

動的緩和法による鋼薄肉変断面はり一柱の面内強度解析

INPLANE STRENGTH ANALYSIS OF TAPERED THIN-WALLED STEEL BEAM-COLUMNS
BY DYNAMIC RELAXATION METHOD

三上 市藏* 三浦 泰夫** 辻本 敦亘*** 田中 成典****

By Ichizou MIKAMI, Yasuo MIURA, Atsunobu TSUJIMOTO, and Shigenori TANAKA

Thin-walled steel tapered beam-columns subjected to end-bending and compression are analyzed to obtain the in-plane strength. The dynamic relaxation method (D.R.M.) is used. The numerical results by D.R.M. are compared with the solution by Schulz for the uniform cross-section, and with experimental values for the varying cross-section. From these comparisons it is found that the D.R.M. can give very accurate solutions. The D.R.M. is particularly powerful as the numerical method to estimate the strength of tapered beam-columns.

1. まえがき

等断面の鋼柱や鋼はり一柱の強度や設計公式に関しては多くの研究がなされている^{1) 2) 3)}が、変断面の鋼はり一柱の弾塑性座屈強度に関する理論的^{4) 5)}および実験的^{5) 6) 7)}研究は少ない。特に設計公式に関しては2～3の研究^{8) 9)}があるが、検討すべき事項が多く残されている。これは、変断面はり一柱の弾塑性解析が容易でないためである。

通常の数値計算法によれば、たわみを求めるための反復計算と、弾塑性状態のひずみ分布を決定するための反復計算と、二重の繰返しが必要になる。Schulz¹⁰⁾は柱の弾塑性座屈解析において、たわみ分布をsin関数と仮定することによって、一重の繰返しになるようにしている。変断面はり一柱の場合はそのような近似は大きな誤差を伴うので許されない。

一方、差分法に基づく反復解法の一つである動的緩和法(Dynamic Relaxation Method)では、変位速度は断面力から、変位は変位速度から、断面力は変位から、それぞれ代入計算によって決定される¹¹⁾ので、変断面の場合でも基礎式はそのまま計算に利用できる。また、動的緩和法が動的つり合い式を対象とすることに着目し、横振動のほかに縦振動も考慮すると、一重の繰返しで、弾塑性状態のたわみ分布とひずみ分布を定めることができる。¹²⁾したがって、動的緩和法を用いて、変断面はり一柱の面内座屈強度解析のための効率的な解法を確立できる。

本論文では、このような解法を述べ、等断面柱の面内強度を解析して、精度を検討し、しかる後に変断面

* 工博 関西大学教授 工学部土木工学科 (〒564 吹田市山手町3丁目3番35号)

** 工修 ㈱東洋情報システム大阪本社 応用技術システム開発部 (〒564 吹田市豊津町8番7号)

*** ㈱春本鐵工所 設計部設計課 (〒551 大阪市大正区南恩加島6丁目20番34号)

**** 関西大学大学院 博士課程前期課程 (〒564 吹田市山手町3丁目3番35号)

はり一柱の面内強度を解析して、理論強度を実験値⁷⁾と比較検討する。

2. 変断面はり一柱の弾塑性解析

Fig.1(a)に示すように、長さ L (cm)の変断面鋼部材が、両端で単純支持され、両端に軸方向圧縮力 P と大断面端にモーメント M_0 を受ける場合を解析する。はり一柱は z 方向の初期たわみを有しており、断面には残留応力があるものとする。以下の解析法は1軸対称断面で、任意に断面変化した部材に適用できるが、本論文でFig.1(b)および(c)に示す2軸対称断面で、腹板のみにテーパが付いている部材を扱う。

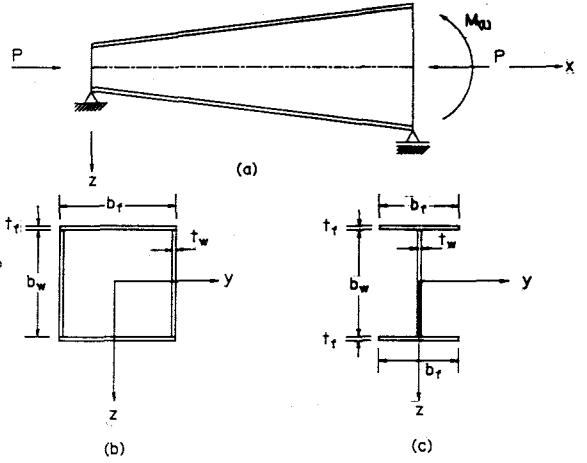


Fig.1 Tapered beam-column and cross-sections

解析にあたって、次の仮定を用いる。①断面は部材の変形後も元の形状を保つ。②変位は微小である。③平面保持の仮定が成立つ。④材料はヤング率 E (kgf/cm²)、降伏応力 σ_Y (kgf/cm²)の完全弾塑性体である。⑤せん断ひずみは無視できる。

(1) 基礎式

動的緩和法を適用するため、 x 、 z 方向の静的つり合い式に慣性項と減衰項を付加した動的つり合い式を考える。

$$m \frac{\partial \dot{u}}{\partial t} + k_u \dot{u} = \frac{\partial N}{\partial x} \quad (1)$$

$$m \frac{\partial \dot{w}}{\partial t} + k_w \dot{w} = \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + N \frac{\partial^2 (w + w_0)}{\partial x^2} \quad (2)$$

ここに、 u 、 w は図心軸の x 、 z 方向の付加変位(cm)、 w_0 は z 方向の初期たわみ(cm)、 N は軸力(kgf)、 M は曲げモーメント(kgf-cm)、 m は線密度(kgf-s²/cm²)、 k_u 、 k_w は x 、 z 方向の減衰係数(kgf-s/cm²)である。また、 $\dot{u}$ 、 $\dot{w}$ は変位速度(cm/s)であり、変位と次のような関係にある。

$$\dot{u} = \partial u / \partial t \quad (3)$$

$$\dot{w} = \partial w / \partial t \quad (4)$$

図心軸から距離 z の点の x 方向ひずみ $\varepsilon(x, z)$ は変位 u 、 w を使って

$$\varepsilon = \partial u / \partial x - z \partial^2 w / \partial x^2 \quad (5)$$

