

2 方向面内力を受ける補剛板の極限強度に関する研究

ULTIMATE STRENGTH OF STIFFENED PLATES SUBJECTED TO BIAXIAL IN-PLANE FORCES

北田俊行^{*}, 中井 博^{**}, 古田富保^{***}, 鈴木宏昌^{****}

By Toshiyuki KITADA, Hiroshi NAKAI, Tomiyasu FURUTA and Hiromasa SUZUKI

The ultimate strength of a longitudinally stiffened plate subjected to biaxial in-plane forces is investigated through the elastoplastic and finite displacement analysis on the basis of a finite element method. The interaction curves on longitudinal and transverse in-plane stresses at the ultimate state of stiffened plate are generated. Then it is shown that they are approximated accurately by a simple curve which is expressed by longitudinal- and transverse-compressive strengths of stiffened plates subjected to uni-longitudinal and uni-transverse compressions, respectively. The ultimate strength of stiffened plate subjected to arbitrary combination of biaxial in-plane forces can be predicted by using the proposed interaction curve.

1. まえがき

近年、橋梁構造物においては、長大化に伴い2方向面内力を受ける補剛板としての座屈照査が必要な構造要素がよく用いられるようになってきた。たとえば、斜張橋の幅広い箱主桁におけるフランジプレートでは、橋軸方向の面内応力はもちろんのこと橋軸直角方向の曲げによる面内応力も無視できなくなり、2方向面内力を受ける補剛板としての座屈安定性照査が必要となる。ところが、現行のわが国の道路橋示方書¹⁾では、二方向面内力を受ける補剛板の基準が設けられておらず、その必要性に応じてケース・バイ・ケースに対処されているのが現状であり、早急に合理的な設計法を確立することが必要であると考え。

現在、2方向面内力を受ける補剛板の設計法としては、BS 5400 Part 3²⁾に該当指針があり、補剛板の板パネルの耐荷力相関曲線や、縦補剛材の設計法も定められている。しかし、この設計指針には、強度を相当に安全側に評価したり、補剛材の必要最小剛比としてかなり大きな値を定めているなどの問題点がある。

1891年に、2軸圧縮力を受ける板パネルに対する最初の弾性座屈強度をエネルギー法により導いた Bryanの研究³⁾がある。それ以来、2軸圧縮補剛板の研究は、あまりなされていない。板パネルに関しては、近年になってNarayanan-Shanmugan⁴⁾が、2軸圧縮を受ける板に対する弾性座屈応力および座屈後の挙動に及ぼす初期不整、作用応力比ならびにアスペクト比の影響について考察した。また、上田ら⁵⁾は、増分エネルギー法と有限要素法とにより板の座屈強度を求め、周辺単純支持の矩形平板が2方向圧縮、2方向面内曲げ、

* 工博 大阪市立大学 助教授 工学部土木工学科 (〒558 大阪市住吉区杉本 3-3-138)

** 工博 大阪市立大学 教授 工学部土木工学科 (〒558 大阪市住吉区杉本 3-3-138)

*** 横河工事(株) 長大橋梁部 (〒550 大阪市西区西本町 1-3-15)

**** 工修 大阪市下水道局建設部処理場課設計係 (〒530 大阪市北区梅田 1-2-2-703)

および、一様なせん断の、5つの応力成分を受ける場合の弾性座屈応力の相関関係式を導びいた。Dier-Dowling⁶⁾は、Dynamic relaxation 法を用いて、残留応力や初期たわみ等の初期不整を考慮した板パネルの縦方向と横方向における極限強度の相関曲線を提示した。わが国においては、田井戸・林・北田・中井⁷⁾が、弾塑性有限変位解析を行い、初期不整を有する板パネルの極限強度の相関曲線を作成している。

しかし、2方向面内力を受ける補剛板については、田井戸・林・北田・中井⁷⁾による、横方向圧縮力のみを受ける補剛板の極限強度を、弾塑性有限変位解析した研究がみられるだけである。

そこで、縦横2方向の面内力下における補剛板の極限強度を対象とする研究を試みる。まず、弾性座屈理論により、縦方向に補剛された板（以下、縦補剛板という）の弾性座屈強度と縦補剛材の必要最小剛比（補剛材間の板パネルの座屈強度と補剛板全体の座屈強度が等しくなるような必要最小の補剛材剛比）とについて検討する。つぎに、初期たわみ、および残留応力を有する補剛板の極限強度特性を調べるために、パラメトリック解析を行う。その極限強度は、有限要素法を用いた弾塑性有限変位解析により算出する。このとき、補剛材剛比、板パネルの幅厚比、作用応力比および補剛材本数を解析パラメーターとして抽出し、極限状態に至るまでの、応力とたわみとの挙動などについても検討する。

最後に、以上の検討結果をもとにした2方向面内力を受ける補剛板の極限強度の簡易計算法を提案するものである。

2. 弾性座屈解析

2. 1 弾性座屈係数

図-1に示すような周辺単純支持の縦補剛板の弾性座屈応力 σ_{xcr} および σ_{ycr} を、エネルギー法を用いて導く。いま、座屈波形として

$$W = W_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad \dots\dots(1)$$

を用いると、次式が得られる。

$$\sigma_{xcr} = k_x \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2, \sigma_{ycr} = k_y \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2, k_y = \rho \cdot k_x \quad \dots\dots(2)\sim(4)$$

なお、 k_x および k_y は、弾性座屈係数であり、それぞれ次式で与えられる。

$$k_x = \frac{\{(m/\alpha + \alpha n^2/m)^2 + (m/\alpha)^2(n+1)\}\gamma_t}{1 + \delta_1(n+1) + \rho(n\alpha/m)^2} \quad \dots\dots(5)$$

$$k_y = (1/n\alpha^2 + n)^2 + (1/n^2\alpha^4)(n+1)\gamma_t \quad (k_x = 0 \text{ のとき}) \quad \dots\dots(6)$$

ここに、 m ：座屈波形の x 方向の半波数

n ：座屈波形の y 方向の半波数

$\alpha = a/b$ ：アスペクト比

$\rho = \sigma_y/\sigma_x$ ：応力比

n_1 ：縦補剛材の本数

$\gamma_t = E I_t / b D$ ：縦補剛材の板パネルに対する剛比

$\delta_1 = A_t / b t$ ：縦補剛材一本の板パネルに対する面積比

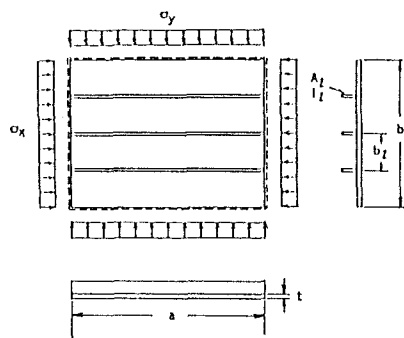


図-1 縦補剛材の寸法と荷重状態

2. 2 弾性座屈係数の相関曲線

一例として、アスペクト比 $\alpha=1$ で、2本の縦補剛材を有する補剛板の弾性座屈係数を、式(4)～(6)により計算した。面積比 $\delta_1=0$ とした場合の座屈係数 k_x および k_y の相関関係を、図-2に示す。

