

はさみ込み法による 多室断面鋼製箱桁の断面変形挙動解析

Distortional Analysis of Multi-Cellular Steel Box Girder
by Transfer Matrix Method of Attacking from Both Sides of Substructures

神部 俊一* 田中 善昭** 甲斐 龍二***

By Shun-ichi KAMBE*, Yoshiaki TANAKA** and Ryuji KAI***

This paper deals with the distortional analysis of multi-cellular steel box girder bridge by the use of transfer matrix method formulated from the generalized coordinate method, proposed by V.Z.Vlasov.

Analysing the structure by the successive multiplication of the transfer matrices, the components of which involve hyperbolic functions, causes serious numerical errors to the final results. To improve the undesirable condition in numerical analysis, the authors present a new method to analyze the structure by subdividing it and following the same solution procedure as the transfer matrix method from both ends of the substructures.

Then, several numerical illustrations are demonstrated for the distortional behaviour of a three-celled steel box girder with overhang under free cantilever erection, in which the structure is strengthened by the rigid diaphragms placed at its supporting points and is stiffened with the flexible ones of rigid frame type spaced at interior points along the span.

1. 緒 言

多室断面を有する薄肉箱桁の有力な解法の一つである一般化座標法を還元法により定式化すると、多様な構造形式の箱桁の解析が可能であるという利点を有するが、格間行列に含まれる双曲線関数項に起因する桁落ちなどの数値計算上の難点に対処する方法が問題になる。本稿では、桁軸線の数箇所に分割点を設けて、分割された区分の両端から内側に向けて還元法による演算を進める、いわゆる、“はさみ込み法”による新しい解法を展開する。この解法は、桁軸方向に互いに逆向きの座標系を分割された部分構造の両端に設けて、部分構造の両側から格間行列と格点行列との乗算を繰り返して進めていき、その中央付近の適当な位置において両側から求めた状態量ベクトルが一致するという条件式をそれぞれの部分構造について接続行列を利用して求め、これらの条件式に基づいて桁の分割点における状態量ベクトルを定める方法である。元の

* 工博 鳥取大学教授 工学部海洋土木工学科 (〒680 鳥取市湖山町南4丁目101番地)

** 川鉄建材工業(株) (〒651 神戸市中央区小野柄通7丁目1番1号)

*** 川重工事(株) (〒650 神戸市中央区中山手通4丁目3番5号)

還元法では、使用する電子計算機の双曲線関数を計算処理する能力を含めた諸機能とそれらを活用する計算技法とも依存するが、解析可能な箱桁の長さにおのずと上限が存在する。しかし、著者等の提案する新しい解法によれば、桁軸方向の分割数に応じて未知量の総数は増加するという犠牲は払うものの、上述の解析可能な箱桁の長さに対する上限を2倍以上に拡大することが可能である。

本研究では、バランスング工法によって架設する途中に現われる構造形式である張出し部を有し中間支承と固定支承とで支持された鋼製箱桁を、解析用の構造モデルとして取り上げる。この支持状態にある箱桁に応力法¹⁾を適用して解析する場合、中間支承に作用する一般化された支承反力を不静定量に選ぶ必要がある。静定基本系の支間長が長くなる。そのために、解析解に現われる双曲線関数の変数の値が大きくなって数値計算を行う際に支障を来すが、著者等の解析手法を用いればこの難点を回避することができる。

そこで、主径間が 60 m で張出し部が 30 m の三室断面を有する鋼製箱桁にこの解析手法を適用して数値計算を行ない、ラーメン型の中間隔壁の剛性が箱桁の断面変形挙動に及ぼす影響を明らかにすることで、この解析手法の妥当性を検証する。

2. 座標系と記号

桁軸方向に z -座標、横断面の輪郭線方向に s -座標、さらに、両者に直交する方向に n -座標を設定して基本となる座標系を構成する。ただし、図-1 に示すように、桁の分割区分 (j) (分割点番号 $j, j+1$ の区間) の左端には右向きに z_{jR} -座標が、同じく右端には左向きに z_{jL} -座標が設定されているが、 s -座標と n -座標は、両端において同じ向きに設定されているものとする。このように、桁の分割区分の左端と右端とに設定された座標系を、それぞれ、左側座標系および右側座標系と名付ける。なお、左側座標系と右側座標系に関する各種の物理量を区別するために、これら諸量に添字として、それぞれ、必要に応じて格点記号か分割点番号に記号 R と記号 L を付ける。次に、本論文で用いる主要な記号の意味を以下に要約して示す。

