

外圧と軸方向引張力を受ける鋼管の圧壊強度設計式

DESIGN FORMULAS FOR STEEL TUBES SUBJECTED TO EXTERNAL PRESSURE AND AXIAL TENSION

当麻庄司* 本多祐也**

by Shouji TOMA and Yuya HONDA

The paper explains the analytical equations which can be used for designing casing or tubing for offshore oil wells, based on the collapse mechanism of cylindrical tube. The equations are plotted for typical sizes of the tube by plotting the interaction curves between the pressure and the axial tension, or the pressure and the initial ovality in order to compare with the test results. The design formulas are proposed by modifying the API collapse pressure by the reduction factor which expresses the reduction rate due to the interaction effect of axial tension. The reduction factor is derived theoretically, and typical values of the reduction factor are calculated by developing a computer program to investigate its behaviors for various diameter-thickness ratios (D/t), initial ovality and yield strength of the material. It was found that the new design formulas are more reasonable than API current design formulas.

1. まえがき

CasingやTubingが海底石油掘削装置に用いられる時、これに作用する荷重条件の中で最も支配的なものは海水による外圧である。しかし、CasingやTubingは単に外圧を受けるだけではなくに海底深く釣り下げられた状態で使用されるために、自重による大きな軸方向引張力も同時に受けることになる。このような外圧に対する鋼管の圧壊強度とそれに与える軸方向引張力の影響についてアメリカ石油協会 (API) が設計式¹⁾を示しているが、これについては大きな問題点があることが認められている。すなわち、外圧に対する圧壊強度式は複雑過ぎることや、軸方向引張力がある時にはこの影響を大きくみ過ぎること等である。これらの問題点を解決した設計式を導くために、近年理論的あるいは実験的な研究が多く積み重ねられてきている。

まず、Haagsma²⁾らは圧壊強度の算定式を塑性設計の考え方から導き出すと同時に、2軸降伏条件を真円の鋼管に適用することによって軸方向引張力の影響を考慮できることを示した。また、当麻³⁾はこれと同様な考え方が不完全な鋼管にも適用できることを示した。一方、Kyogoku⁴⁾らは実験によって軸方向引張力の圧壊強度への影響を研究し、APIの算定式は安全側過ぎることを示した。その外、溶接鋼管に対する同様の実験研究⁵⁾や、曲げモーメントとの組合せも考慮した理論的な研究^{6) 7)}等も多く存在する。

ここでは、まず現在設計にもちいられているAPIの圧壊強度算定式を示し、その後2軸降伏条件を考慮した圧壊強度解析の方法について述べる。次に、この理論式と実験データとの比較によってこの理論式

* 北海学園大学工学部土木工学科 教授 Ph.D. (〒064 札幌市中央区南26条西11丁目)

** 北海学園大学工学部土木工学科 教授 (同 上)

の妥当性を示し、最後に実際の設計への適用について述べる。

2. APIの圧壊強度算定式¹⁾

鋼管が外圧と軸方向引張力を受けた時APIではどのような圧壊強度の算定式を与えているのかについて、以下に簡単にまとめる。APIによれば、圧壊強度算定式は軸方向引張力のない場合鋼管の径厚比によって4つの範囲に分けて次のように与えられる。

$$P_{Y_0} = 2 Y_p \frac{D/t - 1}{(D/t)^2} \quad \dots \text{ (降伏圧壊強度、kg/cm}^2\text{)} \quad (1a)$$

$$P_p = Y_p \left[\frac{A}{D/t} - B \right] - C \quad \dots \text{ (塑性圧壊強度、kg/cm}^2\text{)} \quad (1b)$$

$$P_T = Y_p \left[\frac{F}{D/t} - G \right] \quad \dots \text{ (過渡圧壊強度、kg/cm}^2\text{)} \quad (1c)$$

$$P_E = \frac{3.26 \times 10^6}{(D/t)(D/t - 1)^2} \quad \dots \text{ (弾性圧壊強度、kg/cm}^2\text{)} \quad (1d)$$

ここに、 D/t = 鋼管の径厚比、 Y_p = 降伏強度 (kg/cm²)、

A, B, C, F, G = 材質によって定まる係数

上の4式が適用される D/t の範囲は鋼管の材質から決まってくるが、詳細については文献1を参照されたい。上式の計算例として、材質N80 ($Y_p = 5600 \text{ kg/cm}^2$) に対する結果を図-1に示す。降伏圧壊強度と弾性圧壊強度は理論式の形をとっているが、塑性圧壊強度と過渡圧壊強度は経験式の形となっている。即ち、式(1)は理論的根拠に基づきながら実験データに合致するように修正して導かれたもので、その点からは十分信頼できる算定式であると言えるが、式の表現を見ると分かるようになり複雑な形になっている。APIでは軸方向引張力がある場合、次の式によって圧壊強度を低減させるとしている。

$$\frac{P_{ca}}{P_{co}} = \sqrt{1 - 0.75 \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_y} \right)^2} - 0.5 \frac{\sigma_a}{\sigma_y} \quad (2)$$

