

## 局部座屈を考慮した鋼箱形断面柱の設計公式

DESIGN FORMULA OF STEEL BOX COLUMNS INCLUDING LOCAL BUCKLING

西村宣男<sup>\*</sup>, 小松定夫<sup>\*\*</sup>, 西出俊亮<sup>\*\*\*</sup>, 西村良司<sup>\*\*\*\*</sup>

By Nobuo NISHIMURA, Sadao KOMATSU, Syunsuke NISHIDE and Ryohji NISHIMURA

The ultimate strength of the thin-walled structural member has to be evaluated for both overall stability as a member and the local stability of plate elements consisting the member section. And the coupling effect between overall and local behaviors is one of important subjects of structural stabilities.

In this paper, an efficient FEM approach combining plate element assemblies and framework elements is developed to make clear the coupling phenomena of the thin-walled box columns considering both residual stresses and geometrical imperfections. And then a simple design formula is presented as a function of column slenderness  $\lambda$  and plate slenderness  $R$ .

### 1. まえがき

近年の薄肉鋼構造の耐荷力に関する理論的および実験的研究成果の蓄積と、より軽量化を目指す設計サイドからの要求とから、板要素の局部座屈を生じない場合の部材強度を著しく低下させない範囲で、より薄い板の使用を認める趨勢にある。鋼柱の最適断面設計に関する長谷川ら<sup>21)</sup>、宇佐美ら<sup>22)</sup>の研究は板要素の局部座屈と柱としての全体座屈の相互作用を考慮したうえで、設計法の合理化を推進するための貴重なデータを与えていている。

鋼柱の連成座屈強度評価法は大別すると以下のようになる。

- 1) 降伏応力度  $\sigma_y$  で割って無次元化した柱強度  $\sigma_{eu}/\sigma_y$  と板強度  $\sigma_{eu}/\sigma_y$  の積で連成座屈強度を評価する。
  - 2) 板座屈の発生による柱の有効断面の低減を考慮して、部材の細長比を修正し、この修正細長比に対する柱強度を連成座屈強度とする。
- 1) は道路橋示方書、2) は DAS<sub>t</sub> R1.012 の基本概念である。限界状態設計法を取り入れた BS5400 は有効断面の考え方を採用しているものの、柱の細長比の修正を用いていないため結果的に 1) の区分に相当する。本文中で詳述するように連成座屈強度の評価法、および柱と板の基本強度の相違により、各基準による鋼柱

\* 工博 大阪大学助教授 工学部土木工学科 (〒565 吹田市山田丘2-1)

\*\* 工博 大阪産業大学教授 工学部土木工学科 (〒574 大東市中垣内3-1-1)

\*\*\* 工修 三菱重工業(株) (〒652 神戸市兵庫区和田崎町1-1-1)

\*\*\*\* 大阪大学大学院前期課程 (〒565 吹田市山田丘2-1)

の設計強度に著しい差が存在する。

ところで鋼柱の全体座屈と構成板要素の局部座屈の相互作用を解析する方法は以下の3つに分類される。  
①簡易連成座屈モデル, ②有効幅理論, ③局部座屈を考慮したセグメントのM-φ-P関係を部材方向に積分する方法。

方法①は Neut<sup>1)</sup> モデルに代表されるように箱形断面の腹板が両フランジの側辺の間隔を一定に保持する役割を有するのみと仮定し、フランジの剛性効果のみを考慮した簡易モデルであるが、モデルの簡易さから連成座屈現象の数学的記述に適している。Gilbert-Calladine<sup>2)</sup>, Svensson-Croll<sup>3)</sup> も同様に Neut モデルを用いて柱の連成座屈現象の解明に貢献している。方法②は局部座屈による構成板要素の有効幅を考慮し、有効断面に関する柱の全体座屈強度を連成座屈強度とする方法で、軽量形鋼を対象として開発された<sup>4)5)</sup>。宇佐美・福本は溶接集成箱形断面柱の連成座屈実験と有効幅理論に準拠した設計公式との比較を行っている<sup>6)</sup>。方法③は短柱を対象として初期たわみ、残留応力を含めた曲げモーメント-曲率-軸力関係を予め求めておき、これを柱の全体解析から求められる軸力と曲げモーメントを対応させる方法である。Graves Smith<sup>7)</sup>, Little<sup>8)</sup>, 宇佐美-土屋-福本<sup>9) 10)</sup>らの研究によりこの方法は鋼柱の連成座屈強度の解明の有効な手段となっている。

中井-北田-酒造<sup>11)</sup> は短柱を対象とした弾塑性有限変位解析により、箱形断面の局部座屈強度を詳細に検討し、軸力と曲げモーメントに対する局部座屈相関式を作成している。そして柱の全体解析によって求められる断面力を用いて相関式の照査を行うことにより鋼柱の連成座屈特性を明らかにしている。

本研究では上記の解析法とは異なり、構成板要素の局部曲げ変形が顕著に発生することが予想される領域では板要素で構成されたブロックを、また局部曲げ変形の影響が僅少と考えられる領域には骨組要素を用いた骨組・板ブロックの結合モデルにより鋼柱の連成座屈現象を解明する。そして解析結果を基に、全体座屈が卓越する柱座屈領域から、局部座屈の卓越する板座屈領域までを包括的に評価できる鋼柱の設計公式を提案する。なお、山尾・崎元はこのような結合解析法を用いて、H型断面柱の連成座屈解析を行っている<sup>23)</sup>。

## 2. 骨組と薄板構造の結合解析

本研究では骨組要素ブロックについては小松・西村・大野<sup>14)</sup> によって作成された骨組構造の弾塑性有限変位解析プログラム NAFRAM を用い、また板要素ブロックについては小松・北田・宮崎<sup>15)</sup> の板の弾塑性有限変位解析法を立体薄板構造解析用に拡張したプログラムを用いた。

骨組要素と板要素ブロックの結合解析を行う場合、結合点における自由度の相違が問題となる。そこでまず板要素ブロックの内部節点に関する変位ベクトルを消去して骨組要素との境界面節点変位自由度の大きさに剛性マトリックスをコンデンセーションする。いま境界面における板要素ブロックの節点数をNとするとき自由度はこの方法を用いることにより6Nまで低減される。これを変位変換マトリックス、材端力変換マトリックスを用いることにより6自由度まで低減し骨組要素の変位自由度6に一致させる。なおこの結合解析プログラムを OLFRAM と称する。