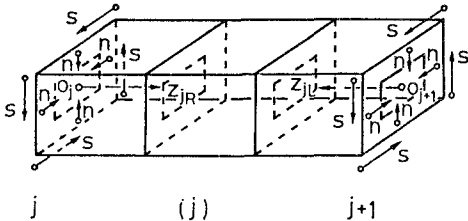


図-1 両側座標系と分割点番号

- $\Phi(s), \Psi(s)$: 横断面の桁軸方向の面外変位モードと輪郭線方向の面内変位モードを意味する一般化座標 $\phi_j(s) (j=1, 2, \dots, m)$ と $\psi_k(s) (k=1, 2, \dots, n)$ とを成分とする、それぞれ、 m 次と n 次の列ベクトル。
- $\mathbf{X}(s)$: $\psi_k(s) (k=1, 2, \dots, n)$ に関連して一義的に定まる n -方向の面内変位モードを意味する一般化座標 $x_k(s) (k=1, 2, \dots, n)$ が成分である n 次の列ベクトル。
- $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{R}$: $\Phi(s), \Psi(s)$ から定められる一般化された剛性係数を成分とする、それぞれ、 (m, m) 型, (m, m) 型, (m, n) 型, (n, n) 型の行列。
- $\mathbf{U}(s), \mathbf{V}(s)$: 横断面の桁軸方向の面外変位 $u(z, s)$ と輪郭線方向の面内変位 $v(z, s)$ に関連する一般化変位 $U_j(z) (j=1, 2, \dots, m)$ と $V_k(z) (k=1, 2, \dots, n)$ とを成分とする、それぞれ、 m 次と n 次の列ベクトル。
- $\mathbf{M}(z), \mathbf{Q}(z)$: 垂直応力度 σ_z , せん断応力度 τ_{sz} と列ベクトル $\Phi(s), \Psi(s)$ とを用いて定義される面外方向と面内方向の一般化された断面力 $M_j(z) (j=1, 2, \dots, m)$ と $Q_k(z) (k=1, 2, \dots, n)$ とを成分とする、それぞれ、 m 次と n 次の列ベクトル。
- $\mathbf{Q}^*(z), \mathbf{P}^*(a)$: 箱桁表面に作用する分布荷重および線荷重と列ベクトル $\Psi(s), \mathbf{X}(s)$ とを用いて定義される一般化された分布荷重と横断面の位置 $z = a$ に作用する線荷重。

- $\mathbf{S}_r$: 支承 r に作用する一般化された支承反力 $\mathbf{S}_{rk}$ ($k=1,2,\dots,n$) を成分とする n 次の列ベクトルで、跳躍量ベクトルと名付ける。
- $\mathbf{Y}_j$: 格点 j における一般化変位ベクトル $\mathbf{V}_j, \mathbf{U}_j$ と一般化断面力ベクトル $\mathbf{M}_j, \mathbf{Q}_j$ とに $\mathbf{1}$ を付け加えて、これら列ベクトルをこの順に成分として構成される $(2m + 2n + 1)$ 次の状態量列ベクトル。
- $\mathbf{y}_j$: 桁の分割点 j あるいは境界 j における未知量である自由量ベクトルに $\mathbf{1}$ を付け加えて構成される列ベクトルで、初期量ベクトルと名付ける。
- $\mathbf{P}_k, \mathbf{F}_j$: 隔壁の取り付け位置である格点 k に関する格点行列と、格間 j (格点 j と格点 $j + 1$ との間の区間) に関する格間行列。
- $\mathbf{B}_j$: 桁の分割点 j あるいは境界 j における初期量ベクトル $\mathbf{y}_j$ に作用して、その点の制約条件を状態量ベクトルの適切な位置に取り込み、自由量ベクトルを未知量とする初期状態量ベクトルを生成する役割をする行列で、境界行列と名付ける。
- $\mathbf{N}_{jk}$: 桁の分割点 j からそれが属する分割区分の中央付近の着目点 k まで、順次に、境界行列、格間行列、格点行列と乗算を繰り返して進めて行くことによって生成される行列で、伝達行列と名付ける。
- $\mathbf{C}_0$: 両側座標系に関する格点 (分割点) j における二通りの状態量ベクトル $\mathbf{Y}_{jR}, \mathbf{Y}_{jL}$ を格点 j において関係付ける役割をする行列で、接続行列と名付ける。
- $\mathbf{J}_c, \mathbf{J}_s$: 中間支承 j において、座標系の向きと跳躍量ベクトル $\mathbf{S}_r$ とを考慮に入れて、中間支承の直ぐ両側の断面における二つの状態量ベクトルを関係付けるために導入される行列で、それぞれ、接触行列および跳躍行列と名付ける。

3. 基本物理量と基礎方程式 ¹⁾

基本物理量 ($\dots$) の座標 s と z に関する偏導関数を、それぞれ、記号 $(\dots)^*$, $(\dots)'$ で表わす。積分領域を示す記号 F_0, F_R は、それぞれ、鋼板要素に取り付けられた縦方向の補剛材断面積の影響を無視した場合の鋼板要素の断面積とこの影響を考慮に入れた鋼板要素の換算断面積とから算定される箱桁の横断面の全面積を表わし、同じく記号 Γ は、箱桁の横断面の肉厚中心線の全長を意味する。次に、鋼板要素のヤング係数とせん断弾性係数とを、それぞれ、 E, G とし、箱桁の横断面に作用する桁軸方向の垂直応力度と輪郭線方向のせん断応力度を、それぞれ、 $\sigma_z(z,s), \tau_{zs}(z,s)$ とする。さらに、箱桁表面の単位面積当りに作用する分布荷重の s - 方向及び n - 方向の成分を、それぞれ、 $q_s(z,s), q_n(z,s)$ とし、箱桁の横断面の位置 $z = a$ において、横断面の肉厚中心線の単位長さ当りに作用する線荷重の s - 方向および n - 方向の成分を、それぞれ、 $p_s(a,s), p_n(a,s)$ とする。そこで、これらの記号を用いて構造解析の基礎となる基本物理量の表示式と定義式並びに基礎方程式を要約して示すと、以下のようになる。

(1) 変位成分と応力度成分の表示式

$$\text{変位成分: } u(z,s) = \Phi(s)^T \mathbf{U}(z), \quad v(z,s) = \Psi(s)^T \mathbf{V}(z) \quad \dots\dots\dots (1)_{1\sim 2}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{応力度成分: } \sigma_z(z,s) &= E \Phi(s)^T \mathbf{U}'(z) \\ \tau_{zs}(z,s) &= G [\Phi^*(s)^T \mathbf{U}(z) + \Psi(s)^T \mathbf{V}'(z)] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2)_{1\sim 2}$$