ここに、 P_{ca} = 軸方向引張力がある場合の圧壊強度

P_{co} = 軸方向引張力がない場合の圧壊強度

σ_a = 軸方向引張応力度、 σ_y = 降伏強度

上式は後で述べる2軸応力降伏条件のうち、最大ひずみエネルギー説と同じ形となっている。式(2)において軸方向引張力がない場合の圧壊強度 P_{co} は、式(1)によって求める。APIでは式(1)で示した4つの範囲のうち、降伏圧壊強度、塑性圧壊強度および過渡圧壊強度に対して式(2)を適用することとし、弾性圧壊強度に対しては明確な算定式を示していない。それは、式(2)は材料の降伏条件のみを考慮しているため、弾性圧壊強度に対して適用することは不合理となるからである。しかし、過渡圧壊強度の範囲においては既に弾性座屈による影響がかなり強くなっているにもかかわらず、この範囲に対してもAPIでは式(2)を適用しているために安全側過ぎる圧壊強度を与えてしまっている⁸⁾。

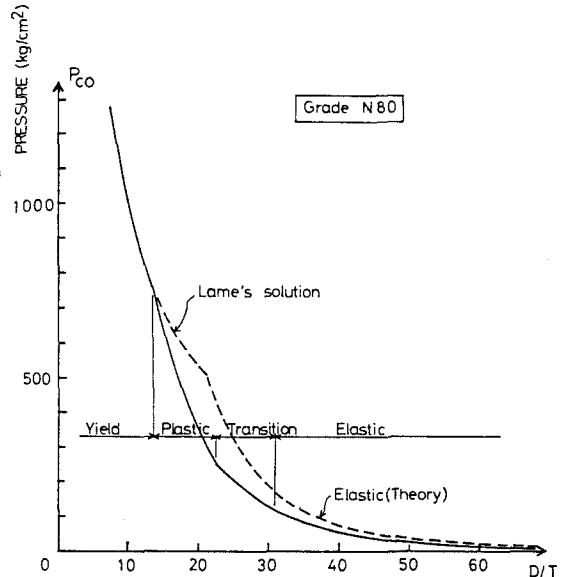


図-1 API圧壊強度の計算例

3. 圧壊強度の理論式

鋼管が外圧を受けるときの圧壊強度については、最近Haagsmaらによって以下に示すような塑性設計の考え方に基づいた算定式が示された²⁾。とりあえず軸方向引張力はないものとして図-2に示す鋼管の断面を考える。この断面の初期偏平を図に示すように上下左右対称の形状に理想化し、偏平度Wは次のような式で表されるものと仮定する。

$$W = \frac{D_{\max} - D_{\min}}{2D} \quad (3)$$

ここに、 $D_{\max}$ 、 $D_{\min}$ =初期偏平を考慮した最大と最小の直径、 D =(平均)直径

このような断面をもつ鋼管が外圧を受ける場合について、鋼管は端部の支持条件の影響を受けない程十分長いものとしその単位長さ当たりを取り出して考えると、その形状はリング状のものとなる。このリングを更に中央から延びる放射状の切断線で切った時の断面の形状は、図-3に示すように単位長ささと鋼管厚を2辺とする長方形となる。鋼管に外圧が作用した時、この長方形断面の最大曲げモーメントは最も偏平距離の大きい4つの点で生じ、これらの点は図-2に示すように $\theta=90$ 度ずつ離れた位置にある。もしこの断面が降伏して塑性ヒンジが形成されている状態にあるとすれば、それはこの断面では次の軸方向力と曲げモーメントとの相関式が満たされていることを意味する。

$$\left(\frac{N}{N_p}\right)^2 + \frac{M}{M_p} = 1 \quad (4)$$

ここに、 N =長方形断面に作用する円周方向圧縮力

M =長方形断面に作用する最大曲げモーメント

N_p =円周方向の降伏強度 ($=\sigma_y t$)

M_p =長方形断面の全塑性モーメント
($=\sigma_y t^2/4$)

t =鋼管の板厚

長方形断面が式(4)を満たして全面降伏している時の応力状態を図-3に示す。式(4)の円周方向圧縮力 N は、作用荷重である外圧と次のように置き換えることができる。

$$\left(\frac{P}{P_p}\right)^2 + \frac{M}{M_p} = 1 \quad (5)$$

ここに、 P =外圧(圧壊強度)

P_p =降伏圧壊強度

降伏圧壊強度は真円に対する塑性圧壊強度として、次式で与えられる。

$$P_p = \frac{2\sigma_y}{D/t} \quad (6)$$

最大曲げモーメント M は円周方向軸圧縮力と偏平距離との積で与えられ、次のようになる。

$$M = \frac{PD^2}{4} \frac{W}{1-P/P_e} \quad (7)$$

ここに、 P_e =弾性圧壊強度 ($=2E/[(1-\nu^2)(D/t)(D/t-1)^2]$)

式(7)において、初期偏平度 W は外圧が作用することによって弾性的に増幅されることを考慮している。式(5)に式(7)を代入し、また全塑性モーメント M_p を降伏圧壊強度 P_p で置き換えると式(5)は最終的に次のようになる。

