

開断面曲線部材の弾塑性問題に関する一解析法

ELASTO-PLASTIC ANALYSIS OF CURVED BAR WITH OPEN CROSS SECTION

若菜 啓孝* 崎山 毅**

By Hirotaka WAKANA and Takeshi SAKIYAMA

This paper presents a method of analysis for geometrical and material nonlinearities of thin-walled curved members with open cross section.

First, the fundamental differential equations governing the three dimensional behavior of curved members are obtained from the equilibrium conditions and the principle of incremental virtual works. Secondly, the approximate solutions of fundamental differential equations are obtained in the discrete form, by translating the differential equations into the integral equations and applying the numerical integrations.

Finally, the convergencies and accuracies of the approximate solutions are confirmed by comparing with the existing experimental and theoretical results.

1. はじめに

本来はねじりに対して弱いとされている薄肉開断面材が、構造上の必要性から構造要素として使用される機会が多くなってきており、このような薄肉開断面はりの弾塑性横倒れ座屈問題に関して、多くの研究者によって実験的、理論的に研究が行われ、残留応力や初期変位などを考慮したより現実的な解析法が提案されてきている。^{1) - 3)}

薄肉曲線ばりを構造要素とする曲線桁橋においては、曲率に起因するねじりモーメントが生ずるため、ねじり剛性の大きい箱型断面などのような閉断面を使用するケースが多いが、曲線部材の曲率半径が大きい場合や中小支間の場合などにおいては、開断面を用いた方が合理的かつ経済的であることも知られている。^{4) 5)} このような薄肉曲線ばりの力学的挙動に関する研究も数多くなされ、現在では、幾何学的ばかりでなく材料的非線形性をも考慮した複合非線形解析へと進んでいる。

薄木ら^{6) - 8)}は、非線形ひずみ関係式と応力のつり合い式を基礎として剛性方程式を導き、薄肉曲線材の座屈解析および弾塑性有限変位解析を行っている。福本、西田ら^{9) 10)}は、曲線部材の終局荷重時の挙動の把握を目的として、実験および伝達マトリックス法を用いた弾塑性解析を行っている。また、崎元ら¹¹⁾は任意形状の薄肉開断面の非弾性三次元大変位挙動に対する解析法を提示し、アーチの耐荷力について検討を行っている。このように、断面形状不変の条件の下での解析法に関して幾つかの研究が行われているが、手法の簡便さや軸線形状および支持条件の任意性、さらには非弾性域での曲げねじりなどの剛性の評価法などの観点から検討課題は多く残されているように思われる。

* 工修 九州大学助手 工学部造船学科 (〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)

** 工博 長崎大学教授 工学部構造工学科 (〒852 長崎市文教町 1-14)

本研究は、曲線部材の有限変形挙動を支配する増分形基礎微分方程式を導き、数値積分手法の導入により、曲線部材軸の任意の等分点における離散表示された近似的な一般解を求め、それに基づく半解析的な計算手法を提示するとともに、曲げねじれを考慮した曲線部材の立体的な複合非線形解析を行い、既往の主要な研究結果との比較により、提示した解析法の妥当性の検討を行ったものである。

本解析法によれば、軸線等分割点における曲率、ねじれ率、断面定数などの幾何学的諸量や荷重強度などを用いて、曲線部材の直棒要素集合体や円弧要素集合体などの置換系へのモデル化を要することなく、直接的に解析できる。

なお、解析においては、次の仮定をもうけることとする。(1) 曲げおよび曲げねじれによる剪断は小さく、変形は無視できる。(2) 弾性および非弾性域内において、断面は平面を保持する。(3) 非弾性域が生じた後もSt.Venantのねじりによる剪断ひずみは、板厚方向に直線分布する。¹¹⁾ (4) そり拘束に関するひずみは、弾性域内でのそり関数によって表される。

2. 増分形基礎微分方程式

曲線部材の変形状態における力の釣合条件式および仮想仕事の原理などから得られるねじりに関する微分方程式に基づいて、有限変形解析における曲線部材の基礎微分方程式が誘導される。

図-1に示すように、 x , y 軸方向の剪断力を各々 Q_x , Q_y , 軸力を Q_z とする。また、曲げモーメントおよび合ねじりモーメントを M_x , M_y , M_z とする。変位、接線回転角、ねじれ角についても同様に u_x , u_y , u_z , θ_x , θ_y , θ_z と書き表す。また、曲げねじれモーメントを $M\omega$ とする。

曲線部材微小要素における変形前後の関係式および増分理論の応用により、各軸方向の増分荷重 ΔP_x , ΔP_y , ΔP_z に対する断面力の増分量 $\Delta Q_x \sim \Delta M\omega$ を規定する増分形基礎微分方程式は、次の7式で表される。

