

平面棒材の有限変位解析の精度に関する数値的検証

Numerical Confirmation about the Accuracy of Finite Displacement Analysis for Plane Frames

後藤芳顕* 山下時治** 春日井俊博*** 松浦聖****

By Yoshiaki GOTO, Tokiharu YAMASHITA, Toshihiro KASUGAI, Sei MATSUURA

The method with the separation of rigid body displacements (SRBD method) is most widely used in the finite displacement analysis of structures. The theoretical validity of this method have already been verified for frames by one of authors. However, the accuracy of the SRBD method based on numerical analysis have not yet been investigated precisely due to the lack of the closed-form solutions corresponding to the convergent solutions. Recently, making use of elliptic integrals, authors have derived closed-form solutions applicable not only to the inextensional plane beam theory but also to the extensional ones.

Herein, in view of practical importance, the convergence of the SRBD method is examined numerically in order to obtain quantitative information about its accuracy as well as to confirm the validity of the theoretical verification presented before.

1. まえがき

構造物の大型化、軽量化、さらに、限界状態設計法への移行の動き等により、構造物の有限変位解析の実用化、一般化の必要性は増大している。しかしながら、有限変位解析は非線形解析であるため、膨大な計算となること、さらに微小変位解析のように必ずしも安定した解が得られないこと等が実用化への大きな障害となっている。このような状況にもかかわらず、多数提案されている有限変位解析法の精度、適用限界については、ほとんど相互比較されておらず、効率的な計算を行なうための明確な指針は得られていない。

特に、Updated Lagrange の手法で採用される剛体変位除去の手法は離散化解析の定式化が比較的容易で、しかも大きな変位まで追跡しうるので、Total Lagrange の手法に比べ 実際の数値計算では最も多く用いられるが、その定式化が一部物理的近似に基づくため、精度のみならず理論的根拠については、従来必ずしも明らかでなかった。著者らは、剛体変位除去の手法を用いて、効率的な計算を行なうための指針を提

-
- | | | |
|------|---------------------------|--------------------|
| * | 工博 名古屋工業大学助教授 工学部社会開発工学科 | (〒466 名古屋市昭和区御器所町) |
| ** | 工修 日立造船株式会社 プラント輸出部 土建計画部 | (〒550 大阪市此花区桜島) |
| *** | 名古屋工業大学大学院博士前期課程 社会開発工学専攻 | (〒466 名古屋市昭和区御器所町) |
| **** | 工博 名古屋工業大学教授 工学部社会開発工学科 | (〒466 名古屋市昭和区御器所町) |

示することを目的として、平面、立体骨組を対象に、これらの問題を理論的に明らかにしてきた。^{1)~3)}

しかし、実用上重要な数値計算に基づく、精度の定量的な検討については、剛体変位除去の手法の要素分割無限小での収束解に対応する厳密解が従来、軸線不伸張を仮定したいわゆるエラスティカの解以外には利用できなかったために、収束解に即した厳密な検証はなされていない。^{4)~6)}

本報告では、その後、著者らによって誘導された収束解に対応した厳密解と見なしうる軸線の伸張変形を考慮した各種楕円積分をもとに、先の理論的検討結果の検証を含めて、剛体変位除去の手法の精度を数値計算により、定量的に検討したものである。

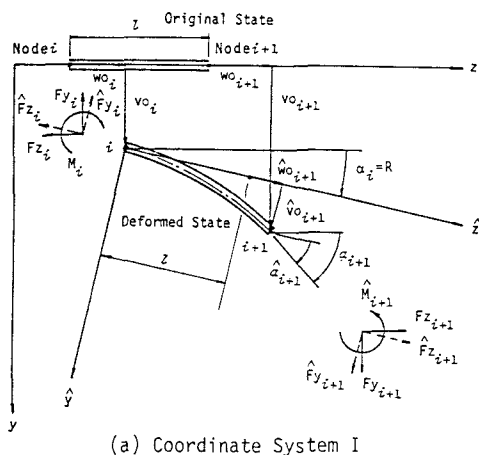
なお、先の論文で扱わなかった局所座標軸を部材要素の節点を結ぶ割線方向に選ぶ場合、ならびに局所系の支配方程式として、線形化はり・柱の式を用いる場合も、実用上重要であるという観点から、ここでは検討対象に含めた。

