

吊形式橋梁の風洞試験におけるストリップ理論の適用性について
ON APPLICABILITY OF THE STRIP THEORY TO WIND TUNNEL TESTS OF CABLE SUSPENDED BRIDGES

森川 謙一* 伊藤 學** 藤野 陽三*** 久保 喜延****

By Kenichi MORIKAWA, Manabu ITO, Yozo FUJINO and Yoshinobu KUBO

The purpose of the present paper is to investigate the validity of the concept of the conventional strip theory used in wind-tunnel model tests. The experiments were carried out by using the following two flexible bridge models:

- 1) a cable-stayed bridge under erection stage with free ends
- 2) a suspension bridge with longitudinally varying cross section along the bridge axis

It was found from the above experimental studies that the conventional strip theory was fairly applicable to the test using model 1), whereas did not well explain the behaviours of the model 2) because of the three-dimensional nature of the vibration mode.

1. 序論

長大支間の吊形式橋梁は非常にフレキシブルな構造物であるため風による振動（フラッター及び渦励振）が発生し易く、その安全性の照査は設計において欠くことの出来ないものである。また、橋梁の断面形状は、ほとんどの場合非流線形であるため、解析的に解くことは非常に困難である。コンピューターの発達により数値解析的なアプローチも数多く行われてはいるものの、複雑な断面形状を持つ構造物に対する解析精度は十分でなく、現在の所、風洞実験に頼らざるを得ない面が多い。

三次元全橋模型による風洞実験は、一般に、振動モードや流れの三次元性等を考慮に入れた、より実橋に近い状態での実験が出来る反面、模型製作及び模型のセット、応答の測定等に二次元模型実験とは比較にならないほどの労力と時間を要する。従って、二次元模型実験結果から三次元模型実験の応答特性を推定することが可能になれば、経済的であると同時にパラメーターを種々変化させて応答特性を論じることが可能になる。また、数値計算等においても、二次元系モデルの解析のみでよいことになり、問題の簡略化という意味においても非常に有意義と考えられる。

上述の応答特性推定方法としては、単一モードで振動する全橋模型に作用する空気力は、風速とその場で

-
- | | | | |
|------|-------|-----------|--------------------------------------|
| * | 工修 | 東京大学大学院生 | 工学系研究科土木工学専門課程 (〒113 東京都文京区本郷 7-3-1) |
| ** | 工博 | 東京大学教授 | 工学部土木工学科 (〒113 東京都文京区本郷 7-3-1) |
| *** | Ph. D | 東京大学助教授 | 工学部土木工学科 (〒113 東京都文京区本郷 7-3-1) |
| **** | 工博 | 九州工業大学助教授 | 開発土木工学科 (〒804 福岡県北九州市戸畑区仙水町 1-1) |