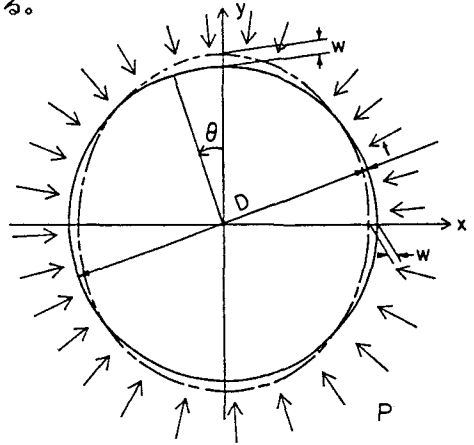


図-2 鋼管断面

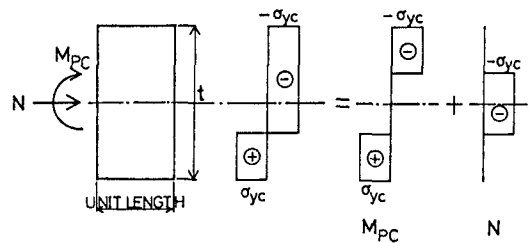


図-3 全面降伏状態

$$\left(\frac{P}{P_p}\right)^2 + \frac{P}{P_p} \frac{2WD/t}{1-P/P_e} = 1 \quad (8)$$

上式を解くことによって、圧壊強度 P と初期偏平度 W および鋼管の径厚比 D/t との関係が得られる。

式(8)を更に解き易くするために、次のような3次式に変形することができる。

$$p^3 - A p^2 - B p + A = 0 \quad (9)$$

ここに、 $p = P/P_p$ 、 $A = P_e/P_p$ 、 $B = 1 + 2AW(D/t)$

上式を解くと、無次元化された圧壊強度を求めることができる。また、 A および B は鋼管の寸法や材質から決まる定数である。この式を解くことによって全ての初期偏平度あるいは径厚比に対して圧壊強度が得られるので、APIが示したような弾性と塑性との範囲によって4つの算定式を使い分ける必要はない。式(9)は3次式であるために簡単な手計算で解くわけにいかないが、最近のコンピュータ技術の発達によりプログラムの組めるものならこの程度の計算はどんな小さな携帯用のものでも瞬時に答えを出すことができる。

これまでの解析では軸方向引張力はないものとして進めてきたが、軸方向引張力がある場合について以下に述べる⁸⁾。外圧と共に軸方向力が作用する時、鋼管の応力状態を考えると円周方向と軸方向の2軸応力状態にある。このときの圧壊強度を求めるときに用いる降伏条件は前項で考えた1軸降伏応力度 σ_y の代わりに2軸降伏条件を適用した降伏応力度を考える必要がある。

図-4に2軸応力降伏条件の代表的なものである最大ひずみエネルギー説(Hencky-Mises)と最大せん断応力説(Tresca)の2つを示す。この中最大ひずみエネルギー説が最もよく用いられているが、APIもこれを用いて軸方向引張力がある場合の圧壊強度を式(2)のように与えている。しかし、この式が安全側過ぎるというAPIの問題点は、2軸応力降伏条件式を軸方向引張力がある場合の圧壊強度の低減に用いたために生じたもので、本来は2軸応力降伏条件式は応力度のレベルで用いるべきものである。すなわち、

$$\frac{\sigma_{yc}}{\sigma_y} = \sqrt{1 - 0.75 \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_y}\right)^2} - 0.5 \frac{\sigma_a}{\sigma_y} \quad (10)$$

ここに、 σ_{yc} =軸方向引張力がある場合の円周方向降伏応力度

この円周方向降伏応力度を式(6)で示した降伏圧壊強度式の中で用い、またこのようにして得られた降伏圧壊強度を用いて式(9)を解くと、軸方向引張力がある場合の圧壊強度が得られる。すなわち、軸方向引張力がある場合は式(6)の代わりに次式を用いる。

$$P_p = \frac{2 \sigma_{yc}}{D/t} \quad (11)$$

4. 軸方向引張力がない場合の圧壊強度の比較

以上のようにして得られた圧壊強度の算定式をまず軸方向引張力がない場合について、これまでの算定式と比較してみる。図-5(a)は径厚比 D/t が変化した時の圧壊強度を式(1)に示したAPIの算定式と比較したものである。初期偏平度は後で述べる理由から $W=0.005$ および 0.01 としている。この図から分かる様に、実線で示したAPIの値と点線で示した理論値(式(9))はよく一致している。同様に径厚比を変化させた場合について、図-5(b)は文献7に示された種々の算定

