

メカニズム生起規準に基づく最適弾塑性設計法

OPTIMAL ELASTIC-PLASTIC DESIGN BASED ON THE DESIGN CRITERION OF COLLAPSE MECHANISM
AND ELASTIC-PLASTIC DEFORMATION

三原徹治* 石川信隆** 古川浩平*** 太田俊昭****

By Tetsuji MIHARA, Nobutaka ISHIKAWA, Kohei FURUKAWA and Toshiaki OHTA

This paper presents an optimal elastic-plastic design for the skeletal structures under the design criterion of collapse mechanism and elastic-plastic deformation. The structure is designed such that the collapse mechanism occurs at the ultimate load level and the maximum elastic-plastic deformation does not exceed than the specified allowable deformation. The design method is based on a kind of an optimality criteria method that the design variables are scaled by the ratio of the response deformation to allowable deformation. Three framed structures are designed to illustrate the validity and the applicability of this approach. It is recognized that the method is applicable to the optimal elastic-plastic design of the large scaled structures.

1. 緒言

一般に、構造物が地震や過荷重を受けるとき、時に弾性限界を超える大きな変形（弾塑性変形）が生ずることがあり、場合によっては弾塑性変形によって構造物の終局限界状態が決定されることもある。例えば、道路橋示方書V（耐震設計編）の地震時変形性能の照査においては、部材の応力が許容応力を越えたからといってすぐ落橋するわけではなく、橋全体の安全性を総合的に照査するためには、部材の塑性域での変形性能やねばり強さを評価することが必要であることを述べている¹⁾。このため、著者らは先に弾塑性変形を設計規準に選び、骨組構造を対象とした逐次線形計画法(SLP)による最適弾塑性設計法^{2), 3)}を提示し、同時にこの手法で設計された構造物を後で弾塑性増分解析することによって、構造物の特性を調べた。しかし、その方法では構造物が大規模になると、計算容量や計算時間の点でいくつかの制限を受けざるを得なかった。

本研究は、このような難点を克服するため、最適弾塑性設計された構造物の特性から“メカニズム生起規準”を見出し、これに基づく新しい最適弾塑性設計法を提示するものである。ここで名付けた“メカニズム

* 防衛大学校助手 土木工学教室 (〒239 横須賀市走水1-10-20)

** 工博 防衛大学校教授 土木工学教室 (〒239 横須賀市走水1-10-20)

*** 工博 山口大学助教授 工学部建設工学科 (〒755 宇部市常盤台2557)

**** 工博 九州大学教授 工学部土木工学教室 (〒812 福岡市東区箱崎6-10-1)

生起規準”とは、構造物が設計終局荷重レベルにおいて常に崩壊メカニズムを生起するように設計されるという規準であり、本法ではこのとき同時に最大弾塑性変位も許容変位に一致するように設計しようとするものである。その手法は、最適弾塑性設計された構造物の挙動がちょうど最適塑性設計された構造物と最適弾性限界設計された構造物の挙動の中間にあるという特性に着目し、両方の設計をまず行っただけで、弾塑性変形を両方からはさみ打ちしながら求め、最大弾塑性変位が許容変位に一致するよう、各設計変数をスケールリングして繰返し求める方法である。3つの数値計算例を行い、本法の妥当性と応用性について検討した。

なお、本研究では以下の仮定を用いた。

- (1)各部材の内力 Q_i と内変形 q_i との関係は、完全弾塑性型とする。
- (2)つり合い条件は変形前において求められており、微小変形理論にしたがう。
- (3)局部座屈や全体座屈などの座屈現象はメカニズムが生起するまで起こらないものとする。

2. メカニズム生起規準

(1) 最適弾塑性設計による構造物の特性

一般に、最適弾塑性設計によって設計された構造物を弾塑性増分解析すると、図-1および図-2に示すように最適弾塑性設計された構造物の挙動と最適弾性限界設計された構造物の挙動のちょうど中間の挙動を示すことが認められている^{(2), (3)}。すなわち、図-1は荷重 P （外力）と節点変位 u_j （外変形）との関係を、また図-2は荷重 P （外力）とある部材端に生ずる塑性変形 λ_h （内変形）との関係を示したものである。よって、荷重 P を媒介として節点変位 u_j （外変形）と塑性変形 λ_h （内変形）との関係を結びつけると図-3に示すような線形関係が得られることがわかる。ここで、図-3のⒺ点は終局荷重レベルにおける最適弾性限界設計された構造物の最大変形量（節点変位 u_j^E と塑性変形 $\lambda_h^E = 0$ ）を、また図-3のⒻ点は最適塑性設計された構造物の最大変形量（節点変位 u_j^P と塑性変形 λ_h^P ）を表している。したがって、Ⓔ点とⒻ点を結ぶ線上の点はすべて最適弾塑性設計された構造物に生ずる最大変形量（節点変位 u_j^{EP} と塑性変形 λ_h^{EP} ）を意味することになる。すなわち、 $\lambda_h^E = 0$ を考慮して図-3の直線の式を表せば次式のようなになる。

$$\lambda_h^{EP} = \frac{u_j^{EP} - u_j^E}{u_j^P - u_j^E} \lambda_h^P \quad (1)$$