### (1) 部分構造法による板ブロック剛性行列の変換

板ブロックの剛性方程式は次のように表される。

$$\begin{aligned} f_u &= K_{11} \delta_u + K_{12} \delta_R \\ f_R &= K_{21} \delta_u + K_{22} \delta_R \end{aligned} \quad (1)$$

ここに,  $f_u$ : 内部節点力ベクトル

$f_R$ : 境界面節点力ベクトル

$\delta_u$ : 内部節点変位ベクトル

$\delta_R$ : 境界面節点変位ベクトル

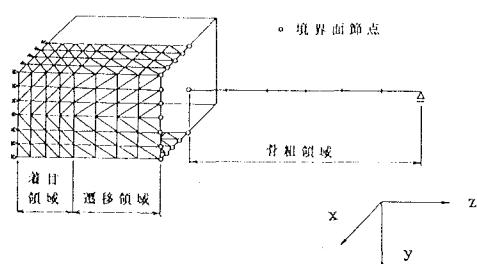


図-1 結合解析モデル

これより  $\delta_U$  を消去すると,

$$F = K_{sb} \delta_R \quad (2)$$

となる。ここに,  $F = f_R - K_{21} K_{11}^{-1} f_U$ ,  $K_{sb} = K_{22} - K_{21} K_{11}^{-1} K_{12}$

ここで骨組要素と板要素ブロック境界面との節点変位および材端力の関係を次のように表す。

$$\begin{aligned} P &= \sum A_i F_i \\ U &= B_i \delta_i \end{aligned} \quad (3)$$

ここに,  $A_i$ : (3) 項で述べる材端力変換行列

$B_i$ : (2) 項で述べる変位変換行列

$P$ : 骨組要素における材端力ベクトル

$U$ : 骨組要素における変位ベクトル

$$F = \{F_1^*; F_2^*; \dots; F_i^*; \dots; F_N^*\}$$

$$\delta_R = \{\delta_1^*; \delta_2^*; \dots; \delta_i^*; \dots; \delta_N^*\}$$

$N$ : 境界板要素ブロックの節点数

これらの関係より,

$$P = \{A_1 k_{11} B_1^{-1} + A_1 k_{12} B_2^{-1} + \dots + A_i k_{ii} B_i^{-1} + \dots + A_N k_{NN} B_N^{-1}\} U \quad (4)$$

$$K_{sb} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N k_{ij}$$

となり, これが板要素ブロックの剛性方程式を骨組自由度までコンデンセーションしたものである。

## (2) 変位変換行列

骨組要素と板要素ブロックとの接合部における骨組変位ベクトルと板変位ベクトルの関係は前述のようになるが, これを増分形に直すと,

$$\Delta \delta_i^* = B_i^{-1} \Delta U$$

となる。このときの変位変換行列  $B_i^{-1}$  は次のようにして求められる。

今, 前平衡状態  $M-1$  が計算されており平衡状態  $M$  を求めるために  $m$  回反復計算が行われたとする。その時の骨組節点における軸方向変位を  $w_m$ , 回転角を  $\theta_{xm}$  とすると, 接合辺の板要素の第  $i$  節点の軸方向変位は,

$$w_{im}^* = w_m + h_i \sin \theta_{xm} \quad (h_i \text{ は骨組節点からの距離})$$

と表される。次に  $m+1$  回目の反復計算が行われ増分変位  $\Delta w_{m+1}$ ,  $\Delta \theta_{xm+1}$  が求められると, 第  $i$  節点の軸方向変位は,

$$w_{im+1}^* = w_m + \Delta w_{m+1} + h_i \sin (\theta_{xm} + \Delta \theta_{xm+1})$$

となる。したがって増分変位は, 次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta w_{im+1}^* &= w_{im+1}^* - w_{im}^* \\ &= \Delta w + h_i \Delta \theta_x \cos \theta_x \end{aligned}$$

同様にして, 第  $i$  節点における板の  $y$  軸方向変位は, 次のようになる。

$$\Delta v_{im+1}^* = \Delta v - h_i \Delta \theta_x \sin \theta_x$$

以上から次の変位変換行列を得る。

$$B_i^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -h_i \sin \theta_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -h_i \cos \theta_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

### (3) 材端力変換行列

前項の変位変換行列の場合と同様にして、

$$A_i = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -h_i \sin \theta x & -h_i \cos \theta x & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

と与えられる。 $A_i$ は $B_i^{-1}$ の転置行列である。

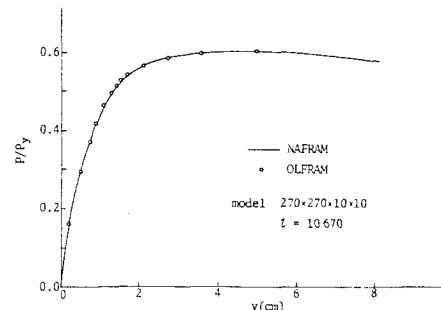


図-2 結合解析モデルの精度

### (4) 結合マトリックスの修正

骨組要素において、定式化の際の仮定（各薄板要素の断面は剛であり変形前に同一平面上にあった断面は変形後も同一断面上にある）によって部材軸方向変位による部材軸直角方向変位が陽な形で現れてこない。このため、骨組要素の変位から板要素境界面の変位へ変換する際に、次のような補正を行うことによってこの影響を考慮する。

結合部における骨組要素節点 $j$ の軸方向ひずみを $\Delta \varepsilon_j$ とすると、これによる補正量はポアソン比 $\nu$ を用いて、次のように表される。

$$\Delta y_{1j} = - \int_0^{y_j} \nu \Delta \varepsilon_j dy = -\nu \Delta \varepsilon_j \cdot y_j \quad (7)$$

$$\Delta x_{1j} = - \int_0^{x_j} \nu \Delta \varepsilon_j dx = -\nu \Delta \varepsilon_j \cdot x_j$$

また $x$ 軸まわりの回転増分量を $\Delta \rho$ とすると、

$$\Delta y_{2j} = \int_0^{y_j} \nu \Delta \rho y dy = \nu \Delta \rho \frac{y_j^2}{2} \quad (8)$$

