

ラーメン形式吊橋主塔の耐荷力解析

ULTIMATE STRENGTH ANALYSIS OF MAIN TOWERS WITH CROSS-FRAME IN SUSPENSION BRIDGES

伊藤文人*・野上邦栄**・田中充夫***

By Fumihito ITOH, Kuniei NOGAMI and Mitsuo TANAKA

In this paper, the ultimate strength of main towers with cross-frame in suspension bridges is discussed. Firstly, as a numerical calculation method for analyzing the elasto-plastic behavior of the towers, a simplified spring-system model (RBEM) are proposed. Next, for the steel towers with the thin-walled box section, the validity of the $P-F-\delta$ curves obtained by this model are examined by comparing with the experimental results, and the exact effective lengths considering the plastic regions are clarified from the E_r -method (spec. of HSBA) and the ultimate strength analysis by this model.

1. まえがき

近年、環境に適合した美しい外観を備える橋梁が望まれると言う風潮から、長大吊橋の主塔もこれまで主流であったトラスを基本とした斜材形式に加えて、ラーメン形式を検討することが多くなってきている。しかし、これまでのわが国の鋼橋関連設計規程では微小変形理論を前提とした許容応力度設計法を用いているため、吊橋主塔をラーメン形式にした場合には部材に大きな曲げ力を受け、それにともない断面が大きくなり必要な鋼材重量が多くなる傾向にある。そのため吊橋主塔のほとんどが斜材形式であった。

これに対して、本州四国連絡橋の主塔設計に当たっては冒頭に述べたような景観上の配慮からラーメン形式で設計することが検討された。現在の吊橋主塔設計要領(案)・同解説¹⁾(以後、本四規程と呼称する)は、その検討結果を踏まえて特に橋軸直角方向の変形および応力の計算に対して有限変形理論による解析を基本とし、その場合の安定の照査法等に従前の規程に一部改訂が加えられものであり、従来より経済的なラーメン形式吊橋主塔の設計が可能となっている。

さて、ラーメン構造を含む骨組構造物の耐荷力に対する照査を行う場合、有効座屈長という概念を用いることにより設計上対処している。したがって、この有効座屈長の評価が重要になる。現在、わが国の道路橋

* 正会員 工博 東京都立大学教授 工学部土木工学科 (〒158 世田谷区深沢 2-1-1)

** 正会員 東京都立大学助手 工学部土木工学科 (〒158 世田谷区深沢 2-1-1)

*** 正会員 工修 首都高速道路公団 神奈川建設局 (〒231 横浜市中区真砂町 2-25)

示方書²⁾（以後、道示と呼称する）では弾性座屈理論を基礎にした有効座屈長を用い、この値を代表的な構造物の形式、境界条件に応じて定めている。また、本四規程では橋軸直角方向の有効座屈長をオイラー座屈の式を基礎に、柱の基準耐荷力曲線を準用して非弾性領域を考慮したいわゆる有効接線弾性係数法（ E_t 法）により決定している^{1) 3)}。一方、ECCS⁴⁾、SSRC⁵⁾等におけるラーメン構造物の設計基準は、簡略化された2次理論による塑性ヒンジ解析法による荷重係数設計法であり、有効座屈長の概念を用いていない。現在、設計上の観点からこれらの骨組構造物の耐荷力評価法に関して理論的および実験的に活発な研究が行われている^{6) - 11)}。

ここでは、対称構造を有する吊橋主塔に対称な荷重が作用する場合の数値解析に対して、その対称性を利用して自由度数を半減させ、しかもばね系により離散化した簡易モデルを提案する。次に、このモデルを用いた弾性固有値解析および耐荷力解析を行うことにより、非弾性領域を考慮した本四規程の有効座屈長および道示の有効座屈長の妥当性について比較検証する。さらに、ラーメン形式主塔の耐荷力に及ぼす水平部材の剛性比の影響や2軸方向の干渉による耐荷力の低下を防ぐための制限について検討を加える¹²⁾。

2. 簡易ばね系モデルによる解析法

いま、Fig.1 に示すようなラーメン形式吊橋主塔の変形挙動および耐荷力の把握を容易にするため、この主塔を簡単な構造モデル（RBEMと呼称する）にモデル化することにする。まず、次の基本仮定を導入する。

- ①橋軸方向の平面構造はフレキシブルタワー形式である。
- ②橋軸直角方向の平面構造は対称性を有するラーメン形式である。
- ③塔柱は変形に伴った抵抗力を水平部材から受け、さらにケーブルを介して強制変位と軸力を受ける。
- ④左右の塔柱が受ける強制変位および軸力は、各々互いに大きさおよび方向が等しい。
- ⑤局部座屈による部材の剛性低下はないものとする。
- ⑥箱型断面の塔柱では、ねじりに伴うそり応力の影響が小さく無視できるものとする。

塔柱自身は棒部材と考え、Fig.2 に示すような分布ばね系としての軸ばね、集中ばね系としてのサンプナンのねじればねおよび x 、 y 軸方向の剪断ばねからなる剛体棒ばね系にモデル化する¹²⁾。

Fig.3 のように剛体要素 (i) 内の節点（一般に重心点）の変位を (w_{ci} , u_{ci} , v_{ci} , u'_{ci} , v'_{ci} , ϕ_i) の6自由度で表す時、隣接剛体要素間の境界面における k 番目の軸ばね (x_{ik} , y_{ik}) の相対変位 W_{ik} は、基本仮定⑥の基次式のように与えられる¹³⁾。

$$W_{ik} = C_{0i} + C_{1i} x_{ik} + C_{2i} y_{ik} + C_{3i} a_{ik}^2 \quad (1)$$

ここに $a_{ik}^2 = x_{ik}^2 + y_{ik}^2$ 、 C_{ji} ($j=0 \sim 3$) は付録1に示す。したがって、軸ばねのばね定数を K_{ik} 、ばね力を F_{ik} と置く時、

$$F_{ik} = K_{ik} W_{ik} \quad (2)$$

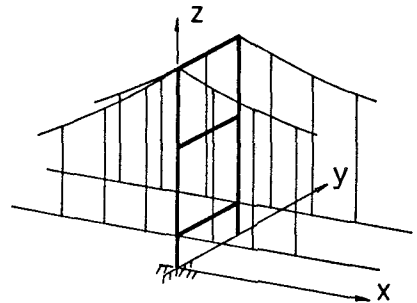


Fig. 1 ラーメン形式吊橋の全体系図

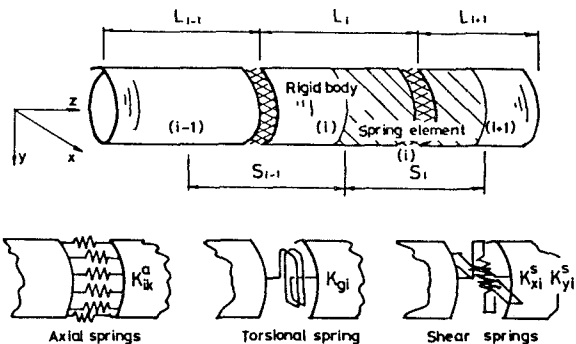


Fig. 2 剛体棒ばね系によりモデル化された塔柱

が成り立つ。同様に、ねじればね力 F_{gi} および 2 軸方向の各剪断ばね力 F_{xi}^s, F_{yi}^s は

$$F_{gi} = K_{gi}(\phi_{i+1}^* - \phi_i^*) \quad (3)$$

$$F_{xi}^s = K_{xi}^s U_i = K_{xi}^s (u_{ci+1}^* - u_{ci}^* - \frac{1}{2}(u_{ci+1}^* L_{i+1} + u_{ci}^* L_i)) \quad (4a)$$

$$F_{yi}^s = K_{yi}^s V_i = K_{yi}^s (v_{ci+1}^* - v_{ci}^* - \frac{1}{2}(v_{ci+1}^* L_{i+1} + v_{ci}^* L_i)) \quad (4b)$$