(2) 一般化された基本物理量の定義式

一般化された
剛性係数行列 :

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A} &= \int_{F_R} \Phi(s) \Phi(s)^T dF_R, & \mathbf{B} &= \int_{F_0} \Phi^*(s) \Phi^*(s)^T dF_0 \\ \mathbf{C} &= \int_{F_0} \Phi^*(s) \Psi(s)^T dF_0, & \mathbf{R} &= \int_{F_0} \Psi(s) \Psi(s)^T dF_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (3)_{1\sim 4}$$

一般化断面力 :

$$\mathbf{M}(z) = \int_{F_R} \sigma_z(z, s) \Phi(s) dF_R, \quad \mathbf{Q}(z) = \int_{F_0} \tau_{zs}(z, s) \Psi(s) dF_0 \dots\dots (4)_{1\sim 2}$$

一般化分布荷重
と一般化線荷重 :

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Q}^*(z) &= \int_{\Gamma} [q_s(z, s) \Psi(s) + q_n(z, s) \mathbf{X}(s)] ds \\ \mathbf{P}^*(a) &= \int_{\Gamma} [p_s(a, s) \Psi(s) + p_n(a, s) \mathbf{X}(s)] ds \end{aligned} \right\} \dots\dots (5)_{1\sim 2}$$

(3) 基礎方程式の表示式

構成方程式 : $\mathbf{M}(z) = \mathbf{E} \mathbf{A} \mathbf{U}'(z), \quad \mathbf{Q}(z) = \mathbf{G} [\mathbf{C}^T \mathbf{U}(z) + \mathbf{R} \mathbf{V}'(z)] \dots\dots (6)_{1\sim 2}$

平衡方程式 :

$$\left. \begin{aligned} -\mathbf{M}'(z) + \mathbf{C} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Q}(z) + \mathbf{G} \mathbf{H} \mathbf{U}(z) &= \mathbf{O}_{m1} \\ \mathbf{Q}'(z) + \mathbf{Q}^*(z) + \mathbf{P}^* \delta(z - a) &= \mathbf{O}_{n1} \end{aligned} \right\} \dots\dots (7)_{1\sim 2}$$

ここに、 $\mathbf{H} = \mathbf{B} - \mathbf{C} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C}^T$ であり、 $\mathbf{O}_{m1}$ 、 $\mathbf{O}_{n1}$ は、それぞれ、 m 次と n 次の列零ベクトルを、 $\delta(z - a)$ は Dirac のデルタ関数を意味する。

4. 両側座標系に関する基礎関係式 ²⁾

分割区分内の任意の点 j における断面の一般化座標ベクトルに対しては、両側座標系に関して次の関係式 $\Phi_{jL} = \Phi_{jR}$, $\Psi_{jL} = \Psi_{jR}$ を設定できるので、同じく変位成分の間に成立する次の関係式 $u_{jL} = -u_{jR}$, $v_{jL} = v_{jR}$ に注意すれば、変位成分の表示式 (1)_{1~2} より次の関係式を得る。

$$\mathbf{U}_{jL} = -\mathbf{U}_{jR}, \quad \mathbf{V}_{jL} = \mathbf{V}_{jR} \dots\dots (8)_{1\sim 2}$$

次に、両側座標系に対して s -座標は同じ向きに設定されていることに注意して、一般化座標ベクトルに関する上記の関係式を一般化された剛性係数行列の定義式 (3)_{1~4} に用いれば、次の関係式が成立する。

$$\mathbf{A}_{jL} = \mathbf{A}_{jR}, \quad \mathbf{B}_{jL} = \mathbf{B}_{jR}, \quad \mathbf{C}_{jL} = \mathbf{C}_{jR}, \quad \mathbf{R}_{jL} = \mathbf{R}_{jR} \dots\dots (9)_{1\sim 4}$$

従って、上記の関係式 (9)_{1~4} と $dz_{jL} = -dz_{jR}$ の関係式とを構成方程式 (6)_{1~2} に用いると、一般化された断面力ベクトル $\mathbf{M}$, $\mathbf{Q}$ の両側座標系に関する関係式が次のように得られる。

$$\mathbf{M}_{jL} = \mathbf{M}_{jR}, \quad \mathbf{Q}_{jL} = -\mathbf{Q}_{jR} \quad \dots\dots (10)_{1\sim 2}$$

さらに、両側座標系に対して荷重強度は同じ符号であり s - 座標は同じ向きであることに注意して、一般化された荷重の定義式 (5)_{1~2} に、 $\Psi_{jL} = \Psi_{jR}$, $\mathbf{X}_{jL} = \mathbf{X}_{jR}$ の関係式を用いると、次の関係式が得られる。

$$\mathbf{Q}^*_{jL} = \mathbf{Q}^*_{jR}, \quad \mathbf{P}^*_{jL} = \mathbf{P}^*_{jR} \quad \dots\dots (11)_{1\sim 2}$$

両側座標系に関する以上の諸関係式に注意すると、構成方程式 (6)_{1~2} と平衡方程式 (7)_{1~2} の両側座標系に関する表示式が一致することが分るので、両側座標系に関して、格間行列と格点行列の表示式³⁾ も一致することになる。

5. 解析方法

図-2に示すように、張り出し部を有し一端が固定支持された箱桁を構造解析の対象として取り上げるが、境界行列の表示式を変更すれば、他の支持状態にある箱桁に対しても、以下に示す解析手法を適用できるのは勿論である。