以上より補正量 $\Delta x_{1j}$ ,  $\Delta y_{1j}$ は、

$$\Delta x_{1j} = \Delta x_j, \quad \Delta y_{1j} = \Delta y_{1j} + \Delta y_{2j} \quad (9)$$

となる。ここで $j$ は界面板要素ブロックの節点番号 ( $j = 1 \sim N$ ) を表す。また $x_j$ ,  $y_j$ は断面の重心からの距離を表す。

### (5) 解析モデルに関する考察

中心圧縮を受ける鋼箱形断面柱の連成座屈強度解析を行うに先立ち、細長比パラメータ $\lambda = 1.0^\circ$ , 幅厚比パラメータ $R = 0.48^\circ$ の局部座屈を起こさないモデルを、圧縮残留応力 $0.4\sigma_u$ , 柱の初期たわみ $\lambda/1000$ , 板の初期たわみ $0$ として、OLFRAMとNAFRAMの両者により解析を行った。荷重と変位の関係を図-2に示すが両解析結果ともほとんど完全に一致している。このことから結合解析によっても柱の全体挙動を忠実に再現できることが確認された。

ところで、連成座屈解析を行う場合には解析モデルにおいて骨組ブロックと薄板ブロックの境界をどこにとるかが問題になるが、それを明らかにするため薄板ブロック領域を $0.5b_f$ ,  $1.5b_f$ ,  $2.5b_f$  ( $b_f$ は腹板高)とした3つのモデルを解き比較した。荷重と柱中央断面のたわみの関係を図-3に示す。この結果 $0.5b_f$ のモデルでは骨組要素との結合による板パネルの変位の拘束効果が大きいため局部座屈の影響が現れず、極限強度はNAFRAMによる骨組解析の結果とほとんど変わらなかった。 $1.5b_f$ および $2.5b_f$ のモデルでは同程度

\*  $\lambda = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \frac{\lambda}{r}}$       \*\*  $R = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \cdot \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k}$

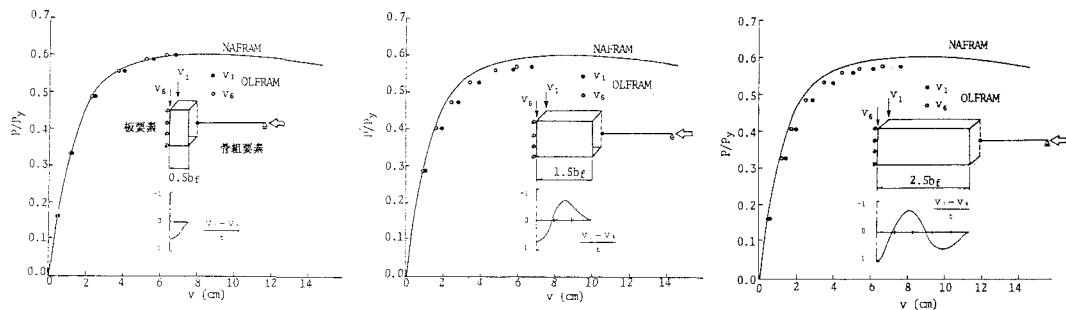


図-3 板ブロック領域の検討（モデルは表-1のC-14）

に局所変形が現れ、極限強度も骨組解析の場合より低下した。1.5b<sub>t</sub> および 2.5b<sub>t</sub> のモデルの極限強度はほとんど差はなかったが、後述の極限強度解析では全て 2.5b<sub>t</sub> のモデルを採用した。

### 3. 鋼箱形断面柱の連成座屈特性

#### (1) 解析モデル

表-1に掲げるような3種類の柱細長比パラメータ $\lambda$ に対して板パネルの幅厚比パラメータRを変化させた18ケースの解析モデルの極限強度解析を行った。残留応力は図-4に示すように引張残留応力 $\sigma_{rt} = \sigma_y$ 、圧縮残留応力 $\sigma_{rc} = 0.4\sigma_y$ 、柱としての初期たわみは最大縦距 $\lambda/1000$ の sine 半波、板初期たわみは $b/150$ の最大縦距で波形は板パネルの座屈波形に一致させた。このような初期不整を有する鋼箱形断面柱の局部座屈を含まない柱強度は ECCS 柱基本強度曲線 b に相当する。

表-1 解析モデル一覧

Model	b (cm)	t (cm)	$\lambda$ (cm)	b/t	$\lambda$	R
C-11	55	0.752	2134	73.14	1.023	1.300
C-12	55	0.815	2134	67.48	1.023	1.200
C-13	55	0.889	2134	61.87	1.023	1.100
C-14	55	1.000	2134	55.00	1.023	0.978
C-15	55	1.110	2134	49.55	1.023	0.881
C-16	55	1.250	2134	44.00	1.023	0.782
C-17	55	1.430	2134	38.46	1.023	0.684
C-21	55	0.889	1740	61.87	0.834	1.100
C-22	55	1.000	1740	55.00	0.834	0.978
C-23	55	1.110	1740	49.55	0.834	0.881
C-24	55	1.250	1740	44.00	0.834	0.782
C-25	55	1.430	1740	38.46	0.834	0.684
C-26	55	1.630	1740	33.74	0.834	0.600
C-31	55	0.889	1137	50.62	0.666	0.900
C-32	55	1.000	1137	45.00	0.666	0.800
C-33	55	1.143	1137	39.37	0.666	0.700
C-34	55	1.629	1390	33.76	0.666	0.600
C-35	55	1.956	1390	28.12	0.666	0.500

表-2 解析結果

Model	$\sigma_{eu}/\sigma_y$	$\sigma_u/\sigma_y$	$\sigma_u/\sigma_{eu}$
C-11	0.586	0.477	0.814
C-12	0.586	0.503	0.858
C-13	0.586	0.525	0.896
C-14	0.586	0.552	0.942
C-15	0.586	0.569	0.971
C-16	0.586	0.577	0.985
C-17	0.586	0.587	1.000
C-21	0.709	0.581	0.819
C-22	0.709	0.619	0.873
C-23	0.709	0.650	0.917
C-24	0.709	0.680	0.959
C-25	0.709	0.696	0.982
C-26	0.709	0.702	0.990
C-31	0.804	0.697	0.867
C-32	0.804	0.736	0.915
C-33	0.804	0.777	0.966
C-34	0.804	0.778	0.967
C-35	0.804	0.787	0.979