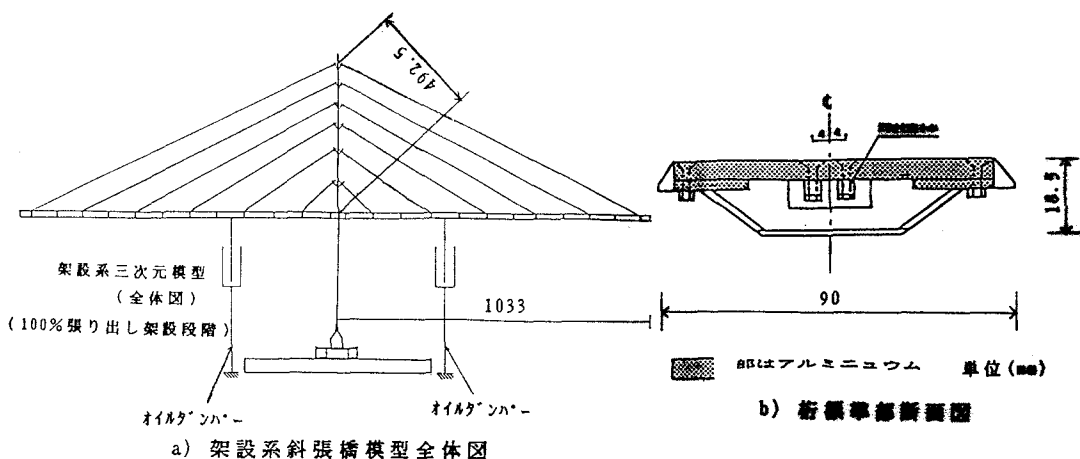


図1 架設系斜張橋模型

の物体運動のみに支配されるという仮定をもとに、二次元模型実験で得られた非定常空気を三次元模型の振動方程式の外力として導入するというストリップ理論が用いられてきた。田中⁴⁾は、タウトストリップモデルを用いた研究により、橋軸方向に一樣な断面を持つ橋梁に対してストリップ理論の仮定が成立することを実験的に明らかにしている。しかしながら、部分的な遮音壁の設置などにより、橋軸方向に断面が変化する(以下、変断面と呼ぶ)場合については検討が行われていない。また、実際の橋の場合、塔やケーブルによる三次元的挙動及び橋軸方向流れの発生等の影響が入ってくるため、さらにこれらを考慮にいた、より実橋に近い実験による検証が必要であると思われる。変断面の橋梁に対してもストリップ理論の仮定は成立しているという報告もある³⁾。しかしながら、三次元性の顕著な構造、例えば張り出し工法による斜張橋の架設系のように自由端を有する構造系、または、橋軸方向に断面の変化する橋梁の中でも空力特性の変化が極端に大きい場合、などに対して単純にストリップ理論を適用できるかどうかについては検討を要するものと思われる。

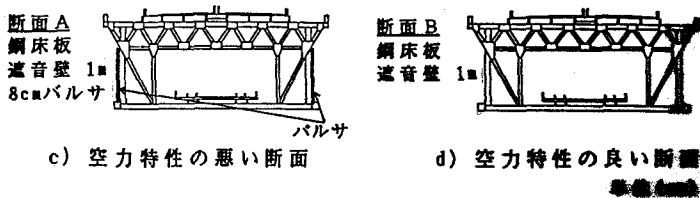
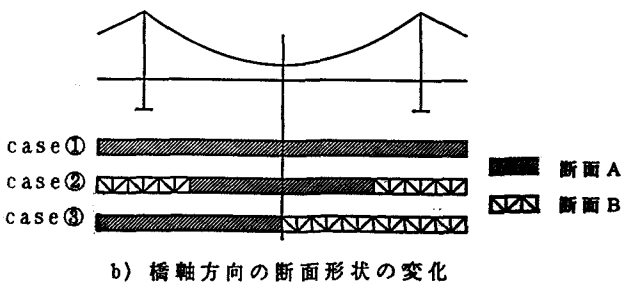
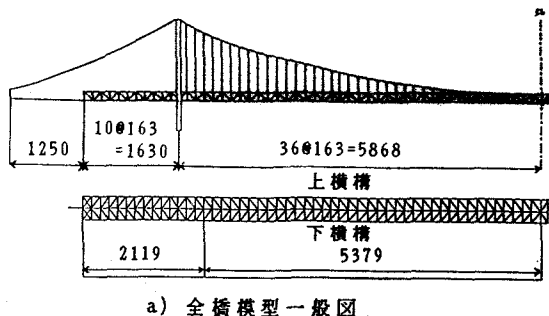


図2 橋軸方向に断面の変化する橋梁模型

図2 橋軸方向に断面の変化する橋梁模型
どうにかについては検討を要するものと思われる。

そこで本研究では、以下の二つのケースをとりあげ、前述のような問題に対して、従来行われていたように、三次元系の微小部分に、一自由度系の二次元部分模型実験から求めた空気力をストリップ理論により導入することにより、三次元系の空気力の推定を行い、その適用性についての検討を行った。

実験(1) 架設系斜張橋(張り出し工法による斜張橋の架設系最終段階)²⁾: 図1

実験(2) 橋軸方向に断面の変化する吊橋⁽¹⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾: 図2