ここに、 u_j^E 、 u_j^{EP} 、 u_j^P はそれぞれ最適弾性限界設計、最適弾塑性設計および最適塑性設計された構造物に生ずる着目点 j の最大節点変位（外変形）であり、また λ_h^E 、 λ_h^{EP} 、 λ_h^P はそれぞれ同じ構造物に生ずる部材要素端 h の塑性変形である。

ここで注目すべき点は、図-3のⒺ点、Ⓕ点、Ⓗ点ともすべ

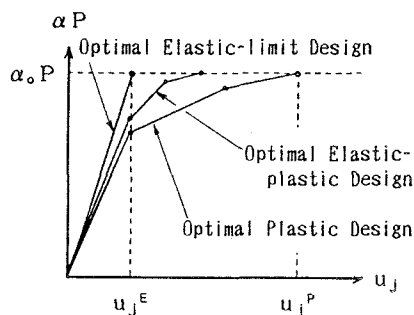


図-1 最適設計された構造物の一般的な荷重～節点変位関係

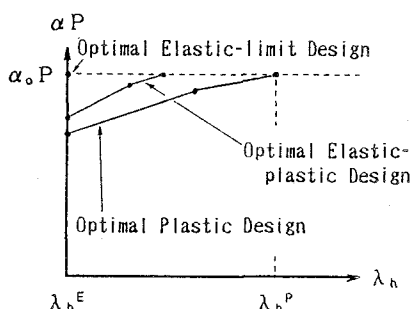


図-2 最適設計された構造物の一般的な荷重～塑性変形関係

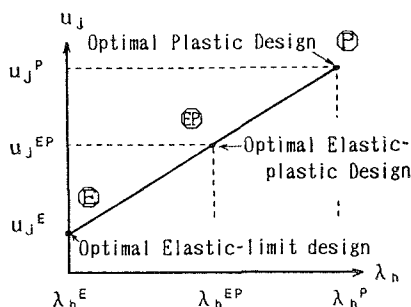


図-3 最適設計された構造物の終局レベルにおける一般的な節点変位～塑性変形関係

て図-1,2より明らかなように終局荷重 ($\alpha_0 P$) レベルにおける変形量を表しており、常に崩壊メカニズムが生起されていることである。よって、この式(1)をメカニズム生起規準と名付けた。なお、この式(1)の特性は以下に示すように理論的にもメカニズム生起規準の基本式として誘導することもできる。

(2)メカニズム生起規準の基本式の誘導

まず終局荷重 ($\alpha_0 F$) レベルでちょうど崩壊メカニズムが生起される構造物のつり合い条件は、次式のように表される。

$$\mathbb{C}^T \mathbf{Q} = \alpha_0 \mathbf{F} \quad (2)$$

ここに、 $\mathbb{C}^T$ は平衡マトリックスで、 $\mathbb{C}$ は適合マトリックスともいう。 $\mathbf{Q}$ は内力ベクトル、 α_0 は設計荷重係数、 $\mathbf{F}$ は外力ベクトルであり、肩字Tは転置行列を意味する。

一方、弾塑性変形適合条件は、式(2)と反傾関係(Contragredience)⁴⁾にあり、式(3)のように表される。

$$\mathbb{C} \mathbf{u}^{EP} = \mathbf{q} \quad (3)$$

$$\text{ただし、} \mathbf{q} = \mathbf{q}^e + \mathbf{q}^p, \quad \mathbf{q}^e = \mathbf{k}^{-1} \mathbf{Q}, \quad \mathbf{q}^p = \mathbb{N} \boldsymbol{\lambda}^{EP} \quad (4a, b, c)$$

ここに、 $\mathbf{u}^{EP}$ は節点変位(外変形)ベクトルであり、 $\mathbf{q}$ は要素端内変形ベクトルで、弾性部分 $\mathbf{q}^e$ と塑性部分 $\mathbf{q}^p$ の和として表される。また、 $\mathbf{k}$ は集合要素剛性マトリックス、 $\mathbb{N}$ は降伏面における外向き単位法線マトリックスで、肩字-1は逆マトリックスを意味する。

式(2),(3),(4)を節点変位 $\mathbf{u}^{EP}$ について解くと次式が得られる。

$$\mathbf{u}^{EP} = \mathbf{K}^{-1} (\alpha_0 \mathbf{F} + \mathbb{C}^T \mathbf{k} \mathbb{N} \boldsymbol{\lambda}^{EP}) \quad (5)$$

ここに、 $\mathbf{K} (= \mathbb{C}^T \mathbf{k} \mathbb{C})$ は構造剛性マトリックスである。

式(5)に式(2),(3),(4)を代入すると、崩壊メカニズムが生起するときの節点変位 $\mathbf{u}^{EP}$ が次式のようにも表現できる。

$$\mathbf{u}^{EP} = \mathbf{K}^{-1} \mathbb{C}^T \mathbf{k} \mathbf{q} \quad (6)$$