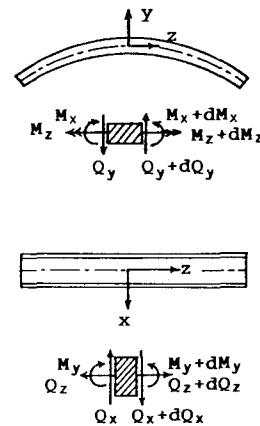


図-1 断面力と座標系

$$\frac{d}{ds} \Delta Q_x - \psi_{z0} \Delta Q_y + \kappa_{y0} \Delta Q_z - Q_{y0} \Delta \psi_z + Q_{z0} \Delta \phi_y + P_x - \Delta Q_{y0} \Delta \psi_z + \Delta Q_{z0} \Delta \phi_y = 0$$

$$\frac{d}{ds} \Delta Q_y - \kappa_{x0} \Delta Q_z + \psi_{z0} \Delta Q_x - Q_{x0} \Delta \psi_z - Q_{z0} \Delta \phi_x + P_y - \Delta Q_{x0} \Delta \psi_z - \Delta Q_{z0} \Delta \phi_x = 0$$

$$\frac{d}{ds} \Delta Q_z - \kappa_{y0} \Delta Q_x + \kappa_{x0} \Delta Q_y - Q_{x0} \Delta \phi_y + Q_{y0} \Delta \theta_x + P_z - \Delta Q_{x0} \Delta \phi_y + \Delta Q_{y0} \Delta \theta_x = 0$$

$$\frac{d}{ds} \Delta M_x - \psi_{z0} \Delta M_y + \kappa_{y0} \Delta M_z - M_{y0} \Delta \psi_z + M_{z0} \Delta \phi_y - \Delta Q_{y0} - \Delta M_{y0} \Delta \psi_z + \Delta M_{z0} \Delta \phi_y = 0$$

$$\frac{d}{ds} \Delta M_y + \psi_{z0} \Delta M_x - \kappa_{x0} \Delta M_z + M_{x0} \Delta \psi_z - M_{z0} \Delta \phi_x + \Delta Q_{x0} + \Delta M_{x0} \Delta \psi_z - \Delta M_{z0} \Delta \phi_x = 0$$

$$\frac{d}{ds} \Delta M_z - \kappa_{y0} \Delta M_x + \kappa_{x0} \Delta M_y - M_{x0} \Delta \phi_y + M_{y0} \Delta \theta_x - \Delta M_{x0} \Delta \phi_y + \Delta M_{y0} \Delta \theta_x = 0$$

$$\frac{d}{ds} \Delta M\omega - \Delta M_z + GJ \Delta \psi_z = 0$$

(1.a~1.g)

ただし、 $P_x = + (p_{y0} + \Delta p_y) \Delta \theta_z - (p_{z0} + \Delta p_z) \Delta \theta_y + \Delta p_x$

$P_y = - (p_{x0} + \Delta p_x) \Delta \theta_z + (p_{z0} + \Delta p_z) \Delta \theta_x + \Delta p_y$

$P_z = + (p_{x0} + \Delta p_x) \Delta \theta_y - (p_{y0} + \Delta p_y) \Delta \theta_x + \Delta p_z$

また、軸線の伸び率 $\Delta \varepsilon_0$ 、曲率の変化量、曲げねじれ率および変位に関しては、次の関係式が成り立つ。

$$\begin{aligned}\Delta \varepsilon_0 &= \frac{d \Delta u_z}{d s} - \kappa_{y0} \Delta u_x + \kappa_{x0} \Delta u_y, \quad \Delta \phi_x = -\frac{d \Delta \theta_x}{d s} + \kappa_{y0} \Delta \theta_z - \psi_{z0} \Delta \theta_y \\ \Delta \phi_y &= +\frac{d \Delta \theta_y}{d s} - \kappa_{x0} \Delta \theta_z - \psi_{z0} \Delta \theta_x, \quad \Delta \theta_y = +\frac{d \Delta u_x}{d s} - \psi_{z0} \Delta u_y + \kappa_{y0} \Delta u_z \\ \Delta \theta_x &= -\frac{d \Delta u_y}{d s} - \psi_{z0} \Delta u_x + \kappa_{x0} \Delta u_z, \quad \Delta \psi_z = +\frac{d \Delta \theta_z}{d s} + \kappa_{x0} \Delta \theta_y + \kappa_{y0} \Delta \theta_x \\ \frac{d \Delta \psi_z}{d s} + \frac{\Delta M \omega}{E I \omega} &= 0\end{aligned}\quad (2.a \sim 2.g)$$