本研究では、二次元系の実験結果から三次元系の応答を推定することを主目的としているが、応答の推定精度を決定する重要な要因である空気力の関数化の問題も第二のテーマとしてとりあげている。

2. ストリップ理論による三次元系の空気力推定

風をうける構造物の動的応答評価の尺度として、ここでは空気力学的減衰を対数減衰率で表した量 δ (以下、空力対数減衰率と呼ぶ)を用いることにする。これは励振空気力に対応するものである。まず、三次元系に導入する空気力として、自由振動法によって求めた一自由度二次元部分模型実験の空力対数減衰率 δ_0 を用いることとする。この、二次元模型実験から求められた非定常空気力は、振動振幅に依存する度合いが強く、一般に振幅の関数として表される。

二次元部分模型で得られた δ_0 を、橋軸方向のある狭い間隔については二次元性が保持されるというストリップ理論の仮定を用いて三次元全橋模型に展開して考えると、全長1なる三次元全橋模型に作用する空力対数減衰率 δ_i は、

$$\delta_i = \frac{\int_0^1 \delta_0(\phi_i(x), U) \phi_i^2(x) dx}{\int_0^1 \phi_i^2(x) dx} \quad (1)$$

x : 桁端部より橋軸方向にとられた座標系、 $\phi_i(x)$: i 次振動モード、 U : 風速となる⁽¹⁾⁽³⁾⁽⁴⁾。

また、実験(2)においては、ケーブルによる空力減衰の効果も考慮にいれて計算している。桁のねじれ振動にともなうケーブルによる付加モーメント M_0 は、準定常理論を用いて次式のように表される⁽¹⁾⁽⁶⁾。

$$\begin{aligned} M_0 &= \frac{1}{4} \rho U D B^2 C_D \dot{\phi} \\ &= C_0 \dot{\phi} \\ C_0 &= \frac{1}{4} \rho U D B^2 C_D \end{aligned}$$

ρ : 空気密度、 D : 代表長(ケーブル径=11.1 mm)、 U : 風速

C_D : 抗力係数($C_D=1.2$)、 ϕ : 桁のねじれ角、 B : ケーブル間隔(437.5 mm)

したがって、ケーブルによる空力対数減衰率 δ_0 は

$$\delta_0 = \frac{C_0}{2 I f} \quad (2)$$

I : 模型の極慣性モーメント、 f : 模型の振動数

となる。

3. 空気力の関数化

ストリップ理論の適用に際し、二次元模型に作用する非定常空気力を振幅の関数として表す必要がある。この関数化の精度によりストリップ理論の推定精度が大きく左右されるため、関数化は慎重に行う必要がある。

る。この場合、微小振幅振動及び長周期のうなりを伴う振動では、単純に減衰を求めたり、求められた減衰の単純平均を用いたのでは、解析データがばらつき、その解析精度に対する数学的根拠が乏しくなる上に三次元モデルの応答推定精度を落とす原因ともなる。また、空気力は振幅に対し非線形であるため、その関数化には多項式が多く用いられてきた。しかしながら、多項式を用いて関数化を行った場合、データによっては高次の式を用いる必要があるため、不必要な振動を発生する恐れがある。

そこで、本研究においては、多項式よりも柔軟なスプライン関数⁵⁾を用いることとした。その場合、スプライン関数の節点の決定方法により、あてはめの結果は大きく変化する。節点を変数にすれば、一般に、極値を複数個持つ非線形最小二乗方程式を解くことが必要になるが、実際上は、逐次分割法による平滑化を用いた準最適解でも十分満足できる結果が得られると考えられる。

