

車輪荷重が作用する縦リブで補剛された 曲線鋼床版の弾性解析

ANALYSIS OF HORIZONTALLY CURVED STEEL PLATE DECK
STIFFENED BY CIRCUMFERENTIAL RIBS UNDER WHEEL LOADING

葦澤憲吉* 芳村仁**

by Noriyoshi NIRASAWA and Jin YOSHIMURA

Two different methods are presented for the analysis of horizontally curved steel plate deck stiffened by ribs in the circumferential direction: One method is the curvilinear orthotropic plate theory considering the eccentricity of ribs and another is the folded plate theory. The deflections and the stresses of the curved steel plate deck under wheel loading have been analyzed. The comparisons of numerical results are made of both analytical methods and the structural characteristics of the curved steel plate deck are investigated.

1. まえがき

曲線橋の床版を鋼床版(曲線鋼床版)とする場合では、その構造は、扇形平板のデッキプレートの下面に、半径方向には放射状に横リブが配置され、さらにそれと直交する橋軸円周方向には縦リブが等間隔に配置された片面補剛構造になる。その配置間隔は一般に、直線鋼床版と同様に、密な縦リブに比べて横リブのほうがかなり疎であり、またリブの一本あたりの剛性も縦リブに比べて横リブのほうがかなり大きい。したがって、曲線鋼床版の力学的機能は、大きく分けて、(1)主桁と横リブの剛性が無限大で変形を生じないと考えて、それらによって囲まれた部分で直接荷重を担う床版作用と、(2)主桁および横リブの変形を考慮してそれらの一部として協力して働く合成作用、の二つに区別される。この報告は、曲線鋼床版のそれらの機能のうち、(1)の床版作用における力学的挙動を解析したものである。

扇形平板に関するこれまでの研究については、文献2)の参考文献に詳しく紹介されているが、直交異方性を有する扇形平板の曲げ問題に関しては、著者のひとりによる研究¹⁾があり、解析的手法を用いたものである。そのほか I.E.Harik²⁾は円周方向に直線梁の固有関数を用いて、単純支持だけでなく固定支持の場合にも適用できる解を求めている。C.Rubin³⁾は円周方向に多項式を用いて、最小ポテンシャルエネルギーの原理により解析をしている。また、井浦、平嶋⁴⁾は任意の境界条件を扱うフーリエ級数解を求めている。しかし、それらはいずれも材料組織的な異方性を有する扇形平板の曲げの方程式を基礎としているため、リブの偏心を考慮できず、さらにねじり剛性の表現とポアソン比の取り扱いに不明確な問題点がある。

この報告では、曲線鋼床版の構造的な特性を調べるのに二つの解析的手法を用いる。ひとつは、曲線直交異方性板理論で、ここではリブ付き板を等価な扇形直交異方性板に置換するが、上記の材料組織的な異方性

* 工修 北海道大学助教授 工学部土木工学科 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)

** 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)

板の方程式ではなく、構造的な異方性を有する板としてリブの偏心と諸剛性の評価に考慮して、基礎方程式を誘導する。その方程式を解くことによって曲線鋼床版の挙動を解析する。さらにそれに対してより厳密な解析結果を与えられるもうひとつの解析法として、折板理論を考える。ここにおいては、曲線鋼床版は多くの板要素に分けられて解析される。この二つの解法を、具体的に車輪荷重が作用する曲線鋼床版の変形と応力解析に適用し、両解析法による結果を示し、比較して解析法の有効性について検討を加えた。

2. 解析手法

図1に曲線鋼床版を示す。下面に縦リブが等間隔に配置されている扇形の平板のデッキプレートが、円周方向の円弧辺 a-a', g-g'において曲線主桁で支持され、半径方向の直線辺 a-g, a'-g'においては横リブで支持されている。

(1) 曲線直交異方性扇形平板の解析理論

この解析理論では、縦リブの諸剛性を均してデッキプレートの剛性と合わせたものを円周方向の剛性と考えて、対象とする鋼床版構造全体を直交二方向の諸剛性が異なる異方性板として解析する。(図2)