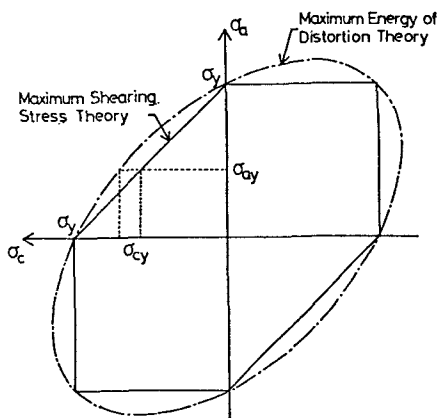


図-4 2軸応力降伏条件

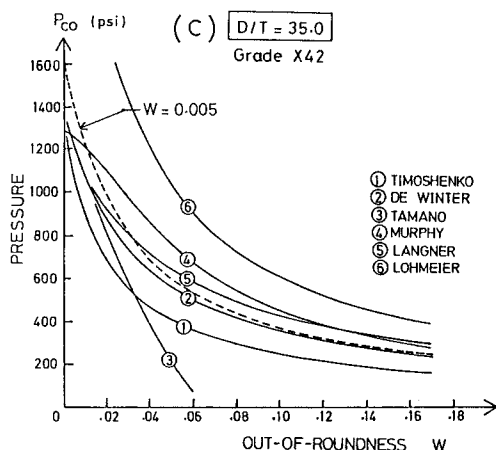
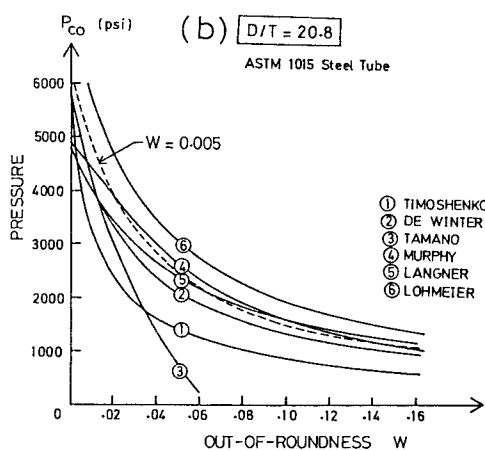
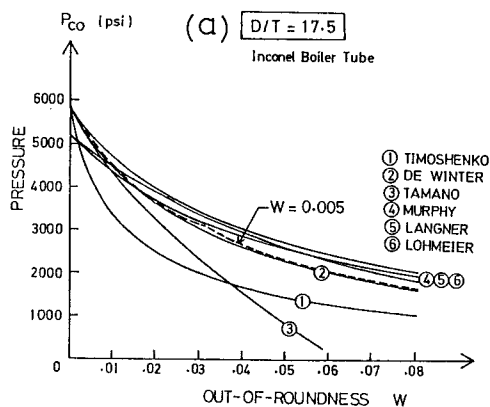
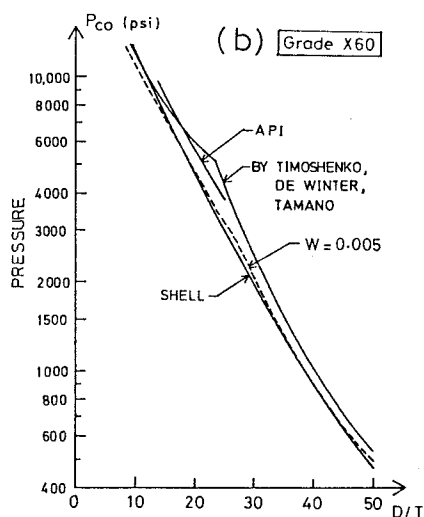
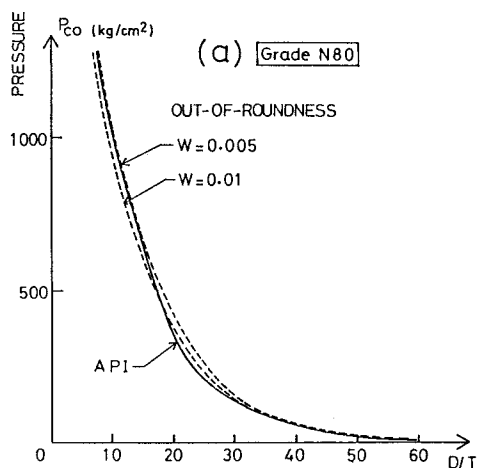


図-5 径厚比に対する圧壊強度算定式の比較

式との比較を示したものであるが、やはりかなりよく一致していると言える。

図-6には初期偏平度を変化させた時の圧壊強度について、文献7に示された種々の算定式と比較したものである。径厚比は $D/t=17.5, 20.8$ および 35.0 と塑性から弾性圧壊強度の範囲にまで変化させている。図に示した種々の曲線は幅広くバラついているが、点線で示した本論文の解析値は、ほぼ中央にあつて de Winter¹⁰⁾あるいはLangner⁷⁾の曲線に近い。実際の初期偏平度は 0.01 以下であり、この図に示したような大

図-6 初期偏平度に対する圧壊強度算定式の比較

きな値をとることはないのでこの図の比較から確定的なことは言えないが、解析値はこの様に多くの曲線の中で平均的な値をとることからそれほど極端な値を与えるものではないことが分かる。