分割区分内の任意点 j における $(2m + 2n + 1)$ 次の状態量列ベクトル $\mathbf{Y}_j$ は次式

$$\mathbf{Y}_j = (\mathbf{V}_j^T \mid \mathbf{U}_j^T \mid \mathbf{M}_j^T \mid \mathbf{Q}_j^T \mid 1)^T \quad \dots\dots (12)$$

で定義されるから、分割区分内の任意点 j の両側座標系に関する状態量ベクトル $\mathbf{Y}_{jL}$ と $\mathbf{Y}_{jR}$ との間の関係式は、 $(2m + 2n + 1)$ 次の正方行列である接続行列 $\mathbf{C}_0$ を導入して式 (8)_{1~2}, (10)_{1~2} を行列表示することにより、次式で与えられる。

$$\mathbf{Y}_{jL} = \mathbf{C}_0 \mathbf{Y}_{jR} \quad \dots\dots (13)$$

ここに、

$$\mathbf{C}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_n & \mathbf{O}_{nm} & \mathbf{O}_{nm} & \mathbf{O}_{nn} & \mathbf{O}_{n1} \\ \mathbf{O}_{mn} & -\mathbf{E}_m & \mathbf{O}_{mm} & \mathbf{O}_{mn} & \mathbf{O}_{m1} \\ \mathbf{O}_{mn} & \mathbf{O}_{mm} & \mathbf{E}_m & \mathbf{O}_{mn} & \mathbf{O}_{m1} \\ \mathbf{O}_{nn} & \mathbf{O}_{nm} & \mathbf{O}_{nm} & -\mathbf{E}_n & \mathbf{O}_{n1} \\ \mathbf{O}_{1n} & \mathbf{O}_{1m} & \mathbf{O}_{1m} & \mathbf{O}_{1n} & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots (14)$$

次に、還元法の演算方式によれば、格点 m の両側座標系に関する状態量ベクトル $\mathbf{Y}_{mR}$, $\mathbf{Y}_{mL}$ は、分割点 1, 2 の初期量ベクトル $\mathbf{Y}_{1R}$, $\mathbf{Y}_{2L}$ を用いて次のように表わされる。

$$\mathbf{Y}_{mR} = \mathbf{P}_m \mathbf{F}_m \cdots \mathbf{P}_1 \mathbf{F}_1 \mathbf{B}_{1R} \mathbf{Y}_{1R} \equiv \mathbf{N}_{1m} \mathbf{Y}_{1R}, \quad \mathbf{Y}_{mL} = \mathbf{N}_{2m} \mathbf{Y}_{2L} \quad \dots\dots (15)_{1\sim 2}$$

ここに、固定端 1 および分割点 2 における初期量ベクトル $\mathbf{Y}_{1R}$, $\mathbf{Y}_{2L}$ と、これらのベクトルに作用して対応する初期状態量ベクトル $\mathbf{Y}_{1R}$, $\mathbf{Y}_{2L}$ を生成する役割をする境界行列 $\mathbf{B}_{1R}$, $\mathbf{B}_{2L}$ とは、次式で与えられる。

$$\mathbf{Y}_{1R} = (\mathbf{M}_{1R}^T \mid \mathbf{Q}_{1R}^T \mid 1)^T, \quad \mathbf{Y}_{2L} = \mathbf{Y}_{2L} \quad \dots\dots (16)_{1\sim 2}$$

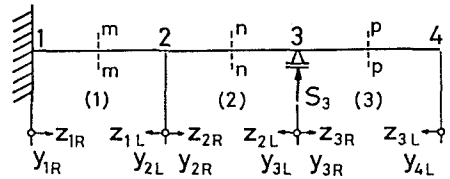


図-2 構造モデルと初期量ベクトル

$$\mathbf{B}_{1R} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{nm} & \mathbf{O}_{nn} & \mathbf{O}_{n1} \\ \mathbf{O}_{mn} & \mathbf{O}_{mm} & \mathbf{O}_{m1} \\ \mathbf{E}_m & \mathbf{O}_{mn} & \mathbf{O}_{m1} \\ \mathbf{O}_{nm} & \mathbf{E}_n & \mathbf{O}_{n1} \\ \mathbf{O}_{1m} & \mathbf{O}_{1n} & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_{2L} = \mathbf{E}_{2m+2n+1} \quad \dots\dots\dots (17)_{1\sim 2}$$

但し、固定端 1 の断面に取り付けられている隔壁は剛であると仮定しているので、ベクトル $\mathbf{y}_{1R}$ と行列 $\mathbf{B}_{1R}$ の構成に当って $\mathbf{U}_{1R} = \mathbf{O}_{m1}$, $\mathbf{V}_{1R} = \mathbf{O}_{n1}$ の条件式が取り入れられている。図-2 を参照することにより、他の格点 n , p の両側座標系に関する状態量ベクトルに対しても、同様に、次の関係式を得る。

$$\mathbf{Y}_{nR} = \mathbf{N}_{2n} \mathbf{Y}_{2R}, \quad \mathbf{Y}_{nL} = \mathbf{N}_{3n} \mathbf{Y}_{3L}, \quad \mathbf{Y}_{pR} = \mathbf{N}_{3p} \mathbf{Y}_{3R}, \quad \mathbf{Y}_{pL} = \mathbf{N}_{4p} \mathbf{Y}_{4L} \quad \dots\dots\dots (18)_{1\sim 4}$$