上式において、 κ_{x0}, κ_{y0} は、 x, y 軸に関する曲率、 ψ_{z0} はねじれ率であり、 $\Delta \phi_x$ などはそれらの増分を表す。また、 GJ は St.Venantのねじり剛性、 $E I \omega$ は曲げねじれ剛性である。なお、増分断面力の積の非線形項は、各荷重増分段階における不平衡力の補正項である。

3. 離散的な一般解

本論文においては、基礎微分方程式の積分方程式への変換と積分方程式の近似解法の応用とにより、曲線部材軸等分割点における基礎微分方程式の離散的な一般解を求めることとする。

まず、曲線部材の支間、軸長、断面の基準断面積および基準断面2次モーメントを各々、 L, ℓ, A_0, I_0 。また、軸線座標を s として、次のような無次元化を行う。

$$\begin{aligned}(X_1, X_2, X_3) &= (\Delta Q_x, \Delta Q_y, \Delta Q_z) L^2 / E I_0, \quad (X_4, X_5, X_6) = (\Delta M_x, \Delta M_y, \Delta M_z) L / E I_0 \\ X_7 &= -\Delta M \omega L^2 / E I \omega, \quad X_8 = \Delta \psi_z L, \quad (X_9, X_{10}, X_{11}) = (\Delta \theta_x, \Delta \theta_y, \Delta \theta_z) \\ (X_{12}, X_{13}, X_{14}) &= (\Delta u_x, \Delta u_y, \Delta u_z) / L, \quad \eta = s / \ell\end{aligned}$$

上記の無次元量 X_i および無次元座標 η を導入することにより、増分形基礎微分方程式(1.a~1.g)および(2.a~2.g)は、次のごとく整理縮小される。

$$\frac{d X_t}{d \eta} = \nu \sum_{k=1}^{15} G_{tk} X_k \quad (t=1 \sim 14, X_{15} = 1) \quad (3)$$

ここに、 $\nu = \ell / L$ 、 G_{tk} は増分断面力および増分変位の係数である。

座標原点を部材左端にとり、式(3)を変域 $[0, \eta]$ で積分すれば、次の積分方程式が得られる。

$$X_t(\eta) = X_t(0) + \int_0^\eta \nu \sum_{k=1}^{15} G_{tk}(\xi) X_k(\xi) d\xi \quad (4)$$

図-2に示すように、曲線部材を m 等分して左側等分点より順に、 $0, 1, 2, \dots, i, \dots, m$ なる番号を付け、任意点 i における諸量に添字 i を付与することとすれば、積分方程式(4)に、等間隔の数値積分法 (Simpsonの多分割数値積分法) を繰り返し適用することにより、任意点 i における離散的な一般解 X_{ti} が求められ、次式となる。

(離散的な一般解の誘導の詳細は文献(15)を参照)

$$X_{ti} = \sum_{n=1}^{15} d_{t ni} X_{n0} \quad (i=1 \sim m, X_{150} = 1) \quad (5)$$

ここに、 X_{n0} : 左支点の状態量を表す積分定数

$$d_{t ni} = \delta_{nt} + \sum_{j=0}^i \sum_{k=1}^{15} \alpha_{ij} G_{tki} d_{k ni} \quad (6)$$

δ_{nt} : クロネッカーのデルタ、 α_{ij} : 積分公式の重み係数

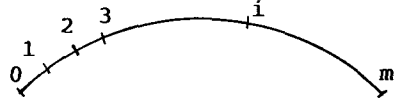


図-2 軸線における離散点

4. 材料的非線形問題

材料的非線形問題を考える場合、任意の応力ひずみ関係を用いることができるが、本論文においては、材料は完全弾塑性体として解析を行うこととする。

ここで、軸ひずみ、曲率の変化量を材料非線形性を考慮して、断面力の増分量で表す。また、剛性の低下率は断面要素分割法により行い、例として、I型断面の場合の分割を図-3に示す。平面保持の仮定より、断面内任意点の軸ひずみ $\Delta \varepsilon_{ii}$ は、図心からの距離をそれぞれ x 、 y とし、その関数を ω とすると次式にて定義される。

$$\Delta \varepsilon_{ii} = \Delta \varepsilon_0 + \Delta \phi_x y - \Delta \phi_y x + \omega \Delta \phi_z \quad (7)$$

St.Venant のねじれによる剪断ひずみは、

$$\Delta \gamma_{sij} = 2n \Delta \phi_z \quad (8)$$

また、断面力は次のように表せる。

$$\Delta Q_z = \int \Delta \sigma \, dA, \quad \Delta M_x = \int \Delta \sigma \cdot y \, dA, \quad \Delta M_y = - \int \Delta \sigma \cdot x \, dA, \quad \Delta M\omega = \int \Delta \sigma \cdot \omega \, dA$$