と与えられる。ここに、 U_i および V_i は各剪断ばねの相対変位であるが、塔柱の変形の際この量は微小であると仮定して変位およびその導関数の線形項のみを採用した。

したがって、全ばね要素のばね系による仮想仕事 $\Delta \Pi_c$ は、

$$\Delta \Pi_c = \sum_{i=1}^n (\sum_{k=1}^m F_{ik}^a \Delta W_{ik} + F_{gi} \Delta(\phi_{i+1}^* - \phi_i^*) + F_{xi}^s \Delta U_i + F_{yi}^s \Delta V_i) \quad (5)$$

と与えられる。ここに、 n はばね要素数、 m は 1 断面当たりの軸ばね本数である。

ここで、式(2)～式(4)の各ばね常数はこれらのばねのひずみエネルギーと連続体としてのひずみエネルギーができるだけ等価になるように決定するのが良く、弾性状態において

$$\left. \begin{aligned} K_{ik}^a &= E A_{ik} / S_i, \quad K_{xi}^s = K_{yi}^s = G A_i / S_i \\ K_{gi} &= G J_i / S_i, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

と表現することができる^{13) 14)}。ここに、 E, G は各々ヤング係数および剪断弾性係数を、 J はサンブナンのねじれ常数を表す。

次に、水平部材について考える。この部材は、橋軸直角方向の変形に対して曲げを受けるはり部材とし、塔柱のねじれ変形に対しても抵抗をするが、橋軸方向の変形に対しては抵抗しないものとする。また通常用いられるラーメン構造における座屈荷重は、対称モードよりも逆対称モードの方が低く逆対称モードの座屈が支配的になるため、ここでは、左右の塔柱の変形が逆対称モードである場合のみを考えることにする。この考えによると、水平部材は逆曲げを受けるはりともみなされる。したがって、このはり部材と等価な曲げ剛性を有する曲げばねを用いることにより Fig. 4 のようにモデル化でき、水平部材 (s) のばね常数は通常のはり理論により次式で与えられる。

$$K_{bs} = \frac{6 E I_{bs}}{L_{bs}}, \quad K_{ts} = \frac{6 E I_{ts}}{L_{bs}} \quad (7)$$

ここに、 K_{bs} は橋軸直角方向の曲げに抵抗するばね常数、 K_{ts} は塔柱のねじれに抵抗する曲げばね常数、 $E I_{bs}$ は水平部材の

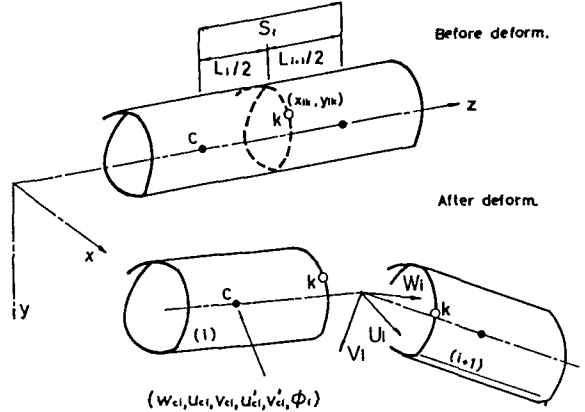


Fig. 3 変形後の相対変位

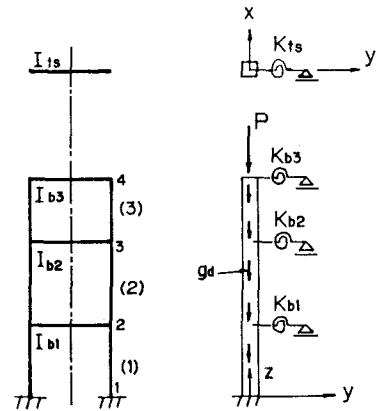


Fig. 4 橋軸直角方向のモデル化

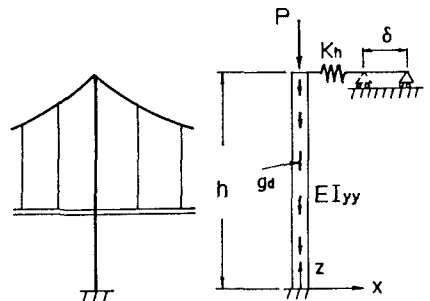


Fig. 5 橋軸方向のモデル化

x軸まわりの曲げ剛性、 $E I_{ts}$ は水平部材のz軸まわりの曲げ剛性および L_{bs} は水平部材の長さを表す。

したがって、各曲げばね力 F_{bs} および F_{ts} は、

$$F_{bs} = K_{bs} \bar{v}_{ci}^*, \quad F_{ts} = K_{ts} \phi_i^* \quad (8)$$

と与えられる。なお、 $\bar{v}_{ci}^*$ および ϕ_i^* は水平部材(s)と柱の結合節点iの各曲げばねに対応する変位である。

また、橋軸方向に平行な面内において主塔は、Fig.5のように主ケーブルを介して強制される塔頂部の水平変位による水平反力を受ける。この主ケーブルの剛性は伸縮ばねによりモデル化する。この伸縮ばね常数 K_h および活荷重による強制変位 δ は、本来吊橋全体系の解析から決定されるものであるが、ばね常数については通常のはり理論により得られる次式を用いることにする。

$$K_h = \frac{E I_{yy}}{h^3 \gamma} \quad (9)$$

ここに、 $E I_{yy}$ は塔柱の橋軸方向の平均的な曲げ剛性、 h は主塔高さ、 γ は任意の係数を意味する。

この時、強制変位 δ を受ける塔柱の水平反力 F は

$$F = K_h (\delta - u_{cn+1}^*) \quad (10)$$

と与えられる。ここに、 u_{cn+1}^* は塔頂節点 $n+1$ のx軸方向変位である。

式(8)の水平部材の曲げばね力および上式のケーブルの伸縮ばね力による仮想仕事 $\Delta \Pi_d$ は

$$\Delta \Pi_d = \sum_{s=1}^n (F_{bs} \Delta \bar{v}_{ci}^* + F_{ts} \Delta \phi_i^*) - F \Delta u_{cn+1}^* \quad (11)$$

と表すことができる。

一方、外力としての鉛直力 P による仮想仕事 $\Delta \Pi_w$ および自重 g_d の仮想仕事 $\Delta \Pi_{wg}$ は

$$\Delta \Pi_w = P \left(-\sum_{i=1}^n (\Delta w_{ci+1}^* - \Delta w_{ci}^*) + \sum_{i=1}^{n+1} L_i (\sin u'_{ci} \cos v'_{ci} \Delta \bar{u}_{ci}^* + \cos u'_{ci} \sin v'_{ci} \Delta \bar{v}_{ci}^*) \right) \quad (12)$$

$$\Delta \Pi_{wg} = \sum_{i=1}^{n+1} (-g_d L_i \Delta w_{ci}^* + g_d L_i^2 (\sin u'_{ci} \cos v'_{ci} \Delta \bar{u}_{ci}^* + \cos u'_{ci} \sin v'_{ci} \Delta \bar{v}_{ci}^*)) \quad (13)$$