## (2) 極限強度

全解析モデルの柱強度  $\sigma_u$  (ECCS曲線 b) および OLFRAM による連成座屈強度  $\sigma_u$  をそれぞれ降伏応力  $\sigma_y$  で除した無次元強度  $\sigma_u/\sigma_y$ ,  $\sigma_u/\sigma_y$  および両者の比  $\sigma_u/\sigma_{uu}$  を表-2に示す。また図-5は  $\sigma_u/\sigma_y$  と板の幅厚比パラメータ R の関係を表している。柱の細長比パラメータ  $\lambda$  を一定とし、板の幅厚比パラメータ R を大きくしていくと、柱座屈から連成座屈領域へ移行する R の限界値が大きくなると同時に連成座屈領域の幅が拡大する傾向が見られる。

図-6は局部座屈を考慮した場合の極限強度  $\sigma_u$  と局部座屈を考慮しない場合の柱の極限強度  $\sigma_{uu}$  の比  $\sigma_u/\sigma_{uu}$  と R の関係を表している。 $\sigma_u/\sigma_{uu}$  は局部座屈による柱強度からの低減率を表すが、 $\lambda$  が大きくなるほど低減率が小さくなる傾向が現れている。

## (3) 変形特性

細長比パラメータ  $\lambda=0.834$  の場合について荷重  $P/P_u$  と中央断面の concave 側フランジ中央のたわみ  $v_1$  と腹板上の変位  $v_6$  との関係を図-7に示す。 $v_1$  と  $v_6$  との差が板の局部変位を表す。幅厚比の小さいモデルでは  $v_1$  と  $v_6$  の差は僅少で、荷重、変位関係は NAFRAM による局部座屈を含まない場合の解析結果に一致している。R が大きくなるにつれて  $v_1$  と  $v_6$  の差、すなわち板のたわみが大きくなり、極限強度は減少する。また最高荷重に到達した点のたわみ量は R が大きいほど小さくなる傾向がある。

## (4) 断面内の付加垂直応力

柱中央断面の付加垂直応力分布の荷重レベルごとの変化状態をモデルC-22 ( $\lambda=0.834$ ,  $R=0.978$ ) について図-8に示す。解析対象とした等厚の正方形箱形断面では concave側フランジと腹板に板座屈に起因した応力再分配が認められる。

図-9は一定の細長比パラメータ  $\lambda=0.834$  のモデルについて幅厚比 R を 0.6 (C-26), 0.881 (C-23) および 1.1 (C-21) と変えた場合の極限状態における中央断面の付加垂直応力の分布を示している。最も R の大きい C-21 では柱の convex 側フランジにも局部座屈による応力再分配の傾向が現れているが、R が小さくなると、convex 側の応力は一様分布となり concave側フランジおよび腹板中央部の応力低下の度合が緩やかになる。

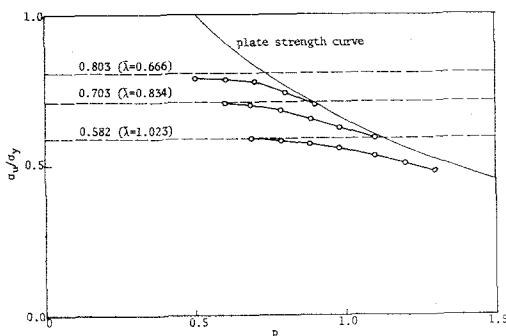


図-5 極限強度と R の関係

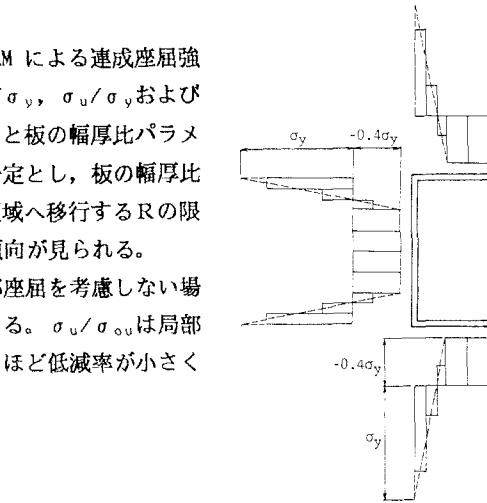


図-6 局部座屈による柱強度からの低減

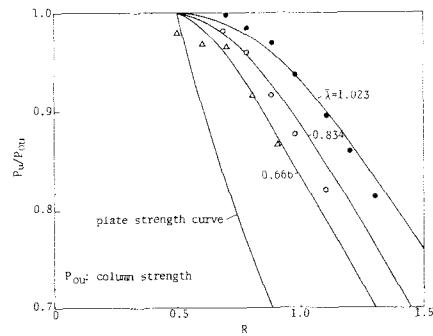


図-6 局部座屈による柱強度からの低減

## 4. 局部座屈を含む鋼柱の設計公式

### (1) 柱の強度式

Roik-Kindmann<sup>15)</sup>は軸圧縮力と1軸曲げを受ける部材の相関強度式は以下のような展開によって柱強度式と結び付けている。はり一柱の線形相関式は一般に

$$\frac{N}{N_y} + \frac{M}{M_o} = 1 \quad (10)$$

と表される。ここに  $N_y$  は降伏軸力、 $M_o$  は全塑性モーメントである。柱部材における曲げモーメント  $M$  は、初期たわみを最大縦距  $w_0$  の sine 半波で仮定すると、

$$M = N w_0 \frac{1}{1 - N/N_E} \quad (11)$$

と表される。ここに  $N_E$  はオイラー座屈荷重である。

式 (11) を式 (10) に代入すると、

$$\frac{N}{N_y} + \frac{N w_0}{M_o} \frac{1}{1 - N/N_E} = 1 \quad (12)$$

ところで、局部座屈を考慮しない柱の基本強度が  $N = \bar{\pi} N_y$  と与えられるものとすると、式 (12) の初期たわみ  $w_0$  は

$$w_0 = \frac{(1 - \bar{\pi}) (1 - \bar{\pi} \lambda^2)}{\bar{\pi}} \frac{M_o}{N_y} \quad (13)$$