なお、式(3)に式(6)を代入すると内変形ベクトル $\mathbf{q}$ も次のように求められる。

$$\mathbf{q} = \mathbb{C} \mathbf{u}^{EP} = \mathbb{C} \mathbf{K}^{-1} \mathbb{C}^T \mathbf{k} \mathbf{q} \quad (7)$$

ここで、式(7)の右辺の $\mathbb{C} \mathbf{K}^{-1} \mathbb{C}^T \mathbf{k}$ は単位マトリックスと同様の働きをするマトリックスであることがわかり、特に $\mathbf{K}^{-1} \mathbb{C}^T \mathbf{k}$ は適合マトリックス $\mathbb{C}$ の一般逆行列 $\mathbb{C}^{-}$ のひとつであることが認められる⁵⁾。

次に、最大節点変位 u_j は、仮想荷重ベクトル $\mathbf{P}$ と式(6)の $\mathbf{u}^{EP}$ を用いて次式のように求められる。

$$u_j = \mathbf{P}^T \mathbf{u}^{EP} \quad (8)$$

ここに、 $\mathbf{P}$ は最大節点変位が生ずる節点番号と同じ要素のみに1が入り、他は0のベクトルである。

さて、最大節点変位 u_j の塑性変形 λ_h に関する感度は、式(8)を用いて次式のようになる。

$$\frac{\partial u_j}{\partial \lambda_h} = \frac{\partial \mathbf{P}^T \mathbf{u}^{EP}}{\partial \lambda_h} = \mathbf{P}^T \frac{\partial \mathbf{u}^{EP}}{\partial \lambda_h} \quad (9)$$

ここで、式(9)の節点変位ベクトル $\mathbf{u}^{EP}$ の塑性変形 λ_h に関する感度は、式(6)と式(4a)を用いて次式のように導かれる。

$$\frac{\partial \mathbf{u}^{EP}}{\partial \lambda_h} = \mathbf{K}^{-1} \mathbb{C}^T \mathbf{k} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \lambda_h} = \mathbf{K}^{-1} \mathbb{C}^T \mathbf{k} \left(\frac{\partial \mathbf{q}^e}{\partial \lambda_h} + \frac{\partial \mathbf{q}^p}{\partial \lambda_h} \right) \quad (10)$$

式(10)で $\mathbf{q}^e$ は λ_h に無関係であるので式(10)の右辺かっこ内第1項は0とおくことができ、式(10)は次式のように表される。

$$\frac{\partial \mathbf{u}^{EP}}{\partial \lambda_h} = \mathbf{K}^{-1} \mathbb{C}^T \mathbf{k} \frac{\partial \mathbf{q}^p}{\partial \lambda_h} = \mathbf{K}^{-1} \mathbb{C}^T \mathbf{k} \mathbb{N} \frac{\partial \boldsymbol{\lambda}^{EP}}{\partial \lambda_h} \quad (11)$$

よって、式(9)は式(11)を用いて次のようになる。

$$\frac{\partial u_j}{\partial \lambda_h} = \mathbf{P}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbb{C}^T \mathbf{k} \mathbb{N} \frac{\partial \boldsymbol{\lambda}^{EP}}{\partial \lambda_h} \quad (12)$$

式(12)において $\mathbf{P}$ と $\mathbf{N}$ は定数ベクトルとマトリックスであり、 $\partial \lambda^{EP} / \partial \lambda_h$ は h 番目の要素のみが1で他は0の定数ベクトル、また $\mathbf{K}^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{k}$ は適合マトリックス $\mathbf{C}$ （定数）の一般逆行列 $\mathbf{C}^{-}$ のひとつで定数マトリックスと見なせるので、結局、 u_j の λ_h に関する感度は一定になる。すなわち、

$$\frac{\partial u_j}{\partial \lambda_h} = \text{const.} \quad (13)$$

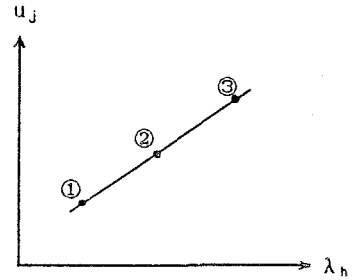
これは、最大節点変位の増分が塑性変形の増分に比例することを意味しており、次のように表すことができる。

$$\frac{\Delta u_j}{\Delta \lambda_h} = \text{const.} \quad (14)$$

式(14)は、 u_j と λ_h とが直線関係になることを示しており、図-4のように任意の3点をとると次のように表される。

$$\frac{u_j^{\textcircled{2}} - u_j^{\textcircled{1}}}{\lambda_h^{\textcircled{2}} - \lambda_h^{\textcircled{1}}} = \frac{u_j^{\textcircled{3}} - u_j^{\textcircled{1}}}{\lambda_h^{\textcircled{3}} - \lambda_h^{\textcircled{1}}} \quad (15)$$