と表され、同じ点の応力 $\sigma(x, y, z)$ (kgf/cm²)はひずみ $\varepsilon(x, z)$ から次のように算定される。

$$|\sigma_e| < \sigma_Y : \sigma = \sigma_e \quad (6a)$$

$$|\sigma_e| \geq \sigma_Y : \sigma = \pm \sigma_Y \quad (6b)$$

$$\sigma_e = E \varepsilon + \sigma_{re} \quad (7)$$

ただし、 $\sigma_e(x, y, z)$ は弾性を仮定した場合の応力、 $\sigma_{re}(x, y, z)$ は残留応力である。

任意横断面(断面積 A)における軸力 N と曲げモーメント M は、応力 σ の値を使って次式で算定される。

$$N = \int_A \sigma \, dA \quad (8) \quad M = \int_A \sigma z \, dA \quad (9)$$

(2) 境界条件式

境界条件は、次のように表される。

$$x = 0 : u = 0, \quad w = 0, \quad M = 0 \quad (10a-c)$$

$$x = L : N = -P, \quad w = 0, \quad M = M_0 \quad (11a-c)$$

(3) 初期たわみ

部材中央点の初期たわみ(cm) f_0 を用いて、次の初期たわみ分布を仮定する。

$$w_0 = f_0 \sin(\pi x/L) \quad (12)$$

3. 数値計算法

(1) 差分表示

Fig.2(a)に示すように、はり一柱を x 方向に n_x 分割 (差分間隔 Δx) し、差分点に $0 \sim n_x$ の番号をふる。断面に関してはFig.2(b), (c)に示すように、フランジを $n_{yf} \times n_{zf}$ 分割、腹板を $n_{zw} \times 1$ 分割する。また、時間軸は間隔 Δt に分割する。プログラミングの便宜のため、仮想差分点を用いない技法¹³⁾ と、時刻 $j\Delta t$ のみにおける差分表示を用いる技法¹²⁾ を用いる。

式(1) および式(2) を、場に関して任意の差分点 i において中央差分表示し、時間に関して任意の時刻 $j\Delta t$ において前進差分表示すると、次のようになる。

$$\dot{u}_{i(j)} = (1 - \Delta t k_u) \dot{u}_{i(j-1)} + \frac{\Delta t}{2\Delta x} \{ N_{i+1} - N_{i-1} \}_{(j-1)} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \dot{w}_{i(j)} = & (1 - \Delta t k_w) \dot{w}_{i(j-1)} + \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \left[\{ M_{i+1} - 2M_i + M_{i-1} \}_{(j-1)} \right. \\ & \left. + N_{i(j-1)} \left\{ \{ w_{i+1} - 2w_i + w_{i-1} \}_{(j-1)} + w_{0,i+1} - 2w_{0,i} + w_{0,i-1} \right\} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

ただし、 m の大きさは静的解に無関係なので、 $m=1$ とした。

式(3) および式(4) を時間に関して任意の時刻 $n\Delta t$ において後退差分表示すると、

$$u_{i(j)} = u_{i(j-1)} + \Delta t \dot{u}_{i(j)} \quad (15)$$

$$w_{i(j)} = w_{i(j-1)} + \Delta t \dot{w}_{i(j)} \quad (16)$$

となり、式(5) の差分表示は次のようである。

$$\varepsilon(z)_{i(j)} = \frac{\{ u_{i+1} - u_{i-1} \}_{(j)}}{2\Delta x} - z \frac{\{ w_{i+1} - 2w_i + w_{i-1} \}_{(j)}}{(\Delta x)^2} \quad (17)$$

式(8) および式(9) は次のように変形できるので、断面内の差分点における応力 $\sigma(y, z)_{i(j)}$ の値と積 σz の値を用いて台形公式による数値積分を行うと、任意断面における軸力 N および曲げモーメント M が算定できる。

$$N_{i(j)} = \int \int_{\text{top-flg}} \sigma \, dydz + \int \int_{\text{bottom-flg}} \sigma \, dydz + t_w \int_{\text{web}} \sigma \, dz \quad (18)$$

$$M_{i(j)} = \int \int_{\text{top-flg}} (\sigma z) \, dydz + \int \int_{\text{bottom-flg}} (\sigma z) \, dydz + t_w \int_{\text{web}} (\sigma z) \, dz \quad (19)$$

(2) 初期条件

時刻 $t=0$ における初期値は以下のように与える。

$$u_i = -(PL/EA_i)(i/n_x), \quad \dot{u}_i = 0 \quad (20a-b)$$

$$w_i = \dot{w}_i = 0 \quad (21a-b)$$

$$N_i = -P \quad (22)$$

$$M_i = M_0 (i/n_x) \quad (23)$$

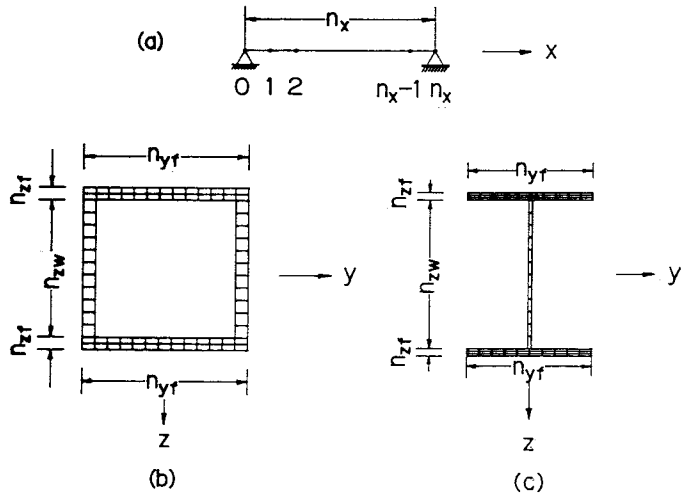


Fig.2 Mesh for finite difference

ここに、 A_i は任意断面の横断面積 (cm^2) である。式 (20a) において、 $u = 0$ とすると衝撃荷重が作用することになり、式 (20a) はそれを避けたものである。