と与えられる。式 (13) を式 (12) に代入すると

$$\frac{N}{N_y} + \frac{N}{N_y} \frac{(1 - \bar{\pi}) (1 - \bar{\pi} \lambda^2)}{\bar{\pi}} \frac{1}{1 - N/N_E} = 1 \quad (14)$$

となる。上式の  $N/N_y$  は明らかに  $\bar{\pi}$  であるが、板パネルの局部座屈の影響を導入するときこの式の物理的意義が発揮される。

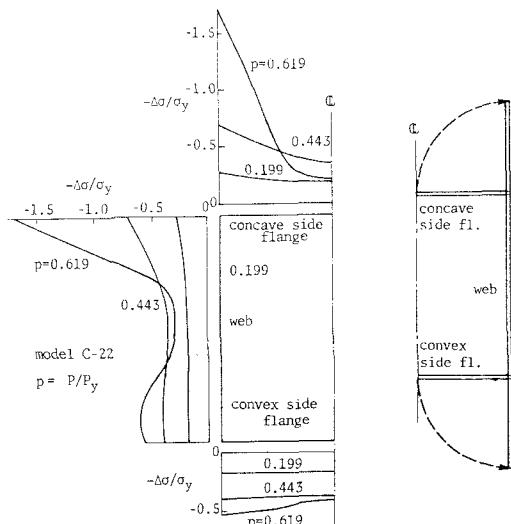


図-8 荷重レベルによる中央断面垂直応力分布の変化

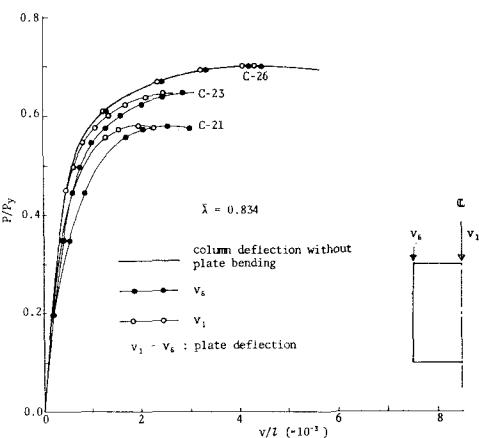


図-7 荷重と中央断面の変位の関係

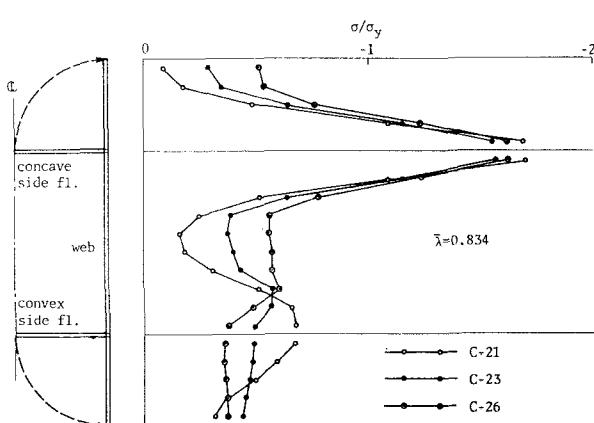


図-9 極限状態における中央断面の垂直応力

## (2) 柱強度式への局部座屈の導入

板パネルの局部座屈による強度低下を考慮する場合は、式(14)の右辺に低減係数  $f$  を導入する。

$$\frac{N}{N_y} + \frac{N}{N_y} \frac{(1-\bar{x})(1-\bar{x}\lambda^2)}{\bar{x}} \frac{1}{1-N/N_E} = f$$

あるいは、 $N/N_y$  の2次式として表現すると、

$$\lambda^2 \left( \frac{N}{N_y} \right)^2 - \left( 1 + \frac{(1-\bar{x})(1-\bar{x}\lambda^2)}{\bar{x}} + f\lambda^2 \right) \frac{N}{N_y} + f = 0 \quad (15)$$

局部座屈を考慮した柱の連成強度は式(15)の根として与えられる。

$$\frac{N}{N_y} = \frac{F - (F^2 - 4f\lambda^2)^{1/2}}{2\lambda^2} \quad (16)$$

ここに

$$F = 1 + \frac{(1-\bar{x})(1-\bar{x}\lambda^2)}{\bar{x}} + f\lambda^2$$

問題は低減係数  $f$  の評価にあるが、前述の極限強度解析によって明らかのように  $f$  は柱の細長比パラメータ  $\lambda$  と板の幅厚比パラメータ  $R$  に影響されることから、一般に、

$$f = (1 + a(R - 0.5))^{-1/\alpha} \quad R \geq 0.5 \quad (17)$$

と表されるものとする。式中の2つの係数  $a$  および  $\alpha$  はそれぞれ柱の細長比パラメータ  $\lambda$  の1次式と考える。

$$a = A\lambda + B, \quad \alpha = C\lambda + D \quad (18)$$

表-2に掲げた解析結果に適合するように係数  $A, B, C$  および  $D$  を求めると

$$A = 0, \quad B = 0.5, \quad C = 0.625, \quad D = 0.375 \quad (19)$$

これらの係数を用いて式(16)により連成座屈強度を全解析モデルについて求めると表-3に示すように極限強度解析結果と良く対応している。

なお  $\lambda = 0.2$  の場合の式(16)の値は、圧縮板パネルの基本強度式となり、

$$\frac{N}{N_y} = f = \left( 1 + \frac{R - 0.5}{2} \right)^{-2} \quad (20)$$

と与えられる。ただし式(16)で与えられる連成座屈強度は同一の  $R$  に対して式(20)により与えられる板強度を越えないものとする。

## (3) 実験データとの比較

鋼箱形断面柱を対象とした名古屋大学<sup>[16]</sup>および熊本大学<sup>[17]</sup>で行われた連成座屈実験データと名古屋大学の実験供試体の初期不整を考慮した結合解析結果および式(16)を比較する。名古屋大学の供試体の鋼種は HT80 で正方形断面柱(S)と長方形断面柱(R)で表-4に示すように柱の細長比パラメータ  $\lambda$  を一定とし板の幅厚比パラメータ  $R$  を変化させた4つのシリーズ(S-35, S-50, R-50, R65)が含まれている。熊本大学の供試体は全て SS41 の長方形断面柱で  $R$  を一定とし  $\lambda$  を変化させた A シリーズと  $\lambda$  を約 0.63 とし  $R$  を変化さ