いま、点①および点③を図-3の既知の点⑤および点⑥と考え、図-4 節点変位と塑性変形の直線関係の一般的な関係図



また点②を未知の点④と考えると次式が得られる。

$$\frac{u_j^{EP} - u_j^E}{\lambda^{EP_h} - \lambda^{E_h}} = \frac{u_j^P - u_j^E}{\lambda^{P_h} - \lambda^{E_h}} \quad (16)$$

上式において $\lambda^{E_h} = 0$ を考慮して λ^{EP_h} について解けば、式(1)と同じメカニズム生起規準の基本式が得られる。

$$\lambda^{EP_h} = \frac{u_j^{EP} - u_j^E}{u_j^P - u_j^E} \lambda^{P_h} \quad (17)$$

(3)メカニズム生起規準における既知量の算定

式(17)は未知の弾塑性変形量 λ^{EP_h} と u_j^{EP} （この値は許容変位量 u_0 と等しくおくので実際は既知となる）を求める式であるが、右辺の既知量 u_j^E 、 u_j^P 、 λ^{P_h} の値を算定する必要がある。

① u_j^E の算定：

u_j^E は最適弾性限界設計された構造物の設計値 $\mathbf{X}^E$ に対する弾性変位 $\mathbf{u}^E$ のひとつであるので、式(8)で用いた仮想荷重ベクトル $\mathbf{P}$ と以下の弾性解析によって算定することができる。このとき、同時に弾性応力 $\boldsymbol{\sigma}^E$ も算定される。

$$\mathbf{u}^E = \mathbf{P}^T \mathbf{u}^E = \boldsymbol{\alpha} \mathbf{P}^T \mathbf{K}(\mathbf{X}^E)^{-1} \mathbf{F} \quad (18a)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^E = \mathbf{S} \mathbf{u}^E \quad (18b)$$

ただし、 $\mathbf{S}$ は弾性変位 $\mathbf{u}^E$ と応力 $\boldsymbol{\sigma}^E$ を結びつける係数マトリックスである。

また設計値 $\mathbf{X}^E$ は最適弾性設計によって得られ、ここでは全応力度設計を基礎とするVenkayyaの方法⁶⁾を用いて求めた。すなわち、最適性規準から得られる次の漸化式を用いたスケーリングによって構造重量が最小となったとき最適な設計値 $\mathbf{X}^E$ を得るものである。まず漸化式は

$$\mathbf{X}^E = \max_k (\sigma_k / \sigma_{yk}) \tilde{\mathbf{X}}^E \quad (19)$$

ここに、 σ_k 、 σ_{yk} はそれぞれ部材要素 k の弾性応力および降伏応力度であり、 $\sim$ は前段階の設計値（既知数）を表す。次に構造重量 W^E は

$$W^E = \mathbf{a}^T \mathbf{X}^E \quad (20)$$

ただし、 $\mathbf{a}$ は設計変数 $\mathbf{X}$ に対する重量係数ベクトルである。よって、式(19)と式(18)を繰返し、 $\min W^E$ が得られたとき最適な $\mathbf{X}^E$ とするものである。

② u_j^P と λ^{P_h} の算定：

u_j^P と λ^{P_h} は最適塑性設計された構造物の設計値 $\mathbf{X}^P$ に対する弾塑性変位 $\mathbf{u}^P$ と塑性乗数 λ^P の中のひとつ

であるので、以下の弾塑性解析²⁾によって算定することができる。

$$u_j^p = P^T u^p = P^T K(X^p)^{-1} (\alpha_0 F + C^T k(X^p) N \lambda^p) \quad (21a)$$

$$\lambda^p \in \{\Phi = B(X^p) + D(X^p) \lambda^p, \Phi^T \lambda^p = 0\} \quad (21b)$$

ここに、 $B(X^p) = N^T k(X^p) C K(X^p)^{-1} \alpha_0 F - R X^p$,

$$D(X^p) = N^T k(X^p) C K(X^p)^{-1} C^T k(X^p) N - N^T k(X^p) N$$

ただし、 Φ は降伏関数ベクトル、 R は設計変数 X に対する塑性容量の1次微係数マトリックスである。ここで、式(21b)は線形相補(LCP)問題であるので、相補掃出し法⁷⁾を用いて容易に解くことができ、これより得られた λ^p を用いて式(21a)の u_j^p も求めることができる。

次に、設計値 X^p は最適塑性設計の静的定理(Static Theorem)を用いて、以下の線形計画法(LP)問題の解として求めることができる。

$$\text{目的関数: } W^p = a^T X^p \rightarrow \min \quad (22a)$$

$$\text{制約条件: } C^T Q = \alpha_0 F \quad (22b)$$

$$N^T Q - R X^p \leq 0 \quad (22c)$$

ここに、式(22a)は構造全重量 W^p を最小とすることを表し、式(22b)は平衡条件、式(22c)は降伏条件を示している。

3. メカニズム生起規準を用いた最適弾塑性設計法 ①

(1)設計基本式

いま弾塑性設計の設計基準を最大弾塑性変位 u_j^{EP} が許容変位 u_a に一致する($u_j^{EP} = u_a$)という条件にすれば、弾塑性設計の設計値 X^{EP} は式(19)の全応力度設計と同様な考え方で、次の漸化式を用いることによって求めることができる。

