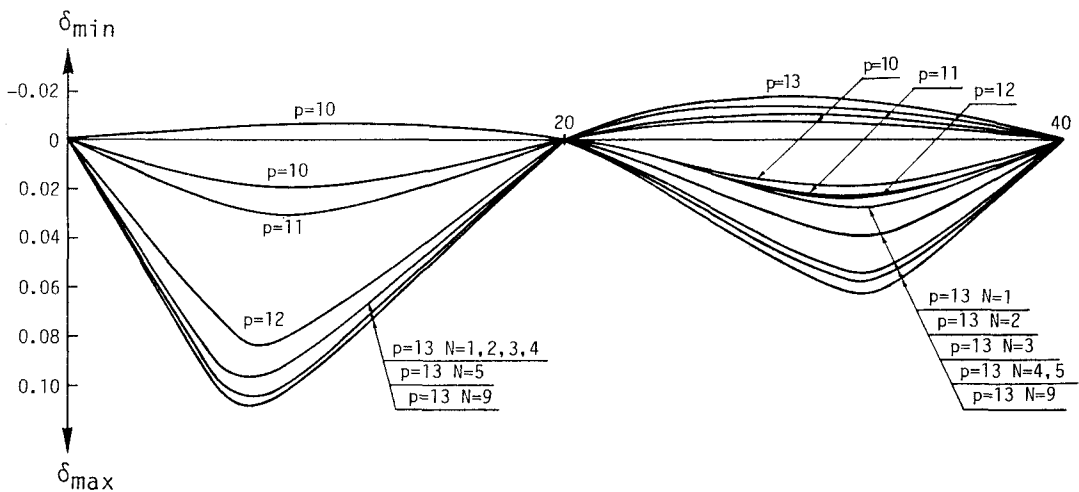


図-14 最大及び最小たわみの包絡曲線 ($q=0$ ，移動荷重)

(2) 移動繰返し荷重と定点繰返し荷重との比較

残留たわみ曲線を図-15に示す。この場合も第2径間より第1径間の残留たわみの方が大きく、移動荷重の場合は定点繰返し荷重より約4倍ほど大きいという結果を得ている。このことは定点繰返し荷重では塑性域は載荷点と中間支点上に集中するが、移動荷重の場合は、載荷点の移動につれて塑性域が、より広い範囲にまたがるためと思われる。

図-16に残留反力と荷重との関係を示す。残留反力は移動荷重と定点繰返し荷重では、若干定点繰返し荷重の方が少な目になるが、増加の傾向はほぼ同じである。この増加の傾向は、中間支点での負の塑性域の発生により少し緩慢になるが、定点繰返し荷重の場合にはそれほど影響を受けない。

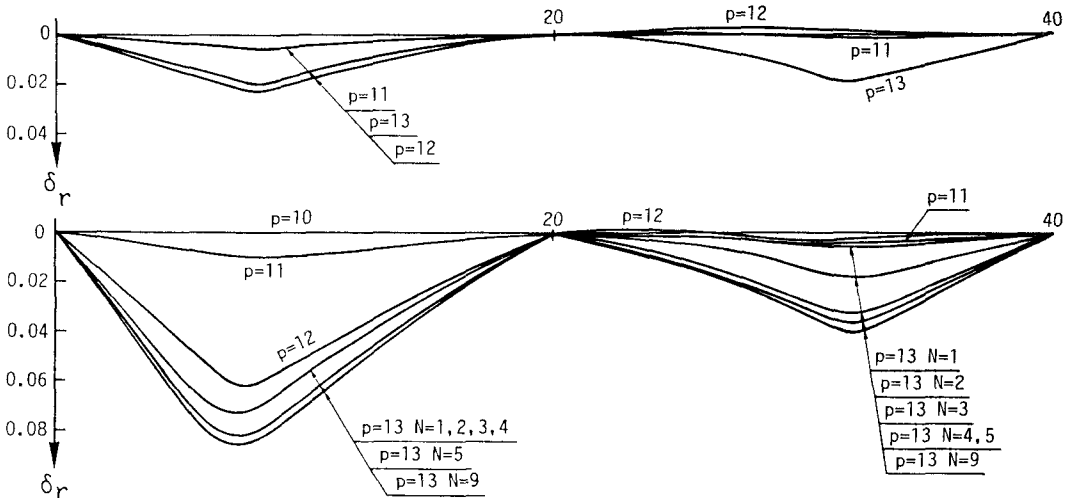


図-15 残留たわみ曲線の比較 ($q = 0$ の場合)