(3) 数値計算手順

時間を進めながら、基礎式と境界条件式を用いて逐次代入計算を繰返すと、静的解に収束する。計算手順のフローチャートは Fig. 3 のようになるが、以下に詳細を述べる。

【step 1】式 (20)～式 (23) を用いて、初期値 $u_{(0)}$, $w_{(0)}$, $\dot{u}_{(0)}$, $\dot{w}_{(0)}$, $N_{(0)}$, $M_{(0)}$ を設定する。

【step 2】時計を時刻 $j\Delta t$ に進め、式 (13) を用いて $\dot{u}_{(j-1)}$, $N_{(j-1)}$ から $\dot{u}_{(j)}$ を $i = 1 \sim n_x$ に対して求める。ただし、 $i = n_x$ に対しては式 (13) の代わりに、打ち切り誤差が $(\Delta x)^4$ のオーダーである 4 分点を使った後退差分表示式を用いる。 $i = 0$ に対しては式 (10a) から $\dot{u}_{(j)} = 0$ である。同様に、式 (14) を用いて $w_{(j-1)}$, $\dot{w}_{(j-1)}$, $N_{(j-1)}$, $M_{(j-1)}$ と w_0 から $\dot{w}_{(j)}$ を $i = 1 \sim n_x - 1$ に対して求める。 $i = 0$, n_x に対しては式 (10b), (11b) から $\dot{w}_{(j)} = 0$ である。

【step 3】式 (15) を用いて、 $\dot{u}_{(j)}$, $u_{(j-1)}$ から $u_{(j)}$ を $i = 0 \sim n_x$ に対して求める。同様に、式 (16) を用いて、 $\dot{w}_{(j)}$, $w_{(j-1)}$ から $w_{(j)}$ を $i = 0 \sim n_x$ に対して求める。

【step 4】各断面 $i = 0 \sim n_x - 1$ において、断面内の各差分点に対して、式 (17) を用いて $u_{(j)}$, $w_{(j)}$ からひずみ $\varepsilon_{(j)}$ を求め、式 (7) を用いて $\varepsilon_{(j)}$ と残留応力 σ_{re} から弾性状態の応力を求める。そして、降伏判定を行い、弾塑性状態の応力 $\sigma_{(j)}$ を式 (6) から定める。ただし、 $i = 0$ に対しては式 (17) の代わりに、打ち切り誤差が $(\Delta x)^4$ のオーダーである 4 分点を使った前進差分表示式を用いる。また、 $i = n_x$ に対してはひずみも応力も計算しない。

【step 5】各断面 $i = 0 \sim n_x - 1$ において、式 (18) を用いて応力 $\sigma_{(j)}$ から軸力 $N_{(j)}$ を求める。断面 $i = n_x$ においては、式 (11a) から $N_{(j)} = -P$ である。また、各断面 $i = 1 \sim n_x - 1$ において、式 (19) を用いて応力 $\sigma_{(j)}$ から曲げモーメント $M_{(j)}$ を求める。断面 $i = 0$ においては、式 (10c) から $M_{(j)} = 0$ 、断面 $i = n_x$ においては、式 (11c) から $M_{(j)} = M_{(0)}$ である。

【step 6】収束を調べる。収束していない場合は、step 2 に戻る。

上述の計算手順で明らかのように、動的緩和法を利用し、式 (2) で示される横振動の他に、式 (1) で示される縦振動を考慮すると、式 (8) および式 (9) を満足する弾塑性応力分布と、 z 方向の静的つり合い式を満足するたわみ分布とが、一重の繰返し計算によって求められる。

4. 等断面柱の面内強度

変断面はり一柱を解析する前に、等断面の単純支持柱の面内圧縮強度を解析し、Schulz¹⁰⁾ の解と比較して本論文の解法の妥当性を検討し、併せて分割数が解の精度に与える影響を調査しておく。

(1) 解析モデル

解析するモデルは、 $L = 3000\text{cm}$ で、Fig. 1(b) において $b_f = 100\text{cm}$, $b_w = 98\text{cm}$, $t_w = t_f = 1\text{cm}$ の箱

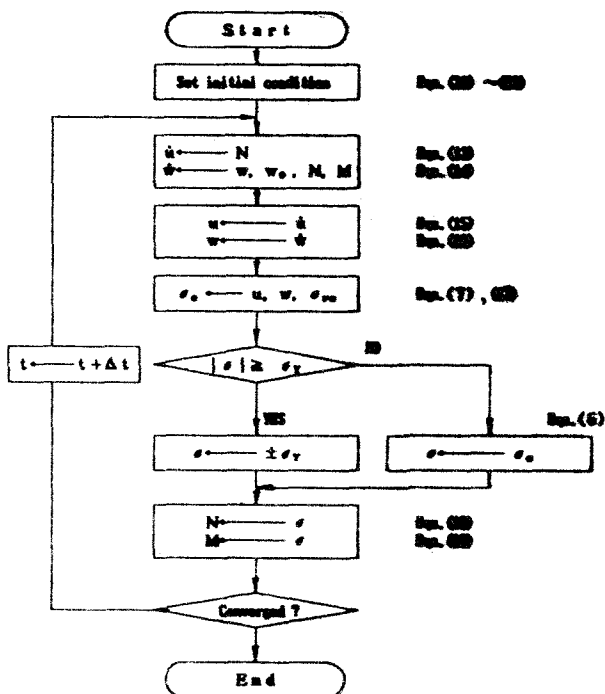


Fig.3 Flow-chart of calculation

形断面とする。 $f_0 = L/1000$, $\sigma_y = 2400 \text{ kgf/cm}^2$, $E = 2.10 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ である。残留応力は, Schulz¹⁰⁾ が採用した Fig.4(a) の分布を仮定し, $\sigma_0 = 0.75 \sigma_y$ とする。