$$X^{EP} = (u_a / u_j^{EP})^n X^E \quad (23)$$

ただし、 X^{EP} は前段階の設計値である。

なお、上式の誘導にあたっては、一般に設計変数 X^{EP}_i が図-8のように許容変位 u_a の増大にともない単調増加(例えば X_2 の場合で $X^E_i \leq X^{EP}_i \leq X^p_i$)か単調減少(例えば X_1 の場合で $X^E_i > X^{EP}_i > X^p_i$)かのいずれかの傾向にあることに着目した。したがって、式(23)の n の値は単調増加の場合は $n = 1$ を、単調減少の場合は $n = -1$ をとることとし、必ず最適弾塑性設計値 X^{EP} が最適弾性限界設計値 X^E と最適塑性設計値 X^p との中間値となるよう考慮した。

(2)設計手順

以上の諸式を用いて最適弾塑性設計を行うには以下の設計手順による(図-5の設計フローチャート参照)。

- ①まず式(22)を用いて最適塑性設計を行い X^p を求める。
- ②この X^p に対して式(21)を用いて λ^p と u_j^p を算定する。
- ③次に、式(19)を用いて最適弾性限界設計を行い X^E を求める。

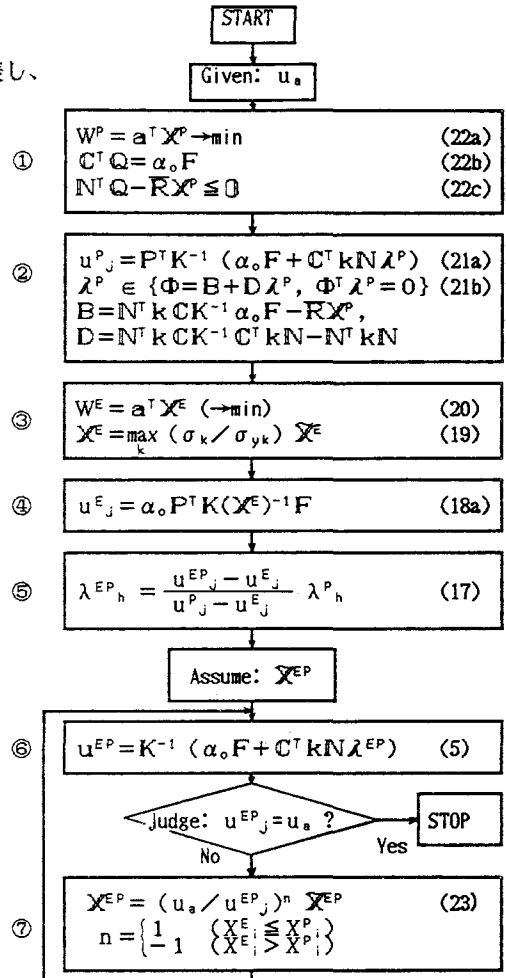


図-5 設計フローチャート

- ④この X^E に対して式(18a)を用いて u_j^E を算定する。
 ⑤以上の既知量を用いて、メカニズム生成規準の式(17)より λ^{EP}_h を求める。
 ⑥この λ^{EP}_h に対して式(5)を用いて弾塑性変位 u^{EP} を算定する。
 ⑦式(23)を用いて X^{EP} を修正し、 $u^{EP}_j \neq u_a$ となるまで手順⑥、⑦を繰り返す。

4. 計算例

(1)計算例1：1層1スパンラーメン

まず本法の妥当性を示すために、図-6に示すような1層1スパンラーメンの最適弾塑性設計を行った。なお、設計変数 X_1 には全塑性モーメント容量(M_{pi})を選んだ。

①当初、式(23)の右辺 X^{EP} の初期値による影響を調べるため、許容変位 $u_a=5.0\text{cm}$ と固定し、3種類の初期値を与えて収束状況を調べた。すなわち、図-7は初期値として(a)最適塑性設計値 X^P 、(b)中間値 $(X^P + X^E)/2$ 、

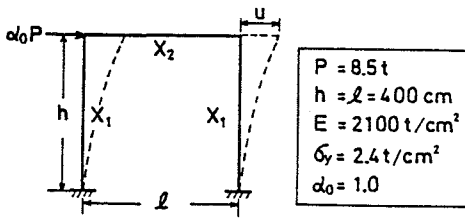


図-6 Ex.1:構造・载荷形式

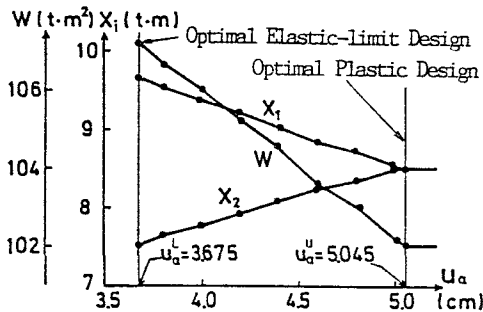


図-8 Ex.1:設計結果(許容変位～設計値関係)