デッキプレートの中央面内に半径方向と円周方向の座標軸 r, θ 、およびそれらと直交して下向きに z 軸をとる。リブを含めた断面の変形に平面保持を仮定し、デッキプレートは平面応力状態、縦リブは一軸応力状態として、断面力と3方向変位の間の関係式を誘導する。それらを鋼床版の要素の力学的つりあい条件に代入すると、変位に関する基礎方程式が次のように誘導される。⁵⁾

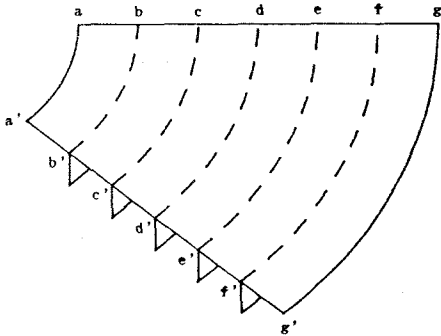


図1 縦リブで補剛された曲線鋼床版

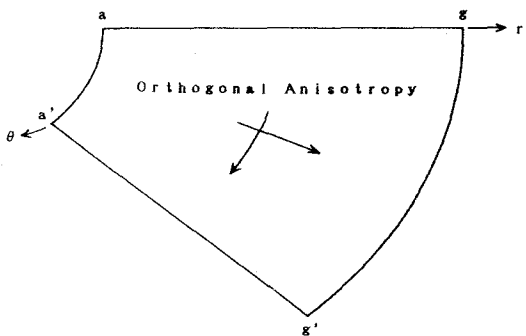


図2 曲線直交異方性扇形平板

$$\left. \begin{aligned} & \frac{Et}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} \right) + \frac{Et}{2(1+\nu)} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta} \right) + \frac{Et}{2(1-\nu)} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 v}{\partial r \partial \theta} \right) - \frac{EF}{d} \left(\frac{u}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) + \frac{ES}{d} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) = -p_r \\ & \frac{Et}{1-\nu^2} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} \right) + \frac{Et}{2(1+\nu)} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} \right) + \frac{Et}{2(1-\nu)} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \theta} \right) + \frac{EF}{d} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} \right) - \frac{ES}{d} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^3} \right) = -p_\theta \\ & \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) - \frac{EJ}{d} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{2}{r^4} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{1}{r^4} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} \right) \\ & + \frac{ES}{d} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial r} - \frac{u}{r^3} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^3} \right) + \frac{B}{d} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2 \partial \theta^2} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta^2} + \frac{1}{r^4} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) = p_z \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここで、 u, v, w : $z=0$ 面における座標軸 r, θ, z 方向の変位、 p_r, p_θ, p_z : 分布荷重強度、
 t : デッキプレートの板厚、 d : リブ間隔、 F : リブの断面積、
 S : リブの $z=0$ 面に関する断面1次モーメント、 J : リブの $z=0$ 面に関する断面2次モーメント、
 B : リブのねじり剛性

この基礎方程式の同次解を次の様なフーリエ解の形に仮定する。

$$u = A r^\lambda \sin n \theta, \quad v = B r^\lambda \cos n \theta, \quad w = C r^{\lambda+1} \sin n \theta \quad \dots \dots \dots (2)$$

これを代入すると、 A, B, C の関係とともに、最終的に λ に関する8次方程式が得られる。その根 λ が複素根の場合には、解も複素解となるが、実数部と虚数部を独立に解とすることができ、いずれにしても8つの独

立な解が得られ、同次解はそれらの一次結合で表わされる。特解は荷重が $p=p_0 f_n \sin \omega \theta$ のような形に展開されるときには、変位の解を同じように仮定して代入して求められる。

荷重が部分的に作用する場合や集中荷重の場合の解析においては、荷重の境界にそって円周方向に切断しそこに連続条件をいれて解析を行なう。

この理論式ではねじり剛性とポアソン比がこれまでの曲線直交異方性板の曲げ理論式に比べてより厳密に扱われているが、数値的にもその違いが表われることが、数値解析の結果として明らかにされている。⁶⁾

(2) 折板解析理論

折板理論においては、曲線鋼床版はデッキプレートとリブの接合線に沿って分割される(図3)。荷重の分布形状によってはデッキプレートがさらにいくつかの要素に分割されることもある。このように分けられた板要素のうち、デッキプレート要素は扇形平板の理論で解析される。その基礎方程式は、

$$\Delta \Delta F=0, \quad \Delta \Delta w=p/D \quad \cdots \cdots (3) \quad \Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