$X_3 = \Delta Q_z$, $X_4 = \Delta M_x$, $X_5 = \Delta M_y$, $X_7 = \Delta M\omega$ であるから次式で表せる。

$$\begin{bmatrix} -X_3 \\ -X_4 \\ -X_5 \\ -X_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2 A \gamma_1 & I_x \gamma_5 & -I_x \gamma_8 & -I_y \gamma_{10} \\ -I_x \gamma_5 & -I_x \gamma_2 & -I_y \gamma_9 & -I_y \gamma_7 \\ -I_x \gamma_8 & -I_x \gamma_2 & -I_y \gamma_9 & -I_y \gamma_7 \\ I_y \gamma_{10} & I_y \gamma_7 & -I_y \gamma_9 & -I_y \gamma_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_0 \\ \Delta \phi_x \\ \Delta \phi_y \\ \Delta \phi_z \end{bmatrix} \quad (9)$$

ただし、

$$a = \sqrt{A_0 / I_0} \cdot L^2, \quad A = A / A_0, \quad I_x = I_x / I_0, \quad I_y = I_y / I_0, \quad I\omega = I\omega / I\omega_0$$

$$I_s = I\omega / (I_0 \cdot L^2), \quad \gamma_1 = \Sigma(\bar{E} \, dA) / EA, \quad \gamma_2 = \Sigma(\bar{E} y^2 \, dA) / EI_x$$

$$\gamma_3 = \Sigma(\bar{E} x^2 \, dA) / EI_y, \quad \gamma_4 = \Sigma(\bar{E} \omega^2 \, dA) / EI\omega, \quad \gamma_5 = L \Sigma(\bar{E} y \, dA) / EI_x$$

$$\gamma_6 = \Sigma(\bar{E} x y \, dA) / EI_x, \quad \gamma_7 = L \Sigma(\bar{E} \omega x \, dA) / EI\omega, \quad \gamma_8 = L \Sigma(\bar{E} x \, dA) / EI_x$$

$$\gamma_9 = L \Sigma(\bar{E} \omega y \, dA) / EI\omega, \quad \gamma_{10} = L^2 \Sigma(\bar{E} \omega \, dA) / EI\omega$$

ここで、 dA は微小要素の断面積 ($\Delta x \Delta y$)、 Σ は全微小要素の和を表す。

また、 $\gamma_1 \cdots \gamma_{10}$ は剛性の低下率を表し、次のような計算手順により求めることとする。

1) 各増分段階において、断面の微小要素に生じる増分ひずみ $\Delta \varepsilon_{ii}$ を(7)式より算定し、前段階までに生じた全ひずみ ε_{ii}^0 と重ね合わせる。

$$\varepsilon_{ii} = \varepsilon_{ii}^0 + \Delta \varepsilon_{ii}$$

2) Von-Mises の降伏条件式より、降伏の判定を行う。

$$\varepsilon_{ii} = \sqrt{\varepsilon_{ii}^2 + 3(\alpha \gamma_{sij})^2} + \varepsilon_r$$

ここで、 $\alpha = G/E$ 、 ε_r :残留ひずみ

3) $\varepsilon_{ii} < \varepsilon_y$ の場合、その微小要素は弾性域とみなし弾性定数 $\bar{E} = E$ する。また、 $\varepsilon_{ii} \geq \varepsilon_y$ の場合、塑性域とみなし、 $\bar{E} \approx 0.0$ とおき部材軸任意等分点の剛性の低下率 $\gamma_1 \sim \gamma_{10}$ を求める。

これより、 $\Delta \varepsilon_0$ 、 $\Delta \phi_x$ 、 $\Delta \phi_y$ 、 $\Delta \phi_z$ を求めると

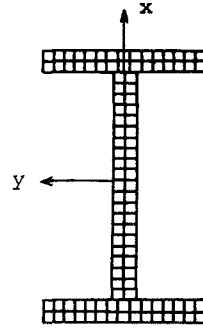


図-3 断面の分割

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_0 \\ \Delta \phi_x \\ \Delta \phi_y \\ \Delta \phi_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} & \beta_{14} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} & \beta_{24} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} & \beta_{34} \\ \beta_{41} & \beta_{42} & \beta_{43} & \beta_{44} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} -X_3 \\ -X_4 \\ -X_5 \\ -X_7 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