と与えられるので、仮想仕事の原理の基、次式

$$\Delta \Pi_c + \Delta \Pi_d - \Delta \Pi_w - \Delta \Pi_{wg} = 0 \quad (14)$$

により非線形釣り合い方程式を誘導することができる。

最後に、以後の耐荷力に関する数値計算においては次の基本的解析条件を導入している。

1) 初期たわみは1/4波の正弦波を考慮する。また、残留応力はFig.6に示すような溶接型直線分布とし、引張側で $\sigma_{rt} = \sigma_y$ 、圧縮側において $\sigma_{rc} = 0.5 \sigma_y$ の値を持つものとする。ここに、 σ_y は降伏応力である。

2) 材料の降伏は、軸ばね力 F_{ik} のみによる1軸応力状態で決まるものとする。

3) 応力-ひずみ関係は履歴型完全弾塑性体のものを用いる。

4) 非弾性領域における軸ばね常数 K_{ik}^a は弾性領域のみを有効とする接線弾性係数理論によるものとする。また、サンプソンのねじればね常数 K_{gi} は塑性流れ理論に従い、塑性化とともに J_i が変化する¹⁵⁾。

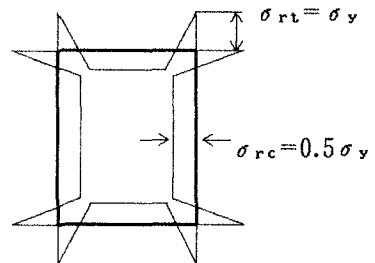


Fig. 6 残留応力分布

5) 水平部材およびケーブルは主塔の変形に対して常に弾性挙動をするものとし、式(7) および式(9) で与えられる曲げばねおよび伸縮ばねのばね常数は弾性ばねとする。

3. 橋軸方向の耐荷力解析

橋軸方向に平行な面内の主塔の静的挙動に関して数値計算を行った。解析にあたり、塔頂の軸力 P と強制変位 δ の関係は吊橋全体系からあらかじめ求められているものとする。すなわち、死荷重のみが作用している時の $\delta = 0$ の位置から活荷重の作用に対して $P - \delta$ の関係が既知とした時の橋軸方向の弾塑性挙動を明らかにした。

一般に、この $P - \delta$ 関係は吊橋全体系の剛性、スパン割やサグ比によって決まり、主塔自身の曲げ剛性にはあまり依存しないとされている。ここでは、近似的に

$$\frac{P}{P_y} = a \left\{ \frac{\delta}{h} \right\}^2 + b \left\{ \frac{\delta}{h} \right\} + c \quad (15)$$

で与えられる降伏荷重 P_y および塔高 h で無次元化された2次の非線形関係式を用いることにする¹⁶⁾。ここに、 a 、 b および c は任意の定数である。なお、解析上この関係式が塔頂に制約条件として与えられることになる。また多くの場合、ケーブルをモデル化した式(9) のばね常数 K_b は極めてその剛性が大きく、係数 γ は微小となるためここでは $\gamma = 0.002$ というように充分小さい値を用いることにする¹⁾。

まず、解析対象として実験に用いた主塔¹⁶⁾ を採り上げ、本モデルにより耐荷力解析を行った。主塔の断

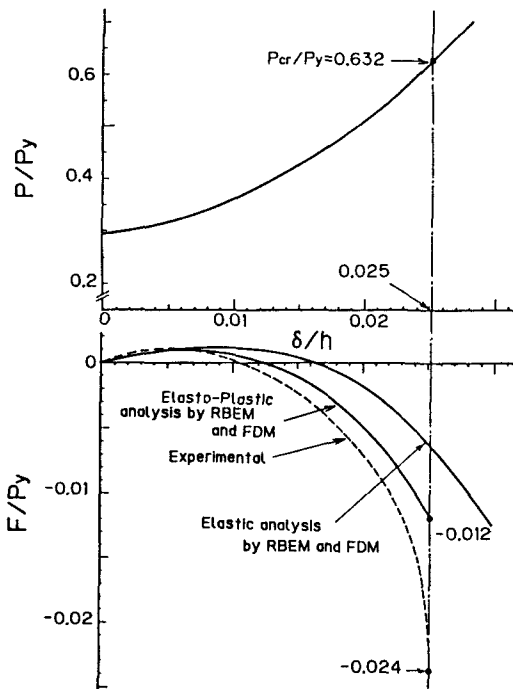
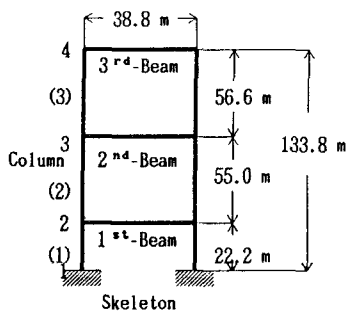


Fig.7 実験に用いた主塔の橋軸方向の $P - F - \delta$ 関係

Table 1 下津井瀬戸大橋の断面諸元



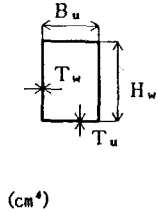
(1) Columns

A-Type (SM58)

	B_u	T_u	H_w	T_w	
1 st -story	610.1	3.6	592.8	11.7	(cm)
2 nd -story	593.8	3.6	592.8	11.5	
3 rd -story	570.9	3.6	592.8	11.2	

(2) Beams

	Moment-of-inertia of cross section
1 st -Beam	$I_{b1} = 454,980,000$
2 nd -Beam	$I_{b2} = 454,980,000$
3 rd -Beam	$I_{b3} = 663,540,000$



面諸元は、塔高 ($h = 2.8\text{m}$) の単一箱型断面 ($115 \times 170 \times 6\text{mm}$) からなり、鋼材の降伏荷重は $P_y = 101.74\text{ t}$ である。また、式 (15) の $P - \delta$ 関係式の各係数値は、 $a = 421.4$, $b = 2.752$, $c = 0.295$ を用いた。なお、本モデルにより弾塑性解析をおこなう際には、限界状態に近づいたと思われる段階で、漸次荷重の増分幅を小さくして精度を高め、解が発散する直前の荷重をもって限界荷重とした。

本モデルによる耐荷力と実験結果および差分法による解析値を比較したのがFig. 7である。本モデルによる値は差分法による計算結果と究めて良く一致し、同一曲線で表すことができた。解析結果におけるケーブルの水平反力Fは、実験結果よりも絶対値で小さめの値になったが、 $F - \delta$ 関係の挙動はほぼ同一傾向を示している。また、限界軸力は実験結果とはほぼ一致した。

次に、具体的実橋計算例として下津井瀬戸大橋を採り上げ本モデルによる耐荷力解析を行った。下津井瀬戸大橋の断面諸元は試算設計段階での諸元でありTable 1 に示す。実際の主塔断面は3室箱型断面であるが、ここでは断面積および2方向の断面2次モーメントが一致するような単一箱型断面に置き換えている。また、変断面解析における塔柱の断面は各層の中央断面で代表させ、等断面解析時には塔柱の中央断面に一致させている。式 (15) の $P - \delta$ 関係の係数値は $a = 421.4$, $b = 2.752$, $c = 0.324$ を用いた。なお、鋼材はSM58である。

Fig. 8 はA-typeの断面を持つ主塔の変形モードと曲げモーメント分布状態を表している。 $\delta / h < 0.01$ までは塔基部に最大曲げモーメントが発生しているが、さらに荷重の増加にともない最大曲げモーメントの位置が塔基部から上部に向かって上昇していることがわかる。なお、図中の M_p は全塑性モーメントである。また、 $P - F - \delta$ 関係の解析結果を表したのがFig. 9である。この場合の限界荷重 P_{cr} / P_y は他の解析結果¹⁾と良い一致を示した。