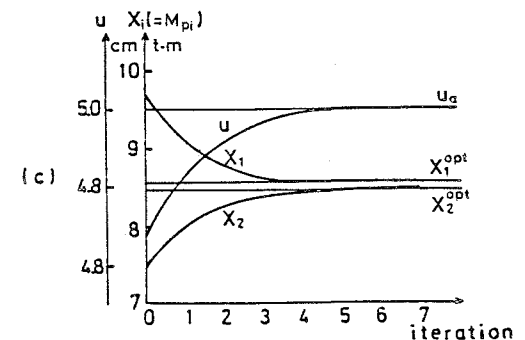
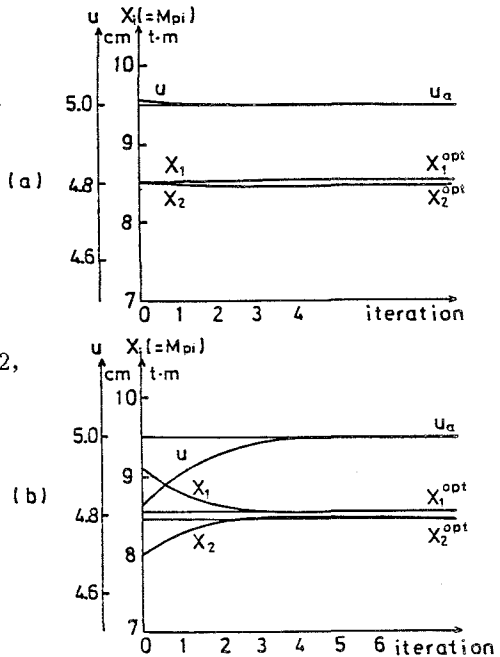


図-7 Ex.1:初期値の収束過程への影響

(a)最適塑性設計値

(b)中間値

(c)最適弾性限界設計値

表-1 Ex.1:設計結果(従来の方法との比較)

$u_a(\text{cm})$	3.675	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.045
$X_1(\text{t}\cdot\text{m})$	9.648 (9.648)	9.528 (9.528)	9.336 (9.360)	9.168 (9.192)	9.000 (9.024)	8.832 (8.832)	8.664 (8.712)	8.520 (8.520)	8.496 (8.496)
$X_2(\text{t}\cdot\text{m})$	7.512 (7.512)	7.632 (7.632)	7.776 (7.752)	7.920 (7.920)	8.088 (8.088)	8.232 (8.232)	8.376 (8.328)	8.496 (8.496)	8.496 (8.496)
$W(\text{t}\cdot\text{m}^2)$	107.2 (107.2)	106.7 (106.7)	105.8 (105.9)	105.0 (105.2)	104.2 (104.5)	103.5 (103.6)	102.8 (103.0)	102.1 (102.1)	101.5 (101.5)
Iteration	6	6	6	5	5	6	7	6	5

()内は従来の方法(SLP)による解

(c)最適弾性限界設計値 X^E を与えたときの繰返し回数と設計値 X_1, X_2 および最大弾塑性変位 u との関係を示している。いずれもわずかな繰返し回数でなめらかに収束しており、初期値による影響はほとんどないことが認められる。よって、以後の計算では初期値として(b)の場合の中間値を用いた。

②次に、許容変位 u_a を変化させて、本法と従来のSLPによる方法²⁾とを比較・検討する。表-1および図-8は下限の許容変位 $u_a^L=3.675\text{cm}$ (これは最適弾性限界設計を行った設計値に対する弾性解析によって得られる)と上限の許容変位 $u_a^U=5.045\text{cm}$ (これは最適塑性設計で得られた設計値に対する終局変形解析によって得られる)との間の許容値 u_a を変化させたときの本法による解と従来のSLPによる解を比較したものである。なお、 $W(=\sum L_i X_i; L_i$ は部材長)は重量関数の値を示す。表-1より両者はよく一致しており、さらに本法は従来の方法に比し、繰返し回数も少なく、しかも計算時間は約1/10程度ですむことが認められた。また、計算容量も従来の約1/5以下で、大規模構造への適用が可能であることがわかった。

(2)計算例2：2層1スパンラーメン

図-9に示すような2層1スパンラーメンの設計を行った。この場合の設計変数は計算例1と同様に全塑性モーメント容量(M_{pi})であり、図-9のように $X_1 \sim X_4$ の4個とした。図-10は設計結果を示したもので、横軸に許容変位 u_a を、縦軸に設計値($X_1 \sim X_4$)と重量関数の値 $W(=\sum L_i X_i)$ を示す。図-10より u_a が変化しても上層の設計値(X_3, X_4)はほとんど変化せず、下層の設計値(X_1, X_2)のみが変化していることが認められる。これは、下層の方が許容変位 u_a に対して比較的敏感に影響されることを意味している。また計算効率は繰返し回数で最大18回と多少計算例1に比し増大しているが、これは設計変数の増大の影響と考えられる。なお、計算時間はいずれも約1秒以内であった。