2. 検討事項

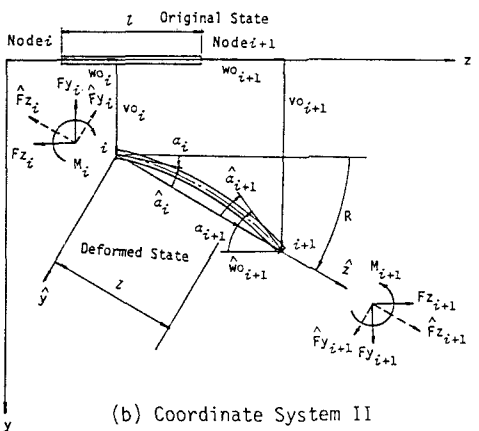
剛体変位除去の手法では、要素の剛体変位除去の方法、局所座標系での支配方程式、また剛体回転除去後の回転角の評価式の差により、各種定式化がある。ここでは、Table 1 に示す剛体回転除去後の局所座標系での4種類の支配方程式、Fig.1 に示す2種類の局所座標系、さらに Table 2 に示す3種類の剛体回転除去後の回転角評価法について、それぞれの差が数値解析精度に及ぼす影響について調べる。ただ、本報告では、文献1)の結果を数値的に検証することを主たる目的としているので、文献1)で対象とした局所座標系Iを用いた場合を中心に扱い、局所座標系IIについては、比較する形で付加的に検討している。

Table 1 の支配方程式のうち、c) 線形化はり・柱の式とは b) はり・柱の式の軸力-変位関係式において、非線形項を無視した式で、物理的にはいわゆる Bowing の効果 を無視したことに相当する。また、d) の式は、文献1)で、収束解が有限ひずみ・有限変位の式の解と一致する最低次の非線形式として示されているものである。c) 線形化はり・柱の式の場合の精度の検証は文献1)~3)では行っていないが、これを用いた剛体変位除去の手法の解析過程は b) はり・柱の式に比べ、非常に簡単になり、実際の解析でも比較的多く用いられているので、ここで取り上げることにした。なお、Fig.1 に示す局所座標系Iと、剛体変位除去後の回転角として $\hat{u}'_0 = \hat{\alpha}$ を用いた場合の c) 線形化はり・柱の式の精度の理論

的検討結果は Table 3 に示す通りである。これより、c) 線形化はり・柱の式を用いた場合の各物理量に関するべき級数の厳密解に対する一致性は、b) はり・柱の式の場合に比べ若干悪いが、式全体の精度としては、軸線伸張の場合は1次、軸線不伸張の場合は2次の近似解となっており、b) はり・柱の式と同



(a) Coordinate System I



(b) Coordinate System II

Fig.1 Coordinate System of a Beam Element

Table 1 Expressions with Separation of Rigid Body Displacements

Theories	Equilibrium Equations	Boundary Conditions		Stress Resultants vs. Displacements
		Mechanical	Geometrical	
a) Small Displacements	$M''=0$ $N'=0$	$M'=\bar{F}_y$ $N=\bar{F}_z$ $M=\bar{M}$	$\hat{v}_0=\bar{v}_0$ $\hat{w}_0=\bar{w}_0$ $\hat{v}'_0=\bar{\alpha}$	$M=-EI\hat{v}''_0$ $N=EA\hat{w}'_0$
b) Beam-Column	$(N\hat{v}'_0+M')'=0$ $N'=0$	$N\hat{v}'_0+M'=\bar{F}_y$ $N=\bar{F}_z$ $M=\bar{M}$	$\hat{v}_0=\bar{v}_0$ $\hat{w}_0=\bar{w}_0$ $\hat{v}'_0=\bar{\alpha}$	$M=-EI\hat{v}''_0$ $N=EA(\hat{w}'_0+\frac{1}{2}\hat{v}'_0{}^2)$
c) Linearized Beam-Column	$(N\hat{v}'_0+M')'=0$ $N'=0$	$N\hat{v}'_0+M'=\bar{F}_y$ $N=\bar{F}_z$ $M=\bar{M}$	$\hat{v}_0=\bar{v}_0$ $\hat{w}_0=\bar{w}_0$ $\hat{v}'_0=\bar{\alpha}$	$M=-EI\hat{v}''_0$ $N=EA\hat{w}'_0$
d) Equation given by Ref. 1)	$\left(\frac{M'}{1+\hat{w}'_0}\right)'=0$ $N'=0$	$\frac{M}{1+\hat{w}'_0}=\bar{F}_y$ $N=\bar{F}_z$ $M=\bar{M}$	$\hat{v}_0=\bar{v}_0$ $\hat{w}_0=\bar{w}_0$ $\hat{v}'_0=\bar{\alpha}$	$M=-EI\hat{v}''_0$ $N=EA\hat{w}'_0$