本研究においては、対数倍振幅データの一次微係数を取ることで減衰率を求めるため、微係数の求め易い三次スプライン関数を用いた。

実験データの対数倍振幅を波数 x の関数として三次スプライン関数 $S_i(x)$ で表わすと、区間 $[X_i, X_{i+1}]$ において、式(3)のように表される。(図3参照)

$$S_i(x) = m_i a_i(x) + m_{i+1} b_i(x) + Y_i c_i(x) + Y_{i+1} d_i(x) \quad (i = 1 \sim n-1) \quad \text{--- (3)}$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} a_i(x) &= \frac{(X_{i+1}-x)^2(x-X_i)}{h_i^3} \\ b_i(x) &= -\frac{(x-X_i)^2(X_{i+1}-x)}{h_i^3} \\ c_i(x) &= \frac{(X_{i+1}-x)^2\{2(x-X_i)+h_i\}}{h_i^3} \\ d_i(x) &= \frac{(x-X_i)^2\{2(X_{i+1}-x)+h_i\}}{h_i^3} \\ h_i &= X_{i+1}-X_i \\ Y_i &= S(X_i) \\ m_i &= \left. \frac{dS(x)}{dx} \right|_{x=X_i} \end{aligned} \right\}$$

逐次分割法は、最初2つの区間から出発し、順次あてはめの悪い区間に節点を追加していく方法であり、以下のような方法で、三次式の係数を決定する。

まず、最初の区間について最小二乗法の正規方程式を求め、これを解いて係数を決定する。次に、誤差分散の不偏推定量 Q を用いてあてはめの判定を行なう。 Q が、判定値より大きい場合、順次節点を追加し Q が判定条件を満たすまで上記の操作を繰り返す。

図3に、区間 $[X_i, X_{i+1}]$ に節点を追加する様子を示す。

誤差分散の不偏推定量 Q は式(4)によって求まる。

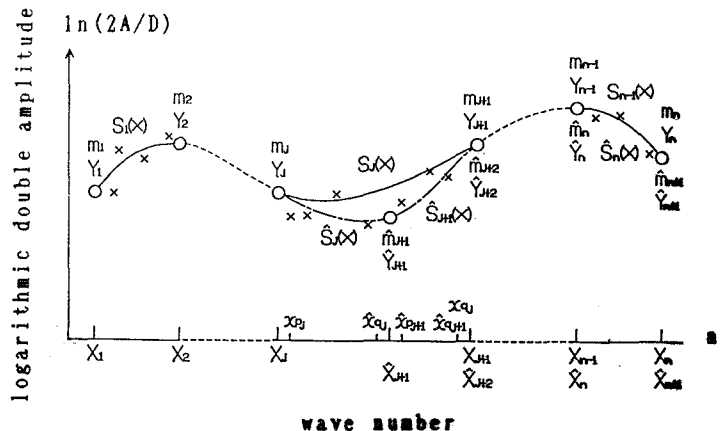


図3 区間 $[X_i, X_{i+1}]$ における節点の追加

$$Q = \left[\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=p_i}^{q_i} \{Y_i c_i(x_k) + m_i a_i(x_k) + Y_{i+1} d_i(x_k) + m_{i+1} b_i(x_k) - y_k\}^2 \right] / \{N - 2(n+1)\} \quad \text{--- (4)}$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} x_k, y_k &: k \text{ 番目のデータ} \\ p_i &: \text{区間 } [x_i, x_{i+1}] \text{ 中の最小のデータ番号} \\ q_i &: \quad \quad \quad \text{最大の} \quad \quad \quad \end{aligned} \right\}$$

N はデータ数、 $2(n+1)$ はパラメータ数 ($Y_i, m_i; i=1 \sim n+1$) である。

本研究においては、前述したように空力対数減衰率を振幅の関数として表す必要があるため、 $S_i(x)$ の一次微係数が節点において連続性を保たなければならない。そのためには、各節点において二次微係数まで連続にする必要がある。つまり、式(5)の二次微係数連続の制約条件のもとで式(4)の極値を求める問題になる。

$$g_k(X, Y, m) = \lambda_k m_k + 2m_{k+1} + \mu_k m_{k+2} - 3\lambda_k \frac{Y_{k+1} - Y_k}{h_k} - 3\mu_k \frac{Y_{k+2} - Y_{k+1}}{h_{k+1}} \quad (k = 1 \sim n-2) \quad \text{--- (5)}$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \lambda_k &= \frac{h_{k+1}}{h_k + h_{k+1}} \\ \mu_k &= 1 - \lambda_k \end{aligned} \right\}$$