ただし、 $\beta_{11} \sim \beta_{44}$ は $\gamma_1 \sim \gamma_{10}$ により求まる係数。

5. 数値解析例

(1) 幾何学的非線形問題

深沢¹²⁾によって実験的に研究され、薄木⁹⁾らが解析を行ったモデルアーチをとりあげ、比較を行った。載荷は面内方向に 10 個の集中荷重、アーチクラウンの面外方向にその 1/400 の荷重を作用させ、支持条件は面内単純支持、面外固定である。

(両端: $M_x = \psi_z = \theta_y = \theta_z = u_x = u_y = u_z = 0$)

解析結果を図-4に示す(解析対象となるモデルアーチの断面および軸線の諸量は図中)。文献⁹⁾は、荷重増分法とニュートンラプソン法の併用により解析を行っているが、本研究においては、軸線方向の分割を 20 とし、1 次の摂動法を用い変位増分法により解析を行った。

円弧アーチに曲率方向へ等分布荷重が作用し、前述の境界条件のもとで拱矢比 $f/L=0.10, 0.20$ の場合におけるアーチの曲げねじれ座屈荷重について深沢らの理論値との比較を行った。解析結果を図-5(a)(b)に示す。深沢らの解は、 $\lambda = i_0^2/R^2 = 0$ であるが、本解析値は細長比 $a=200$ として計算を行った。

これらの図から、幾何学的非線形性解析に関して本解析法の妥当性が確かめられた。また、本法によると固定支持されたアーチの場合や放物線アーチが鉛直等分布荷重を受ける場合など、任意の荷重条件、軸線形状、境界条件に対する座屈係数の解析も可能である。

(2) 複合非線形問題

薄肉 I 形ばりを例にとり、複合非線形問題に関する本解析法と既往の理論値および実験値との比較を行う。

I 形ばりは、2 軸対称断面であるから各離散点における断面の諸量として、 A , I_x , I_y , I_w の値を与えることによって、解析可能となる。しかしながら、非弾性域を考慮した場合、断面の塑性化に伴い図心の移動とせん断中心とのずれが生じ、他のパラメーターに関しても考える必要がある。

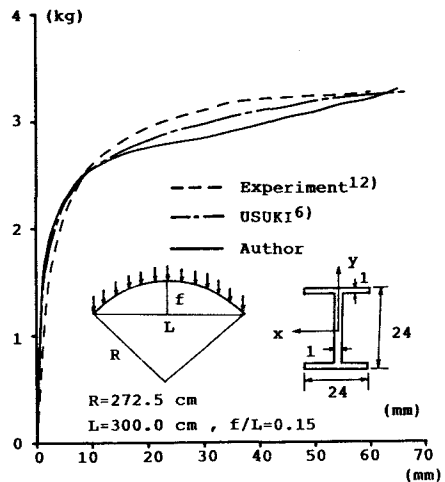


図-4 荷重とたわみの関係

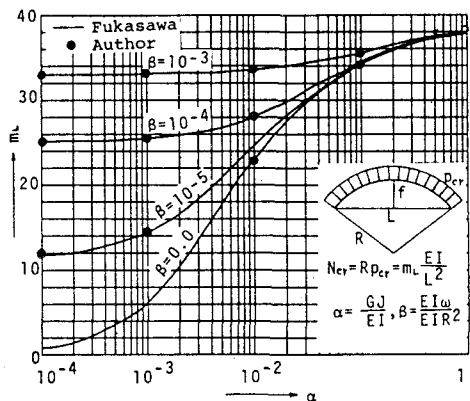


図-5(a) 曲げねじれ座屈係数 m_L の比較
($f/L=0.10$)

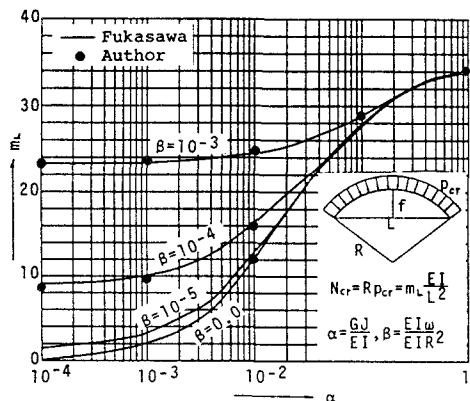


図-5(b) 曲げねじれ座屈係数 m_L の比較
($f/L=0.20$)

文献¹⁵⁾においては、閉断面の場合、断面一次モーメントを考慮して解析を行い良好な解が得られた。

本法においては、ねじり剛性の低下率を次の2つの場合について考え比較検討を行った。

解析1：曲げねじり剛性 $I\omega$ の低下率のみを考える。 (γ_4)

解析2： $I\omega$ および断面二次モーメント $(I\omega_x, I\omega_y)$ を考慮する。 $(\gamma_4, \gamma_7, \gamma_9)$