表-3 極限強度の比較

Model	OLFRAM		Eq. (16)	B/A
	A	B		
C-11	0.477	0.486	0.1019	
C-12	0.503	0.506	0.1006	
C-13	0.525	0.525	0.1000	
C-14	0.552	0.545	0.987	
C-15	0.569	0.559	0.982	
C-16	0.577	0.569	0.986	
C-17	0.587	0.577	0.983	
C-21	0.581	0.596	1.026	
C-22	0.619	0.623	1.006	
C-23	0.650	0.648	0.997	
C-24	0.680	0.669	0.984	
C-25	0.696	0.687	0.987	
C-26	0.702	0.698	0.994	
C-31	0.697	0.706	1.013	
C-32	0.736	0.739	1.004	
C-33	0.777	0.768	0.988	
C-34	0.778	0.790	1.015	
C-35	0.787	0.802	1.019	

せたBシリーズからなっている。また、供試体の初期不整については、

柱初期たわみ　　板初期たわみ　　圧縮残留応力

名古屋大学	$0.31 \sim 6.29 \times 10^{-4} \ell$	——	$0.087 \sigma_u \sim 0.138 \sigma_u$
	(平均 $\ell / 3850$ )		(平均 $0.112 \sigma_u$ )
熊本大学	$\ell / 1000 \sim \ell / 3900$	$b / 180 \sim b / 130$	$0.25 \sigma_u \sim 0.46 \sigma_u$
			(平均 $0.387 \sigma_u$ )

であることが示されている。

図-10に実験供試体の極限強度  $\sigma_u / \sigma_u$  を柱の細長比パラメータ  $\lambda$  に対してプロットした。図中に ECCS の柱強度曲線の  $a_a$ ,  $a$  および  $b$  を比較のため描いた。供試体のうち局部座屈の影響が僅少なもの極限強度はほぼ柱強度に一致するが、初期たわみと残留応力が式(16)を求めるために用いた初期不整量に比較的近い熊本大学の実験値は ECCS の曲線  $b$  に、残留応力が小さい名古屋大学の実験値は曲線  $a$  あるいは  $a_a$  に対応している。

表-4には実験値 A, 提案式(16)B, および供試体の初期不整を考慮した結合解析Cによる極限強度を比較して示した。なお名古屋大学のデータについては宇佐美らの有効幅理論<sup>16)</sup> Dによる極限強度も併せて

表-4 実験データとの比較

研究者	モデル	柱細長比	板幅厚比	実験値		提案式	結合解析	有効幅理論	A/B	A/C	A/D
				番号	パラメータ	パラメータ	A	B	C	D	
	A-50-41	0.617	0.844		0.74	0.738				1.00	
	A-54-41	0.671	0.848		0.79	0.722				1.09	
	A-60-41	0.735	0.848		0.71	0.701				1.01	
山尾	B-55-27	0.636	0.515		0.67	0.818				0.82	
崎元	B-55-37	0.634	0.712		0.73	0.777				0.94	
	B-55-47	0.629	0.911		0.72	0.688				1.05	
	B-55-56	0.629	1.083		0.58	0.600				0.97	
	S-35-22	0.64	0.686		0.852	0.782	0.870	0.925	1.09	0.98	0.92
	S-35-33	0.647	1.014		0.722	0.633	0.745	0.699	1.14	0.97	1.03
	S-35-38	0.648	1.177		0.621	0.558	0.630	0.606	1.11	0.99	1.03
	S-35-44	0.648	1.36		0.544	0.489	0.579	0.528	1.11	0.94	1.03
	S-50-22	0.948	0.683		0.740	0.622	0.797	0.783	1.19	0.93	0.95
	S-50-27	0.918	0.840		0.672	0.620	0.767	0.745	1.08	0.88	0.90
宇佐美	S-50-33	0.927	1.026		0.670	0.580	0.707	0.638	1.16	0.95	1.05
福本	R-50-22	0.913	0.686		0.743	0.643	0.816	0.807	1.16	0.91	0.92
	R-50-27	0.924	0.799		0.731	0.623	0.756	0.769	1.17	0.97	0.95
	R-50-33	0.920	0.899		0.709	0.648	0.730	0.708	1.09	0.97	1.00
	R-50-38	0.923	1.035		0.639	0.580	0.661	0.635	1.10	0.97	1.01
	R-50-44	0.925	1.195		0.579	0.542	0.613	0.563	1.07	0.94	1.03
	R-65-22	1.186	0.683		0.593	0.483		0.598	1.23		0.99
	R-65-27	1.201	0.789		0.637	0.472		0.577	1.35		1.18
	R-65-33	1.203	0.899		0.585	0.464		0.556	1.26		1.05

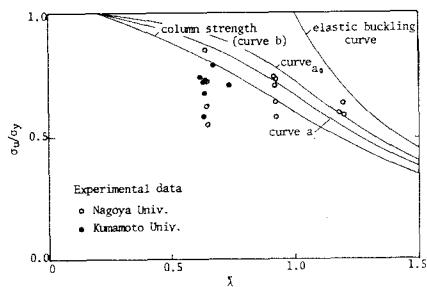


図-10 柱連成座屈実験データ

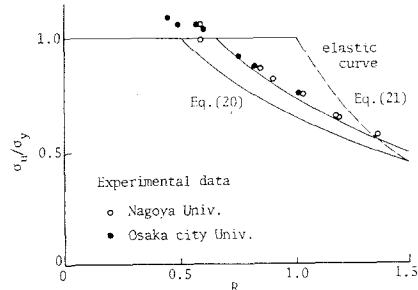


図-11 箱断面短柱の圧縮実験データ

示した。式(16)では柱の初期たわみ  $\lambda/1000$ 、板パネルの初期たわみ  $b/150$  および圧縮残留応力  $0.4\sigma_u$  に対応した柱および板基本強度を考慮しているが、これらに比較的近い初期不整を有する熊本大学の供試体の極限強度と提案式とは供試体の製作不良とされている B55-27 を除けば良好に対応している。これに対して残留応力の小さい名古屋大学の実験値は実験供試体の初期不整を考慮した結合解析 C の結果と良好に一致しており、式(16)による強度に比べて 7~35% 高めになっている。この原因是前述の柱基本強度の相違ばかりでなく、板基本強度にもあると考えられる。そこで鋼柱の連成座屈強度実験と同時に名古屋大学で行われた短柱実験<sup>16)</sup> および大阪市立大学の短柱実験<sup>11)</sup> のデータより板パネルの極限強度を幅厚比パラメータ R に対してプロットすると図-11 に示すように、本論文で用いた板基本強度に比べて実験データは 20% 前後高めになっていることが明らかになった。