4. 橋軸直角方向の座屈解析

初めに主塔の弾性固有値解法およびその近似解法について述べる。続いて、これらの解法による有効座屈長と本モ

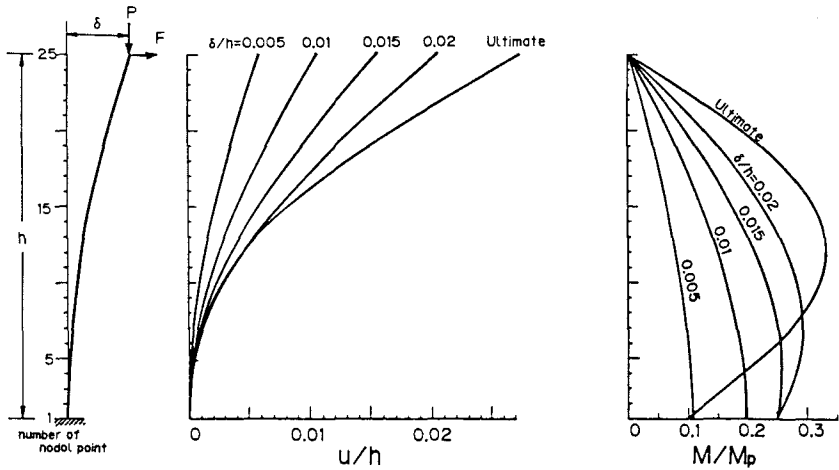


Fig.8 橋軸方向の変形モードと曲げモーメント分布

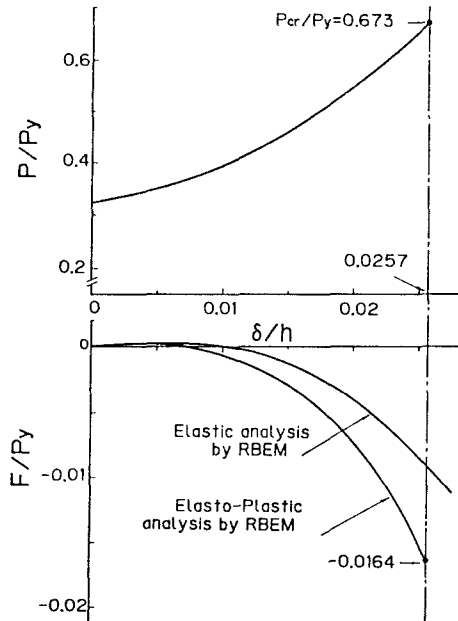


Fig.9 下津井瀬戸大橋の $P - F - \delta$ 関係

デルによる疑似固有値解析法によって得られる有効座屈長を比較検討する。次に非弾性領域を考慮した有効座屈長の近似手法として本四規程の有効接線弾性係数法について述べ、本モデルによる耐荷力解析結果との比較検証を行う。

(1) 固有値解析

(a) 弾性固有値解析法

いま、Fig. 10に示すように部材 (i) の両節点 i および i + 1 において軸圧縮力 P および部材端モーメント M_i 、 M_{i+1} を受けるはり一柱を考えることにする。この時、節点 i および i + 1 の x 軸回りの回転角を v'_i 、 v'_{i+1} と置くならば、部材 (i) に関する釣り合い方程式は

$$\begin{Bmatrix} M_i \\ M_{i+1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{1i} & K_{2i} \\ K_{2i} & K_{1i} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v'_i \\ v'_{i+1} \end{Bmatrix} \quad (16)$$

とマトリックス表示することができる。ここに、

$$\left. \begin{aligned} K_{1i} &= \frac{E I_i}{L_i} \cdot \frac{\alpha_i}{\tan \alpha_i} \\ K_{2i} &= -\frac{E I_i}{L_i} \cdot \frac{\alpha_i}{\sin \alpha_i} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\alpha_i = \lambda_i L_i \quad (18)$$

$$\lambda_i^2 = \frac{P}{E I_i} \quad (19)$$

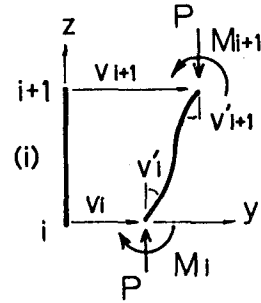


Fig. 10 変位と部材力

の關係を持つ。ここに、 $E I_i$ は部材 (i) の x 軸に関する曲げ剛性である。

したがって、Table 1 に示すような 3 層ラーメン形式吊橋主塔全体系の特性方程式は、式 (7) の水平部材を考慮するならば

$$\det \begin{vmatrix} K_{11} + K_{12} + K_{b1} & K_{22} & 0 \\ K_{22} & K_{12} + K_{13} + K_{b2} & K_{23} \\ 0 & K_{23} & K_{13} + K_{b3} \end{vmatrix} = 0 \quad (20)$$

と与えられ、この非線形固有値問題から座屈荷重を得ることができる。なお、実際の弾性固有値解析では標準層の部材剛性により無次元化した特性方程式を用いている。

(b) 近似解法

式 (20) のマトリックス計算法は、ラーメン部材の有効座屈長を厳密に求めようとする時、部材数あるいは分割要素数が増えるにつれて急激に複雑になりかなりの計算を要する。そのため実際の設計に対して容易に有効座屈長を算出することを可能にする実用的な近似式が提案されている^{5) 17)}。いま、柱部材 (i) に着目した場合、その設計公式は次式のように与えられる。

$$\frac{\pi / \beta_i}{\tan(\pi / \beta_i)} \frac{B_i B_{i+1} (\pi / \beta_i)^2 - 36}{6 (B_i + B_{i+1})} \quad (21)$$

ここに、 β_i は有効座屈長係数であり、 $\beta_i = \pi / \alpha_i$ の關係を持つ。また、 B_i および B_{i+1} は

$$B_i = \frac{(I_{i-1} / L_{i-1} + I_i / L_i)}{I_{bs} / L_{bs}}, \quad B_{i+1} = \frac{(I_i / L_i + I_{i+1} / L_{i+1})}{I_{bs+1} / L_{bs+1}} \quad (22)$$

の関係式で与えられる。なお、実際の設計においては式(21)を計算図表化して用いている^{1) 5)}。

式(21)は1層の部分構造における塔柱部材単独の座屈いわゆる局部座屈を示しており、式(20)の弾性固有値解法による全体座屈とは同等ではない。しかし、実際層の数が少ない吊橋主塔では局部座屈が全体座屈を支配すると考えることができ、個々の着目部材に対して有効座屈長を求め、それらの中での最大値を全体座屈の有効座屈長として採用すれば良いことになる。また、式(21)は各層ごとに有効座屈長が計算されるため設計の際には有効である。

(c) 疑似固有値解法

本モデルによる固有値問題としての特性方程式を誘導することは可能であるが、ここでは第2章で得られた有限変位解析プログラムをそのまま利用し、極めて微小な初期たわみを有する後座屈挙動解析を行い、近似固有値を推定している。初期たわみ量は $v_{cn+1}^0/h = 1.0 \times 10^{-5}$ を持つ1/4波の正弦波を用いた。