(2) 分割数と解の精度

Fig.5 は, 断面内の分割を一定にして, x 方向の分割数 n_x と柱中央のたわみ (外挿値¹⁴⁾ に対する比で表わされている) との関係調べた結果である。断面内の塑性領域の進展に伴って, 解の精度が変化することが予測されたので, 3 種類の荷重 ($P=700 \text{ ton}$ は終局状態に近い荷重) に対して解を求めている。図からわかるように, 弾塑性状態が進展するほど, 細かい分割が必要になる。これは, たわみ形状が複雑になるためと思われる。この結果から, この章では $n_x = 24$ を用いる。

Fig.6 と Fig.7 は, 断面内の分割と中央たわみとの関係調べた結果である。Fig.6 は腹板とフランジの幅方向の分割数 n_{zw} , n_{yf} を変化させたものであり, 誤差 2% 程度の解を得るには少なくとも $n_{zw} = n_{yf} = 24$ の分割が必要であることが分かる。Fig.7 はフランジ厚の分割 (n_{zf}) を変化させたもので, この分割は

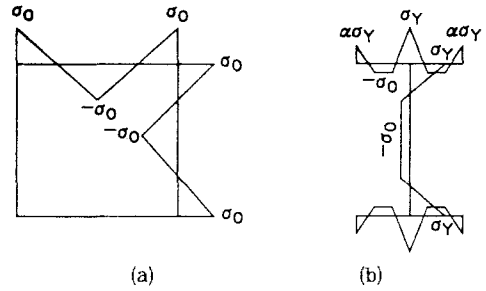


Fig.4 Assumed residual stress pattern

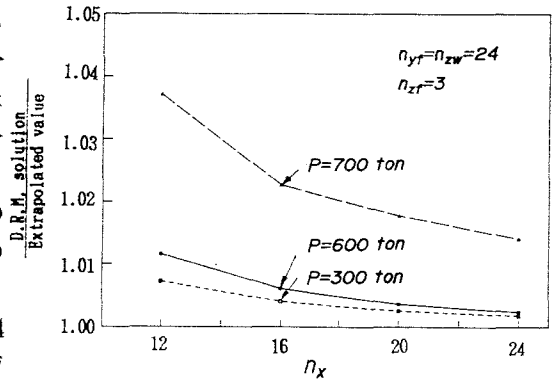


Fig.5 Accuracy of D.R.M. solutions

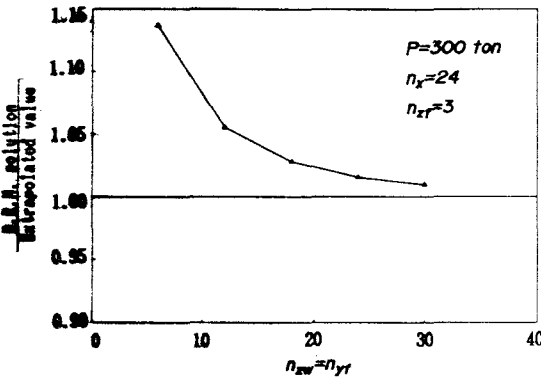


Fig.6 Accuracy of D.R.M. solutions

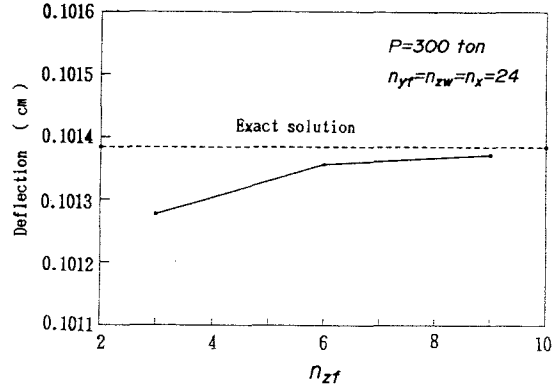


Fig.7 Accuracy of D.R.M. solutions

とんど解の精度に影響しないことがわかる。 $n_{zf}=3$ で誤差は 0.1% 程度になる。

(3) 荷重-たわみ曲線

Fig.8 に終局状態までの荷重と中央たわみとの関係を示す。最初に断面に降伏が発生するのは $P=215 \text{ ton}$ のときで, これ以降, 荷重の増加に伴ってたわみが増加し, $P=711 \text{ ton}$ で最大荷重に達する。同図の一点鎖線は, 残留応力がない場合の解である。この場合, 最初の降伏は $P=795 \text{ ton}$ で生じ, $P=800 \text{ ton}$ で急激にたわみが増加して, 終局状態に到達する。これらの解を Schulz¹⁰⁾ の解と比較すると Table 1 のようになる。本論文の解法は残留応力の有無に関わらず, 妥当な解を与えることが分かる。