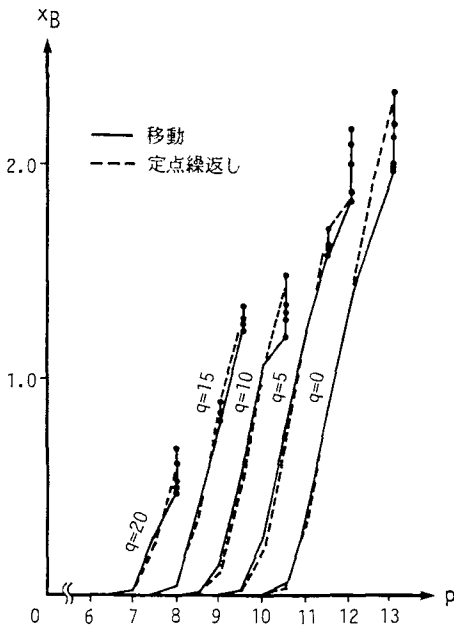


図-16 残留反力の比較

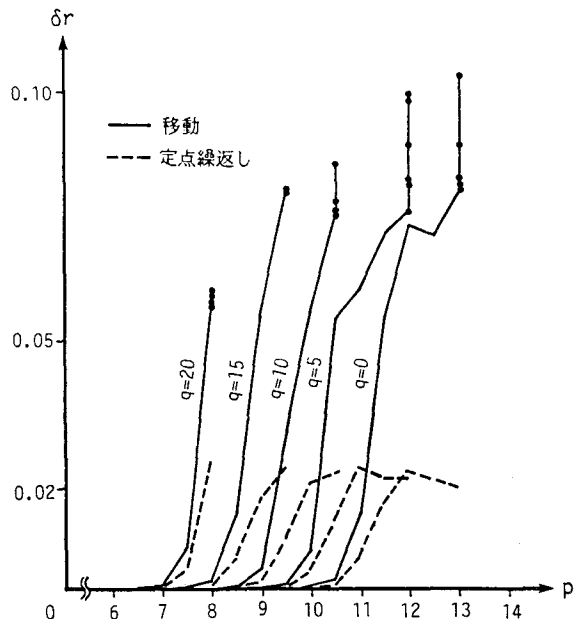


図-17 最大残留たわみの比較

図-17に最大残留たわみと荷重との関係を示す。最大残留たわみは残留たわみ曲線の場合と同様に、移動荷重の場合が大きくなるが分布荷重の比が大きくなるほどその増加率は減少する。定点繰返荷重の場合は分布荷重の影響はあまり受けないようである。

残留たわみの小さい領域において、最大残留たわみの弾性限界たわみに対する比（残留たわみ比と呼ぶ）と荷重の関係を示したものが図-18である。荷重の増加とともに残留たわみ比は1～2%位までは、比較的緩慢に増加するがそれ以後は急速に増加する。そこで残留たわみ比が0.5%、1.0%、2.0%、4.0%になるときの集中荷重の値を弾性限界たわみになる集中荷重の値との比で表したのが表-2である。移動荷重の場合、0.5%の残留たわみ比を生じさせるのに荷重は3%増、1%の残留たわみを生じさせるのには5%以上の荷重増が必要になるといえる。

表-2 一定の残留たわみ比を生じさせる集中荷重の弾性限界荷重に対する比

q, p _y		残留たわみ比 (δ _r /δ _y)							
		0.5%		1.0%		2.0%		4.0%	
		移動	定点	移動	定点	移動	定点	移動	定点
0.0	9.64	1.03	1.07	1.05	1.08	1.07	1.08	1.08	1.09
5.0	8.84	1.03	1.06	1.05	1.07	1.07	1.08	1.08	1.09
10.0	7.99	1.04	1.07	1.06	1.08	1.08	1.09	1.09	1.10
15.0	7.14	1.05	1.08	1.07	1.10	1.10	1.12	1.11	1.12
20.0	6.29	1.06	1.09	1.09	1.10	1.11	1.12	1.12	1.13