(d) 計算結果

以上の弾性固有値解法および近似解法の2解法と本モデルによる疑似固有値解析により有効座屈長を求め、精度の比較検討を行った。解析の対象構造はTable 1の主塔である。本モデルにおけるばね要素分割は層間を等分割とし、各層の要素長さができるかぎり等しくなるようにした。また、水平部材のばね剛性を変化させる場合は全ての水平部材を一率に変化させることにし、そのパラメータとして次式で与えられる水平部材剛性比 f を用いることにする。

$$K_{bs}/K_{bos} = f$$

(23) Fig. 12 各解法による有効座屈長の比較

ここに、 K_{bs} は水平部材のばね剛性、 K_{bos} はTable 1の設計水平部材と等価なばね剛性である。

まず、本モデルの解におよぼすばね要素数の影響について検討した。Fig. 11は横軸にばね要素数 n を、縦軸には弾性固有値解法による有効座屈長に対する本モデルによる有効座屈長比を表している。本モデルによる解析値は $n = 8$ あたりからはば一定となり、それ以上要素数を増しても値に変化は見られなかった。また、弾性固有値解法によるそれと比較して 0.7%程度安全側の値を与えている。この誤差は、本モデルによる解析では軸方向ひずみを考慮しているために現れたものである。逆に言えば、対象としている下津井瀬戸大橋レベルの構造部材の弾性固有値解析において、軸方向ひずみの座屈荷重に与える影響はほんのわずかであり、軸方向ひずみを無視しても差し支え無いことを示している。したがって、本モデルにより弾性固有値解析を行う際のばね要素数は $n = 10$ を用いれば精度上の問題は無いものと思われる。

次に、水平部材剛性比 f と有効座屈長 L_e の関係を表したのがFig. 12である。なお、弾性固有値解法による解と本モデルによる解はほぼ一致しているため一本の曲線で示した。図を見てもわかるように、式(21)を用いた設計公式による場合の有効座屈長は他の解法に比べて高めの値を与えており、本解析対象のような長大吊橋のラーメン形式主塔における有効座屈長 L_e を式(21)によって求めて、安定照査をおこなった場合に

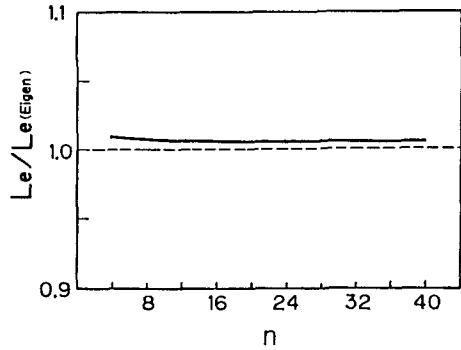


Fig. 11 有効座屈長に対する本モデルの解の精度

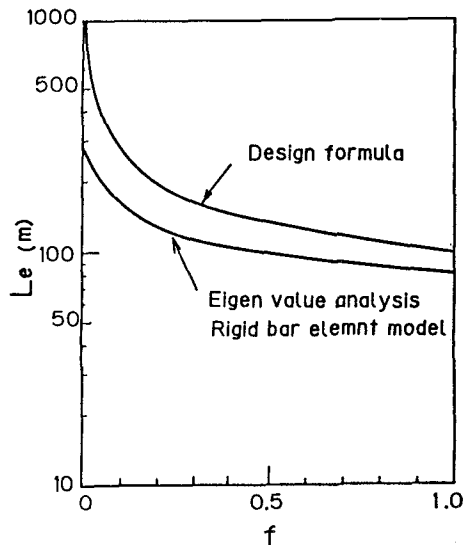


Fig. 12 各解法による有効座屈長の比較

はかなり不経済な結果を与える可能性がある。

(2) 耐荷力解析

Table 1 に示したようなラーメン形式主塔の橋軸直角方向の全体座屈を考える場合、この座屈荷重は前項において弾性固有値解法により求めることができることを述べた。しかし、実際の塔柱は初期たわみ、材料の降伏および残留応力の影響により非弾性領域が生じ、結果として座屈荷重はオイラー荷重より低下することになるばかりでなく有効座屈長にも変化が生じる。このため、弾性固有値解法により得られる座屈荷重は実際の耐荷力を過大評価していることになる。したがって、これを避けるためには塔柱を材料非線形および幾何学的非線形性を合わせ持つ有限変形理論によって解析する必要がある。

(a) 有効接線弾性係数法^{1) 3)}

しかし、実用上の観点から本四規程では、固有値解析において初期たわみおよび残留応力の影響を考慮した道示の柱の基準耐荷力曲線に見合った全体座屈荷重を求めるため、座屈する状態における見掛けの弾性係数の低下を考えた有効接線弾性係数法(E_t -法)により有効座屈長を算出している。

いま、有効座屈長が L_e なる柱を考える時、その弾性座屈荷重は、

$$P_e = \frac{\pi^2 E I}{L_e^2} \quad (24)$$

で与えられる。ただし、 I は塔柱の平均断面2次モーメントである。道示の柱の基準耐荷力曲線 σ_{cr} から求められるこの柱の耐荷力 P_{cr} は、

$$P_{cr} = A \sigma_{cr} \quad (25)$$

となる。したがって、次式

$$E_t = \frac{\sigma_{cr}}{P_e/A} E \quad (26)$$

のように有効接線弾性係数を定義すると、式(25)および式(26)により

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E_t I}{L_e^2} \quad (27)$$

となり、部材の耐荷力が有効接線弾性係数式で与えられることになる。これは、有効接線弾性係数を求め、これを用いて非弾性固有値解析を行えば良いことを意味している。

ところで、一様断面圧縮部材では、式(26)において E_t として適当な値を用いれば、耐荷力を正しく求めることができる。しかし、ラーメン形式主塔のような場合においては、塔柱と水平材の軸圧縮応力度が異なるために、両者の有効接線弾性係数が等しくなくなる。その結果、式(26)に柱材として適当な値を入れると、

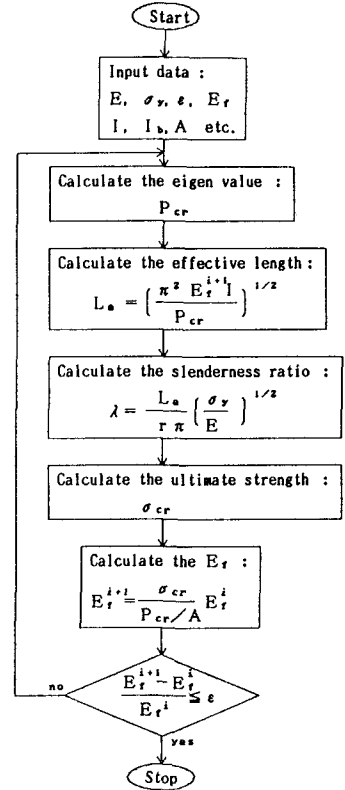


Fig. 13 E_t -法の流れ図

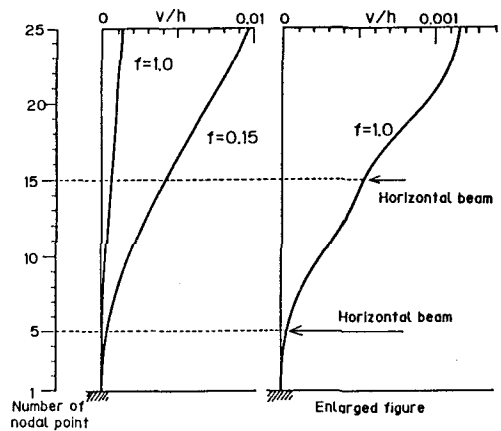


Fig. 14 限界荷重作用時の変形モード

水平材による拘束の影響が変化し、有効座屈長もまた変化するとしなければならない。そのため、逐次近似によってこれらの収束計算を行わなければならない。その流れ図を示したのがFig.13である。