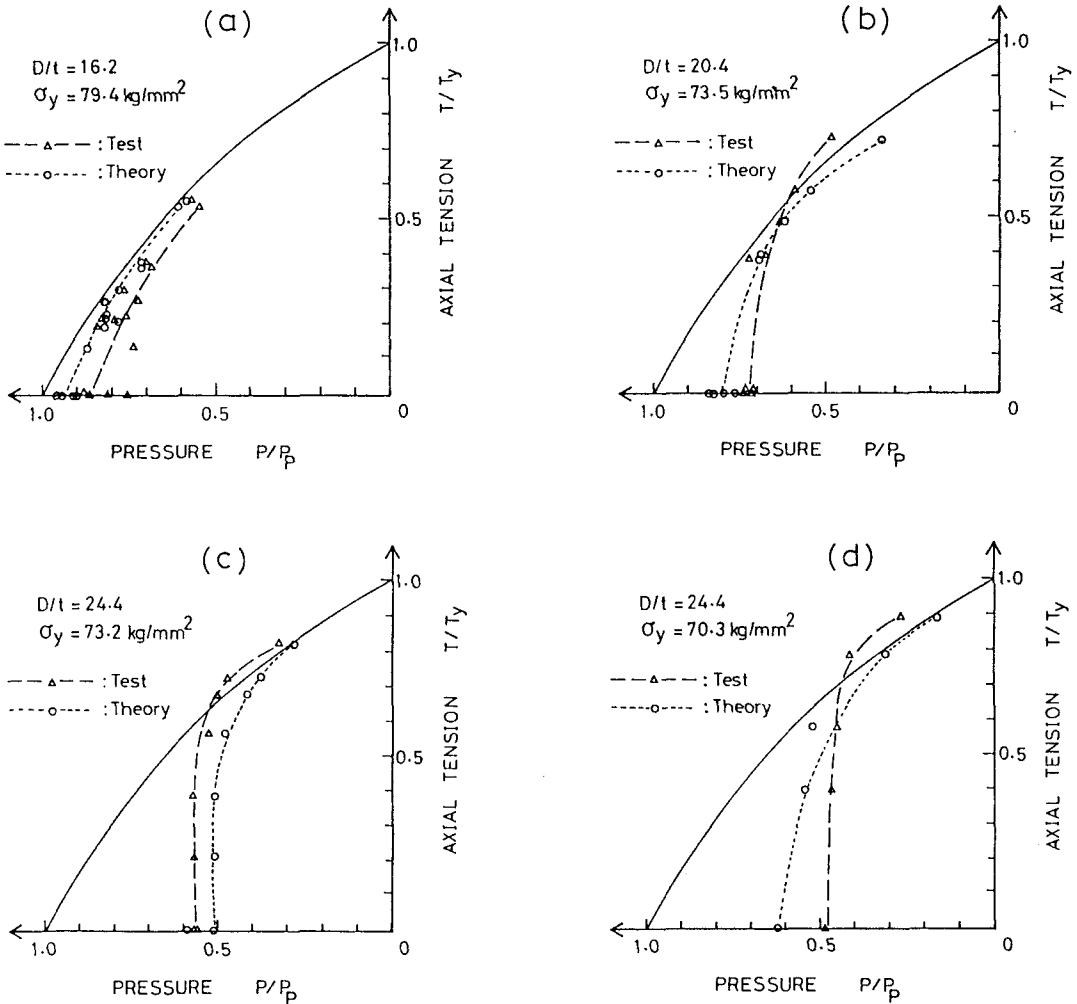


図-7 圧壊強度の理論値と実験値の比較

5. 軸方向引張力がある場合の圧壊強度の比較

軸方向引張力がある場合の圧壊強度は、式(11)の降伏圧壊強度を用いて式(9)を解くことにより得られることは先に述べたが、ここではこのようにして求めた圧壊強度と実験結果⁴⁾との比較を示すことにする。図-7に材質がC95に対する比較を示す。実験に用いられた鋼管は直径が244.5mmの継目無鋼管である。図-7(a)は $D/t = 16.2$ の塑性圧壊強度の範囲に属するが、実験値はやや理論値よりも下回っている。図-7(b)は $D/t = 20.4$ で過渡圧壊強度の範囲にあるが、軸方向引張力が小さいときは実験値が理論値を下回り、軸方向引張力が大きくなると実験値の方が理論値よりも大きくなる。次に、図-7(c)は $D/t = 24.4$ で先の2つのケースよりもより弾性圧壊の影響を強く受けている。この場合は全体的に実験値の方が理論値よりも少し大きくなっている。

図-7 (d) は図-7 (c) と同一ながら、冷間矯正加工による形状補正を行った鋼管に対する比較を示す。この図より、軸方向引張力が小さいときは実験値が理論値をかなり下回っていることが分かる。この原因としては、冷間矯正加工による残留応力の影響が大きいと推測される。なお、軸方向引張力が大きくなると圧壊強度は材料の降伏強度で決まるために残留応力の影響は小さくなるので、図-7 (c) と (d) は同じ傾向を示している。

理論値と実験値の比較については、更に他の材料や寸法あるいは溶接鋼管に対しても同様な傾向が得られることが文献8に詳しく示されているので、参照されたい。このような比較から、若干の相違はあるものの結論として理論値は軸方向引張力の影響による傾向を比較的よく表していると言うことができる。