補剛板の座屈係数がわかると、これらが補剛材間の板パネルの座屈係数に等しくなるという条件から、補剛材の必要剛比 γ_L を求めることができる。この例の場合、必要最小剛比 γ_L^* は、圧縮の縦方向面内力 σ_x のみか、あるいは、 σ_x と小さな横方向面内力 σ_y を受ける場合に最も大きくなることがわかる。一般に、必要最小剛比が最も大きくなる応力比の値は、アスペクト比や補剛材本数などにより相異することがわかった。

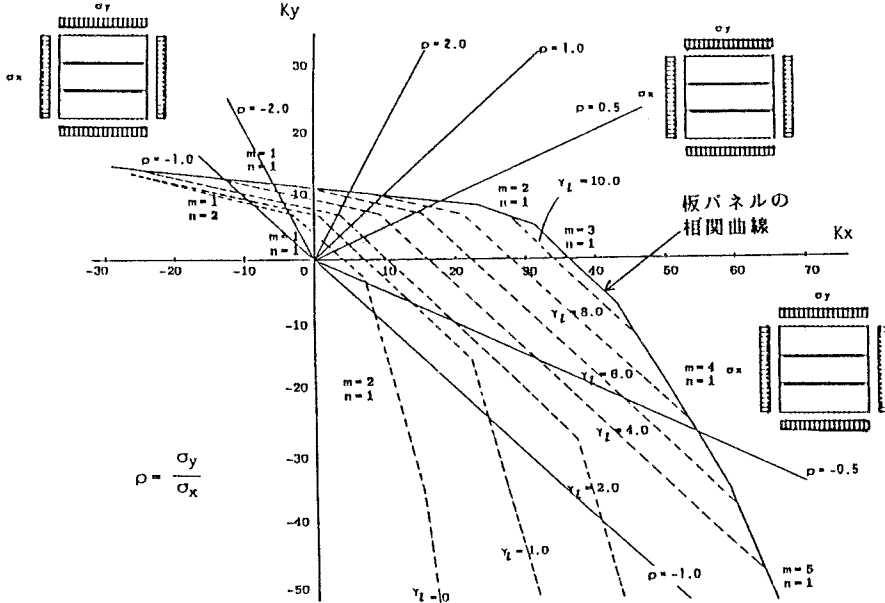


図-2 座屈係数 k_x と k_y との相関図 ($\alpha=1$, $\delta_1=0$, $RIB=2$)

3. 弾塑性有限変位解析

本研究では、文献 8) で開発された有限要素法を用いた圧縮補剛板の弾塑性有限変位の解析プログラムを、2方向面内力を受ける補剛板の解析が可能となるように改良した。

3. 1 解析モデルと初期不整

本解析に用いた解析モデルを、図-3に示す。

解析モデルは、縦方向に連続した片面に補剛材を有する補剛板（以下、連続偏心補剛板という）を考え、縦補剛材本数を2本および4本とした。補剛板の側辺は単純支持とし、横補剛材の取付位置では、たわみのみを拘束したものを解析モデルとした。

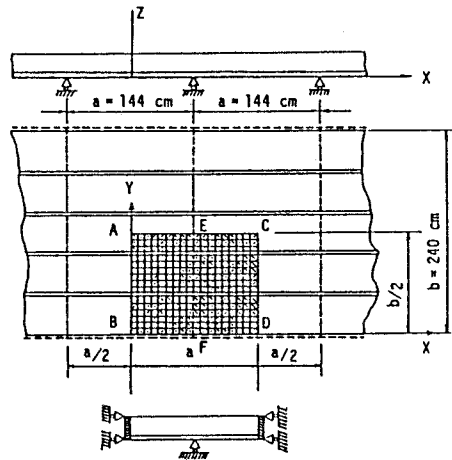


図-3 数値解析モデル (RIB=4のケース)

そして、縦補剛材方向に沿った補剛板のたわみの逆対称性を利用し、縦方向には中間支持線を中央に有する一パネル、さらに縦補剛材直角方向に沿ったたわみ波形の対称性を利用し、補剛板幅の半分を取り出したモデルとした。板パネルの幅厚比 b_1/t は、30, 40, 60の3種類、補剛材剛比 γ_i は、必要最小剛比 γ_i^* を基準に3種類、作用ひずみ比 $\rho^* = \epsilon_y / \epsilon_x$ は、9種類とした。ここに、 ϵ_x 、 ϵ_y は、それぞれ x 軸方向と y 軸方向との平均ひずみである。これらのパラメーターを組み合わせた合計165ケースについてパラメトリック解析を行った。降伏点は $\sigma_y = 2,400 \text{ kgf/cm}^2$ としたが、結果はどの降伏点の場合にも適用できるような形で整理した。また、解析モデルの補剛材の設計は、以下のようにして行った。

- ① 応力比により異なる必要最小剛比 γ_i^* を基準にする。
- ② 補剛材の高さ h_r と板厚 t_r との比は、すべての補剛材について一定とする ($h_r/t_r = 13$)。

次に、補剛板の初期たわみは、図-4に示すように、補剛板全体の初期たわみ波形と、補剛材間の板パネルの局所的な初期たわみ波形の和として与えた。局所的な初期たわみ波形については、補剛材と横方向支持辺で囲まれた板パネルで、縦方向に半波形のものと、3半波形のものを考えた。初期たわみ波形は、縦横両方向とも正弦波形で与え、初期たわみの最大値は、わが国の道路橋示方書の製作基準を準用して、全体的な波形については $a/1,000$ 、局所的な波形については $b_1/150$ とした。さらに、縦方向の残留応力は、文献9)を参考とし、図-5に示すように自己平衡の条件を満足する分布形状で与えた。横方向の残留応力分布については、引張残留応力分布は縦方向と同じもの、圧縮残留応力分布は、自己平衡の条件から決定した。