この問題は、Lagrange の未定乗数法により、次式において制約条件なしに極値を求める問題に帰着できる。

$$\phi(X, Y, m) = Q(X, Y, m) + \sum_{k=1}^{n-2} p_k g_k(X, Y, m) \quad \text{--- (6)}$$

すなわち、

$$\frac{\partial \phi}{\partial Y_i} = \frac{\partial Q}{\partial Y_i} + \sum_{k=1}^{n-2} p_k \frac{\partial g_k}{\partial Y_i} = 0 \quad \text{--- (6a)}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial m_i} = \frac{\partial Q}{\partial m_i} + \sum_{k=1}^{n-2} p_k \frac{\partial g_k}{\partial m_i} = 0 \quad \text{--- (6b)}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial p_k} = g_k = 0 \quad \text{--- (6c)}$$

($i = 1 \sim n$), ($k = 1 \sim n-2$)

の $(3n-2)$ 個の方程式を解けばよい。

図4に実験(1)の渦励振最大振幅発生時における $10(2A/D)$

二次元部分模型の対数倍振幅と波数の関係を示す。また、図5 a), b) は共に図4から求めた倍振幅と対数減衰率の関係である。a) が逐次分割法により求めたもの、b) が各々の倍振幅において、その周辺50点を直線回歸して求めたものである。

このように逐次分割法を用いると、データの持つ局所的な特徴(急激に微係数の変化する場合など)も十分に考慮にいたれた関数化が可能になる。

また、図5中の履歴曲線部は、模型の固有振動数と渦の発生周波数の微妙なずれによる長周期のうなり現象を表しているものと考えられるが、この現象に関しては、今後更に検討を進めていく必要がある。

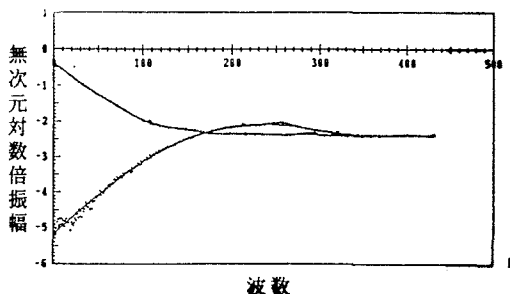


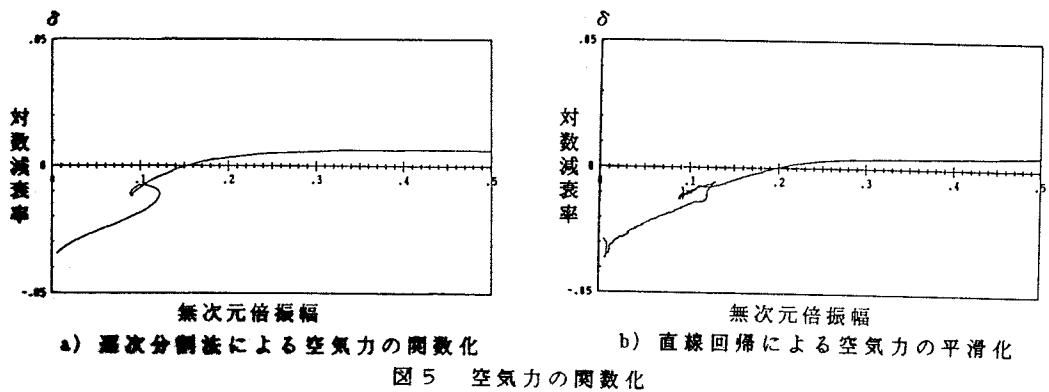
図4 応答振幅及びその関数化

4. 推定値と実験結果の比較及び考察

ここで、三次元風洞模型実験の結果と、二次元部分模型実験からストリップ理論によって求めた三次元系空気力の推定値とを示し比較検討を行う。

ここでは、ストリップ理論を適用する際、模型の三次元的挙動及び流れの影響は無視しうると仮定して計

算を行った。



4. 1 風洞模型実験

実験（１）（２）の実験ケースを表１に示す。実験（１）に使用した模型は、あるプレストレスコンクリート斜張橋設計案の1/121縮尺模型である。PC斜張橋は自重が大きく、特に架設時には非常に低い振動数のモードが存在するため、鉛直たわみ一次モードの渦励振を中心に解析を行った。