(4) 解の収束

Fig.9 と Fig.10 は, 中央のたわみ w と部材端 $x=0$ における軸力 N が収束する模様を示している。Fig.9

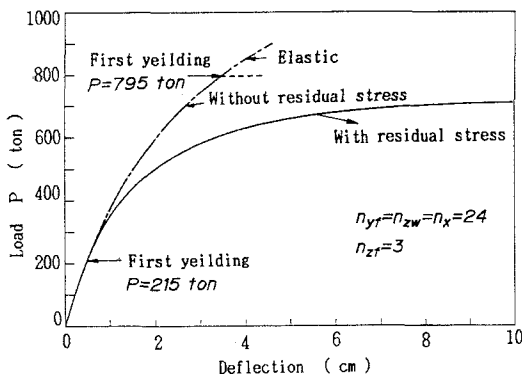


Fig.8 Load-deflection curves

が弾性柱, Fig.10が弾塑性柱に対する解である。いずれの場合もたわみは順調に収束している。

軸力に関しては, 式(1)が境界条件式(10a), (11a)

のもとで解かれ, 式(18)で計算されるが, $N = -P$ に収束するはずである。弾性柱(Fig.9)の場合は, 繰返し計算の初期にすでにこの状態に達している。これに対して, 弾塑性柱の場合(Fig.10), 初めの段階では N の値に変動が見られるが, たわみが収束する以前に収束している。

(5) 減衰係数

減衰係数 k_w , k_u の値は解の収束の早さに関連する。このうち k_u については, 値を変化させても解の収束に殆ど影響は見られず, $k_u \approx 240$ にとればよいようである。

これに対して k_w の値は解の収束に敏感に影響する。そこで, 種々の k_w の値に対するたわみ w の収束状況を調べた。結果の一例をFig.11に示す。図中, k_w は k_c との比で与えられているが, k_c は限界減衰係数であり, 圧縮荷重を受ける弾性柱の横自由振動の周期 T が分かれば, $k_c = 4\pi m/T$ の関係¹⁵⁾から得られる。本論文では, $k_w = k_u = 0$ と置けば直ちに自由振動が実現し, たわみの時間的変動から T を決定することができる。

Fig.11から, $P=600$ tonの場合, 最適減衰係数 $k_{w, opt} = 0.8 k_c$ であることが分かる。同様にして, 種々の荷重に対する最適減衰係数を調べると, Table 2のようなになる。終局状態に接近すると, 最適減衰係数は限界減衰係数よりかなり小さくなる事が分かる。

5. 変断面はり一柱の面内強度

変断面はり一柱の面内強度を解析する。解析

Table 1 Ultimate strength of columns

Residual stress	P (ton)	
	D.R.M.	Schulz
Without	800	796
With	711	711

Table 2 Optimum/critical dumping factors

P (ton)	Critical value	Optimum value
		Critical value
200	42.2	1.0
300	40.6	1.0
400	38.8	1.0
500	37.0	1.0
600	28.1	0.8
700	19.8	0.6

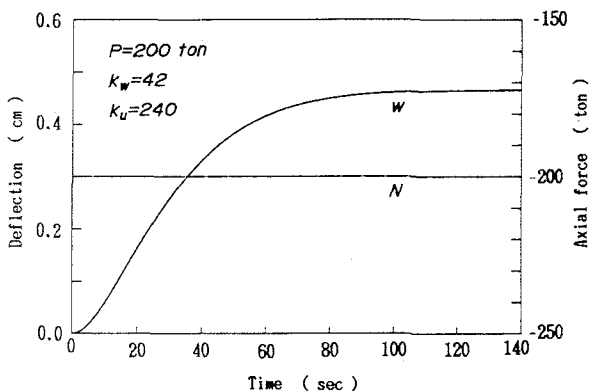


Fig.9 Convergence of deflection & axial force

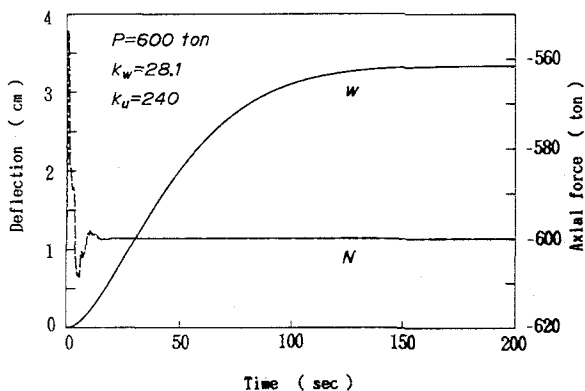


Fig.10 Convergence of deflection & axial force

モデルとして、中部大学で行われた変断面鋼はり一柱の面内耐荷力実験⁷⁾に用いられた5個の供試体を使用する。供試体は、2軸対称I形の変断面部材で、腹板のみにテーパが付いており、強軸回りに初期たわみを有している。部材は両端単純支持され、軸方向圧縮力Pと大断面端のモーメントM₀が、比M₀/PL＝一定となるように载荷された(Table 4)。このため、理論解もM₀/PL＝一定のもとで求めることにした。鋼材はSS41材で、降伏応力は上下フランジ2896kgf/cm²、腹板3120kgf/cm²であり、E=2.10×10⁶ kgf/cm²とした。部材寸法をTable 3に示す。

(1) 残留応力

文献¹⁶⁾では、Fig.12に示す板要素において、残留応力による軸力とn軸回りのモーメントに関して

$$N = \int_A \sigma_{re} dA = 0, \quad M = \int_A \sigma_{re} s dA = 0 \quad (24)$$

を満たすβとγの値が次のように得られている。

$$\beta = \frac{3\alpha\sigma_Y - \sigma_0}{2(1-\alpha)\sigma_Y} \left[\left\{ \frac{(\alpha\sigma_Y + \sigma_0)(3\sigma_Y - \sigma_0)}{(\sigma_Y + \sigma_0)(3\alpha\sigma_Y - \sigma_0)} \right\}^{1/2} - 1 \right] \quad (25)$$

$$\gamma = \frac{2\sigma_0}{\alpha\sigma_Y + \sigma_0} - \frac{\sigma_Y + \sigma_0}{\alpha\sigma_Y + \sigma_0} \beta \quad (26)$$