最後に、2方向面内力は、載荷辺CDおよびBDにおける圧縮変位により導入した。

3. 2 本解析結果とDier-Dowlingの解析結果との比較

Dier-Dowling⁶⁾の用いた解析モデルと同じ板パネルのモデルを用いて、本解析法の妥当性を調べた。

解析モデルは、アスペクト比 $\alpha = 3$ 、幅厚比 $b_1/t = 60$ 、板厚 $t = 3(\text{mm})$ の板パネルで、初期不整もほぼ同じものを用いた。解析結果を図-6に示す。この図は、各解析ケースの応力経路の極限値を包絡曲線でつないで表示している。両解析結果は、極限状態の定義の仕方によって、縦方向圧縮強度に若干誤差がみられるものの、良好な一致を示した。以上のことより、本解析結果は、ほぼ妥当であることがわかった。

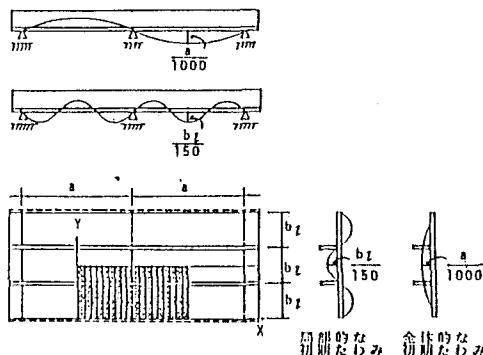


図-4 初期たわみ波形

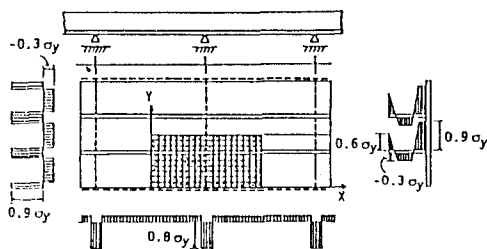


図-5 残留応力分布

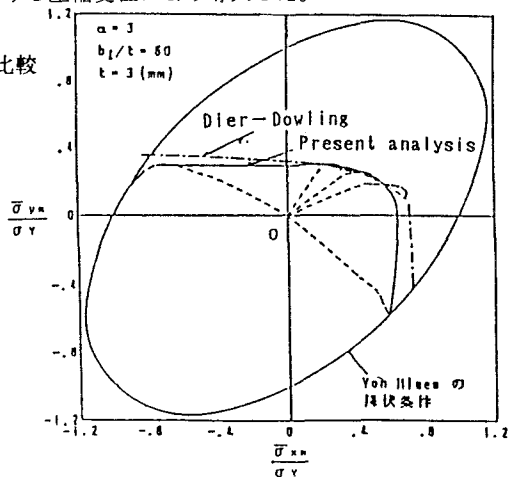


図-6 本解析結果とDierらの解析結果との比較

3. 3 解析結果および考察

(1) 平均応力と補剛板各部の応力との関係

2方向面内力を受ける補剛板各部の応力の変化状況を調べるため、図-7 に $b_1/t=40$, $\gamma_t=\gamma_t^*$, $\rho^*=1$ ($\epsilon_x:\epsilon_y=(1:1)$) の縦補剛材2本を有する補剛板について、縦軸に降伏点で無次元化した軸方向の平均応力 $\bar{\sigma}_x/\sigma_Y$ 、横軸に補剛板の代表点における軸方向応力 σ_x を取り、解析結果をプロットした。同図から、縦補剛材先端に圧縮曲げ応力を受ける断面B-Bの補剛材では、 $\bar{\sigma}_x/\sigma_Y=0.61$ 程度で先端が降伏するのがわかる。解析において仮定した補剛材内の圧縮残留応力を考えると、補剛材断面の中央部は、それ以前（先端部の応力が急激に増え始めた $\bar{\sigma}_x/\sigma_Y=0.5$ のとき）に降伏していたものと思われる。したがって、この補剛板は断面B-Bの補剛材の中央部が降伏し、補剛材が剛性を失った。その結果、補剛板全体が大きくたわみ始めて、極限状態に至ったと考えられる。

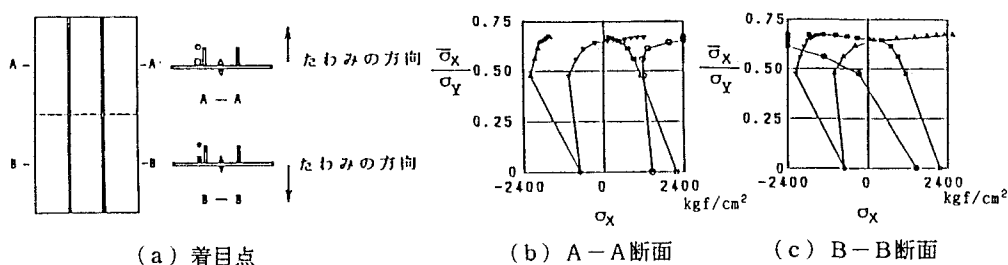


図-7 x軸方向の平均応力 $\bar{\sigma}_x$ と補剛板各部の応力 σ_x との関係 ($b_1/t=40$, $\gamma_t=\gamma_t^*$, $\rho^*=1$)

(2) 平均応力とたわみとの関係

図-8 には、 $b_1/t=40$, $\gamma_t=\gamma_t^*$, $\rho^*=1$ の縦補剛材2本を有する補剛板についてのたわみ波形の解析結果を示す。同図から、この補剛板のたわみは、断面B-Bの方が、断面A-Aより大きく、補剛材がかなりたわんでいることがわかる。すなわち、この補剛板は、断面B-Bでは補剛材のない方向にたわみ、断面A-A側よりも早くから補剛材の塑性化が進み、補剛材の剛性が減少してたわみが増大し、極限状態に至ったと考えられる。また、ひずみ比 $\rho^*=-1$ の場合、補剛板はほとんどたわまず、全塑性状態となって極限状態に至った。

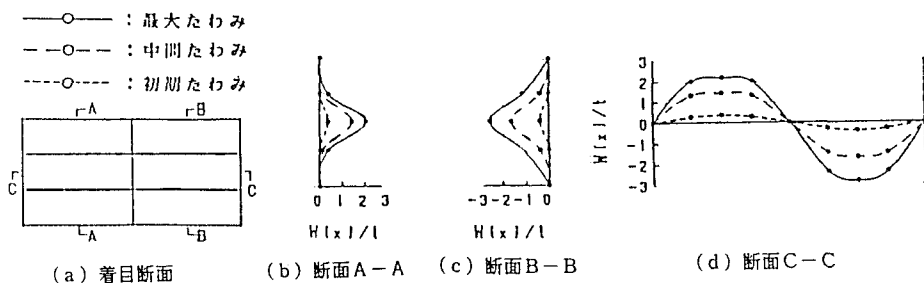


図-8 たわみ波形 ($b_1/t=40$, $\gamma_t=\gamma_t^*$, $\rho^*=1$, $RIB=2$)