実験（２）では、下津井瀬戸大橋の1/80縮尺模型に図2 c), d)に示すような若干の断面変更を加えて、空力特性の極端に異なる断面を作り、同図case①～case③のようにそれらの断面を配置した模型を使用した。また、この実験では、空力特性の悪い断面Aの区間を増やしてゆくと、ねじれ対称一次モードでのみフラッターが発生するため、そのモードに対して解析を行った。

したがって、二次元部分模型実験は、実験（１）においてはたわみ一自由度、実験（２）においてはねじれ一自由度として行っている。

表1 実験ケース

実験 No.	実験（１）	実験（２）
模型	架設系斜張橋最終段階の模型（図1） 構造減衰率(0.01, 0.02, 0.03, 0.04) （オイルダンパー使用）	橋軸方向に断面が変化する吊橋模型（図2） 空力特性の異なる断面をcase①～case③ のように分布させた模型
実橋中央径間 及び模型縮尺	250 m 1/121	940 m 1/80
気流特性	一樣流	一樣流
風洞風速	0.0 ～ 3.0 m/sec	0.0 ～ 8.5 m/sec
実橋風速	0.0 ～ 33.0 m/sec	0.0 ～ 76.0 m/sec
迎角	+4°, +6°	0°, +3°, +5°

4. 2 実験結果とその考察

I. 実験(1)に対するストリップ理論の適用性の検討

図6に実験値と二次元系の空気力から推定した三次元系の桁端部の応答を示す。図中、 α : 迎角、 $Vr = V/fD$: 換算風速、 f : 模型の固有振動数、 V : 風洞風速、 D : 代表長、 δ : 対数構造減衰率である。図のように実験値の渦励振最大応答振幅と推定値との差は10数%にとどまっている。また、迎角、構造減衰率を変化させた場合も同程度の誤差にとどまっており、斜張橋の架設系に対するストリップ理論による空気力の導入は可能であると考えられる。

II. 実験(2)に対するストリップ理論の適用性の検討

低風速時($V=2.0\text{m/sec}$)及びフラッター発生時($V=8.0\text{m/sec}$)のcase①に対しストリップ理論を用いて求めた三次元系の $A-\delta$ (倍振幅-空力対数減衰率)曲線を図7に示す。この図から判るように、低風速時には、ストリップ理論により求めた空力減衰は実験値にほぼ対応しており、その適用性は良いが、フラッターが発生するような高風速時には、実験値よりもかなり大きな負減衰側の値をとっており、計算に用いた仮定には大いに疑問がある。