ここで、F：応力関数、D：板の曲げ剛性。

またリブ要素の解析には円筒シェルの理論がもちいられる。その基礎方程式は L.H.Donnell⁷⁾によれば、

$$\nabla^8 u + \frac{12(1-\nu^2)}{\varepsilon^2 h^2} \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} = 0, \quad \nabla^4 v = \frac{1}{\varepsilon^2} \left[-(2+\nu) \frac{\partial^3 u}{\partial z^2 \partial \theta} - \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial^3 u}{\partial \theta^3} \right], \quad \nabla^4 w = \frac{1}{\varepsilon} \left(-\nu \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} + \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial^3 u}{\partial z \partial \theta^2} \right) \quad \cdots \cdots (4)$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}, \quad \nabla^4 = \nabla^2 \cdot \nabla^2$$

ここで、u,v,w：各座標方向の変位、ε：シェルの曲率半径。この方程式の解は N.J.Hoff⁸⁾によって得られていて、変位は最終的に8個の積分定数を含むフーリエ級数解で与えられる。

折板解析では、このように板要素の解を円周方向のフーリエ級数解で求め、それぞれの接合辺上で連続条件(変位の適合条件、応力のつりあい条件)を満足させて行われる。⁹⁾

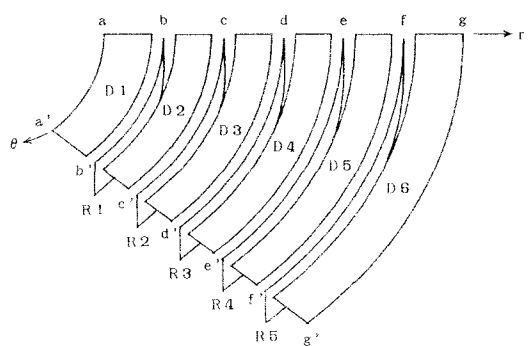


図3 折板理論解析における要素分割

3. 車輪荷重をうける曲線鋼床版

(1) 解析された曲線鋼床版

数値解析例の対象とした鋼床版を図4に示す。スパン長L、リブ間隔などは、一般の鋼床版の標準的なものに従ったが、曲率はかなりきつい構造である。

縦リブは平鋼で、リブ高 200mmであるが、後の計算例では別の場合も示す。境界条件は、直線辺は単純支持で、円弧辺については単純支持、固定、自由の各ケースを計算したが、車輪荷重の場合では床版内部の半径方向応力 σ_r の分布形状に違いが認められた程度なので、結果は周辺単純支持の場合についてのみ示す。

(2) 車輪荷重

鋼床版に作用する荷重は大型車両の後輪(複輪)を想定し、スパン中央線上に面状に分布する荷重とした。その分布面の形状はほぼ矩形であるが、荷重の円周方向への級数展開の都合からやや扇形に近づけた。

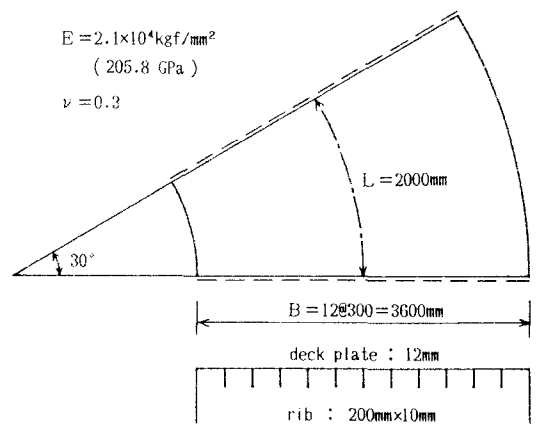


図4 解析された曲線鋼床版

荷重の作用位置は鋼床版の中央のほかに、それぞれ曲率半径の内側と外側 1/4 の位置にある場合も考えて 3 ケースとし、作用位置を P 1、P 2、P 3 と記号した。(図 5)

(3) 数値解析結果

中央位置 P 2 に車輪荷重が作用したときの曲線鋼床版の変形と応力の分布の解析結果を図 6 に示す。これらの分布図はスパン中央線上における値である。破線は曲線直交異方性板理論による結果、実線は折板理論解析による結果である。