(b) 本モデルによる耐荷力解析

非線形有限変位解析は、第2章の1)～5)の基本条件の基、ニュートン・ラフソン法による変位増分法を用いて収束計算を行っている。解析対象は、Table 1 のA-type 断面を基本とし、さらにその塔柱の橋軸直角方向の曲げ剛性比 I_{xx}/I_{yy} を低下させた断面を用いた。なお、初期たわみ量は塔柱の製作・架設誤差の影響としての限界値 $v_{cn+1}^0/h=1/2,000$ を用いることにする^{1B)}。また、本モデルによる有効座屈長は、得られた耐荷力に対応する道示の柱の基準耐荷力曲線から細長比を求め、断面2次半径を乗ずることにより算出している。

(c) 計算結果

まず、Table 1 の等断面を有する主塔の耐荷力解析を行い、その限界荷重作用時の変形状態を表したのがFig.14である。 $f=1.0$ の場合には y 軸方向にあまり変形をせず、 $f=0.15$ のように水平部材剛性が低い場合には変形が大きくなっている。なお、 $f=1.0$ の時の変形モードの拡大図をみてわかるように、水平部材位置が変形の変曲点となる。したがって、予想される大きな変形に対応でき、しかもばね要素長さが層間ではほぼ等しくなるモデルとするために $n=24$ を今後用いることにする。

次に、水平部材剛性比 f および塔柱の橋軸直角方向の曲げ剛性比 I_{xx}/I_{yy} を変化させた場合の耐荷力および有効座屈長について検討した。Fig.15は、Table 1 のA-typeを持つ主塔の有効座屈長および耐荷力に

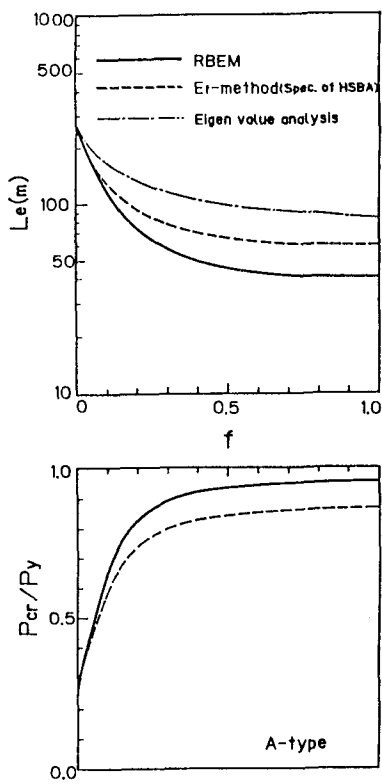


Fig.15 有効座屈長および耐荷力に及ぼす水平部材剛性の影響 ($I_{xx}/I_{yy}=0.6$)

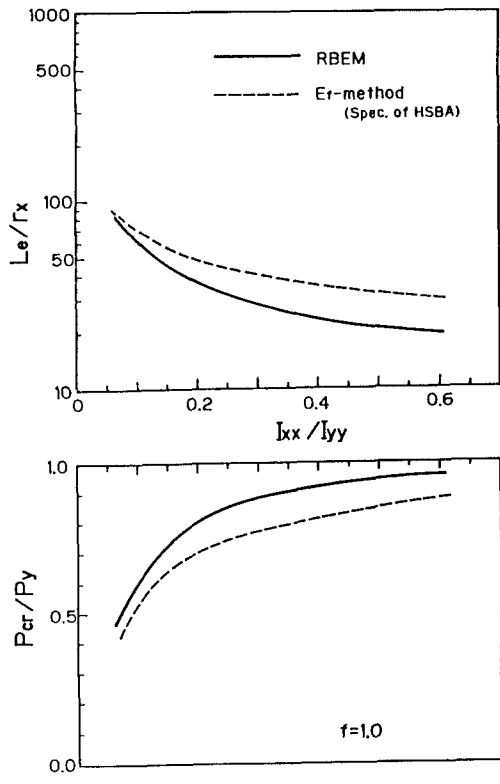


Fig.16 有効細長比および耐荷力に及ぼす塔柱剛性比の影響 ($f=1.0$)

およぼす水平部材剛性の影響を示している。本四規程の有効接線弾性係数法及び本モデルによる耐荷力は、水平部材剛性がある程度以下では耐荷力が急激に低下するという傾向を良く表しているが、本四規程による耐荷力は本モデルによる解析結果よりも最大10%程度低めの値を与える。さらに、有効座屈長を比較して見ると、有効接線弾性係数法は本モデルによる解析結果に比べて最大で30%程度高めの解を、弾性固有値解は50%も安全側の解を与えることがわかる。また、水平部材剛性がある限度以上に増加しても主塔の橋軸直角方向の耐荷力にはあまり影響しないことがわかる。ここで対象とした主塔レベルの断面の場合、水平部材剛性比は $f = 0.3$ 程度で充分であるといえることになる。なお、有効接線弾性係数法は5～6回程度の収束計算で精度良く有効座屈長を求めることができた。

Fig. 16は、 $f = 1.0$ の場合の塔柱の剛性比 I_{xx}/I_{yy} と耐荷力および有効細長比の関係を表している。なお、この剛性比の変化はこの値が大きくなるにしたがって断面が正方形に近く、小さくなると橋軸方向に細長い断面となる。この解析において、本四規程の有効接線弾性係数法および本モデルによる解法は主塔の耐荷力の傾向を良く表している。本モデルの値と有効接線弾性係数法の値の差異は、Fig. 15と同様の傾向を示した。

5. 主塔の3次元耐荷力解析

本章では、ラーメン形式吊橋主塔の2軸曲げを考慮した3次元（立体）解析をおこない、2軸曲げの影響

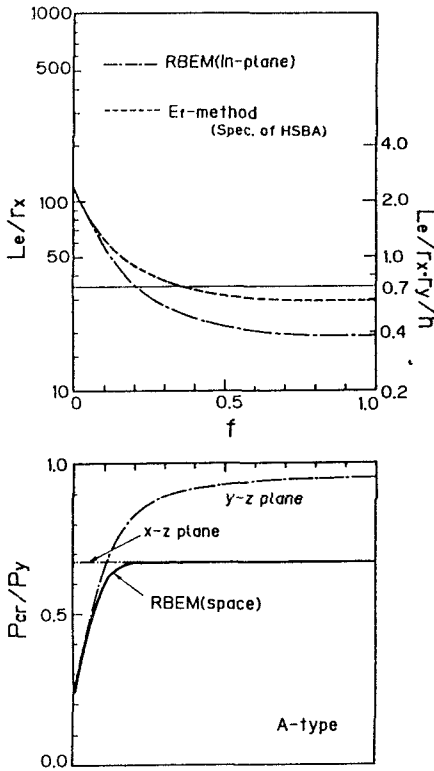


Fig. 17 耐荷力に及ぼす水平部材剛性の影響 ($I_{xx}/I_{yy} = 0.6$)