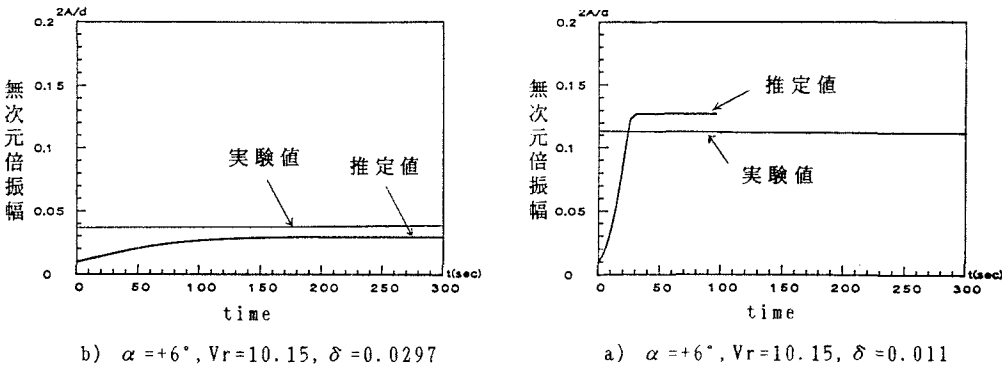
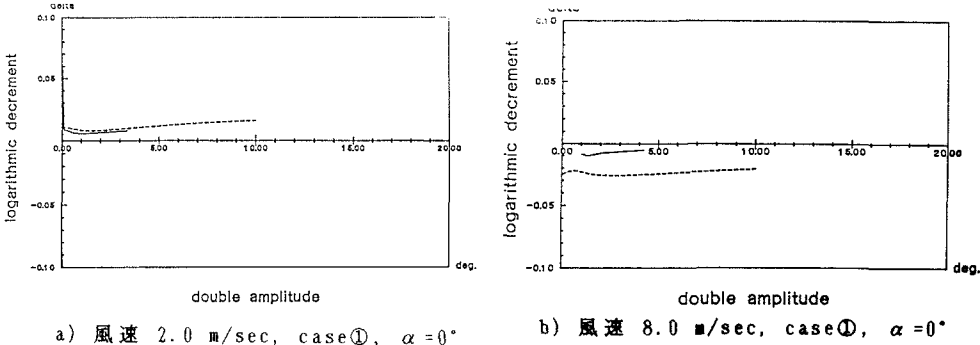


図6 二次元系から推定した三次元系の桁端部の応答



(実線: 実験値、破線: 推定値)

図7 空気力の実験値と推定値の比較

従って、ストリップ理論の適用性の悪い原因としては、高風速時に起こる諸現象が関係しているものと考えられる。そこで、その原因を明確にするため、高風速時(7.0, 8.0m/sec)の推定値と三次元実験から求めた $A-\delta$ 曲線を倍振幅3°において比較し、一覧表にしたものが表2である。表中の値は、倍振幅3°における実

験値と推定値の対数減衰率、及びその差を表している。また、前述のように推定値ではケーブルによる空力減衰の効果も考慮しているが、その値は風速8.0m/secで対数減衰率0.0049と比較的小さい。

この表から判断できるように、case③の迎角0°においては実験値との差が小さくなっているものの、それ以外の場合にはストリップ理論の適用性は悪い。

また、迎角が大きくなるほどその適用性は悪くなっている。風速に関しては、前述したように高風速になるほど適用性は悪い。

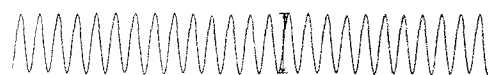
実験（1）との比較においてその原因を考えると、次のような事項が挙げられる。

①変位間の連成

吊橋は、斜張橋に比べ桁の剛性が低く変位間の連成が生じ易い。実際、実験（1）においては、風速が変化しても水平変位の倍振幅はほとんど変化しない。これに対し、実験（2）では、山口、伊藤ら⁹⁾の指摘するようにねじれフラッター発生時に明らかに水平振動との連成がみられる。実際に実験

表2 実験値とストリップ理論による推定値の空力減衰率の差

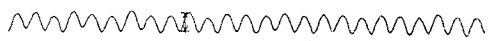
断面構成	風速(m/sec)	δ	迎角		
			0°	3°	5°
case①	7.0	実験値	-0.002	-0.005	-0.003
		推定値	-0.018	-0.038	-0.046
		差	0.016	0.033	0.043
	8.0	実験値	-0.007	-0.010	-0.010
		推定値	-0.026	-0.056	-0.059
		差	0.019	0.046	0.049
case②	7.0	実験値	-0.001	-0.005	-0.005
		推定値	-0.017	-0.037	-0.045
		差	0.016	0.032	0.040
	8.0	実験値	-0.005	-0.010	-0.010
		推定値	-0.025	-0.056	-0.058
		差	0.020	0.046	0.048
case③	7.0	実験値	0.002	0.002	0.002
		推定値	0.007	-0.006	-0.016
		差	-0.005	0.008	0.018
	8.0	実験値	0.001	0.000	0.002
		推定値	0.002	-0.013	-0.026
		差	-0.001	0.013	0.028