たわみ w の図では、車輪荷重位置の近傍において局所的な変形を生じていることがよくわかる。そして、折板理論解析のほうがデッキプレートの変形の様子をより細かくとらえている。

半径方向の曲げモーメント M_r の分布図でも局所的な発生の様子が明らかであるが、得られた分布形には明瞭な違いがある。すなわち、曲線直交異方性板理論の結果では、荷重直下では正の曲げ、その両サイドでは負の曲げというゆるやかな分布形であるのに対し、折板理論解析の結果では、縦リブ間隔の中央部においては正の曲げ、リブの接合部においては負の曲げと、各リブ間隔ごとに正と負に変化する分布形が得られている。

デッキプレートに生じる円周方向の応力 σ_θ の分布については、 w や M_r ほど局所的ではなく広い領域に生じている。ここでは、荷重位置においてだけ両解析法による差異が認められる。

(4) 解析手法の違いによる結果の比較

図 6 からわかるように、二つの解析法の結果に違いが生じた。したがって、さらに、

荷重位置： P 1、P 2、P 3 のそれぞれの場合、
縦リブ高： 100、150、200mm のそれぞれの場合

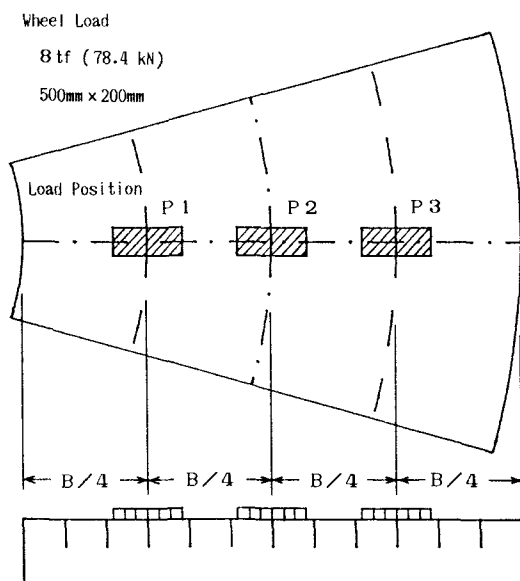


図 5 車輪荷重とその作用位置

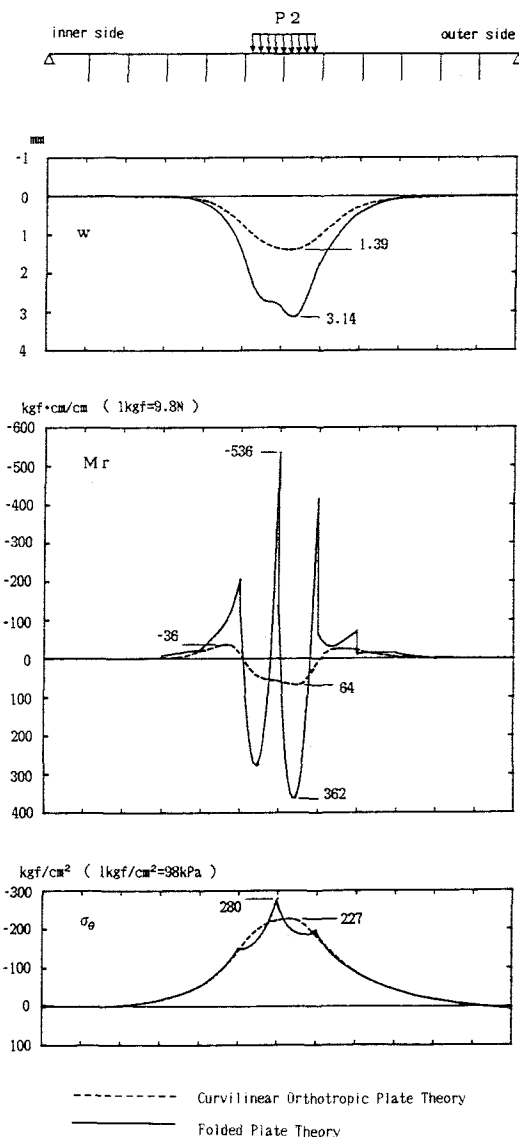


図 6 車輪荷重作用時の曲線鋼床版のデッキプレートのたわみと応力分布図

についても数値解析を行い結果を比較した。

比較の結果として、両解析法より得られた最大たわみ $w_{\max}$ の比を各ケースごとに計算しグラフに表わしたものが図7である。リブ高によって異方性の剛比 (D_θ/D_r) が変わるのでそれを横軸にとり、各荷重位置に関する結果の点を結んである。