様である。

剛体変位除去の手法の精度は上記の定式化の差の他に、各力学量や構造パラメータの値によっても影響を受けると考えられる。したがって、ここでは、まず、これらのパラメータの影響を調べ、後で各定式化による差を検討するときに用いるパラメータ値設定のための参考とする。

剛体変位除去の手法における通常の定式化では、局所系の剛性方程式を誘導する場合、b) はり・柱の式、c) 線形化はり・柱の式ではエネルギー近似に基づく有限要素法が用いられることが多い。しかしながら、このような離散化による誤差は、剛体変位除去の手法の精度本質と関係なく、これが含まれると厳密な意味での剛体変位除去の手法の精度検討ができない。したがって、ここでは Table 1 に示す局所系の支配方程式から閉じた解を求め、これにより剛体変位除去の手法の定式化を行なった。Table 1 からわかるように、局所系の式で分布荷重項を無視しているが、これは分布荷重項を考慮すると b)、c) に関して、閉じた解が得られないからである。

3. 数値計算例と無次元パラメータ

ここでは、収束解に対応する厳密解である楕円積分分解が容易に得られる場合として Fig.2 に示す片持りの自由端に断面力に相当する3種類の外力が作用する場合を検討対象とした。本モデルは非常に簡単なものではあるが、骨組を構成する最小単位の要素に相当し、この精度を調べることで、精度に

Table 2
Evaluation of Rotational Angle after Separation of Rigid Body Rotation

	Eq. for Evaluation
1)	$\hat{v}'_0 = \hat{\alpha}$
2)	$\hat{v}'_0 = \sin \hat{\alpha}$
3)	$\hat{v}'_0 = \tan \hat{\alpha}$

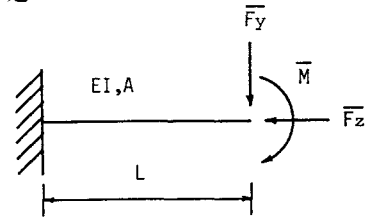


Fig.2 Numerical Example

関する基本的な情報は得られるものと考えられる。

Fig.1 の構造の無次元支配パラメータは文献7) の楕円積分より

$$\lambda = L \sqrt{A/I}, \quad \overline{M}L/EI, \quad \overline{F}_y L^2/EI, \quad \overline{F}_z L^2/EI \quad (1)$$

となる。ただし、微小ひずみならびに軸線不伸張の有限変位の場合の回転角、曲げモーメントは λ の影響を受けない。

(1) 無次元支配パラメータの影響

後の検討において、無次元パラメータの適当な値を設定するための情報を得る目的を含めて、支配パラメータが、精度に及ぼす影響を調べる。

まず、 λ の値については実際の柱の値として40、100の他、文献7) で有限ひずみ・有限変位の式と微小ひずみ・有限変位の式の解の差が明確に現れる場合として示されている $\lambda=4$ の場合も検討に加えた。

外力としては非線形特性に影響を与える軸方向力 $\overline{F}_z L^2/EI$ を主要なパラメータと考え、モーメント $\overline{M}L/EI$ または軸直角方向力 $\overline{F}_y L^2/EI$ を付加的に作用させた。