また、中間支承 3 の上の断面に取り付けられた隔壁も剛であると仮定しているので $\mathbf{V}_{3R} = \mathbf{V}_{3L} = \mathbf{O}_{n1}$ の条件式と、自由端 4 における条件式 $\mathbf{M}_{4L} = \mathbf{O}_{m1}$, $\mathbf{Q}_{4L} = \mathbf{O}_{n1}$ とに注意すると、格点 2, 3 と自由端 4 とにおける両側座標系に関する初期状態量ベクトル $\mathbf{y}_{2R}$, $\mathbf{y}_{3L}$, $\mathbf{y}_{3R}$, および、 $\mathbf{y}_{4L}$ の表示式は、それぞれ、

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{y}_{2R} &= \mathbf{Y}_{2R}, & \mathbf{y}_{3L} &= (\mathbf{U}_{3L}^T \parallel \mathbf{M}_{3L}^T \parallel \mathbf{Q}_{3L}^T \parallel 1)^T, \\ \mathbf{y}_{3R} &= (\mathbf{U}_{3R}^T \parallel \mathbf{M}_{3R}^T \parallel \mathbf{Q}_{3R}^T \parallel 1)^T, \\ \mathbf{y}_{4L} &= (\mathbf{V}_{4L}^T \parallel \mathbf{U}_{4L}^T \parallel 1)^T \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (19)_{1\sim 4}$$

となり、中間支承 3 の両側の隣接点と自由端 4 とにおける境界行列は、それぞれ、次式で与えられる。

$$\mathbf{B}_{3R} = \mathbf{B}_{3L} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{nm} & \mathbf{O}_{nm} & \mathbf{O}_{nn} & \mathbf{O}_{n1} \\ \mathbf{E}_m & \mathbf{O}_{mm} & \mathbf{O}_{mn} & \mathbf{O}_{m1} \\ \mathbf{O}_{mm} & \mathbf{E}_m & \mathbf{O}_{mn} & \mathbf{O}_{m1} \\ \mathbf{O}_{nm} & \mathbf{O}_{nm} & \mathbf{E}_n & \mathbf{O}_{n1} \\ \mathbf{O}_{1m} & \mathbf{O}_{1m} & \mathbf{O}_{1n} & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{4L} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_n & \mathbf{O}_{nm} & \mathbf{O}_{n1} \\ \mathbf{O}_{mn} & \mathbf{E}_{mm} & \mathbf{O}_{m1} \\ \mathbf{O}_{mn} & \mathbf{O}_{mm} & \mathbf{O}_{m1} \\ \mathbf{O}_{nn} & \mathbf{O}_{nm} & \mathbf{O}_{n1} \\ \mathbf{O}_{1n} & \mathbf{O}_{1m} & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (20)_{1\sim 2}$$

次に、一般化された変位ベクトルと断面力ベクトルとについての両側座標系に関する諸関係式を考慮に入れることにより、中間支承 3 の両側の隣接点において、一般化された変位ベクトルの連続条件式と一般化された断面力ベクトルと支承反力ベクトルとの間の平衡条件式とを求めると、以下のようになる。

$$\mathbf{U}_{3L} = -\mathbf{U}_{3R}, \quad \mathbf{M}_{3L} = \mathbf{M}_{3R}, \quad \mathbf{Q}_{3L} = -\mathbf{Q}_{3R} + \mathbf{S}_3 \quad \dots\dots\dots (21)_{1\sim 3}$$

そこで、接触行列 $\mathbf{J}_C$ と跳躍行列 $\mathbf{J}_S$ とを導入して、上記の関係式(21)_{1~3} を行列表示すると次式を得る。

$$\mathbf{y}_{3L} = \mathbf{J}_C \mathbf{y}_{3R} + \mathbf{J}_S \mathbf{S}_3 \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここに、

$$\mathbf{J}_C = \begin{bmatrix} -\mathbf{E}_m & \mathbf{O}_{mm} & \mathbf{O}_{mn} & \mathbf{O}_{m1} \\ \mathbf{O}_{mm} & \mathbf{E}_m & \mathbf{O}_{mn} & \mathbf{O}_{m1} \\ \mathbf{O}_{nm} & \mathbf{O}_{nm} & -\mathbf{E}_n & \mathbf{O}_{n1} \\ \mathbf{O}_{1m} & \mathbf{O}_{1m} & \mathbf{O}_{1n} & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{mn} \\ \mathbf{O}_{mn} \\ \mathbf{E}_n \\ \mathbf{O}_{1n} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (23)_{1\sim 2}$$

次に、式(13)において $j = m, p$ において得られる関係式と式(15)_{1~2}, (18)_{3~4} とを用いて、分割区画(1), (3) のそれぞれの両端から求めた状態量ベクトルを格点 m, p で一致させれば、次式を得る。

$$\mathbf{C}_0 \mathbf{N}_{1m} \mathbf{Y}_{1R} = \mathbf{N}_{2m} \mathbf{C}_0 \mathbf{Y}_{2R}, \quad \mathbf{C}_0 \mathbf{N}_{3p} \mathbf{Y}_{3R} = \mathbf{N}_{4p} \mathbf{Y}_{4L} \quad \dots\dots (24)_{1\sim 2}$$

なお、径間内部に分割点を増やせば、式(24)₁に相当する式が増えるだけである。最後に、式(13)において $j=n$ と置いて得られる関係式に式(18)_{1\sim 2}, (22)を用いると、次式を得る。

$$\mathbf{C}_0 \mathbf{N}_{2n} \mathbf{Y}_{2R} = \mathbf{N}_{3n} (\mathbf{J}_C \mathbf{Y}_{3R} + \mathbf{J}_S \mathbf{S}_3) \quad \dots\dots (25)$$