$w_{\max}$ の解析値は折板理論解析のほうが大きく、曲線直交異方性板理論による結果は小さい。その違いは、異方性が強いほど大きく開いている。その理由としては、折板理論ではリブを含めた鋼床版の断面内部の変形(断面変形)を許すのに対して、直交異方性板理論においてはそれが許されないからであると考えられる。

$M_{r,\max}$ については、正領域と負領域の両方に生じるので、それぞれについて両解析の結果の比をとってグラフに表わしたのが、図8である。両解析法による結果の違いはたわみの場合以上であり、これも異方性が強いほどその違いがはっきりと表われている。その原因は、鋼床版を一枚の扇形板として扱う曲線直交異方性板理論では、鋼床版の半径方向の曲率の複雑な変化を表わしきれていないことによるものと思われる。

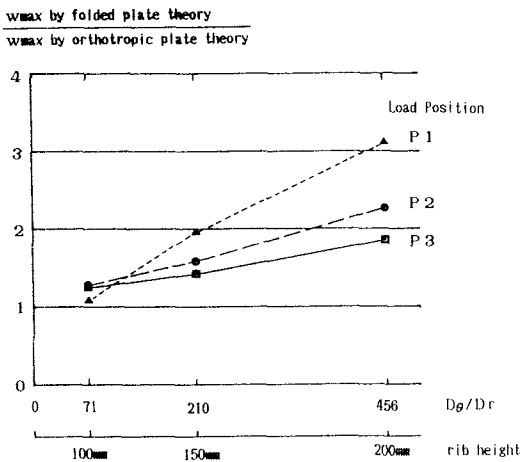


図7 解析手法の違いによる結果の比較：たわみ

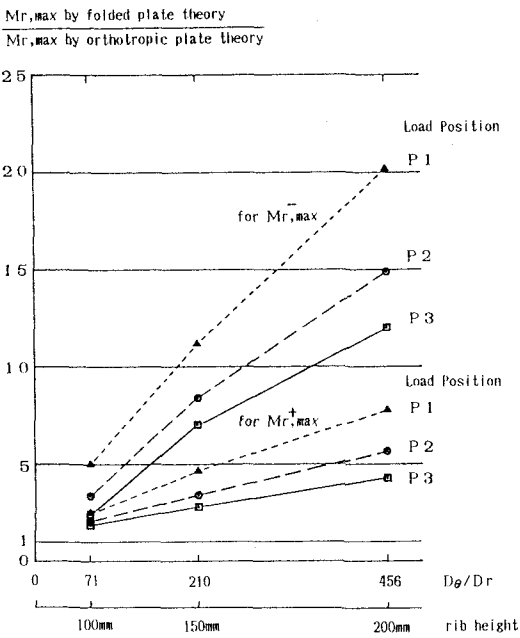


図8 解析手法の違いによる結果の比較： M_r

円周方向については、曲げモーメント M_θ よりもさらに細かく、縦リブに生じる応力 σ_θ を比較する。車輪荷重が作用すると、その直下の縦リブが最大の曲けを受け、大きな応力を生じる。それぞれの荷重位置 P1、P2、P3 の場合のその荷重直下の縦リブの応力の深さ方向の分布の解析結果を比較して図9に示す。曲げ応力 σ_θ はリブの下端において引張応力で上端(接合部)では圧縮応力である。直交異方性板理論による結果は仮定により直線分布となるが、折板理論の場合は縦リブにもせん断遅れの影響が表われていることがわかる。ただし、この縦リブの応力の場合では数値的な差は、 w や M_r ほどには認められない。