p_y = P_yl / M_y, P_y:弾性限界荷重

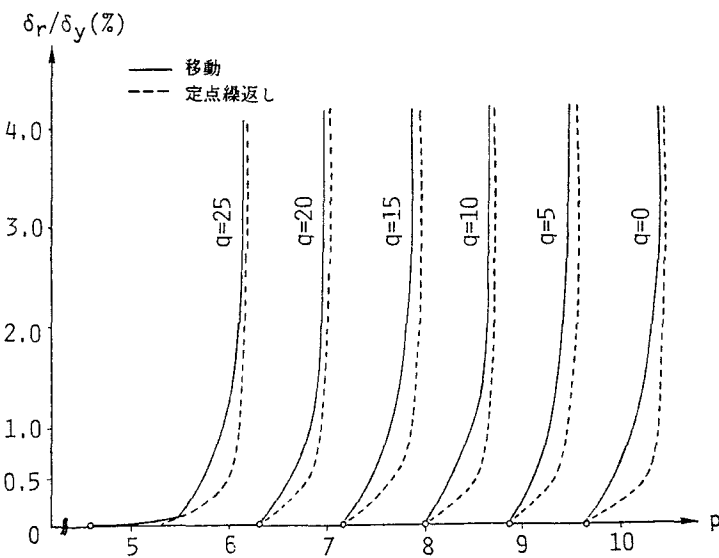


図-18 残留たわみの小さい領域での残留たわみ比

3. 2 局部座屈を考慮した場合

ここで対象とするH型断面は加藤ら⁴⁾が実験に用いたものと同じであり、表-3および図-19にその諸元を示す。2. 1で述べたモーメント-曲率関係のモデル化に従い、式(1)～(9)を用いてM-φ曲線を決定したものを図-20に示す。図においてピークモーメント以降は塑性軟化ヒンジの状態に入り、図-7の軟化率は $\gamma = \tan^{-1}[-kd \cdot M_p / (2\theta_p)]$ により求めた。

表-3 解析に用いたH型断面の諸量

断面 (名称)	B (mm)	b/t _f	M _y (kgf·cm)	M _p (kgf·cm)	α	M _m (kgf·cm)	φ _y (x10 ⁻⁴)	φ _p (x10 ⁻⁴)	φ _m (x10 ⁻⁴)	kd
C-8	144	8	1408210	1590330	1.21	1772030	0.8895	6.289	25.878	-0.0251
C-10	180	10	1697220	1887670	1.16	2055360	0.8895	6.289	24.927	-0.0434
C-12	216	12	1986230	2185020	1.11	2305830	0.8895	6.289	23.925	-0.0809
C-14	252	14	2275240	2482360	1.07	2525510	0.8895	6.289	22.911	-0.1184
C-16	288	16	2564260	2779710	1.02	2779710	0.8895	6.298	6.289	-0.1559

*降伏応力=2970kgf/cm², ウェブ高d=300mm, d/tw=50

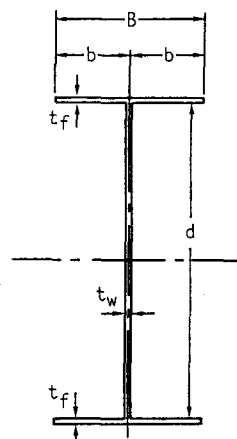


図-19 H型断面

桁長 8 m の対称 2 径間連続桁に対して移動集中荷重 (P) を反復させたときの残留たわみ曲線の一例 (断面 C-10) を図-21 に示す。図では荷重は弾性限界値の比 ($\bar{p} = P / P_y$) で、残留たわみは弾性限界たわみとの比 (δ_r / δ_y) で表されている。すなわち、 $\bar{p} < 1$ では残留たわみは存在しない。