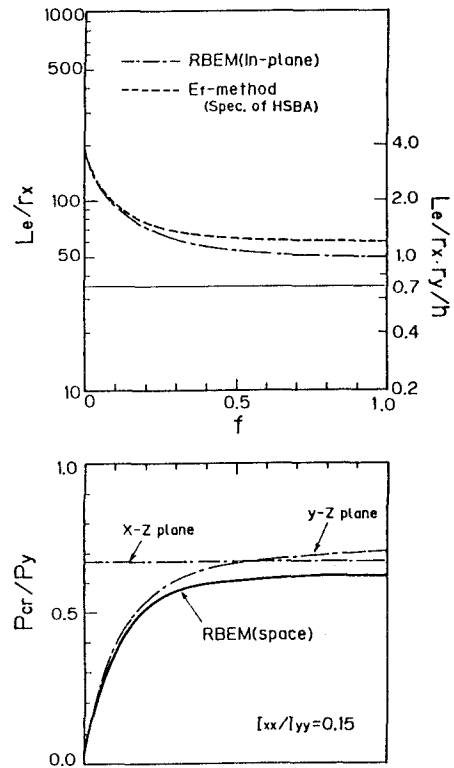


Fig. 18 耐荷力に及ぼす水平部材剛性の影響 ($I_{xx}/I_{yy} = 0.15$)

を受ける構造条件を明らかにする。さらに、主塔の耐荷力解析を橋軸方向と橋軸直角方向それぞれの面内解析により、独立に扱える範囲を知ることが目的としている。

ラーメン形式吊橋主塔の3次元の実験および耐荷力解析は、その実験装置の設定が複雑であったり、離散化モデルが複雑なために電子計算機の計算容量が大きくなるなどの理由で現在ほとんど見当たらない。そこで、第2章において提案した簡易ばね系モデルを用いて、主塔の3次元耐荷力解析を行った。载荷は、第3章の橋軸方向の解析に用いたP-δ関係にしたがって行うものとする。

まず、水平部材剛性の変化が主塔の耐荷力におよぼす影響について解析した。Fig.17はTable1のA-type、Fig.18は、塔柱の曲げ剛性比の低い($I_{xx}/I_{yy}=0.15$)断面の場合について解析した結果である。両図における上図の縦軸は橋軸直角方向面内解析による有効細長比である。また下図における縦軸は限界荷重の降伏荷重に対する比を表しており、実線が立体解析結果である。

Fig.17の下図において、水平部材剛性比が $0.2 \leq f \leq 1.0$ の領域では、全体の耐荷力を橋軸方向の耐荷力が支配している。しかし、 f がそれ以下になると2軸曲げの影響が現れ、面内解析の値よりも低くなる。さらに f が小さくなると、しだいに橋軸直角方向の耐荷力が支配的となる。一方、Fig.18の下図から明らかなように $I_{xx}/I_{yy}=0.15$ の断面では f が大きい場合でも、橋軸直角方向の耐荷力が橋軸方向のそれと近いために2軸曲げの影響を受け、面内解析による耐荷力よりも10%前後低めの耐荷力を与えている。

次に、塔柱の橋軸直角方向の曲げ剛性変化が主塔の耐荷力に与える影響について解析した。その結果がFig.19である。この場合の水平部材剛性比は $f=1.0$ であるが、Fig.17と同様に $I_{xx}/I_{yy}>0.2$ では橋軸方向の耐荷力が支配的となり、それ以下では2軸曲げの影響を受け、面内解析の値よりも低くなる。

最後に、橋軸方向及び橋軸直角方向を独立した平面構造として扱える限界の評価について述べる。本四規程では、橋軸直角方向面内の全体座屈荷重が橋軸方向面内の座屈荷重を上回ることができる限界として次式で与えられる条件

$$\frac{L_e}{r_x} < 0.7 \frac{h}{r_y} \tag{28}$$

を有効座屈長 L_e が満足していれば良いとしている。ここに、 r_x および r_y は各々橋軸直角方向および橋軸方向の断面2次半径を表す。

Fig.17及びFig.19において、3次元解析の耐荷力が橋軸方向の耐荷力よりも低く離れ始める点が独立した平面構造として扱える限界を表すと考えられる。この限界は細長比でちょうど $0.7h/r_y$ に当たる。この

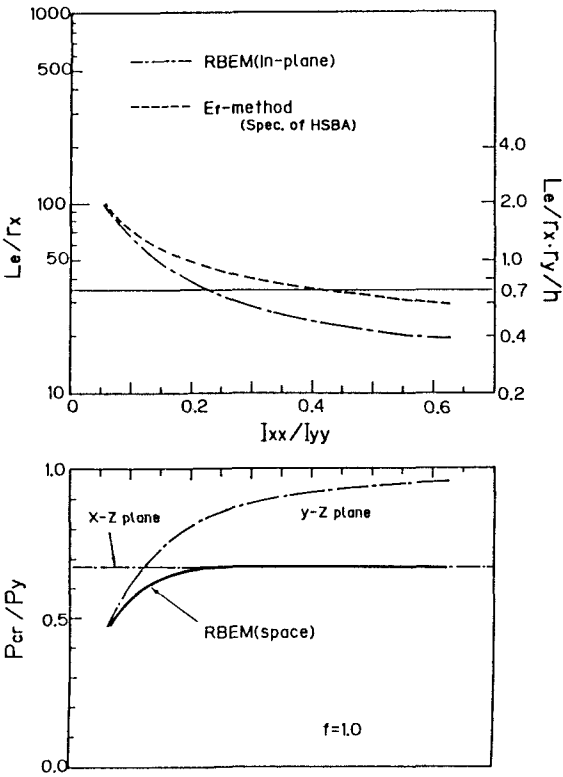


Fig.19 耐荷力に及ぼす塔柱剛性比の影響 ($f=1.0$)

$0.7h/r_y$ は式(28)の限界値に対応している。また、本四規程（有効接線弾性係数法）に基づいて計算した場合の細長比が $0.7h/r_y$ になる条件では、橋軸方向面内解析に充分支配されており、平面構造として独立に扱える限界にはまだ余裕があることになる。

6. 結論

以上、ラーメン形式吊橋主塔の耐荷力について、簡易ばね系の構造モデルを用いて弾性および非弾性有限変位解析を行い、種々の検討を加えたものである。解析にあたり、主塔の断面諸元および橋軸方向の $P-\delta$ 関係式等に対して幾つかの仮定を導入した近似値を用いており、まだ問題点を残してはいるが、ほぼ主塔の耐荷力特性が明らかにされたものとする。本論文で得られた結果をまとめると次のようになる。

(1) 本モデルによる橋軸方向面内の弾性および非弾性有限変位解析では、十分な精度を有してその変形挙動および応力を求めることができた。また、得られた $P-F-\delta$ 関係曲線は実験結果と良い一致を示した。

(2) 弾性固有値の近似解法である設計公式（本四規程における微小変形解析時の設計公式および道示のラーメン構造の設計公式）による有効座屈長は、弾性固有値解法や本モデルの疑似固有値解法に比べて高めの値を示しており、安定の照査においてかなり安全側の結果を与える可能性がある。しかし、設計公式は主塔の各層毎に有効座屈長を与えることから設計上有効である。

(3) 本モデルによる主塔の耐荷力は、本四規程の有効接線弾性係数法によるそれに比べて少し高めの値を示しているが全体として同様な傾向を示した。ここでの計算例だけから言及することはできないが、本四規程の有効接線弾性係数法は、従来の弾性固有値の近似解法に比べてかなり改善されているものと考えられる。

(4) 主塔の耐荷力を、橋軸方向と橋軸直角方向の各々独立した面内解析により求めることができる限度は、本モデルによる耐荷力から逆算した有効座屈長によると、本四規程の $L_e/r_x = 0.7h/r_y$ にほぼ一致した。また、有効接線弾性係数から得られる有効座屈長によると、 $L_e/r_x = 0.7h/r_y$ にあたる条件では充分に独立した面内解析により耐荷力を求めることができることが明らかとなった。