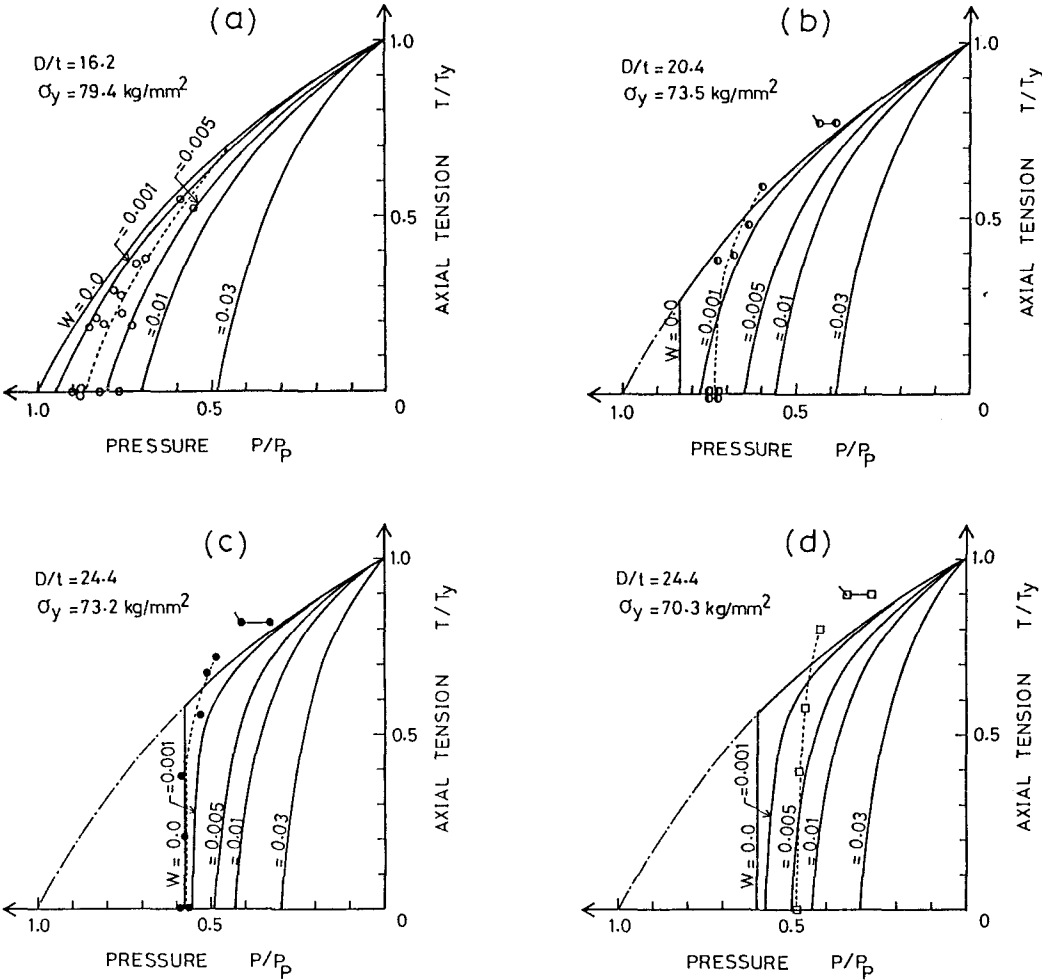


図-8 圧壊強度と初期不整

6. 圧壊強度に与える初期不整の影響

鋼管の圧壊強度を考えるときの初期不整として偏平度と残留応力があるが、これらを調べるために種々の初期偏平度と実験結果との関係を図-8に示した。図中の実線は各々の初期偏平度 W に対して式(9)により求めたものである。また、図中の各種のマークは実験値をプロットしたものである。図-8 (d) は冷間矯正加工を行った鋼管に対する実験結果であるので実験値は $W=0.005$ の理論値に近いが、その外の図

は圧延鋼管のままの鋼管に対する比較であり、全体的にみて $W=0.001\sim 0.005$ の理論値に近いと言うことができる。このことから、式(9)を用いて設計圧壊強度を求めるとき、少々安全率を考慮して通常の圧延鋼管に対しては $W=0.005$ を用い、また冷間加工を加えた鋼管には残留応力の影響を等価な初期偏平度に換算して $W=0.01$ を用いるのが妥当であると思われる。他の材料や寸法の鋼管に対しても同じ結論が得られることが、同様な比較によって示されている⁸⁾。

7. 圧壊強度設計式の提案

APIの圧壊強度設計式は先に述べたように軸方向引張力がない場合の算定式をまず示し、次に軸方向引張力がある場合はこれを低減するための算定式を示している。これは、外圧に対する研究は古くから多く存在し、また実験データも揃っていることからかなり信頼できる設計式を導くことができたが、これに軸方向引張力が加わると実験も難しくなり、なかなか合理的な設計式を得られなかったことによる。ところが、最近軸方向引張力も同時に作用する場合の実験データ得られたことから⁴⁾、先に示したような理論式の検証が可能となってきた訳である。

式(9)に示されたより合理的な理論式を基にして、今後圧壊強度設計式を導く上でその考え方に2つある。1つは軸方向引張力がない場合は従来のAPIの圧壊強度算定式をそのまま使い、軸方向引張力がある場合は式(9)により求めた低減係数を乗じる方法である。すなわち、その設計式は次のように表される。

$$P_{ca} = \alpha P_{co} \quad (12)$$

ここに、 α = 軸方向引張力の影響による圧壊強度の低減係数

上式は従来のAPIの設計手法に基本的に同じであり、違うのはAPIでは低減係数をHencky-Misesの2軸応力降伏条件(最大ひずみエネルギー説)を用いているのに対し式(2)参照、ここでは式(9)を用いて低減係数を求める。図-9に低減係数の求め方を示しているが、低減係数は軸方向引張力がある場合とない場合の圧壊強度の理論値の比として次のように表される。

$$\alpha = \frac{P_{cr,t}}{P_{cr}} \quad (13)$$

ここに、 $P_{cr,t}$ = 軸方向引張力がある場合の圧壊強度の理論値

P_{cr} = 軸方向引張力がない場合の圧壊強度の理論値

低減係数 α は常に1.0より小さい値となる。この時、初期偏平度は通常の圧延鋼管だと $W=0.005$ そして冷間矯正加工を施した場合は $W=0.01$ を用いるのが適当であることは前に述べた。径厚比 D/t が小さい場合、式(12)はHencky-Misesの2軸応力降伏条件式に近くなり、結果的に式(2)とほぼ同じ値を与える。式(9)を解いて低減係数を求めるためのプログラムが文献9に示されているが、解説文を含めてわずか50行足らずの簡単なものであり、ポケコンで十分取り扱うことができる。