従って、初期量ベクトル $\mathbf{Y}_{1R}$, $\mathbf{Y}_{2R}$, $\mathbf{Y}_{3R}$, $\mathbf{Y}_{4L}$ に含まれる自由量ベクトルと跳躍量ベクトル $\mathbf{S}_3$ とを未知量とする連立一次方程式を式(24)_{1\sim 2}, (25)から構成し、これを解いて分割点における初期量ベクトルを求めれば、桁の任意点 j の状態量ベクトル $\mathbf{Y}_j$ を還元法の通常の演算方式に基いて定めることができる。

6. 無次元換算量^{1), 4)}

幾何学的、運動学的並びに力学的諸量に対して無次元換算量を導入することにより、頻繁に繰り返される行列演算を高い精度で行なえるようにするのが、還元法を用いて構造物を解析する場合に常用される手法である。そこで、上述の諸量を無次元化するために次の基準量を導入する。

l_c : 基準支間長、 d_c : 鋼板要素の基準幅、 t_c : 鋼板要素の基準厚さ、
 h_c : ラーメン型隔壁の要素部材の基準高さ、 P_c : 箱桁に作用する基準荷重

以下においては、無次元換算量であることを示す記号として上付きの横線記号(バー)を用いる。まず、幾何学的諸量を次式によって無次元化する。

$$z = l_c \bar{z}, \quad s = d_c \bar{s}, \quad F_0 = d_c t_c \bar{F}_0, \quad F_R = d_c t_c \bar{F}_R \quad \dots\dots (26)_{1\sim 4}$$

次に、各種の一般化座標については、それらをそれぞれの縦距の、例えば、絶対最大値に対する比率で表わして最初から無次元化して取り扱うと、他の諸量に対する無次元換算量の表示式が簡単になり都合がよい。

そこで、箱桁の断面変形挙動に関連する主要な物理量の一般化された変位ベクトル $\mathbf{V}$ と断面力ベクトル $\mathbf{M}$ 、および、ラーメン型隔壁の剛性係数 K についてのみ、無次元換算量の表示式を示すと次のようになる。

$$\mathbf{V} = \frac{1}{E} \frac{P_c}{l_c d_c} t_c \bar{\mathbf{V}}, \quad \mathbf{M} = P_c \bar{\mathbf{M}}, \quad K = \left(\frac{h_c}{d_c} \right)^3 t_c \bar{K} \quad \dots\dots (27)_{1\sim 3}$$

7. 数値計算例

著者等の提案する解析手法の妥当性を検証するために、数値解析の対象として図-3に示す等断面の構造モデルを採用し、箱桁内部に取り付けられたラーメン型の間隔壁の剛性が断面変形挙動に及ぼす影響を、上述の解法を用いて解析することを試みた。

数値計算に当たって、図-2に示すように固定端1に左側座標系、自由端4に右側座標系を設け、さらに、主径間の中点2と中間支承3の位置に両側座標系を設けた。図-3に示す構造モデルの横断面図には、縦方向の補剛材の断面積を考慮に入れた鋼板要素の換算厚さを示す数値が、鋼板要素だけの厚さを示す数値の下側に並べて括弧内に記入されている。固定

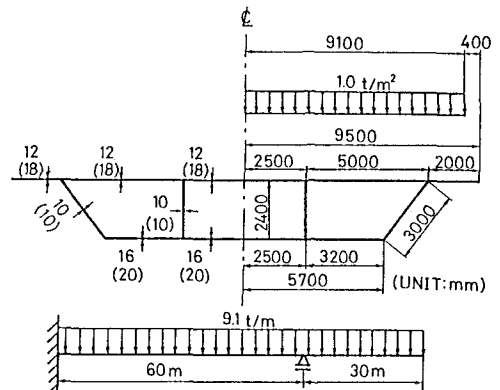


図-3 構造モデルの諸元と载荷状態

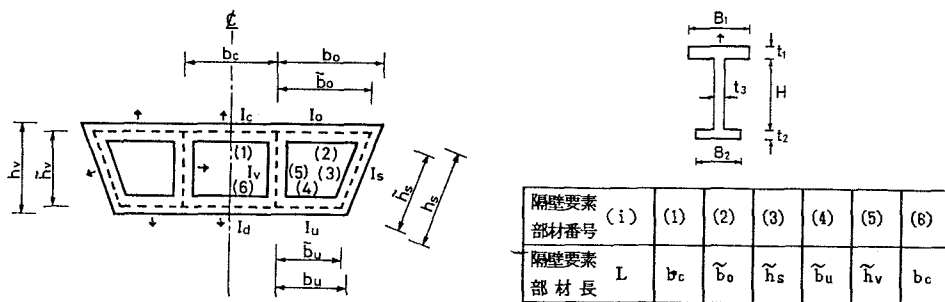


図-4 ラーメン型隔壁の要素部材の形状と寸法

端と中間支承上の断面には剛な隔壁が取り付けられ、主径間および自由端を含めた張り出し部の断面には、合計8個の剛性を有するラーメン型の隔壁が10 m間隔で配置されている。ここでは、3通りに寸法を変えたラーメン型の中間隔壁を想定して、それらの剛性が箱桁の断面変形挙動に及ぼす影響を解析した。数値解析に用いたラーメン型の隔壁の断面の形状、寸法を図-4に示す。

表-1に示す三種類の隔壁の要素部材の諸元に対して、計算により求めた無次元化された剛性係数⁴⁾を表-2に示す。

直線箱桁の場合、横断面は鉛直対称軸を有するのが普通であるから、箱桁に作用する荷重をこの軸に関して対称と逆対称の成分に分解して取り扱えば、対応する一般化座標もこの軸に関して対称なモードと逆対称なモードとに分類すればよく、数値計算を行なうのに都合がよい。ここでは、鉛直軸に関して対称な三室断面の箱桁を取り扱っているのので、図-5に示すように、横断面輪郭線方向のゆがみ変位モードは対称モードが一つで逆対称モードが二つ存在する。これらのゆがみ変位モードに対応して求められる桁軸方向の変位モード⁴⁾を図-6に示す。