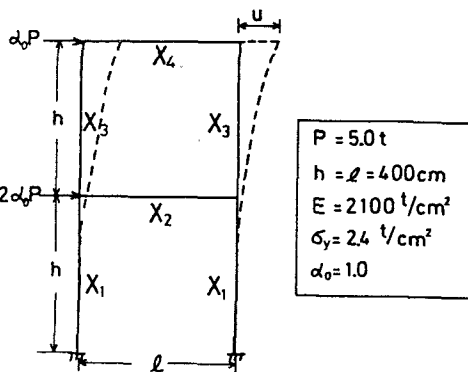


図-9 Ex.2:構造・载荷形式

(3)計算例3：7径間連続橋

本法の大規模構造物への応用を示すために、図-11に示す7径間連続橋⁸⁾を上下部一体ラーメン構造にモデル化して最適弾塑性設計を行った。この橋は長周期構造物(固有周期2.67sec)として中小地震時において水平変位が約18cm生ずるとの報告がある⁸⁾。本法では大地震時(水平荷重係数 $\alpha=1.7$)における許容水平変位を $u_a=60\text{cm}$ として選んだ。この値は下限の許容水平変位 $u_a^L=49.5\text{cm}$ (これは最適弾性限界設計された構造物の最大変位)と上限の許容変位 $u_a^U=98.1\text{cm}$ (これは最適塑性設計された構造物の最大変位)との間にあり、構造物が常に弾塑性変位を生ずるようにした($u_a^L < u_a < u_a^U$)。また、設計変数は断面積とし、上部(はり)と下部(柱)あわせて図-11に示すように6個選んだ。図-12は最適解に至るまでの収束状況を、また表-2は最終的な設計結果を示しており、最適弾性限界設計、最適塑性設計による結果および実際の場合(ただし、比較のための目安として、各設計断面積は1.7倍した値を示している)を併記した。これらの値と比較すると本法($u_a=0.6\text{m}$)による設計値は比較的合理的な値を示してお

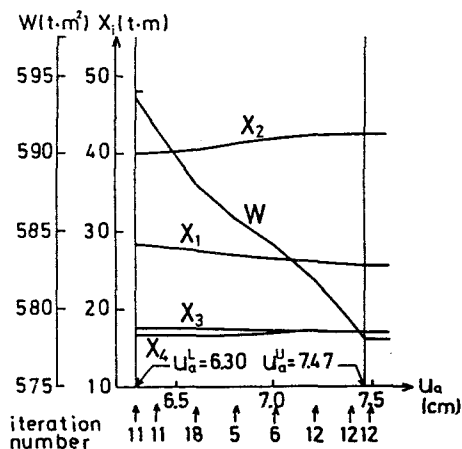


図-10 Ex.2:設計結果(許容変位～設計値関係)

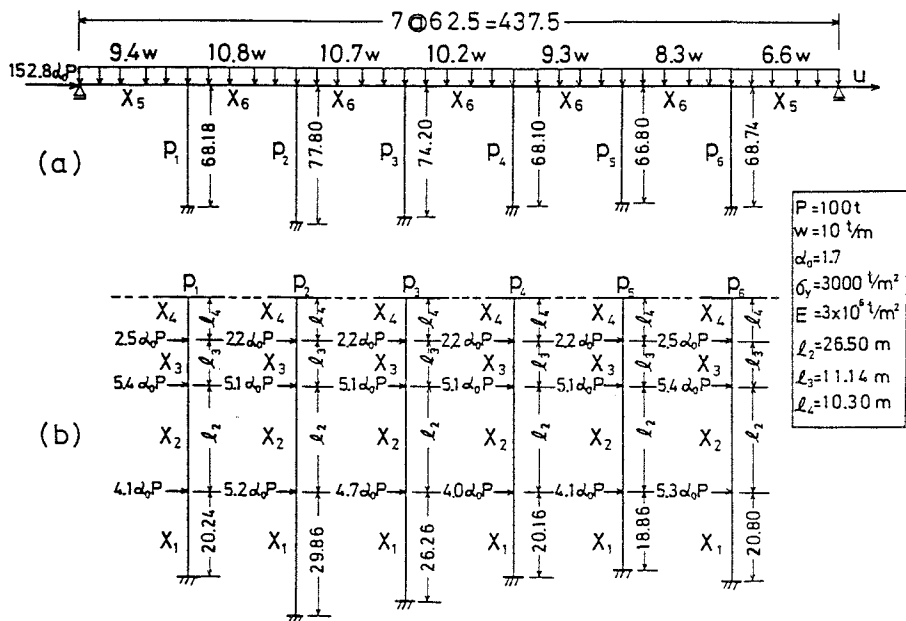


図-11 Ex.3:構造・载荷形式 (a)全体図(b)橋脚図

り、特に実際の場合に比し、約34%全体積を減少できることを認めた。また最適弾性限界設計に比し、全体積(V)で約3%減少しており、さらに $u_g=0.8\text{m}$ と増加させると表-2に示すように、約6%減少しており、また最適塑性設計すると約11%減少することがわかる。このことは適当な変位制御により、じん性をコントロールでき、ひいては経済性にもつながることを示している。