幅厚比 $b_1/t=40$ で、縦補剛材2本を有する補剛板の2つのひずみ比 $\rho^*=1, \infty$ の場合についての平均応力と縦補剛材のたわみとの関係を、補剛材剛比 ($1/2\gamma_i^*$, γ_i^* , $2\gamma_i^*$) をパラメーターに、図-9 にプロットする。

図-9(a)から、ひずみ比 $\rho^*=\infty$ の場合、補剛材剛比を変化させても補剛材はほとんどたわまないことがわかる。すなわち、この場合、補剛材剛比 γ_i を $1/2\gamma_i^*$ より大きくしても、補剛板の極限強度は、上昇しないことがわかる。

また、図-9(b)から、 $\rho^*=1$ の場合、補剛材剛比を増せば、極限強度はかなり上昇することがわかる。すなわち、補剛材の剛度を大きくすれば、縦方向圧縮強度はある上限値(補剛材間の板パネルの圧縮強度)までは大きくなることになる。

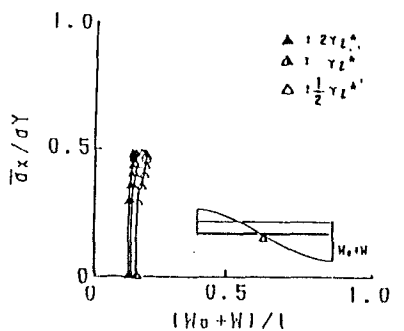
このように、補剛板のたわみ波形については、3つのパターンが認められた。その1つは、補剛材位置で節となり、補剛材間の板パネルのみがたわむ波形モード、2つめは補剛板の全体的な座屈による波形であり、最後の一つはほとんど初期たわみ波形のままで、たわみ変化しないパターンである。

応力比を様々に変化させた場合に対して、補剛材剛比を必要最小剛比から上昇させた時に、極限強度が増加する傾向を調べてみた。その結果を、図-10に示す。

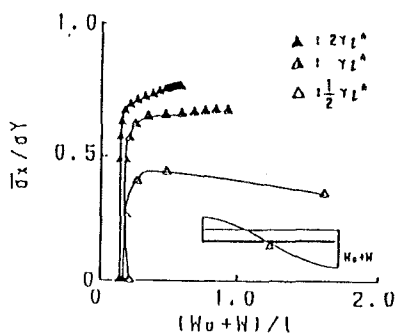
この傾向は、応力比 ρ が1に近づくほど大きくなることがわかった。応力比によっては、図-10に示したように、補剛材の剛度を大きくしても極限強度が増加しないケース(図中に○で示す)もあるので、設計者はこのことを念頭において、補剛材を設計することが必要である。この図における降伏条件式は von Mises の式を、板パネルに適用したものと、常に一軸応力状態にある補剛材を考慮したものを示すが、後者の場合、縦、横方向の面内力が共に圧縮、もしくは引張の時に前者より大となるが、それ以外では両者の差は少ない。

(3) 塑性域の広がり

極限状態における塑性域の広がりを調べたところ、引張の残留応力の部分にも、かなりの塑性域の進展が認められる。今後は、引張残留応力の分布形が極限強度に及ぼす影響についても、詳しく検討することが必要である。



(a) ひずみ比 $\rho^* = \infty$ ($\bar{\sigma}_x = 0$)



(b) ひずみ比 $\rho^* = 1$

図-9 平均応力と補剛材のたわみとの関係
($b_1/t=40$, $RIB=2$)

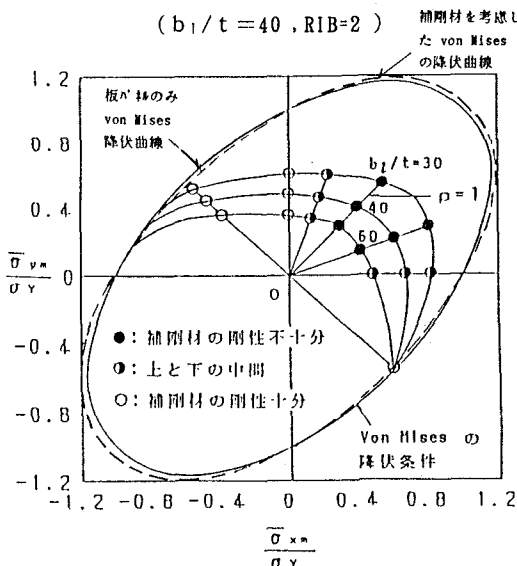


図-10 縦補剛板の極限強度の縦補剛材の剛度による変動 ($\gamma_i = \gamma_i^*$, $RIB=2$)

(4) 極限強度特性

図-11に、幅厚比 $b_1/t=40$ で補剛材剛比 $\gamma_1=\gamma_1^*$ の2本の縦補剛材を有する連続偏心縦補剛板が、極限状態に至る応力経路と、その極限強度を精度よく包絡する相関曲線（以下、極限強度相関曲線という）により、von Mises の降伏曲線とともに示す。解析モデルにおいて、面内応力は載荷辺で面内変位として導入し、弾性範囲内で所定の応力比 ρ が得られるように、縦方向導入変位と横方向導入変位の大きさと比率を決定した。したがって、弾塑性域では、縦方向と横方向のひずみ比は一定であるが、平均応力 $\bar{\sigma}_x$ と $\bar{\sigma}_y$ の比は一定ではなくなる。図-11に示すように、一般的に、 $\bar{\sigma}_x$ と $\bar{\sigma}_y$ のどちらかの応力成分（縦補剛板ではほとんどの場合、 $\bar{\sigma}_y$ ）が、最大値 $\bar{\sigma}_{xm}$ 、あるいは $\bar{\sigma}_{ym}$ に達して除荷しても、もう一方の応力成分は、さらに増加する傾向が見られる。しかし、実用的な見地から、どちらかの平均応力が最大値に達した時を、補剛板の極限状態と考えることとする。これらのことは、縦補剛材が4本の場合でも、図-11と同様な解析結果となった。

4本の縦補剛材を有する補剛板において、幅厚比を $b_1/t=40$ に固定し、補剛材剛比 γ_1 を γ_1^* 、 $1/2\gamma_1^*$ 、 $2\gamma_1^*$ の3種類に変化させた解析結果を、極限強度相関曲線としてまとめて図-12に示す。補剛材剛比を、 $1/2\gamma_1^*$ 、 $2\gamma_1^*$ と大きくすると、縦方向圧縮強度 $\bar{\sigma}_{xm}/\sigma_y$ はそれと共に大きくなるのに対して、横方向圧縮強度 $\bar{\sigma}_{ym}/\sigma_y$ は変化しない傾向にあることがわかる。