αとσ₀の値を任意に定めれば、式(25)と式(26)からβとγの値が計算され、残留応力分布が定まる。この分布を繋ぎ合わせれば、Fig.4(b)に示すI形断面の残留応力分布を決定できる。ただし、腹板では両端に引張り降伏応力が生じているので、α=1、β=γ=σ₀/(σ_Y+σ₀)となる。

実測の残留応力分布をFig.13に印○と●で示す。これに近い分布になるようにαとσ₀の値を定めると、同図の実線のようになる。これを解析に用いることにする。

(2) 分割数と解の精度

Table 3のモデルIT-1.4-1に、P=30ton、M₀=227ton-mが作用している場合について、解の精度を検討してみる。時間差分間隔Δt=0.0005、減衰係数k_w=41、k_u=240にとる。

Fig.14は、断面内の分割を一定にして、x方向の分割数n_xと部材中央のたわみ(外挿値¹⁴⁾との比で表わされている)との関係を調べた結果である。図から、n_x=12のとき解の誤差は0.5%以内で、精度がよい。しかし、最大たわみの位置を知るためには、n_x=24程度に細分割する必要がある。

Fig.15とFig.16は、断面内の分割と中央のたわみとの関係を示す。Fig.15は腹板とフランジの幅方向の分割数n_{zw}、n_{yf}を変化させたものである。図よりn_{zw}=n_{yf}=24で、誤差は1%以下となり、十分な精度である。Fig.16はフランジ厚の分割(n_{zf})を変化させたもので、ほとんど解の精度に影響しないが、n_{zf}=3で誤差0.1%以下の高精度解が得られる。

これらの結果から、以後、n_x=n_{zw}=n_{yf}=24、n_{zf}=3を採用する。

Table 3 Dimensions of tapered beam-columns tested

Model No.	Flange		Web			Length L	f _o /L
	b _f	t _f	b _w (s)	b _w (α)	t _w		
	cm	cm	cm	cm	cm	cm	
IT-1.4-1	11.02	0.808	12.13	16.53	0.605	200	1/4000
IT-1.6-2	11.10	0.801	12.50	18.81	0.605	200	1/2900
IT-1.8-3	11.03	0.794	11.07	19.52	0.605	200	1/6400
IT-2.2-5	10.07	0.793	10.17	21.84	0.605	200	1/1700
IT-2.4-6	10.04	0.809	10.26	23.60	0.605	200	1/3100

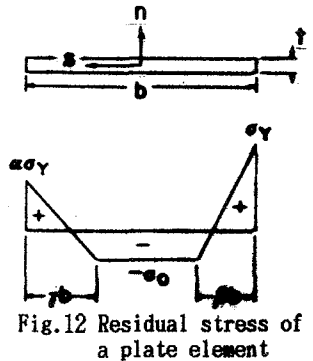


Fig.12 Residual stress of a plate element

(3) 面内強度

実験に供せられた5個のモデルの面内強度を解析した。Fig.17は、モデルIT-1.4-1に対する理論の荷重-部材中央たわみ曲線である。このモデルの耐荷力は、 $P = 43.7 \text{ ton}$ 、 $M_{(1)} = 3.31 \text{ ton-m}$ となった。この図から分かるように、初期たわみの有無によって強度はあまり変化しない。このことは、他の4個のモデルについても言える。

Table 4 に、動的緩和法と実験による最大荷重を比較する。モデルIT-2.2-5を除いて、動的緩和法による終局強度は、危険側ではあるが7%以内の誤差に納まっている。モデルIT-2.2-5の場合、仮定の残留応力分布が実際のもものと異なっているために誤差が大きくなったとも考えられるので、二種類の異なった分布について解を求めてみるとFig.18のようになった。荷重-たわみ曲線に微妙な差異が見られるが、耐荷力は一致した。文献⁷⁾によれば、実験の際に、「最大荷重に達するまでy方向変位は横倒れ防止装置で防止されているが、最大荷重に達した後に、大断面端寄りの横倒れ防止装置と大断面端との間で、これらを節とするような若干のはらみだしが観測され」ており、このために耐荷力が低下したのではないと思われる。