そこで板基本強度として、図-11 に示すように式(20)を平行移動して、

$$\frac{N}{N_u} = f_R = \left( 1 + \frac{R - 0.65}{2} \right)^{-2} \quad (21)$$

とし、柱基本強度を ECCS の曲線 a (R-65 シリーズについては曲線 a<sub>s</sub>) を採用し、更にシステム係数 C=0.2, D=0.46 として式(16)により名古屋大学供試体の極限強度を求めて実験値との比較した結果を表-5 に示す。このように実験供試体の平均的基本強度を式(16)に導入すると、実験値と良好に対応させることができる。

この意味では、柱基本強度として ECCS の曲線 b を、板基本強度として、式(20)を採用した場合の連成座屈強度の提案式(16)は実際の箱形断面柱の強度の下限値に対応するものと考えることができる。

#### (4) 現行設計基準との比較

図-12 に道路橋示方書<sup>18)</sup>, BS5400<sup>19)</sup>, DAST Ri012<sup>20)</sup>, および提案式(16)による鋼柱の局部座屈を含む極限強度の等高線を  $\lambda$ , R 座標上に描いた。鋼柱の極限強度は基本的に  $\sigma_u/\sigma_v=1$ 、柱座屈、板座屈および連成座屈の 4 領域で構成される。道路橋示方書および BS5400 の長方形の連成座屈領域は、これらの基準の連成座屈強度規定が柱および板基本強度の積として表されているためである。これに対して DAST および提

表-5 修正提案式と実験データの比較

model	experiment	Nagoya Univ. modified	
		A	B
S-35-22	0.852	0.860	0.99
S-35-33	0.722	0.695	1.04
S-35-38	0.621	0.620	1.00
S-35-44	0.544	0.547	0.99
S-50-22	0.740	0.697	1.06
S-50-27	0.672	0.677	0.99
S-50-33	0.670	0.615	1.09
R-50-22	0.743	0.720	1.03
R-50-27	0.731	0.686	1.07
R-50-33	0.709	0.658	1.08
R-50-38	0.639	0.614	1.04
R-50-44	0.579	0.562	1.03
R-65-22	0.593	0.582	1.02
R-65-27	0.637	0.564	1.13
R-65-33	0.585	0.551	1.06

案式の連成座屈領域は  $\sigma_u = \sigma_v$  の領域の右上角を頂点とするくさび型の領域で表される。

柱基本強度としては道路橋示方書が ECCS 柱強度曲線 c に近い値を採用しているのに対し、他の基準および提案式は曲線 b を採用している。板基本強度式は図-13に示すように BS5400 と提案式とが  $R \geq 0.5$  の範囲で降伏強度からの低減を考慮し、ほとんど一致した曲線になっている。これに対し道路橋示方書と DAST では  $R \geq 0.7$  の範囲で降伏強度からの低減を考慮しているが、その低減率は大きく相違し DAST が BS5400 等に比べて危険側、道

路橋示方書は  $R > 0.8$  の範囲で極めて安全側の評価式となっている。各基準による鋼柱の極限強度はこのような柱および板の基本強度の相違と連成座屈強度の評価式の表現法の相違の影響を顕著に受ける。図-12について各設計基準と提案式(16)の比較を行うと、道路橋示方書では  $0.5 \leq R \leq 0.8$  の範囲で  $\lambda$  が小さい場合に強度を高めに評価しているが、 $R > 0.8$  の範囲では板強度を低めに設定しているため、著しく安全側となっている。BS5400 は柱および板の基本強度はほぼ提案式と等しいが、連成座屈強度を両基本強度の積で表現しているため安全側の評価となっている。DAST では高めの板強度を与えているため  $R$  と  $\lambda$  の共に小さい領域で連成座屈強度を過大に評価している。

## 5 結論

以上、骨組・板ブロックの結合法による弾塑性有限変位解析法と、これを用いた鋼箱形断面柱の連成座屈特性の解明ならびに柱強度式を拡張した連成座屈強度式について述べた。本研究で得られた成果を要約すると以下のとおりである。