P が左端より右端に走行した時を $N=1$ 、その後右端から左端に戻った時を $N=2$ 、以後反復し、 $N=3, 4, 5, \dots$ と表示している。荷重が比較的小さい範囲 ($1 < \bar{p} < 1.2$) では、 $N=1$ と $N > 2$ の残留たわみ曲線はほとんど同じであり、 $N=10$ で計算を終了している。荷重が大きくなるにつれて ($\bar{p} > 1.2$)、 $N=1 \sim 4$ で残留たわみ曲線は変化しているが、 $N > 5$ ではほぼ収束している。また、 $\bar{p} = 1.44$ の時には、右径間中央点より少し右によった点で塑性軟化ヒンジが発生し、残留たわみが急激に大きくなっている。図-22 には移動集中荷重の大きさと停留する残留たわみの最大値の関係を示す。 $\bar{p}$ が 1.2 を越えると最大たわみは増え始め、断面 C-10 では、 $\bar{p} = 1.40$ で弾性限界たわみの 10~15 倍に達しているが、断面 C-16 では $\bar{p} = 1.24$ で塑性軟化ヒンジが発生し、その後解が見い出せず計算を終了している。C-16 は C-10 より断面が大きく、局部座屈後の軟化率 (γ) も大きいのでこのような現象が現れたものと思われる。両者の比較からわかるように、移動荷重の繰返し時に停留する残留たわみの大きさは、局部座屈前までの断面の塑性回転能は勿論、局部座屈後の軟化率の影響も受けている。

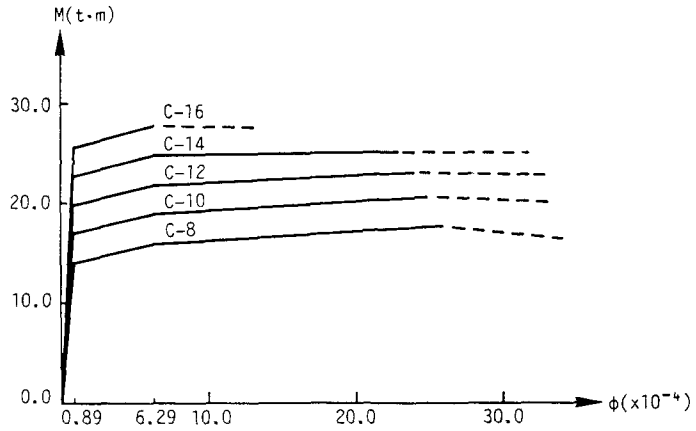


図-20 H 形断面の $M-\phi$ 曲線

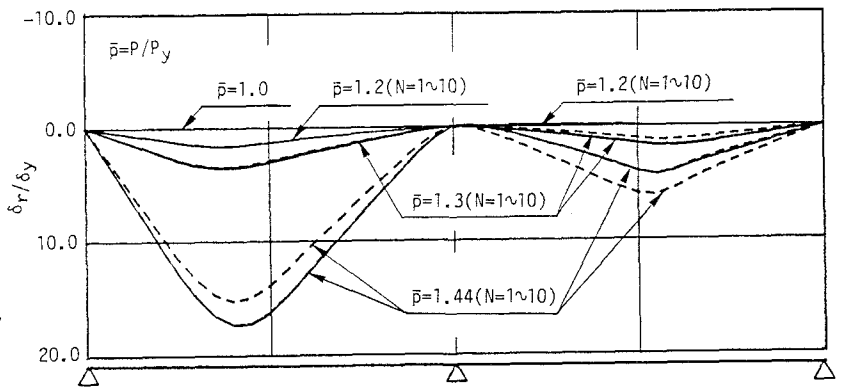


図-21 残留たわみ曲線 (断面 C-10)

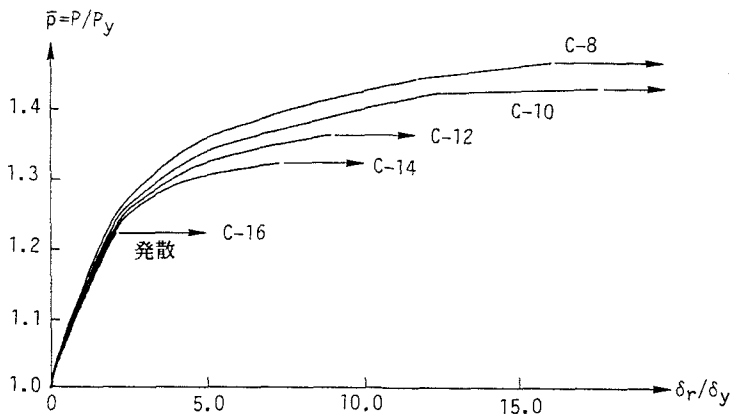


図-22 荷重と残留たわみの最大値との関係 (断面 C-10, C-14)