この図には、幅厚比 $b_1/t=40$ 、アスペクト比 $\alpha=3$ の無補剛の板パネルの極限強度相関曲線も、記入してあるが、補剛材剛比を $2\gamma_1^*$ 程度にすれば、縦方向圧縮強度は板パネルのそれに等しくなることがわかる。また、横方向圧縮強度については、板パネルの強度が、補剛板のそれより小さい。これは、板パネルと補剛板では、使用した初期たわみ波形が異なるためである。同様にして、 $b_1/t=30$ の補剛板では、板パネルの縦方向圧縮強度は、縦補剛材剛比 γ_1^* の補剛材と $2\gamma_1^*$ の補剛材の強度の、ほぼ平均値となった。

図-13に、 $\gamma_1=\gamma_1^*$ 、 $b_1/t=30, 40, 60$ に対する極限強度相関曲線（縦補剛材2本）を示す。幅厚比が大きくなるにつれて、極限強度相関曲線が原点に近づいて行くことがわかる。

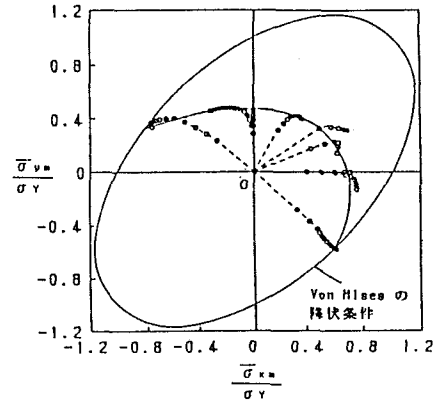


図-11 縦補剛材の極限強度相関曲線
($b_1/t=40$, $\gamma_1=\gamma_1^*$, $RIB=2$)

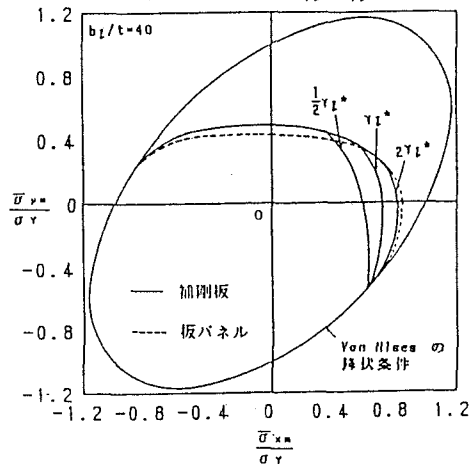


図-12 板パネルと補剛板の極限強度相関曲線

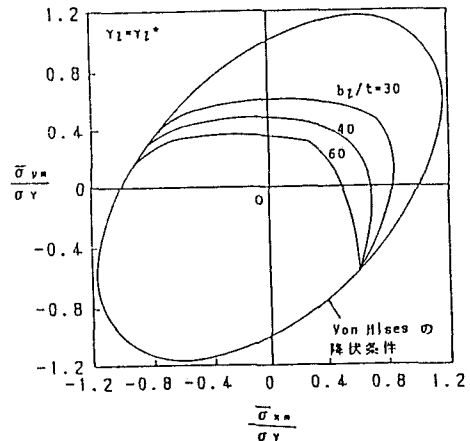


図-13 幅厚比をパラメータとした極限強度の相関曲線 ($\gamma_1=\gamma_1^*$, $RIB=2$)

4. 簡易計算法の開発

図-14は、縦軸に $\bar{\sigma}_{ym}/\bar{\sigma}_{ymo}$ 、横軸に $\bar{\sigma}_{xm}/\bar{\sigma}_{xmo}$ をとり、弾塑性有限変位解析の結果を、その極限強度に一致する極限強度相関曲線と共に示している。このようにすれば、2方向面内力を受ける補剛板の極限強度は、縦方向圧縮力および横方向圧縮力をそれぞれ単独に作用させた場合の縦方向圧縮強度 $\bar{\sigma}_{xmo}$ と、横方向圧縮強度 $\bar{\sigma}_{ymo}$ の関数である単純な相関曲線であらうと近似できることがわかった。したがって、2方向面内力を受ける補剛板の極限強度を求めるには、縦方向圧縮強度 $\bar{\sigma}_{xmo}$ および横方向圧縮強度 $\bar{\sigma}_{ymo}$ が簡単に求まる簡易計算法を開発することが重要となる。この極限強度相関曲線の限界としての降伏条件式には、von Mises の式を安全側に適用し、図-14に示すように、補剛材を考慮しない板パネルのみの曲線を用いる。

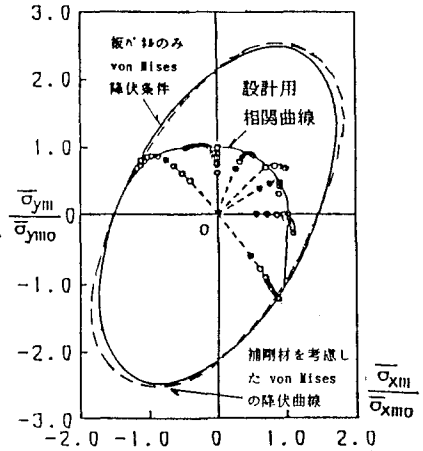


図-14 簡易計算法のための極限強度相関曲線

4.1 極限強度の近似相関曲線

ここで提案する近似相関曲線を、以下に示す。

1) 縦方向が引張で横方向が圧縮の面内力を受ける場合、

次式の4次曲線で、近似する。

$$Y = 2(X_o^4 - X_o^3)X^4 + (3X_o^3 - 2X_o^2)X^3 + 1 \quad \dots\dots(7)$$

ここに、

$$X = \bar{\sigma}_{xm}/\bar{\sigma}_{xmo}, Y = \bar{\sigma}_{ym}/\bar{\sigma}_{ymo}, X_o = \bar{\sigma}_{xmo}/\sigma_Y \quad \dots\dots(8) \sim (10)$$