解析対象は、図-6に示すような両端単純支持で部材軸中央に単一集中荷重が作用する曲線ばりである。断面の諸寸法および材料定数を表-1に示す。

図-7は、B-1の場合について荷重とスパン中央における断面回転角 θ_z との関係を示し、福本ら¹⁰⁾の実験値および解析値との比較を行ったものである。図中の○内は、各荷重段階におけるスパン中央部での非弾性域の拡がりを表している。なお、解析においては、部材軸線を20分割、断面を180個の微小要素に分割し、残留応力は文献⁸⁾¹⁰⁾より図-8に示される溶接型残留応力を与えた。また、初期変形に対しは、断面回転角について、実験¹⁰⁾による測定値をsin波形で近似して与えた。

表-1 解析モデルの形状寸法

	R(cm)	b(cm)	h(cm)	t(cm)	w(cm)	α (rad)
B-1	350.0	10.06	25.01	0.84	0.55	0.08
B-2	425.0	10.06	25.18	0.83	0.57	0.04
B-3	700.0	10.09	25.04	0.83	0.56	0.003
L=280.0 cm, d=15.0 cm						
E=2.1 $\times 10^6$ (kg/cm ²), $\sigma_y=3200.0$ (kg/cm ²)						

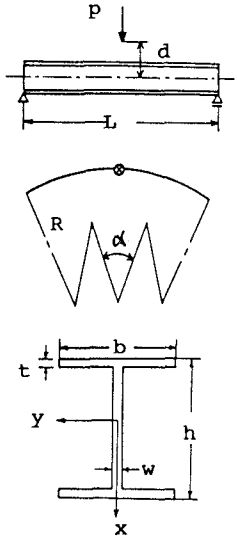


図-6 解析対象モデル

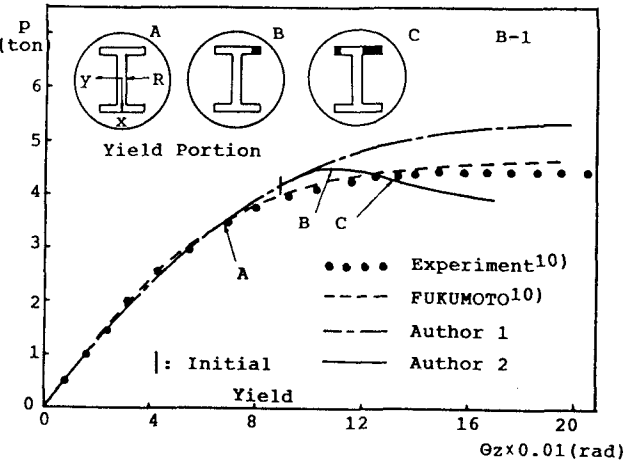


図-7 中央点における荷重と断面回転角との関係

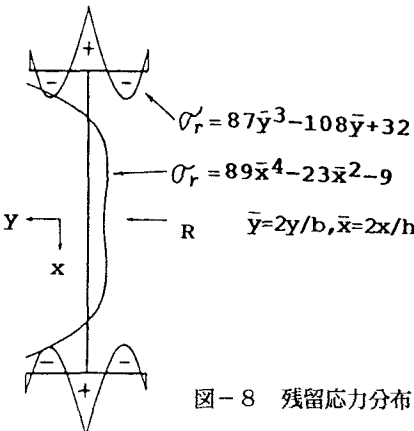


図-8 残留応力分布

また、図-9は、荷重とスパン中央断面の上フランジのひずみとの関係を示したもので、実験値および薄肉ら⁹⁾の解析値との比較を行った。比較の対象となるひずみの位置も図中に示している。また、本解析値は（解析 2）の条件での値である。

曲率が異なったモデル B-2、B-3の場合についての解析結果を図-10に示す。

これらの図より、比較解と本解析値とは変形挙動において若干の差が生じているが、終局耐荷力についてはほぼ良好な結果が得られ、本解析法の有効性が認められる。これより、非弾性域の拡がりに伴う剛性の低下率の計算において、そり二次モーメントなどのパラメーターを考慮することは、非弾性域でのそり剛性の評価に対する一つの方法であると考えられる。また、本解析値は全体的に高めにての傾向があり、今後、曲げや曲げねじれに伴う剪断応力の影響や種々の初期変形の影響などについても考える必要があると思われる。

6. 結論

幾何学および材料非線形性を考慮し、増分形微分方程式の離散的な一般解に基づく直接的かつ半解析的解法を提示し、薄肉曲線部材の弾塑性解析を行った。本解析値と既往研究との比較を行った結果、本解析法の妥当性が認められた。