〔付録1〕

$$\begin{aligned}
 C_{oi} &= w_{ci+1}^* - w_{ci}^* + \{ (u_{ci+1}^* - u_{ci}^*)^2 + (v_{ci+1}^* - v_{ci}^*)^2 \\
 &\quad + (u_{ci+1}^* L_{i+1} + u_{ci}^* L_i)^2 / 4 + (v_{ci+1}^* L_{i+1} + v_{ci}^* L_i)^2 / 4 \} / (2 S_i) \\
 &\quad + \frac{1}{2} \{ (u_{ci+1}^* - u_{ci}^*) (u_{ci+1}' + u_{ci}') + (v_{ci+1}^* - v_{ci}^*) (v_{ci+1}' + v_{ci}') \} \\
 &\quad - \frac{1}{2} \{ \frac{1}{2} (u_{ci+1}' + u_{ci}') + (u_{ci+1}^* - u_{ci}^*) / S_i \} (u_{ci+1}' L_{i+1} + u_{ci}' L_i) \\
 &\quad - \frac{1}{2} \{ \frac{1}{2} (v_{ci+1}' + v_{ci}') + (v_{ci+1}^* - v_{ci}^*) / S_i \} (v_{ci+1}' L_{i+1} + v_{ci}' L_i) \\
 C_{1i} &= -u_{ci+1}' \phi_{ci+1} - v_{ci+1}' \phi_{si+1} + u_{ci}' \phi_{ci} + v_{ci}' \phi_{si} \\
 &\quad + u_{ci+1}'' \phi_{ci+1} + v_{ci+1}'' \phi_{si+1} - u_{ci}'' \phi_{ci} - v_{ci}'' \phi_{si} \\
 &\quad + \{ \frac{1}{2} (u_{ci+1}' + u_{ci}') + (u_{ci+1}^* - u_{ci}^*) / S_i \\
 &\quad - \frac{1}{2} L_{i+1} / S_i u_{ci+1}'' - \frac{1}{2} L_i / S_i u_{ci}'' \} (\phi_{ci+1} - \phi_{ci} - \phi_{si+1} + \phi_{si}) \\
 &\quad + \{ \frac{1}{2} (v_{ci+1}' + v_{ci}') + (v_{ci+1}^* - v_{ci}^*) / S_i \\
 &\quad - \frac{1}{2} L_{i+1} / S_i v_{ci+1}'' - \frac{1}{2} L_i / S_i v_{ci}'' \} (\phi_{si+1} - \phi_{si} - \phi_{si+1} + \phi_{si}) \\
 C_{2i} &= -v_{ci+1}' \phi_{ci+1} + u_{ci+1}' \phi_{si+1} + v_{ci}' \phi_{ci} - u_{ci}' \phi_{si} \\
 &\quad + v_{ci+1}'' \phi_{ci+1} - u_{ci+1}'' \phi_{si+1} - v_{ci}'' \phi_{ci} + u_{ci}'' \phi_{si} \\
 &\quad - \{ \frac{1}{2} (u_{ci+1}' + u_{ci}') + (u_{ci+1}^* - u_{ci}^*) / S_i \\
 &\quad - \frac{1}{2} L_{i+1} / S_i u_{ci+1}'' - \frac{1}{2} L_i / S_i u_{ci}'' \} (\phi_{si+1} - \phi_{si} - \phi_{si+1} + \phi_{si}) \\
 &\quad + \{ \frac{1}{2} (v_{ci+1}' + v_{ci}') + (v_{ci+1}^* - v_{ci}^*) / S_i \\
 &\quad - \frac{1}{2} L_{i+1} / S_i v_{ci+1}'' - \frac{1}{2} L_i / S_i v_{ci}'' \} (\phi_{ci+1} - \phi_{ci} - \phi_{ci+1} + \phi_{ci})
 \end{aligned}$$

$$C_{3i} = \frac{1}{2} [(\phi_{ci+1} - \phi_{ci} - \phi_{ci+1}^{\circ} + \phi_{ci}^{\circ})^2 + (\phi_{si+1} - \phi_{si} - \phi_{si+1}^{\circ} + \phi_{si}^{\circ})^2] / S_i$$

式中の変位の上添字()[°] は初期変位、()^{*} は増分変位を意味する。また、 L_i は剛体要素長さ、 S_i はばね要素が力学的特性を代表する領域を表しており、 $S_i = (L_{i+1} + L_i) / 2$ の関係を持つ。

参考文献

- 1) 土木学会・本州四国連絡橋鋼上部構造研究小委員会：本州四国連絡橋鋼上部構造に関する調査研究報告書，別冊1，主塔設計方法に関する検討，1980.3
- 2) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説（Ⅰ共通編・Ⅱ鋼橋編），1980.2
- 3) Yura, J.A. : Effective Length of Columns in Unbraced Frames, AISC Engineering Journal, Vol.8, No.2, pp.37-42, 1971
- 4) U.Vogel : Recent ECCS-Developments for Simplified Second-Order Elastic and Elastic-Plastic Analysis of Sway Frames, Stability of Metal Structures, Final report, Paris, 1983.11
- 5) B.G.Johnston : Structural Stability Research Council. Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 3rd Ed. John Wiley & Sons, 1976
- 6) Nakai, H., Emi, S. and Miki, T. : In-Plane Critical Strength of Thin-Walled Steel Frames Subjected to Vertical Loads, Proc. of JSCE, Vol.3, No.1, pp.75~84, 1986.4
- 7) 中井博・酒造敏廣・大垣賀津雄：鋼薄肉ラーメン構造物の限界強度の近似計算法，土木学会論文集，第380号/I-7，pp.263~272，1987.4
- 8) 井上純三・竹中秀夫・長谷川彰夫・西野文雄：有効座屈長を用いた部材設計の全体骨組耐力に関する精度，構造工学論文集，Vol.31A，pp.123~133，1985.3
- 9) 垣内辰雄・宇佐美勉：有効座屈長を用いた横拘束のない鋼骨組構造物の設計，土木学会第42回年次学術講演会講演概要集，1987.9
- 10) 水野克彦・宇佐美勉：横拘束のない鋼骨組構造物の簡易強度解析方法の比較，土木学会第42回年次学術講演会講演概要集，1987.9
- 11) 中井博・北田俊行・西村俊行：斜張橋タワーの耐力と設計法について，構造工学論文集，Vol.33A，pp.341~350，1987.3
- 12) 田中充夫・野上邦栄・伊藤文人：ラーメン形式吊橋主塔の耐力，土木学会第42回年次学術講演会講演概要集，1987.9
- 13) 吉川藤雄・野上邦栄・伊藤文人：有限剛体棒要素モデルを用いた梁-柱の耐力解析，土木学会第41回年次学術講演会講演概要集，1986.11
- 14) 川井忠彦：離散化極限解析法に関する最近の話題、生研セミナーテキストコース116，東京大学生産技術研究所、1986.1
- 15) C.Binnsteil and J.Michalos : Ultimate load of H-columns under Biaxial Bending, Proc. of ASCE ST 2, pp.161-197, 1963
- 16) 福本秀士・大森和実：吊橋タワーの静的挙動に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第224号，1974.4
- 17) 西野文雄・福本秀士：鋼構造部材と骨組-強度と設計-，丸善，1970.10
- 18) 本州四国連絡橋公団：上部構造設計基準・同解説，1977.8

(1987年10月16日受付)