上述の横断面のゆがみモードに関連する一般化された変位と断面力の桁軸方向の分布状態が、無次元化されて図-7から図-12までに示されている。なお、これらの物理量の無次元化に当っては、箱桁の寸法と作用荷重に関して次の基準量が用いられている。

表-1 ラーメン型隔壁の要素部材の諸元

CASE I (単位: mm)

要素部材	H	B ₁	B ₂	t ₁	t ₂	t ₃	L
(1)	400.0	288.0	250.0	12.0	17.0	12.0	5000.0
(2)	400.0	288.0	250.0	12.0	17.0	12.0	4525.0
(3)	400.0	240.0	250.0	10.0	17.0	12.0	2479.8
(4)	400.0	384.0	250.0	16.0	17.0	12.0	3037.1
(5)	810.0	250.0	250.0	12.0	17.0	12.0	1983.9
(6)	400.0	384.0	250.0	16.0	17.0	12.0	5000.0

CASE II (単位: mm)

要素部材	H	B ₁	B ₂	t ₁	t ₂	t ₃	L
(1)	600.0	288.0	250.0	12.0	17.0	12.0	5000.0
(2)	600.0	288.0	250.0	12.0	17.0	12.0	4313.5
(3)	600.0	240.0	250.0	10.0	17.0	12.0	2235.0
(4)	600.0	384.0	250.0	16.0	17.0	12.0	3113.9
(5)	1210.0	250.0	250.0	12.0	17.0	12.0	1788.0
(6)	800.0	384.0	250.0	16.0	17.0	12.0	5000.0

CASE III (単位: mm)

要素部材	H	B ₁	B ₂	t ₁	t ₂	t ₃	L
(1)	800.0	288.0	250.0	12.0	17.0	12.0	5000.0
(2)	800.0	288.0	250.0	12.0	17.0	12.0	4105.3
(3)	800.0	240.0	250.0	10.0	17.0	12.0	1989.1
(4)	800.0	384.0	250.0	16.0	17.0	12.0	2911.8
(5)	1610.0	250.0	250.0	12.0	17.0	12.0	1591.3
(6)	800.0	384.0	250.0	16.0	17.0	12.0	5000.0

表-2 ラーメン型隔壁の無次元化された剛性係数

変形モード	隔壁の剛性K		
	case I	case II	case III
対称ゆがみ (a)	18.18	44.82	91.77
逆対称ゆがみ (b)	11.28	27.13	53.37
逆対称ゆがみ (c)	57.20	141.37	287.86