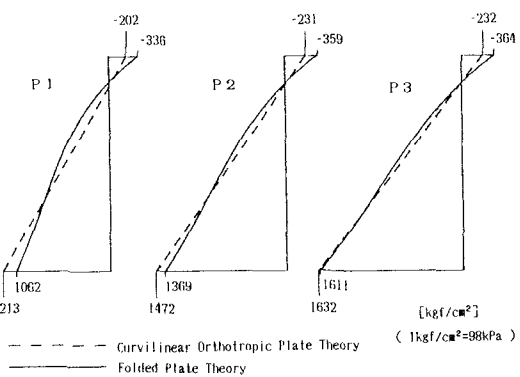


図9 各々の作用位置における荷重直下の縦リブの曲げ応力分布図の比較

4. 考察

このような曲線鋼床版の曲げ剛性は、デッキプレートのみ半径方向の剛性に比べて、リブによる補剛によって円周方向の剛性がきわめて大きく、強い異方性をもつ構造である。このような板の変形挙動は、大きな剛性をもつ方向の変形に対して、小さな剛性をもつ方向の変形は細かく複雑になる。さらに曲線直交異方性板理論の適用の際には、縦リブの諸剛性を板の単位幅あたりの剛性として均して取り扱うので、実際には離散的なリブの配置を連続的なものに置き替えてしまっている。これらのことが半径方向曲げモーメントの分布の結果の大きな違いに表われてくることになる。また、たわみにおける差にも影響をあたえている。

曲線鋼床版の半径方向の細かく複雑な変形の一例として、図10に、折板理論解析により得られた変形図を示す。これは鋼床版の中央に車輪荷重が作用したときの、荷重の近傍における断面変形の有様を示したもので、デッキプレートだけでなくリブが板としての挙動を示して変形しているのがよくわかる。

一方、強い剛性の方向である円周方向の応力やその積分としての曲げモーメントについては異方性板理論と折板理論解析の結果はほぼ一致する。すなわち、円周方向の応力の解析においては、本報告に示したリブの偏心と諸剛性の評価に考慮した曲線直交異方性板理論での解析も十分有効であることがわかる。

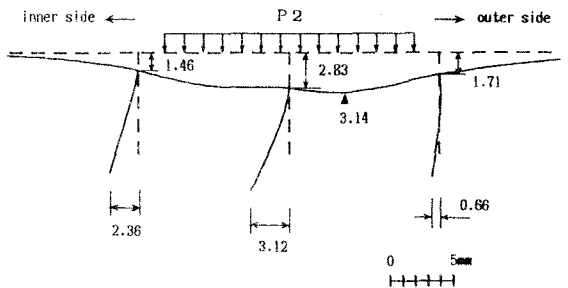


図10 折板理論解析による荷重近傍での鋼床版断面の変形図

5. まとめ

縦リブで補剛された曲線鋼床版の解析手法として、従来の理論より厳密な曲線直交異方性板理論と折板解析理論の二つを示した。数値解析例として、車輪荷重が作用する曲線鋼床版のたわみと応力を示し、曲線鋼床版の構造的な特性について調べるとともに、二つの解析法による結果を比較して、解析法の有効性について検討を行なった。

参考文献

- 1) 芳村仁：曲線直交異方性扇形平板の曲げについて，土木学会論文集，第82,86,89号，1962.6,10,1963.1.
- 2) I.E.Harik: Analytical Solution to Orthotropic Sector, J.of Eng.Mech.,vol.110,No.4,1984
- 3) C.Rubin: General Solution to Bending of Orthotropic Sectors, J.of Eng.Mech.,vol.109,No.1,1983
- 4) 井浦雅司，平嶋政治：任意の境界条件に適用し得る扇形直交異方性板のフーリエ級数解，構造工学論文集，vol.31A，1985.4.
- 5) 荻澤憲吉，芳村仁：曲線鋼床版の基礎方程式について，土木学会年次学術講演会講演概要集 1,1976
- 6) 荻澤憲吉，芳村仁，伊藤進一郎：曲線鋼床版の構造特性，土木学会北海道支部論文報告集，1986.2.
- 7) L.H.Donnell: Stability of Thin-walled Tubes under Torsion, NACA Technical Report, No.479,1933
- 8) N.J.Hoff: Boundary-value Problems of the Thin-walled Circular Cylinder, J.of App.Mech.,1954
- 9) J.Yoshimura, N.Nirasawa: An Analysis of a Curved Girder by the Folded-Plate Theory, Theoretical and Applied Mech.,vol.23,1975

(1986年10月17日受付)