もう1つの設計の考え方は、従来のAPIの設計法から離れて全て式(9)の理論式に基づく方法である。これまで示してきたように、式(9)によって求めた圧壊強度($P_{cr,t}$ あるいは P_{cr})は軸方向引張力があるなしにかかわらずかなり信頼できる圧壊強度を与えることが判明しているので、全てのケースについて式(9)によって得られた圧壊強度を用いて設計することができる。この場合は設計式としては簡

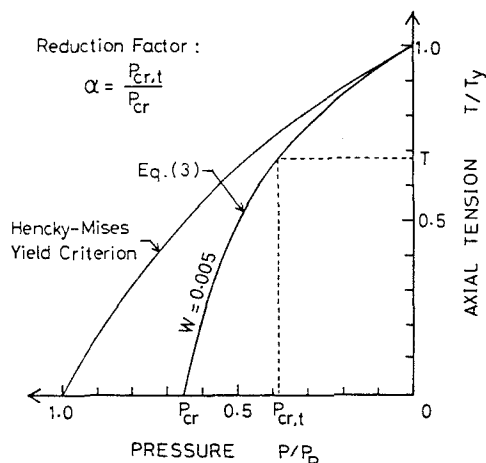
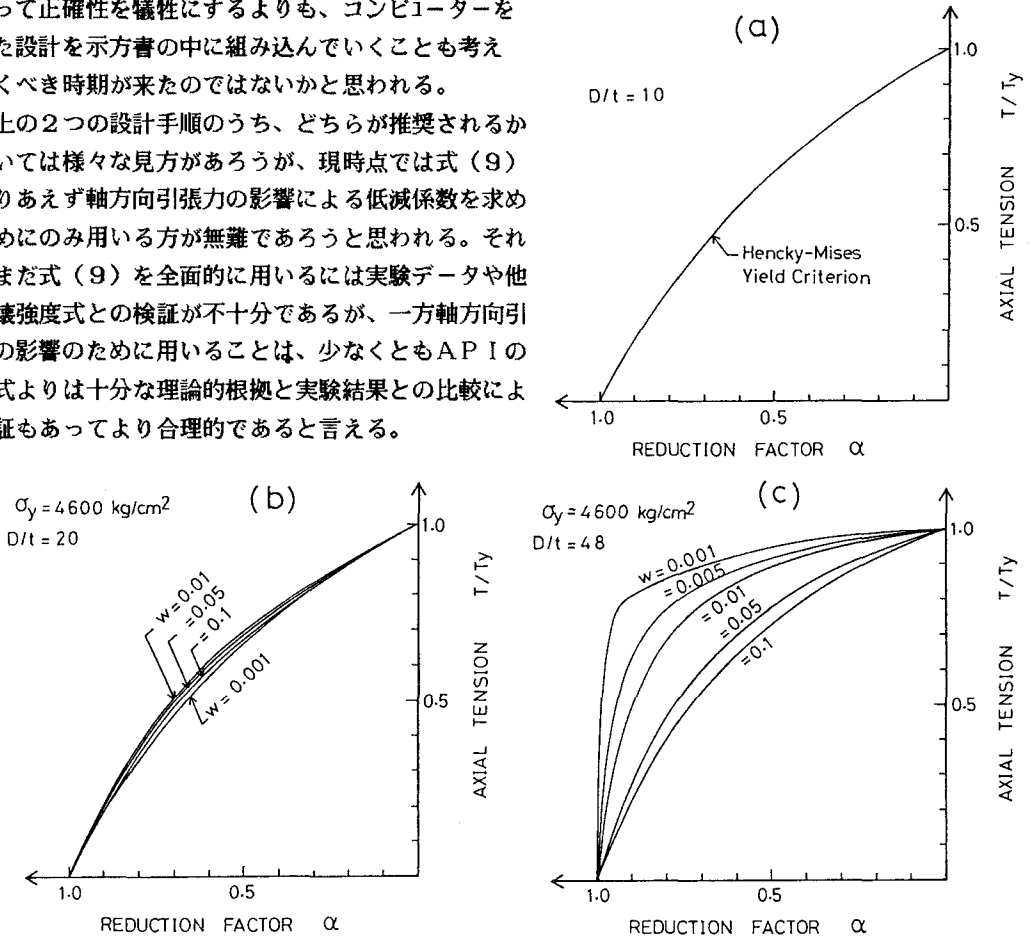