2) 縦方向が圧縮で横方向が引張あるいは圧縮の面内力を受ける場合、

2軸圧縮領域では、次の楕円で近似する。

$$X^2 + Y^2 = 1 \quad \dots\dots(11)$$

ただし、横方向引張領域では、直線 $Y = -X \cdot \tan 55^\circ$ と von Mises の降伏条件式との交点を求め、この交点より楕円 $X^2 + Y^2 = 1$ に接線を引き、その接線(式(12))を、極限強度相関曲線の一部とする。

$$Y = -\frac{p}{q}(X - v) + w \quad \dots\dots(12)$$

ここに、

$$v = \sqrt{1/\bar{\sigma}_{xmo}^2 + \bar{\sigma}_{ymo}^2 \cdot (\tan 55^\circ)^2 + \bar{\sigma}_{xmo} \cdot \bar{\sigma}_{ymo} \cdot \tan 55^\circ} \quad \dots\dots(13)$$

$$w = -v \cdot \tan 55^\circ \quad \dots\dots(14)$$

$$p = \{v + \sqrt{v^2 - (v^2 + w^2)(1 - w^2)}\} / (v^2 + w^2) \quad \dots\dots(15)$$

$$\sqrt{1 - p^2} \quad (v > 1 \text{ のとき})$$

$$q = -\sqrt{1 - p^2} \quad (v < 1 \text{ のとき}) \quad \dots\dots(16)$$

$$0 \quad (v = 1 \text{ のとき})$$

また、von Mises の降伏条件式の板パネルのものの適用する。 ($Y_o = \bar{\sigma}_{ymo}/\sigma_Y$)

$$(X \cdot X_o)^2 + (Y \cdot Y_o)^2 - X \cdot X_o - Y \cdot Y_o = 1 \quad \dots\dots(17)$$

なお、安全側の見地より、図-12に示したように、横方向圧縮強度 $\bar{\sigma}_{ymo}$ には、補剛板および板パネルの極限強度のどちらか安全側の使用すべきであると考えられる。

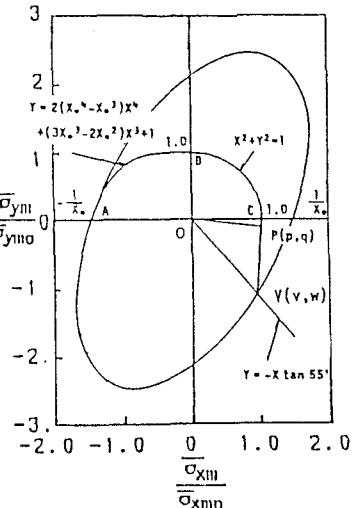


図-15 提案近似相関曲線

4. 2 縦方向圧縮強度の簡易計算法

表-1 弾塑性有限変位解析による結果と
柱モデルアプローチによる結果の比較

縦方向圧縮強度の簡易計算法としては、文献 10) による柱モデルアプローチを用いた。縦補剛材 2 本および 4 本を有する連続偏心補剛板の、縦方向圧縮強度 $\bar{\sigma}_{xmo}$ の弾塑性有限変位解析による結果と、簡易計算法による極限強度とを比較して、表-1 に示す。表-1 より、柱モデルアプローチによる縦方向圧縮強度 $\bar{\sigma}_{xmo}$ に関して、弾塑性有限変位解析の結果に比して、以下のことがわかった。

b_1/t	ケース	弾塑性有限変位解析による $\bar{\sigma}_{xmo}/\sigma_y$		柱モデルアプローチによる $\bar{\sigma}_{xmo}/\sigma_y$		誤差(%)	
		2本リブ	4本リブ	2本リブ	4本リブ	2本リブ	4本リブ
30	1	0.751	0.708	0.660	0.668	-12.12	-5.65
	2	0.826	0.814	0.737	0.743	-10.77	-8.72
	3	0.910	0.897	0.800	0.805	-12.09	-10.26
40	1	0.564	0.544	0.538	0.547	-4.61	0.55
	2	0.693	0.676	0.626	0.632	-10.70	-6.51
	3	0.781	0.767	0.693	0.698	-11.27	-9.00
60	1	0.298	0.307	0.198	0.206	-33.56	-32.90
	2	0.433	0.429	0.443	0.451	2.31	5.13
	3	0.547	0.550	0.513	0.518	-6.22	-5.82

ケース 1: $\gamma_t = 1/2\gamma_t^*$, ケース 2: $\gamma_t = \gamma_t^*$, ケース 3: $\gamma_t = 2\gamma_t^*$

- ① 必要最小剛比 γ_t^* の補剛板では、幅厚比 $b_1/t \leq 40$ の領域においては、安全側の比較的良好な精度の結果が得られた。また、 $b_1/t = 60$ においても、若干危険側の値となったものの誤差は約 5% 程度であった。
 - ② 必要最小剛比 γ_t^* の 2 倍の剛比で設計された補剛板では、安全側の比較的良好な精度の結果が得られた。
 - ③ 必要最小剛比 γ_t^* の 1/2 倍の剛比で設計された補剛板では、幅厚比 $b_1/t \leq 40$ において比較的良好な精度の結果であったが、 $b_1/t = 60$ においては、誤差約 30% と非常に安全側の結果となった。
 - ④ 縦補剛材 2 本の補剛板の $\bar{\sigma}_{xmo}$ への弾塑性有限変位解析結果は、4 本の場合よりも大きくなった。
- しかし、柱モデルアプローチによる結果は、両者、ほとんど等しくなる。その関係で、縦補剛材 2 本の場合の、柱モデルアプローチによる結果と解析結果に対する誤差は、4 本の場合よりも大きく安全側になった。
- 実橋では、幅厚比 $b_1/t > 40$ の補剛板は、ほとんど使用されず、2 方向面内力を受ける補剛板では、一般に、縦補剛材本数も極めて多くなることを考えると、柱モデルアプローチは、必要最小剛比 γ_t^* の 1/2 以上の剛比をもつように設計した補剛板の極限強度を、比較的良好な精度よく推定できる簡易計算法であるといえる。

4. 3 横方向圧縮強度の簡易計算法

縦補剛板の横方向圧縮強度は、縦補剛材剛比が γ_t^* の 1/2 より大きければ、縦補剛材間の板パネルの横方向圧縮強度 $\bar{\sigma}_{ymo}$ によって決定できることが、パラメトリック解析で明らかになった。そこで、縦補剛材間の板パネルを取り出した解析モデルを考え、幅厚比およびアスペクト比を変化させたパラメトリック解析によって、横方向圧縮強度に関する耐力力曲線を作成した。鋼材の降伏点により耐力力が異なるため、換算幅厚比 R により表示する方法を試みたが、幅厚比が大で降伏点が上がると誤差が大きくなるため、各鋼材毎に図-16 に示すような鋼種別の横方向圧縮強度曲線を作成した。この曲線は、アスペクト比により最小二乗法により求められる部分と直線とになり、次式(18)と(19)により表される。