この離散的な一般解を用いることにより、直線要素集合体や円弧要素集合体などの置換系へのモデル化を要せず、直接的に解析できる。また、任意の支持条件、荷重条件のもとで、任意の軸線形状、断面形状および残留応力を有する薄肉曲線部材の弾塑性解析が可能である。

〔付録〕 離散的な一般解の係数

$$\begin{aligned} G_{12} &= \psi_{z0}, G_{13} = -\kappa_{x0} + Q_z \beta_{31}, G_{14} = Q_z \beta_{32}, G_{15} = Q_z \beta_{33}, G_{17} = Q_z \beta_{34}, G_{18} = Q_v, \\ G_{110} &= -(p_z + \Delta p_z), G_{111} = (p_v + \Delta p_v), G_{115} = \Delta p_x + \Delta \psi_z \Delta Q_v - \Delta Q_z H_2, \\ G_{21} &= -\psi_{z0}, G_{22} = \kappa_{x0} - Q_z \beta_{21}, G_{24} = -Q_z \beta_{22}, G_{25} = -Q_z \beta_{23}, G_{26} = -Q_z \beta_{24}, G_{27} = -Q_x, \\ G_{29} &= (p_z + \Delta p_z), G_{211} = (p_x + \Delta p_x), G_{215} = \Delta p_v - \Delta \psi_z \Delta Q_x + \Delta Q_z H_1, \end{aligned}$$