(4) たわみ分布と曲げモーメント分布

Fig.19とFig.20はモデルIT-1.4-1のたわみ分布と曲げモーメント分布を示す。両分布とも、荷重が増すと形状が変化していることが分かる。

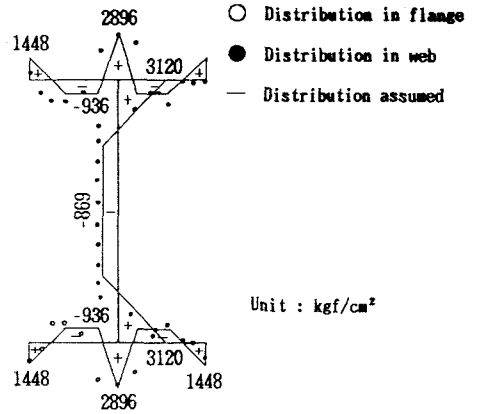


Fig.13 Residual stress distribution

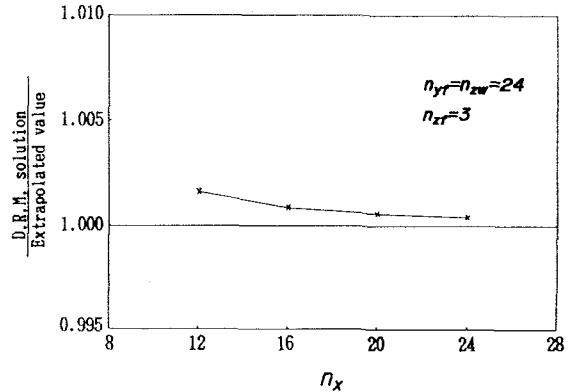


Fig.14 Accuracy of D.R.M. solutions

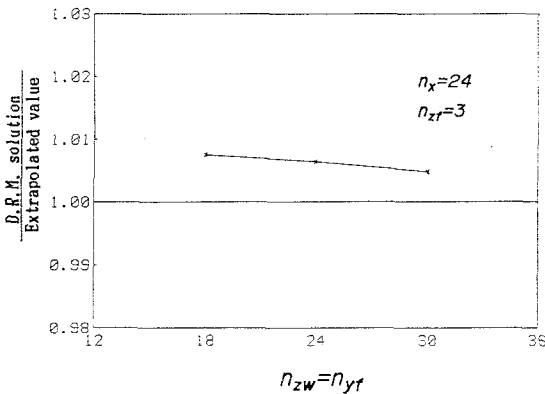


Fig.15 Accuracy of D.R.M. solutions

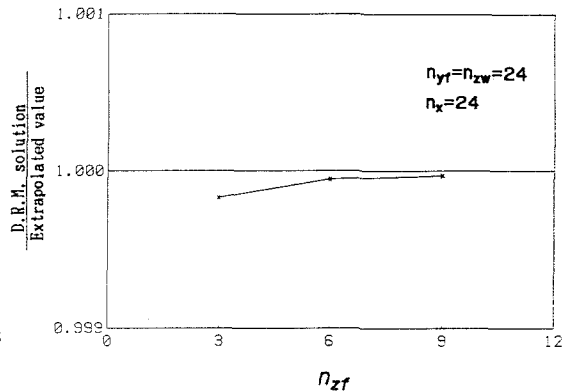


Fig.16 Accuracy of D.R.M. solutions

(5) 荷重-たわみ曲線

Fig.21は、5個のモデルについて、動的緩和法の解と実験結果との荷重-部材中央たわみ曲線を比較したものである。すべてのモデルについて、動的緩和法によるたわみは実験値の約1/2である。この理論たわみが不合理であるかどうかを調べるために、Fig.22を描いた。図には、動的緩和法の解と実験結果に加えて、小

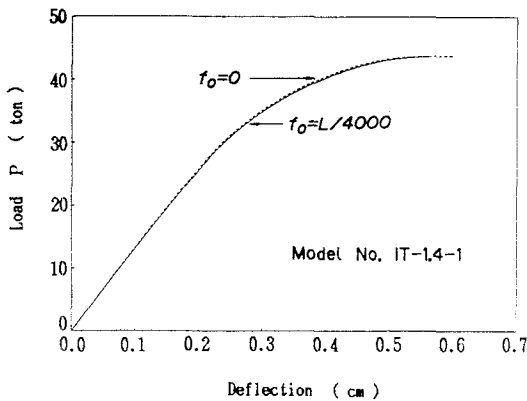


Fig.17 Load-deflection curves

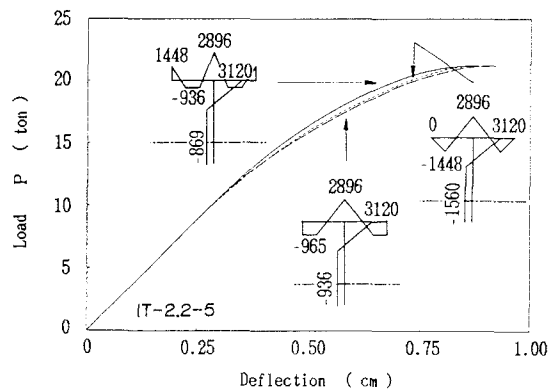


Fig.18 Load-deflection curves

断面と大断面のそれぞれによる等断面はり一柱に対する動的緩和法の解を付け加えた。点線は各理論曲線に対応する弾性ははり一柱の解を示す。図から分かるように、変断面部材の曲線が、大断面による等断面部材の曲線と小断面による等断面部材の曲線の間に位置する。また、等断面はり一柱の弾性2次理論に基づくたわみを公式¹⁷⁾ および Newmark法¹⁸⁾ により求め、それぞれ▲と△で図中にプロットした。動的緩和法による等断面部材に対する2本の曲線はこれら弾性2次理論の解^{17) 18)} と一致している。したがって、本理論の解は妥当であると判断され、それがたわみに関して実験結果と一致しないのは、なんらかの実験条件が解析条件と異なったことに起因するのであろう。

Table 4 Ultimate strength of theoretical and test results

Model No.	$M_{(1)}$	D.R.M. solution ①		Test result ②		①
	P L	P	$M_{(1)}$	P	$M_{(1)}$	②
IT-1.4-1	0.0379	kgf 43,750	kgf-cm 331,400	kgf 41,230	kgf-cm 312,300	1.061
IT-1.6-2	0.0458	44,380	406,200	42,140	385,700	1.053
IT-1.8-3	0.101	28,890	584,100	27,860	563,300	1.037
IT-2.2-5	0.163	21,230	690,700	18,470	601,000	1.149
IT-2.4-6	0.334	12,330	822,400	11,530	769,400	1.069