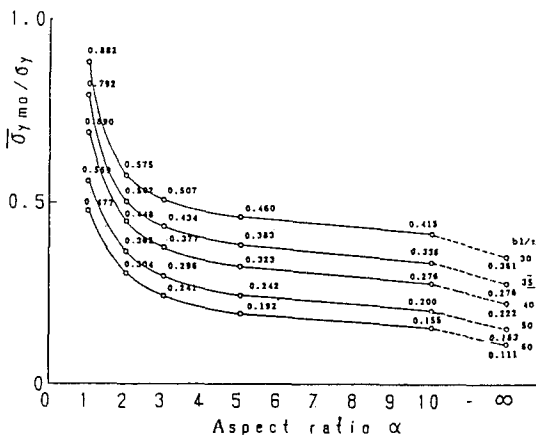


図-16 SM53(SM50Y)材の横方向圧縮強度曲線

$$\bar{\sigma}_{y m o} / \sigma_Y = a + b \alpha + c \alpha^2 + d \alpha^3 \quad (1 < \alpha \leq 5) \quad \cdots \cdots (18)$$

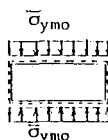
$$\bar{\sigma}_{y m o} / \sigma_Y = e \alpha + f \quad (5 < \alpha \leq 15) \quad \cdots \cdots (19)$$

(注: $\alpha > 15$ の場合は、 $\alpha = 15$ の値を使用する。)

ただし、式(18)の鋼種別の係数 a, b, c, d および式(19)の e, f を、表-2に示す。

表-2 鋼種別の式(18),(19)における係数

鋼種	b_l/t	a	b	c	d	e	f
SS41	3.0	1.430	-0.729	0.205	-0.019	-0.0107	0.5905
	3.5	1.495	-0.884	0.258	-0.024	-0.0103	0.5065
	4.0	1.384	-0.834	0.240	-0.023	-0.0101	0.4405
	5.0	1.046	-0.581	0.159	-0.015	-0.0089	0.3355
	6.0	0.861	-0.464	0.123	-0.011	-0.0079	0.2875
SM50	3.0	1.557	-0.909	0.263	-0.025	-0.0106	0.5350
	3.5	1.503	-0.930	0.269	-0.025	-0.0105	0.4585
	4.0	1.275	-0.750	0.211	-0.020	-0.0108	0.3950
	5.0	0.959	-0.511	0.134	-0.012	-0.0088	0.2990
	6.0	0.831	-0.454	0.119	-0.011	-0.0080	0.2410
SM53 (SM50Y)	3.0	1.585	-0.953	0.277	-0.026	-0.0099	0.5095
	3.5	1.449	-0.889	0.256	-0.024	-0.0107	0.4365
	4.0	1.209	-0.693	0.192	-0.018	-0.0101	0.3735
	5.0	0.951	-0.515	0.135	-0.012	-0.0079	0.2815
	6.0	0.823	-0.454	0.118	-0.011	-0.0081	0.2325
SM58	3.0	1.564	-0.968	0.281	-0.027	-0.0112	0.4700
	3.5	1.296	-0.757	0.212	-0.020	-0.0107	0.3935
	4.0	1.108	-0.610	0.163	-0.015	-0.0100	0.3370
	5.0	0.921	-0.508	0.133	-0.012	-0.0089	0.2605
	6.0	0.811	-0.462	0.121	-0.011	-0.0089	0.2120



4. 4 簡易計算法の手順

簡易計算法の計算手順を、図-17に示す。補剛板の寸法、作用応力比 ρ 、降伏点 σ_Y が与えられると、式(18),(19)により、横方向圧縮強度 $\bar{\sigma}_{y m o}$ が求まる。また、文献10)の方法により縦方向圧縮強度 $\bar{\sigma}_{x m o}$ も求まる。 $\bar{\sigma}_{x m o}$ 、 $\bar{\sigma}_{y m o}$ を用いて、式(7)~(17)の相関曲線より、作用応力比 ρ に対する極限応力度 $\bar{\sigma}_{x m}$ 、 $\bar{\sigma}_{y m}$ が求まる。

4. 5 2方向面内力を受ける補剛板の極限強度の計算例

本研究で開発した簡易計算法の妥当性を検討するために、鋼種SS41、幅厚比 $b_l/t = 40$ 、 $\gamma_t = \gamma_t^*$ 、アスペクト比 $\alpha = 3$ 、補剛材4本の縦補剛板の極限強度相関曲線を、簡易計算法により計算してみた。

(1) 縦方向面内力 $\bar{\sigma}_{x m}$ 、横方向面内力 $\bar{\sigma}_{y m}$ が、共に圧縮の場合

表-1から求めた $\bar{\sigma}_{x m o} = 0.632 \sigma_Y$ と、式(18)および表-2により求めた $\bar{\sigma}_{y m o} = 0.421 \sigma_Y$ を、式(11)に代入すると、

$$\left(\frac{\bar{\sigma}_{x m}}{0.632} \right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{y m}}{0.421} \right)^2 = 1 \quad \cdots (20)$$

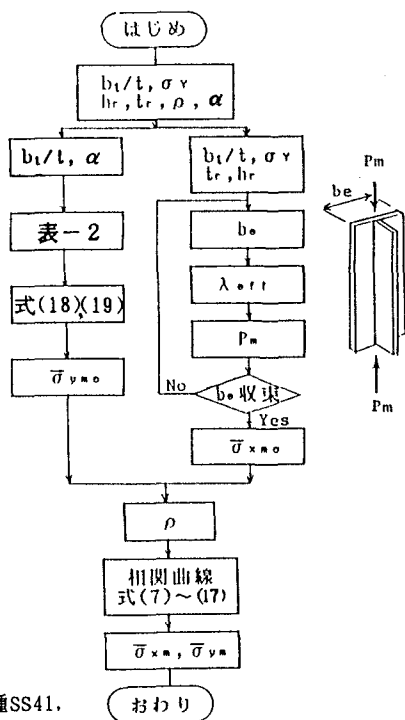


図-17 簡易計算法の流れ

(2) 縦方向 $\bar{\sigma}_{xm}$ が引張で、横方向 $\bar{\sigma}_{ym}$ が圧縮の場合

式(7)に、 $\bar{\sigma}_{xmo}=0.632\sigma_y$ 、 $\bar{\sigma}_{ymo}=0.421\sigma_y$ を代入して次式が得られる。

$$\bar{\sigma}_{ym} = -0.493 \bar{\sigma}_{xm}^4 - 0.0696 \bar{\sigma}_{xm}^3 + 0.421 \quad \dots(21)$$