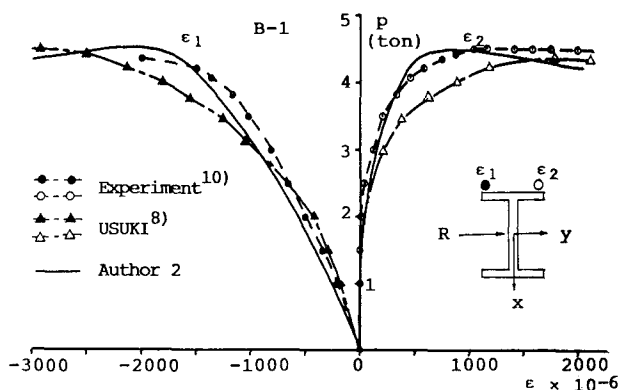


図-9 上フランジのひずみと荷重との関係

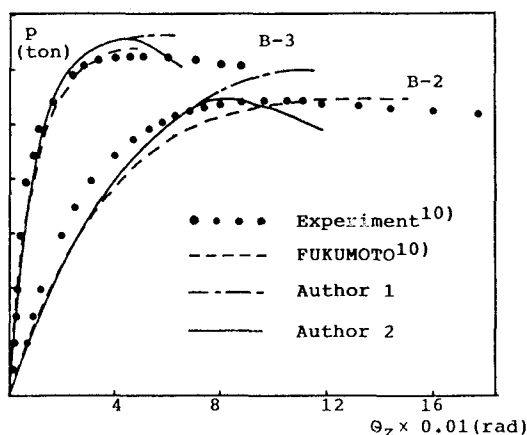


図-10 中央点における荷重と断面回転角との関係

$$\begin{aligned}
G_{31} &= \kappa_{v0}, G_{32} = -\kappa_{x0}, G_{33} = -Q_x \beta_{31} + Q_y \beta_{21}, G_{34} = -Q_x \beta_{32} + Q_y \beta_{22}, \\
G_{35} &= -Q_x \beta_{33} + Q_y \beta_{23}, G_{37} = -Q_x \beta_{34} + Q_y \beta_{24}, G_{39} = -(p_v + \Delta p_v), \\
G_{315} &= \Delta p_z + \Delta Q_x H_2 + \Delta Q_y H_1, G_{42} = 1.0, G_{43} = M_z \beta_{31}, G_{44} = M_z \beta_{32}, G_{45} = \psi_{z0} + M_z \beta_{33}, \\
G_{46} &= -\kappa_{v0}, G_{47} = M_z \beta_{34}, G_{48} = M_v, G_{415} = -\Delta M_z H_2 + \Delta \psi_z \Delta M_v, G_{51} = 1.0, G_{53} = -M_z \beta_{21}, \\
G_{54} &= -\psi_{z0} - M_z \beta_{22}, G_{55} = -M_z \beta_{23}, G_{56} = \kappa_{x0}, G_{57} = -M_z \beta_{24}, G_{58} = -M_z, \\
G_{515} &= -\Delta M_z H_1 - \Delta \psi_z \Delta M_x, G_{63} = -M_x \beta_{31} + M_v \beta_{21}, G_{64} = \kappa_{v0} - M_x \beta_{32}, \\
G_{65} &= -\kappa_{x0} - M_x \beta_{33} + M_v \beta_{23}, G_{67} = -M_x \beta_{34} + M_v \beta_{24}, G_{615} = \Delta M_x H_2 - \Delta M_v H_1, \\
G_{76} &= I_\theta / I \omega_\theta, G_{78} = J_\theta / I \omega_\theta, G_{93} = -\beta_{41}, G_{94} = -\beta_{42}, G_{95} = -\beta_{43}, G_{97} = -\beta_{44}, \\
G_{99} &= -\beta_{21}, G_{94} = -\beta_{22}, G_{95} = -\beta_{23}, G_{97} = -\beta_{24}, G_{910} = \psi_{z0}, G_{911} = -\kappa_{v0}, G_{103} = -\beta_{31}, \\
G_{104} &= -\beta_{32}, G_{105} = -\beta_{33}, G_{107} = -\beta_{34}, G_{109} = -\psi_{z0}, G_{1011} = \kappa_{x0}, G_{118} = 1.0, G_{119} = \kappa_{v0}, \\
G_{1110} &= -\kappa_{x0}, G_{1210} = 1.0, G_{1213} = \psi_{z0}, G_{1214} = -\kappa_{v0}, G_{139} = -1.0, G_{1312} = -\psi_{z0}, G_{1314} = \kappa_{x0}, \\
G_{143} &= -\beta_{11}, G_{144} = -\beta_{12}, G_{145} = -\beta_{13}, G_{147} = -\beta_{14}, G_{1412} = \kappa_{v0}, G_{1413} = -\kappa_{x0}, \\
H_1 &= -\beta_{21} \Delta Q_z - \beta_{22} \Delta M_x - \beta_{23} \Delta M_v - \beta_{24} \Delta M \omega \\
H_2 &= -\beta_{31} \Delta Q_z - \beta_{32} \Delta M_x - \beta_{33} \Delta M_y - \beta_{34} \Delta M \omega \quad \text{other } G_{tk} = 0.0
\end{aligned}$$

参考文献

- 1) 吉田 博・井本芳宏：拘束をうけるはりの弾性および非弾性横倒れ座屈解析，土木学会論文報告集，第208号，pp.1-12，1972年
- 2) 吉田 博：プレートガーダーの非弾性横倒れ座屈強度，土木学会論文報告集，第220号，pp.1-8，1973年
- 3) 青島泰之：圧延H型鋼ばりの横たおれ座屈公式，土木学会論文報告集，第267号，pp.1-8，1977年
- 4) 稼農知徳・大島 久・新山 惇：曲線桁橋の構造特性について，土木学会論文報告集，第194号，pp.21-28，1971年
- 5) Vlasov, V. Z. (奥村敏恵ほか共訳)：薄肉弾性ばりの理論，技報堂，1967年
- 6) 薄木征三・稼農知徳・渡辺 昇：有限なねじれを考慮した薄肉曲線部材の変形解析，土木学会論文報告集，第290号，pp.1-15，1979年
- 7) 渡辺 昇・稼農知徳・薄木征三：薄肉曲線桁の変位場に基づく有限ねじれ変形解析，土木学会論文報告集，第317号，pp.31-45，1982年
- 8) 長谷部 薫・薄木征三：薄肉I形曲線桁の非弾性挙動について，土木学会第39回年次講演会概要集，I-64，pp.127-128，1984年
- 9) 西田 進・福本晴士：はりの横倒れ座屈挙動に関する一簡易算定法，土木学会論文報告集，第328号，pp.11-18，1982年
- 10) Fukumoto, Y. and S. Nishida: Ultimate load Behavior of Curved I-Beams, ASCE, Vol. 107, No. EM2, April, 1981
- 11) 崎元達郎・山尾敏孝・菊池良介・坂田 力：薄肉開断面部材の非線形解析，構造工学論文集，Vol. 32A, pp. 255-264, 1986年。
- 12) 深沢 泰晴：軸圧縮力を受ける円弧アーチの曲げねじれ座屈に関する研究，土木学会論文報告集，第96号，pp. 29-47, 1967年
- 13) 前川幸次・吉田 博：伝達マトリックス法による曲線I形ばりの耐荷力解析，土木学会論文報告集，第312号，pp. 22-37, 1981年
- 14) 吉田 博・前川幸次：薄肉開断面曲線ばりの弾塑性解析について，土木学会第34回年次講演会概要集，I-105, pp. 208-209, 1979年
- 15) 若菜啓孝・崎山 毅：鋼リブアーチの面外耐荷力解析，第9回構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，pp. 203-208, 1985年

(1987年10月16日)