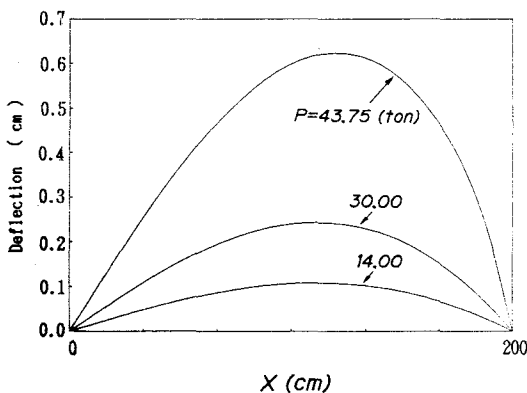


Fig.19 Deflection distributions

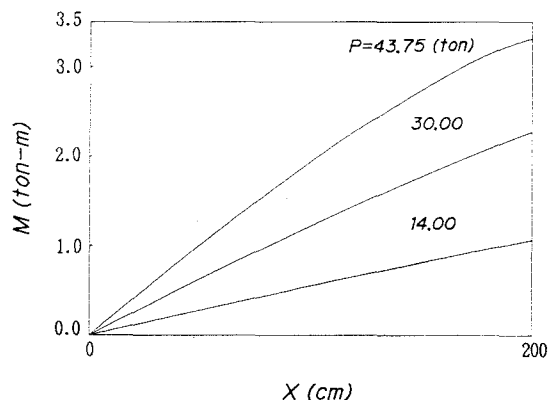


Fig.20 Bending moment distributions

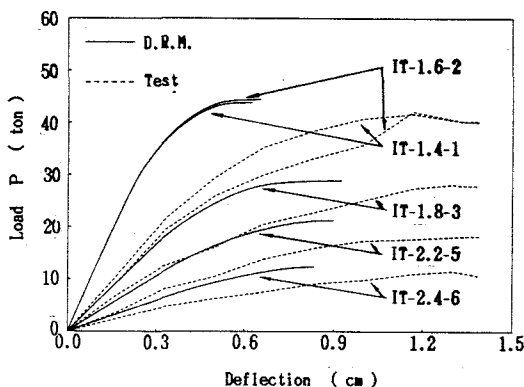


Fig.21 Load-deflection curves

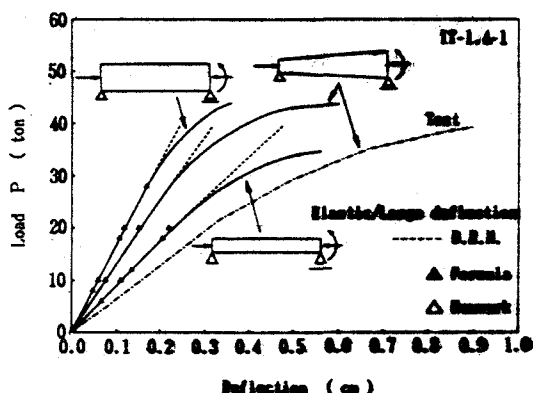


Fig.22 Load-deflection curves

6. 結論

残留応力および初期たわみを有する任意変断面の鋼部材が、軸方向圧縮力および大断面端にモーメントを受ける場合の面内弾塑性座屈強度の解析に有効な、動的緩和法に基づく解法を確立した。これによる解は他の理論解と比較して精度のよいことが分かった。また、文献の実験結果と比較して、妥当な最大強度が得られた。この解法を使って、種々の設計因子と強度との関連を数値的に調査することが可能であり、今後、変断面はり一柱の設計公式を論じて行きたい。

参考文献

- 1) Narayanan, R.: Axially Compressed Structures - Stability and Strength, Applied Science Publishers, London, 1982.
- 2) Narayanan, R.: Beams and Beam Columns - Stability and Strength, Applied Science Publishers, London, 1983.
- 3) 小西一郎編：鋼橋 基礎編I, 丸善, 1977.
- 4) 吉田博・西田進：変断面H形鋼柱の強度と変形, 土木学会論文報告集, No.220, pp.17-27, 1973-12.
- 5) Prawel, S.P., Morrell, M.L., and Lee, G.C.: Bending and buckling strength of tapered structural members, Welding Research Supplement to the Welding Journal, Vol.53, No.2, pp. 75s-84s, Feb., 1974.
- 6) Salter, J.B., Anderson, D., and May, I.M.: Tests on tapered steel columns, Structural Engineer, Vol.58A, No.6, pp.189-193, June, 1980.
- 7) 塩見弘幸・西川俊一・倉田宗章：鋼変断面はり一柱部材の耐荷力実験, 土木学会論文報告集, No.334, pp.163-172, 1983-6.
- 8) Lee, G.C., Morrell, M.L., and Ketter, R.L.: Design of tapered members, Welding Research Council Bulletin, No.173, p.1-32, 1972.
- 9) Shiomi, H., and Kurata, M.: Strength formula for tapered beam-columns, Jour. of Structural Engineering, ASCE, Vol.110, No.7, pp.1630-1643, July, 1984.
- 10) Beer, H., and Schulz, G.: Die Traglast des planmassing mitted gedruckten Stabs mit Imperfectionen, VDI-Z, Vol.111, pp.1537-1541, 1683-1687, 1767-1772, 1969.
- 11) Day, A.S.: An introduction to dynamic relaxation, Engineer, Vol.219, pp.218-221, Jan., 1965.
- 12) Mikami, I., Miura, Y., Matsumura, K., and Tanaka, K.: Useful techniques for dynamic relaxation method, Technology Reports of Kansai Univ., No.27, pp.187-200, Mar., 1986.
- 13) Mikami, I.: Dynamic and viscous relaxation methods using simulation language, Theoretical and Applied Mechanics, Vol.32, Univ. of Tokyo Press, pp.507-515, 1984.
- 14) Mikami, I., and Yonezawa, H.: Extrapolation technique for finite difference and finite element solutions, Theoretical and Applied Mechanics, Vol.25, Univ. of Tokyo Press, pp.567-575, 1977.
- 15) Rashton, K.R.: Dynamic-relaxation solution of elastic-plate problems, Jour. of Strain Analysis, Vol.1, No.1, pp.23-32, 1968.
- 16) 西田進・星名博文：溶接組立断面部材の残留応力推定とその自己つり合い条件式, 土木学会論文報告集, No.340, pp.209-212, 1983-12.
- 17) 構造力学公式集 昭和61年版, 土木学会, 1986.
- 18) 成岡昌夫：ニューマークの数値計算法 梁・柱の曲げ, 振動, 座屈に関連して, 技報堂出版, 1978.
(1986年10月17日受付)