(3) 縦方向 $\bar{\sigma}_{xm}$ が圧縮で、横方向 $\bar{\sigma}_{ym}$ が引張の場合

$\bar{\sigma}_{xm}$ と $\bar{\sigma}_{ym}$ の関係は、次式で与えられる。

$$\frac{\bar{\sigma}_{ym}}{0.421} = -\frac{0.999}{-0.047} \left(\frac{\bar{\sigma}_{xm}}{0.632} - 0.934 \right) - 1.428 \quad \dots(22)$$

式(20)～(22)を図示し、図-12 に示した極限強度相関曲線と共に、図-18 に表す。

簡易計算法により求めた相関曲線は、弾塑性有限変位解析に基づく曲線の安全側に、精度よく一致することがわかる。このようにして、縦補剛材本数が、4本程度の補剛板に対しては、本簡易計算法の妥当性をしめすことができた。

今後は、多数の補剛材を有する実地的な補剛板に本簡易計算法を適用した場合の妥当性についても、さらに実験や理論により検討していくことが必要と考える。

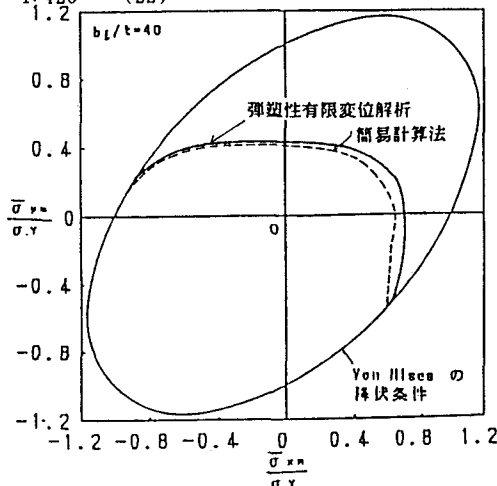


図-18 弾塑性有限変位解析と簡易計算法による各々の極限強度相関曲線の比較

5. 結論

2方向面内力を受ける補剛板の弾性座屈解析、および縦補剛材本数が2本と4本の補剛板に対する弾塑性有限変位解析を行い、以下の結論を得た。

- 1) 弾性座屈理論を用い、2方向面内応力を受ける補剛板の弾性座屈係数をエネルギー法により誘導した。
- 2) 必要最小剛比（補剛板の弾性座屈強度が補剛材間の板パネルのそれに等しくなるに必要な最小の補剛材剛比）は、アスペクト比、補剛材本数、応力比によって、著しく変化することがわかった。
- 3) 2方向面内力を受ける補剛板の極限強度は、縦方向にのみ圧縮力を作用させた場合の強度（縦方向圧縮強度）と、横方向にのみ圧縮力を作用させた場合の強度（横方向圧縮強度）の関数として表された単純な相関曲線で近似できることがわかった。
- 4) 補剛板の横方向圧縮強度は、補剛材の剛比 γ_t が、必要最小剛比 γ_t^* の1/2以上であれば、補剛材間の板パネルの極限強度で決定されることがわかった。
- 5) 補剛板の極限強度相関曲線は、幅厚比が小さくなるほど、von Mises の降伏曲線に近づく傾向にあることがわかった。また、幅厚比を一定に保ち、補剛材の剛比を大きくすると、大きな縦方向圧縮応力と小さな圧縮あるいは引張の横方向応力が作用する補剛板では、その縦方向圧縮強度は増加するが、大きな横方向圧縮応力と小さな圧縮あるいは引張の縦方向応力が作用する補剛板では、その横方向圧縮強度は増加しないことがわかった。
- 6) 縦補剛板の極限強度は、初期たわみ波形と、その最大初期たわみ量に、大きく影響を受けることがわかった。その傾向は、大きな横方向圧縮応力を受ける補剛板において著しかった。
- 7) 2方向面内力を受ける補剛板の極限強度には、引張残留応力の分布形も、影響を及ぼすことがわかった。

- 8) これらの解析結果から、補剛板の横方向圧縮強度の簡易計算曲線を提案した。
- 9) そして、補剛板の縦方向圧縮強度は、柱モデルアプローチにより、精度よく計算できることを示した。
- 10) また、縦方向圧縮強度と横方向圧縮強度を2変数とする2方向面内力を受ける縦補剛板の極限強度の近似相関曲線を提案した。
- 11) 最後に、8)～10)に基づいて2方向面内力を受ける補剛板の極限強度の簡易計算法を提案した。

おわりに

本研究を実施するにあたり、昭和60年度と61年度の2年間にわたり、文部省から科学研究費一般C（研究代表者 北田俊行）の補助を受けた。また、本研究の数値解析は、京都大学大型計算機センターのFACOM M-380とVP-200 および大阪市立大学計算機センターのFACOM M-180 で得られたことを付記する。

参考文献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，Ⅱ．鋼橋編，丸善，昭和55年2月
- 2) British Standards Institution：BS5400，Concrete and Composite Bridges，Part3，Code of practice for design of steel bridges，April 1982.
- 3) Bryan, G. H.：On the Stability of a Plane Plate under Thrust in its Own Plane with Application to the Buckling of the Side of a Ship，Proc. of the London Mathematical Society，Vol. 22，1891-11，pp. 54-67.
- 4) Narayanan, R. and N. E. Shanmugam：Compressive Strength of Biaxially Loaded Plates，Plated Structures - Stability and Strength，edited by R. Narayanan，ELSVIER，1983，pp. 195-219.
- 5) 上田幸雄・Sherif M. H. Rashed・白点基：矩形板の弾性座屈相関関係式，日本造船学会春季講演会論文集，1985年5月，pp. 425-438
- 6) Dier, A. F. and Dowling, P. J.：The Strength of Plates Subjected to Biaxial Forces，Behaviour of Thin Walled Structures，edited by J. Rhodes and J. Spence，ELSVIER，1984，pp. 329-353.
- 7) Taido, Y.，Hayashi, H.，Kitada, T. and Nakai, H.：A Design Method of Wide Stiffened Plates subjected Uniaxial and Biaxial Compression，Der Stahlbau，54 Jahrgang，1985-5，s. 149-155.
- 8) 小松定夫・北田俊行：補剛された圧縮板の弾塑性有限変位挙動の一解析手法，土木学会論文報告集，第296号，1980年4月，pp. 1-12
- 9) 小松定夫・牛尾正之・北田俊行：補剛板の溶接残留応力および初期たわみに関する実験的研究，土木学会論文報告集，第206号，1977年9月，pp. 25-35
- 10) Nakai, H.，Taido, Y.，Kitada, T. and Hayashi, H.：A Design Method for Orthogonally Stiffened Plates with or without Stringers Subjected to Uniaxial Compression，Proc. of JSCE，Structural Eng./Earthquake Eng.，Vol. 2，No. 2，October 1985，pp. 301-310.

(1987年10月16日受付)