なお、実際の構造物の断面配分では $X_1 > X_2 > X_4 > X_3$ となっているが、本法では $X_1 > X_4 > X_2 > X_3$ の結果が得られた。これは、実際の構造物でははりと柱を分離して設計しているが、本法でははりと柱を一体化してラーメン構造として解いたためと思われる。また、本法による計算時間(CPU)は HITAC M-200H で約7分であった。

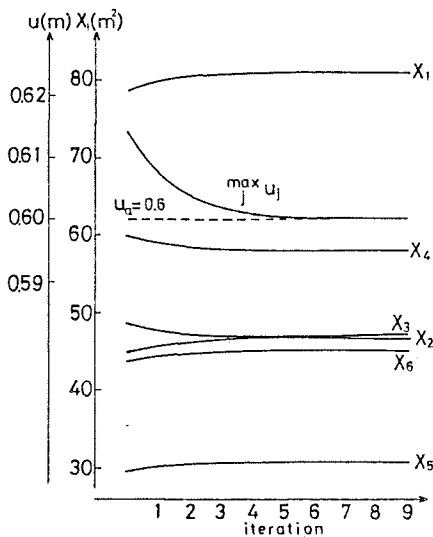


図-12 Ex.3:収束状況($u_g=0.6\text{m}$)

表-2 Ex.3:設計結果

	$X_1(\text{m}^2)$	$X_2(\text{m}^2)$	$X_3(\text{m}^2)$	$X_4(\text{m}^2)$	$X_5(\text{m}^2)$	$X_6(\text{m}^2)$	V(上部)(m^3)	V(下部)(m^3)	V(m^3)
Elastic-limit	82.25	49.60	43.54	56.51	34.72	46.89	18993.1(1.00)	25489.7(1.00)	44482.9(1.00)
$u_g = 0.6 \text{ m}$	81.18	46.41	46.75	57.86	30.52	45.15	17924.4(0.94)	25134.8(0.98)	43059.2(0.97)
$u_g = 0.8 \text{ m}$	76.99	44.02	49.29	61.01	28.95	42.82	17000.0(0.90)	24606.0(0.97)	41606.0(0.94)
Plastic	85.13	40.18	52.65	62.74	23.98	40.57	15675.6(0.83)	24016.3(0.94)	39691.9(0.89)
Actual	116.20	99.98	57.46	65.99	35.17	44.42	18277.5	39639.7	57917.2

5. 結 言

本研究は、大地震時における変位制御という観点から、経済性と安全性を同時に満足させた最適弾塑性設計法を提示したもので、その手法は、メカニズム生起規準と名付けた新しい基本式を用いて最大変位が許容変位に一致するように最適な断面配分を決定しようとしたものである。得られた結果をまとめると以下のようである。

- (1)従来の最適弾塑性設計法^{2), 3)}を用いて設計された構造物に対して弾塑性増分解析を行うことにより、メカニズム生起規準と名付けた最大節点変位と塑性乗数の線形関係を見出すことができた。
- (2)このメカニズム生起規準は理論的にも同様な線形関係として導くことができた。
- (3)このメカニズム生起規準を用いて比較的効率的な最適弾塑性設計手法を確立することができた。
- (4)従来の手法と比較して本法の妥当性を確認できた。
- (5)本法は、従来の方法に比し、計算容量、計算時間とも極めて効率的な方法であることを数値的に確認した。
- (6)本法は、従来不可能であった大規模構造へも応用可能であることを7径間連続橋の例で確認した。
- (7)本法は、じん性をコントロールできる最適設計法であることを認めた。

参考文献

- 1)日本道路協会，道路橋示方書・同解説，Ⅴ耐震設計編，1980。
- 2)石川信隆，香月智，三原徹治，古川浩平：降伏部材選択方式によるトラス構造の最適弾塑性設計法に関する一考察，土木学会論文集第350号/Ⅰ-2，pp.321～329，1984.10。
- 3)Ishikawa, N., Katsuki, S., Mihara, T. and Furukawa, K.:Optimal Design of Elastic-plastic Structure, Proc. of 2nd International Conference on Computing in Civil Engineering, pp.1080～1093, 1985.6。
- 4)Livesley, R.K.:Matrix Method of Structural Analysis, P.57, Pergamon Press, 1964。
- 5)渋谷政昭，田辺国土訳：一般逆行列とその応用，P.24，東京図書，1973.9。
- 6)山田善一，大久保偵二監訳：最適構造設計－概念・方法・応用－，pp.77～109，丸善，昭和58年10月。
- 7)小島政和：相補性と不動点 アルゴリズムによるアプローチ，pp.26～59，産業図書，昭和56年3月。
- 8)成井信，山根哲雄，坂野俊一，渡辺繁：与島高架橋の設計(1)，橋梁と基礎，Vol.15, No.6, pp.20～26，1981。

(1986年10月17日受付)