4. 連続合成桁の塑性たわみ性状

ここでは、支間34m、3主桁、幅員6.1mの対称2径間連続活荷重合成桁を取り挙げる。活荷重 TL-20に對して現行の道路橋示方書に基づいて決定した断面形（ただし、等断面）を図-23に示す。また、鋼の降伏応力 $\sigma_y=2300\text{kgf/cm}^2$ 、コンクリートの圧縮強度 $\sigma_c=240\text{kgf/cm}^2$ として、中央主桁断面の正負のM- ϕ 曲線を求めたものが図-24である。ここでは折れ線近似を用い、負側のM- ϕ 曲線では塑性ヒンジが発生するとしている。この断面の負の降伏モーメントは $M_y=46.98\text{tfm}$ で、正の降伏モーメントはその2.3倍であり、図ではモーメントを M_y で除した値で、曲率を負モーメントによる降伏曲率 ϕ_y で除した値で表している。

荷重は死荷重(1.848tf/m)を載荷した後、集中荷重(P)を反復移動させた。図-25に弾性限界荷重(P_y)に対する集中荷重の比($\bar{p}=P/P_y$)が $\bar{p}>1$ の時の残留たわみ曲線を示す。繰返し回数(N)による残留たわみの停留状況は前述のH型断面の場合と類似している。図-26には、荷重の大きさと残留たわみの最大値の関係を示すが、明らかに合成桁断面の残留たわみ値は前述のI型断面のそれ（図-22参照）より小さく、中間支点上の塑性ヒンジによるたわみの増加がはっきりと認められる。その原因は対称I型断面ではスパン内に塑性領域が広がり、塑性軟化ヒンジも発生するが、等断面合成桁では、正の曲げ耐力が負のそれより大きくなるので、塑性領域が中間支点上のみに集中するためと推察される。