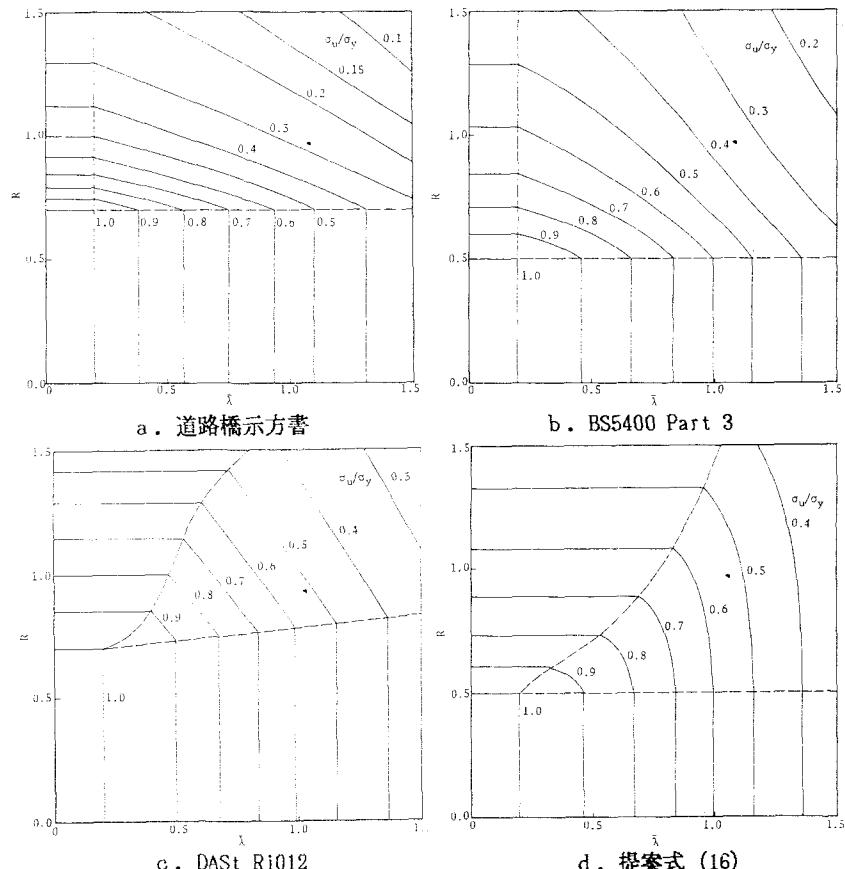


図-12 現行設計基準および提案式による連成座屈強度等高線

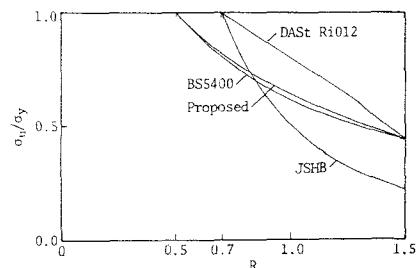


図-13 板強度曲線の比較

- 1) 板ブロック領域を適切に設定することによって、骨組・板ブロックの結合法による、全体変形と構成板要素の局部変形の相互作用を考慮した弾塑性有限変位解析を効率的に行うことができる。
- 2) 局部座屈の発生による柱強度からの極限強度の低減は、柱の細長比パラメータ  $\lambda$  が小さい程顕著であるが、柱座屈から板座屈への遷移領域（連成座屈領域）は  $\lambda$  が大きい程拡大する傾向にある。
- 3) 柱および板の基本強度に考慮されている初期不整を有するモデルを対象とした強度解析結果を基礎として連成座屈強度の簡便な評価式を提案した。さらに提案式と実験データとの比較により、提案式の妥当性を明らかにした。
- 4) 現行設計基準における連成座屈強度の規定との比較によって、各規定と提案式の相違点とその原因を明らかにした。

#### 参考文献

- 1) Van Der Neut,A. : The sensitivity of thin walled compression members to column axis imperfection, Int. J. Solids Struct., Vol 9, pp.999~1011, 1973.
- 2) Gilbert, R.B. and Calladine, C.R. : Interaction between the effects of local and overall imperfections on the buckling of elastic columns, J. Mech. Phys. Solids, Vol.22, pp. 519~540, 1974.
- 3) Svensson, S.E. and Crook, J.C.A. : Interaction between local and overall buckling, Int. J. mech., Sci., Vol.17, pp.307~321, 1975.
- 4) Dewolf, J.T., Peacock, T. and Winter, G. : Local and overall buckling of cold formed members, Proc. ASCE, Vol.100, ST 10, pp.1~26, 1974.
- 5) Wang, S.T., Errera, S.T. and Winter, G. : Behavior of cold-rolled stainless steel members, Proc. ASCE, Vol.101, STII, pp. 2337~2357, 1975.
- 6) Usami, T. and Fukumoto, Y. : Local and overall buckling of welded box columns, Proc. ASCE Vol.108, ST 3, pp.525~542, 1982.
- 7) Graves Smith, T.R. : The effect of initial imperfection on the strength of thin-walled box columns, Int. J. Solids Struct., Vol.13, pp.911~925, 1971.
- 8) Little, G.H. : The strength of square steel box columns—design curves and theoretical basis, The Struct. Eng., Vol.57A, No. 2 pp. 49~61, 1979.
- 9) 宇佐美勉, 土屋信洋, 大谷恭弘, 福本勝士:薄肉集成短柱の弾塑性有限変位解析, 土木学会論文集, No.362/I-42, pp. 293~302, 1985.
- 10) 宇佐美勉, 土屋信洋, 福本勝士:鋼圧縮部材の連成座屈挙動の理論的研究, 土木学会論文集, No.362/I-42, pp. 303~312, 1985.
- 11) Nakai, H., Kitada, T. and Miki, T. : Ultimate strength of thin-walled box stub-column, Proc. JSCE, Structural Eng./Earthquake Eng., Vol. 2, No. 1, pp. 25~35, 1985.
- 12) Nakai, H., Kitada, T., and Miki, T. : Interactive curve of thin-walled box stub-column subjected to compression and bending for applying to overall buckling analysis of column, Proc. JSCE, Structural Eng./Earthquake Eng., Vol. 2, No. 2, pp. 65~73, 1985.
- 13) 小松定夫, 北田俊行, 宮崎清司:残留応力および初期たわみを有する圧縮板の弾塑性解析, 土木学会論文報告集, 第244号, pp. 1~14, 1975.
- 14) Komatsu, S., Nishimura, N., and Ohno, M. : Effects of local deformation on the ultimate behavior of ladder-like plate girder bridges, Tech. Rept. of Osaka Univ., Vol. 32, 1982.
- 15) Rolk, K., and Kindmann, R. : Design of simply supported members by means of European buckling curves for uniaxial bending with compression, 3rd International colloquium on Stability of Metal Structures, Paris, 1983.
- 16) 宇佐美勉, 福本勝士, 青木徹彦:溶接箱形断面柱の局部座屈と全体座屈の連成強度に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, 第308号, pp. 47~58, 1981年4月。
- 17) 山尾敏孝, 崎元達郎:溶接箱形断面柱の連成座屈強度実験, 土木学会論文報告集, 第335号, pp. 195~198, 1983年7月.
- 18) 日本道路協会:道路橋設計示方書・同解説 1980年2月
- 19) BSI : BS5400 Part 3, Code of practice for design of steel bridges, 1982.
- 20) Deutscher Ausschuss fur Stahlbau : DAST Ri.012, Beulsicherheitsnachweise fur Platten, 1978.
- 21) Hasegawa, A., Abe, H., Mauroof, M., and Nishino, F. : Optimum cross sectional shapes of steel compression members with local buckling, Proc. JSCE, Structural Eng./Earthquake Eng., Vol. 2, No. 1, pp. 121~129, 1985.
- 22) 宇佐美勉, 寺尾圭史:鋼圧縮部材の最適断面設計, 土木学会論文集, No.362/I-4, pp. 313~322, 1985.
- 23) Yamao, T., Sakimoto, T. : Nonlinear analysis of twin-walled structures by a coupled finite element method, 土木学会論文集, No. 374/I-6, pp. 57~66, 1986.

(1986年10月17日受付)