1/4 桁ねじれ $2A = 2.8^\circ$



1/4 桁水平変位 $2A = 4 \text{ mm}$

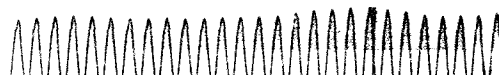


1/4 ケーブル鉛直変位 $2A = 8.2 \text{ mm}$

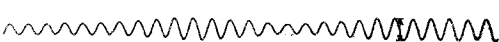


1/4 ケーブル水平変位 $2A = 35 \text{ mm}$

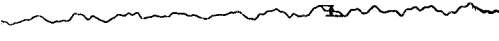
a) フラッター振動時(8.5 m/sec)の波形



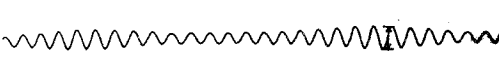
1/4 桁ねじれ $2A = 3.4^\circ$



1/4 桁水平変位 $2A = 2.7 \text{ mm}$



1/4 ケーブル鉛直変位 $2A = 2.1 \text{ mm}$



1/4 ケーブル水平変位 $2A = 7.3 \text{ mm}$

b) 無風時の減衰波形

図8 全橋模型実験で観測された波形

このことから、桁のねじれ振動の減衰が、水平振動との連成により大きくなることは十分に考えられることである。

実験(1)の模型断面は、構造の性格上風速による静的変形が小さいのに対し、実験(2)においては、
図9.11に示すように風速が大きくなるにしたがい、水平変位は急激に大きくなっている。

無風時

8.5m/sec

強風時

48.5 mm

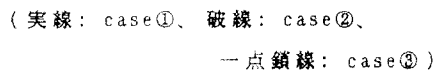
振動中

静的変形

静止時

風洞風速 m/sec	水平逆対称一次 対数空力減衰率
0.0	0.021
5.0	0.079
8.0	0.092

- 図 10 部分模型及び全橋模型回転中心



535

5. 結論

本研究においては、一自由度系である二次元部分模型実験により求めた空気力から、ストリップ理論を用いて三次元全橋模型の空気力を計算した。その結果、架設系斜張橋のように端部効果を有する構造物に対しても通常行われているようなストリップ理論の適用は可能であるが、吊橋のように風圧により変形し易い構造物では、フラッター時の振動モードに変位間の連成が生じ易い上に構造系そのものが変化する恐れも有り、ストリップ理論を適用する際、これらの影響は無視し得ない。したがって、変位間の連成等を考慮した三次的な挙動を考慮する必要があるだろう。

参考文献

- 1) 東京大学工学部土木工学科橋梁研究室：強風時の超長大吊橋の三次的挙動に関する研究，1986年。
- 2) 森川 謙一 九州工業大学 修士論文：斜張橋の架設系における耐風安定性，1985年。
- 3) 宮田 利雄、宮崎 正男、勝俣 徹、伊藤 学：橋軸方向に横断面が一樣でない長大橋梁の空力応答性の評価，構造物の耐風性に関するシンポジウム，1978年。
- 4) H. TANAKA, H. YAMADA : MASS SIMULATION REQUIREMENTS IN WIND TUNNEL TESTING OF BRIDGES (to appear in Proc. ASCE)
- 5) 市田 浩三、吉本 富士市：スプライン関数とその応用，教育出版，1981年。
- 6) 岡内 功、伊藤 学、宮田 利雄：耐風構造，丸善，1977年。
- 7) 岸野 洋也 東京大学 卒業論文：長大吊橋の耐風安定性に及ぼす遮音壁の影響，1984年。
- 8) 宮原 長久 東京大学 卒業論文：長大吊橋の三次元連成振動特性と耐風性，1985年。
- 9) 山口 宏樹、横山 晴生、伊藤 学：風圧により変形した吊橋の動力学的特性と耐風性、土木学会論文報告集 第331号、1983年3月。

(1986年10月17日受付)