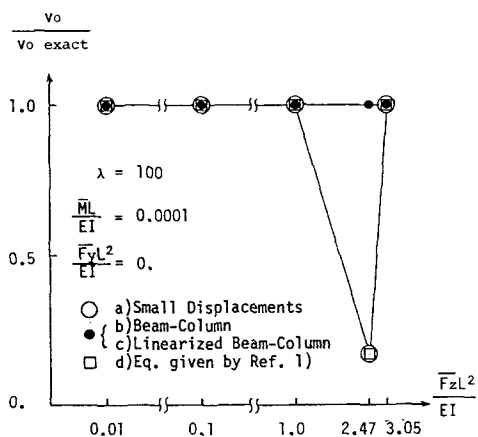
軸方向力 $\overline{F}_z L^2/EI$ については、いずれの構造についても、0.01から1.0まで3段階に荷重を等比的に増加させた値の他、さらに、微小ひずみ・有限変位の式による座屈値2.47₇₎、また対象構造中の最大の座屈値である $\lambda=4$ の場合の有限ひずみ・有限変位の式から得られる値3.05も考慮に入れた。なお、微小ひずみ・有限変位の式から得られる座屈値は λ にかかわらず常に2.47で、軸線不伸張変形を仮定した場合の座屈値とも一致する。また λ が大きくなると有限ひずみ・有限変位の式による座屈値もこの値に近づく。

付加外力であるモーメント $\overline{M}L/EI$ 、軸直角方向力 $\overline{F}_y L^2/EI$ については、いずれも0.0001, 0.01の2種類とした。

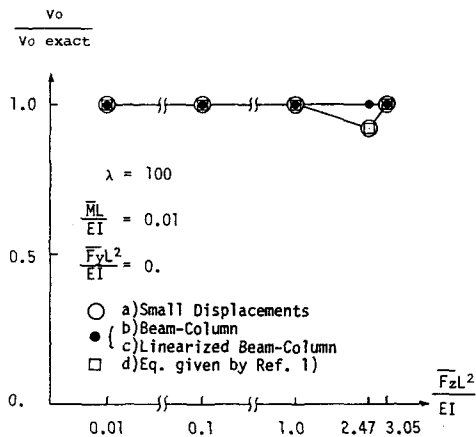
剛体変位除去の手法の数値計算では、通常収束解が得られる分割数ということで、片持りを長手方向に100要素に等分割し、局所座標としては、Fig.1の座標系1、剛体変位除去後の回転角の評価式は、Table 1の線形の式 $\hat{\alpha} = \hat{v}'_0$ を用いた。

計算結果は構造パラメータ λ と付加外力 $\overline{M}L/EI$ 、 $\overline{F}_y L^2/EI$ の組み合わせで分類し、軸方向力 $\overline{F}_z L^2/EI$ の増加に対する剛体変位除去の手法の精度の変化をTable 1の各局所系の支配方程式間で比較する形でFig.3に示す。なお、精度検討に用いる物理量としては、主要な物理量である自由端の鉛直変位 v_0 を選び、収束解に対応する楕円積分で無次元化して表示している。すなわち、局所系の式としてa)、b)、c)を用いる場合は、微小ひずみ・有限変位の式の楕円積分で、d)を用いる場合は有限ひずみ・有限変位の楕円積分でそれぞれ無次元化している。以後の各節の精度検討においても、対象とする物理量としては、簡単のため、鉛直変位 v_0 で代表させているが、これは、他の幾何学量である軸方向変位 w_0 、回転角 α に関する精度特性も、ほぼ同一の傾向を示すからである。

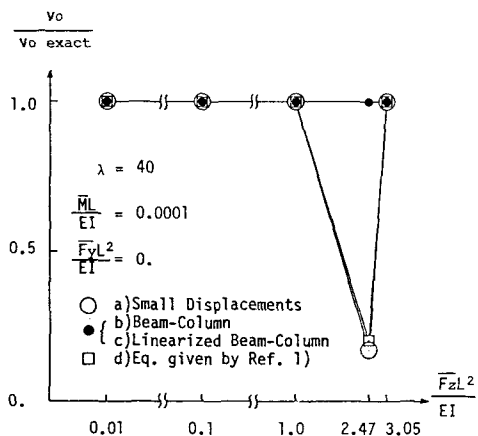
Fig.3より、付加外力の種類また局所系の式にかかわらず、軸力による変位の増加に伴い、剛体変位除去の手法の精度は少しずつ低下していき、座屈点近傍では、精度は急激に悪化し、座屈後は再び精度が回復することがわかる。この座屈点近傍の精度の低下は、局所系の式にa)微小変位の式またはd)の式を用いた場合、さらに付加外力が小さく、軸方向力・変位曲線が座屈点付近で急激に変化する場合に大きい。一方c)線形化はり・柱の式またはb)はり・柱の式を用いた場合、さらに付加外力が大きく、荷重・変位曲線が滑らかな場合には精度低下は小さい。この精度特性において、Fig.3(f)に示すよう