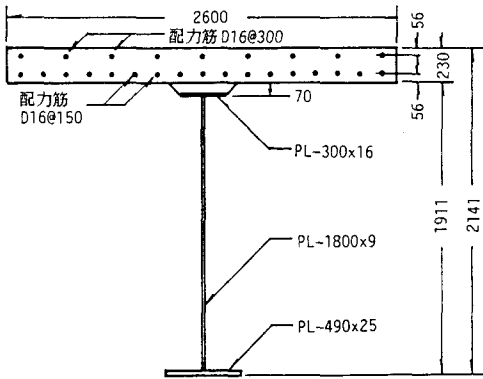


図-23 合成桁断面

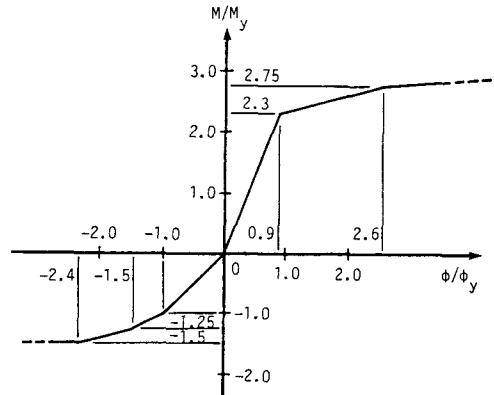


図-24 合成桁断面のM- ϕ 関係

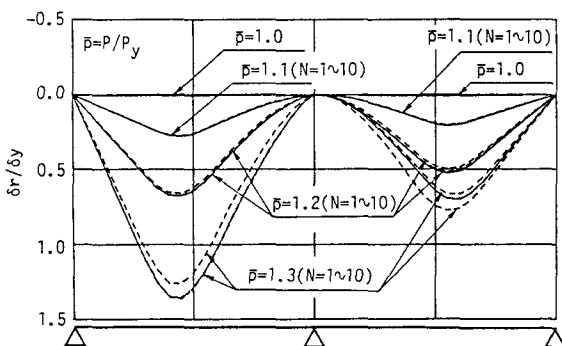


図-25 合成桁の残留たわみ曲線

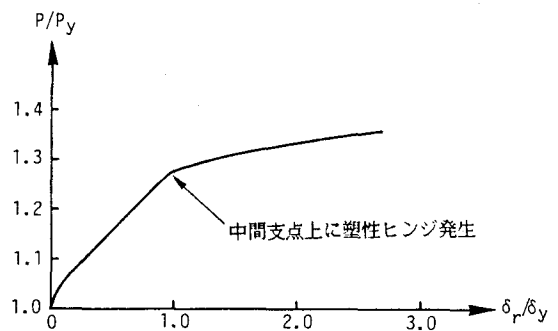


図-26 合成桁断面の荷重と残留たわみの最大値との関係

5. まとめ

本研究で得られた主な点を以下に掲げる。

数値解析法に関して

- (1)移動集中荷重を受ける連続桁に対して、応力法に基づく一解析法を提案した。
- (2)局部座屈を考慮すれば、H型断面の曲げモーメント(M)と曲率(ϕ)の關係に軟化領域を持ち、はりの曲げ理論では $M-\phi$ 曲線を直接に使用できないが、塑性軟化ヒンジの導入によって解析が可能になる。

理想I形断面を持つ2径間連続桁に関して

- (3)完全塑性体と仮定したときの変形硬化荷重(P_s)より小さい荷重の移動繰返しでは、高々、9回程度の繰返し回数で残留たわみは停留する。
- (4)移動荷重を最初に受けた径間の方が後で受けた径間より残留たわみの停留値が大きくなる。
- (5)単純塑性理論による最小崩壊荷重を与える点に定点繰返し荷重をかけた場合と移動集中荷重の場合と比較すると、移動荷重の方がはるかに大きい残留たわみを与える。
- (6)移動集中荷重に対する等分布荷重の比が大きくなるにつれて、移動集中荷重と定点繰返し荷重との差は小さくなる。

局部座屈を考慮したH形断面を持つ2径間連続桁に関して

- (7)移動集中荷重の繰返しの下での停留する残留たわみは局部座屈前の断面の塑性変形能の他に局部座屈後の軟化率にも大きく影響される。
- (8)局部座屈後の軟化率が大きい場合、移動集中荷重の下で残留たわみが発散し、解が存在しないことがある。

2径間連続合成桁に関して

- (9)等断面連続桁では、正の曲げ耐力は負の曲げ耐力より大きくなるので、塑性領域が中間支点上のみに集中し易い。

参考文献

- 1)たとえば、福本嘯士、吉田博：繰返し荷重による3径間連続桁橋のたわみ安定性に付いて、土木学会論文報告集，No. 179, 1970. 7, pp. 13-22.
- 2)American Association of State Highway and Transportation Officials : Guide Specification for Alternate Load-Factor Design Procedures for Steel Beam Bridges Using Braced Compact Sections Draft Copy, Aug. 28, 1985.
- 3)Crubb, M. A. : The AASHTO Guide Specification for Alternate Load-factor Design Procedures for Steel Beam Bridges, Engineering Journal, AISC, Vol. 24, No. 1, 1987, pp. 1-10.
- 4)加藤勉，秋山宏，帯洋一：局部座屈を伴うH形断面部材の変形，日本建築学会論文報告集，No. 257, 1977, pp. 49-57.
- 5)加藤勉，秋山宏，北沢進：局部座屈を伴う箱桁断面部材の変形，日本建築学会論文報告集，No. 268, 1978, pp. 71-76.
- 6)宇佐美勉，土屋信洋，大谷恭弘，福本嘯士：薄板集成短柱の弾塑性有限変位解析，土木学会論文集，No. 362, I-4, 1985, pp. 293-302.
- 7)宇佐美勉，土屋信洋，福本嘯士：鋼圧縮部材の連成座屈挙動の理論的研究，土木学会論文集，No. 352, I-4, 1985, pp. 303-312.
- 8)福本嘯士，草間晴幸：薄肉鋼箱形げたの交番座屈挙動特性，構造工学論文集，Vol. 31A, 1985, pp. 37-50.
- 9)Wood, R. H. : Some Controversial and Curious Developments in the Theory of Structures, Engineering Plasticity, J. Heymann and F. A. Lekie Ed., Cambridge University Press, 1968, pp. 665-691.
- 10)Sonoda, K. : Bending Analysis of Strain-softening Beams, Proc. of JSCE, No. 337, 1983, pp. 205-211.

(1987年10月16日)