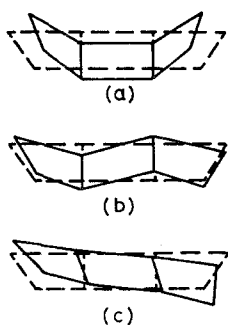


図-5 横断面輪郭線方向のゆがみ変位モード

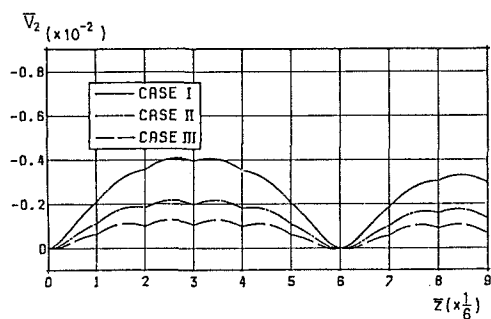


図-7 対称ゆがみモード (a) に関連する横断面輪郭線方向の一般化変位

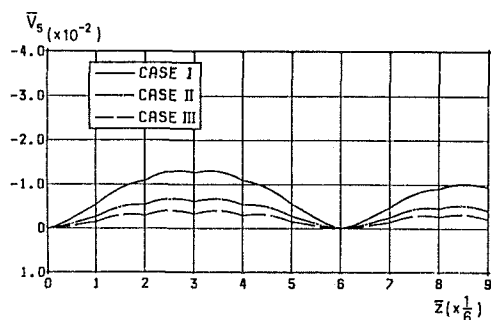


図-9 逆対称ゆがみモード (b) に関連する横断面輪郭線方向の一般化変位

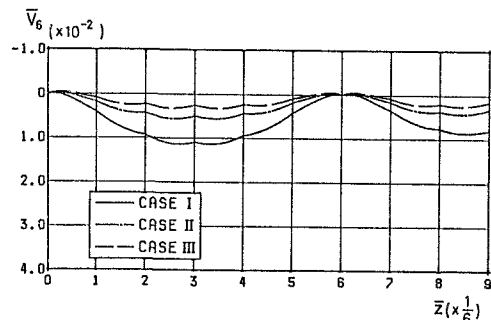


図-11 逆対称ゆがみモード (c) に関連する横断面輪郭線方向の一般化変位

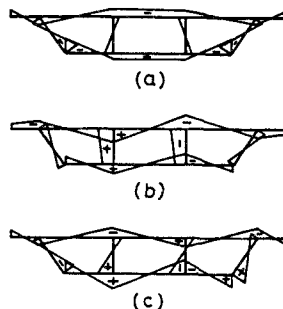


図-6 桁軸方向のゆがみ変位モード

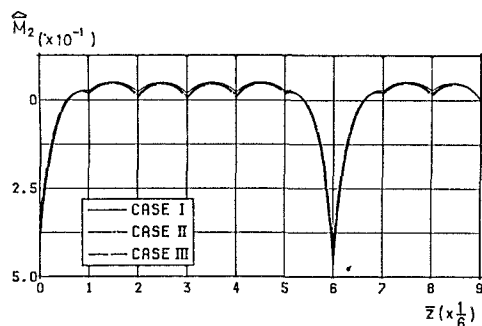


図-8 対称ゆがみモード (a) に関連する桁軸方向の一般化断面力

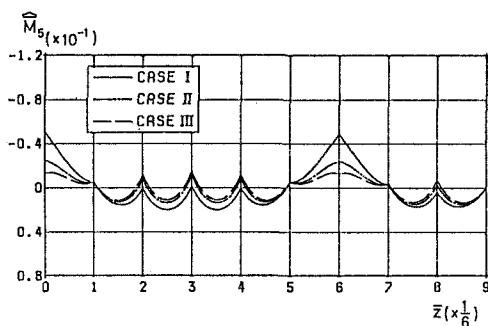


図-10 逆対称ゆがみモード (b) に関連する桁軸方向の一般化断面力

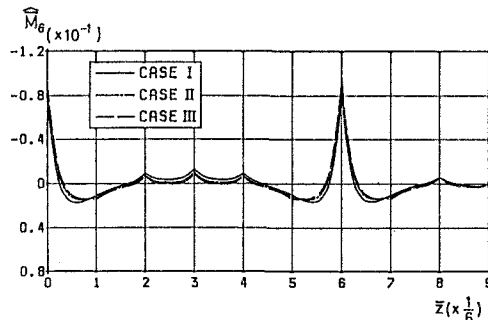


図-12 逆対称ゆがみモード (c) に関連する桁軸方向の一般化断面力

$l_c = 60\text{m}$, $d_c = 3\text{m}$, $t_c = 1\text{cm}$, $h_c = 60\text{cm}$, $P_c = 1000\text{ton}$

箱桁の横断面上に作用する垂直応力度 σ_z の表示式は、式(2)₁, (6)₁ より次式で与えられる。

$$\sigma_z(z, s) = \Phi(s)^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{M}(z) \equiv \Phi(s)^T \hat{\mathbf{M}}(z) = \sum_{j=1}^m \hat{\mathbf{M}}_j(z) \phi_j(s) \quad \cdots \cdots (28)$$

垂直応力度 σ_z の横断面上の分布状態は、各種の面外変位モード $\phi_j(s)$ ($j=1, 2, \cdots, m$) に比例した成分の重ね合せによって表わされるので、これらの変位モードに起因する垂直応力度が全体の垂直応力度の横断面上の分布状態に対してどの程度に寄与しているかが、物理量 $\hat{\mathbf{M}}(z)$ の各成分の大きさによって分かる。

8. 結 語

上述の構造モデルでは、格間行列に含まれる双曲線関数の変数の値の最大値は、箱桁の全長 90 m に対して 38.5 である。しかるに、本例では桁軸線に沿って分割点を 30m 間隔に設けて数値解析を行なっているが、長さ 60m の主径間を 4 等分に、長さ 30m の張り出し部を 2 等分に分割し、格間長を 15m にして計算を進めているのと結果として同じであるから、連立一次方程式の係数の中に現われる双曲線関数の変数の値の最大値は 6.4 程度になる。従って、電子計算機を利用して倍長精度の計算を行なえば、連立一次方程式の解は十分な精度で求まると考えられる。それ故、数値計算例からも分るように、本解法によれば双曲線関数項による桁落ちを防止して、規模の大きい箱桁の断面変形挙動を十分な精度で解析することが可能である。変位法で解析する場合、桁軸線の分割数が同じであれば未知量の総数は本解法に比べておよそ半分になるが、十分な精度で計算を行なうためには、分割数は少なくとも 30 倍以上は必要であると予想される。

以上の観点を踏まえて、著者等により工夫された還元法の“はさみ込み法”による新しい解法の特長を示すと、以下のようなものである。

- (1) 本解法によれば、桁軸方向の分割数に応じて未知量の総数は増加するものの、接続行列の導入によって、元の還元法で解析の可能な支間長を 2 倍以上に拡大することが可能である。
- (2) 有限要素法では、隣接する格点の物理量を関連付ける補間関数が近似式であるのに対して、この解法のそれは正確な関数であるため、分割区分の途中に現われる曲線の尖点にも正確に対処できる。
- (3) この解法によれば、桁軸方向に有限要素法を適用する解法に比べて少ない桁の分割数で、従って、未知量の総数を少なくして、比較的規模の大きい多室断面箱桁の断面変形挙動を解析できる。

なお、その力学的挙動が他の一連の微分方程式で記述される樹状構造物を解析するのにも、本解法は応用できるものと考えられる。

参考文献

- 1) 神部俊一, 藤井洋宜 : 多室断面を有する連続箱桁の一般化座標法によるマトリックス構造解析 第 27 回構造工学シンポジウム, III-26, pp. 221-228, 1982-2.
- 2) 神部俊一, 田中善昭, 竹中健二 : 張出し梁形式鋼製箱桁の断面変形挙動解析, 第 41 回年講, I-116, 1986.
- 3) 神部俊一, 中谷義紀 : 一般化座標法の還元法による定式化, 構造工学論文集 Vol.31A, pp. 163-170, 1985-3.
- 4) 神部俊一, 神保穰, 中本浩志 : 多室断面箱桁の断面変形挙動解析, 構造工学論文集 Vol.32A, pp. 277-290, 1986-3.

(1987年10月16日)