図-9 低減係数 α の求め方

略化した形で表現することができるが、その代わりに設計式（式（９））を解くためには計算用プログラムが必要になる。これまでは、設計式というなるべく簡略化された使い易いものでなければならぬと考えられてきたが、最近のように技術者は誰でもコンピューターを手軽に扱う時代になってくると、簡略化によって正確性を犠牲にするよりも、コンピューターを用いた設計を示方書の中に組み込んでいくことも考えていくべき時期が来たのではないかとと思われる。

以上の２つの設計手順のうち、どちらが推奨されるかについては様々な見方があるだろうが、現時点では式（９）はとりあえず軸方向引張力の影響による低減係数を求めるためにのみ用いる方が無難であろうと思われる。それは、まだ式（９）を全面的に用いるには実験データや他の圧壊強度式との検証が不十分であるが、一方軸方向引張力の影響のために用いることは、少なくともAPIの算定式よりは十分な理論的根拠と実験結果との比較による検証もあってより合理的であると言える。



図－１０ 低減係数の計算例

8. 軸方向引張力による圧壊強度の低減係数

式（１３）で与えられる軸方向引張力による低減係数の傾向を調べるために種々のケースについて計算した例を図－１０に示す。ここではある一定の径厚比と降伏応力度に対して初期偏平度を変化させて低減係数の値を求めている。図－１０（a）では $D/t = 10$ と小さいために圧壊強度は降伏圧壊強度によって決定され、低減係数はHencky-Misesの２軸応力降伏条件式とほぼ等しくなっている。このケースでは、初期偏平度や降伏強度が変化しても低減係数へはほとんど影響を与えない。

図－１０（b）では $D/t = 20$ となっているので、先のケースよりは若干初期偏平度の影響が現れてくる。しかし、その程度は非常に小さい。 $D/t = 48$ になると弾性圧壊強度が支配的となるので、初期偏平度の影響が大きくなっていることが図－１０（c）を見ると分かる。しかも、初期偏平度が小さいと軸方向引張力の影響は始めあまり表れないが、軸方向引張力が $T/T_y = 0.8$ 付近になると急激に低減係数が小さくなる。これは弾性圧壊強度が支配的な範囲では、軸方向引張力による円周方向の降伏強度の低下は弾性圧壊強度

とあまり関係がないことによる。同様な低減係数の計算例が降伏強度の影響を見るためや溶接鋼管に対しても行われているが、詳細は他の文献に譲ることとする⁹⁾。

9. まとめ

鋼管が外圧と同時に軸方向引張力を受ける場合の圧壊強度について、理論式を導き実験値との比較を行った。その結果、結論として次のようなことが得られた。

(1) 理論式(式(9))は実験値の傾向をよく表している。

(2) 軸方向引張力がある場合の設計圧壊強度は、軸方向引張力がない場合のAPIの圧壊強度 P_{co} に低減係数 α を乗じて求めることができる。

$$P_{ca} = \alpha P_{co}$$

(3) 低減係数 α は理論式(式(9))を解いて得ることができる。

(4) 理論式(式(9))は軸方向引張力がない場合にも用いることができるが、現時点では時期早尚である。

参 考 文 献

- 1) American Petroleum Institute : API Bulletin on Formulas and Calculations for Casing, Tubing, Drill Pipe, and Line Pipe Properties, API Bulletin 5C3, March 1980.
- 2) Haagsma, S. C., and Schaap, D. : Collapse Resistance of Submarine Lines Studied, Oil & Gas Journal, February 2, 1981.
- 3) 当麻庄司 : 鋼管の圧壊強度に及ぼす軸方向引張力の影響について、第7回海洋工学シンポジウム、造船学会、1984, 6.
- 4) Kyougoku, T., Tokimasa, K., Nakanishi, H., and Okazawa, T. : Experimental Study of the Effect of Axial Tension Load on the Collapse Strength of Oil Well Casing, OTC4108, Offshore Technology Conference, Houston May, 1981.
- 5) Miller, C. D., Kinra, R. V., and Marlow, R. S. : Tension and Collapse Test of Fabricated Steel Cylinders, OTC 4218, Offshore Technology Conference, Houston, May 1982.
- 6) 藤田 譲、野本敏治、榎沢 誠 : 組合せ荷重を受けるパイプの最終強度、日本造船学会論文集、(その1) 第154号(1983)、(その2) 第156号(1984)、(その3) 第158号(1985)。
- 7) Murphy, C. E., and Langner, C. G. : Ultimate Pipe Strength under Bending, Collapse, and Fatigue, The 4th International Symposium & Exhibit on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE '85), Vol. I, Houston, 1985.
- 8) Toma, S., and Takahashi, Y. : Effect of Axial Tension on the Collapse Strength of Steel Tubes, The 5th International Symposium & Exhibit on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE '86), Vol. II, Tokyo, April 1986.
- 9) Toma, S., Honda, Yuya., and Takahashi, Y. : Design Formulas for Collapse Pressure of Steel Tubes under Axial Tension Stress, The 6th International Symposium & Exhibit on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE '87), Vol. of Offshore and Arctic Pipelines, Houston, March 1987.
- 10) de Winter, P. E. : Deformation Capacity of Steel Tubes in Deep Water, Offshore Technology Conference (OTC), Paper no. OTC4035, Houston, May 1981.

(1987年10月16日受付)