a) $\lambda = 100$ with initial moment



b) $\lambda = 40$ with initial moment



c) $\lambda = 4$ with initial moment

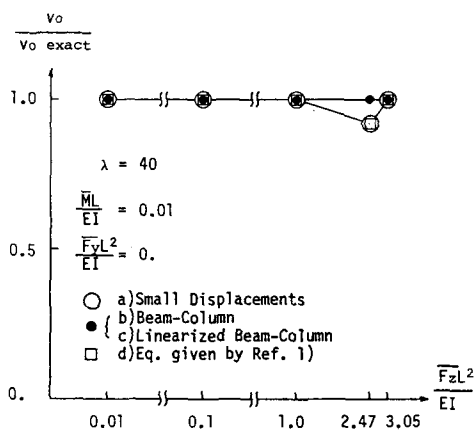
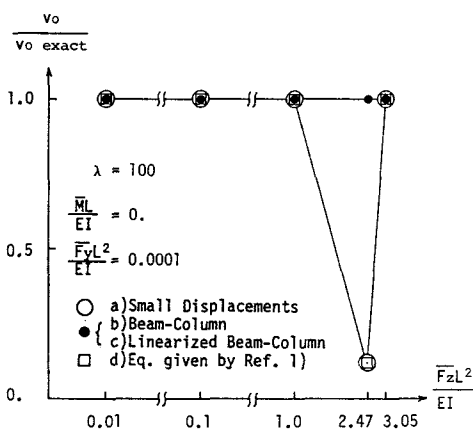
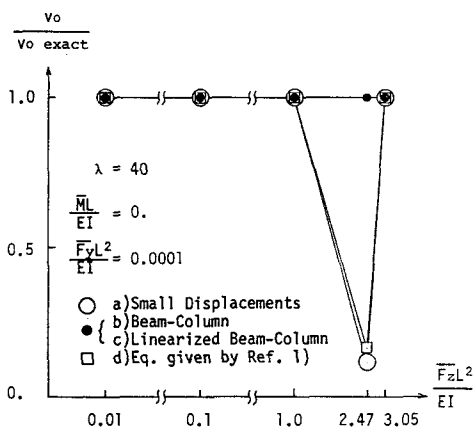
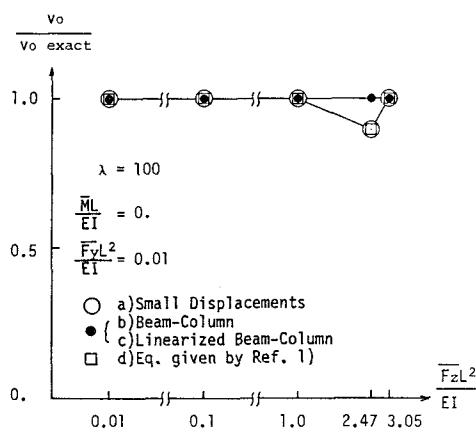


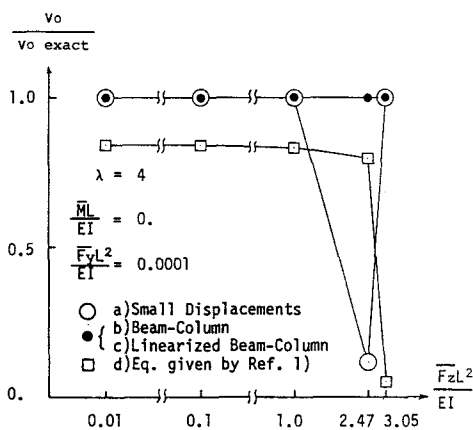
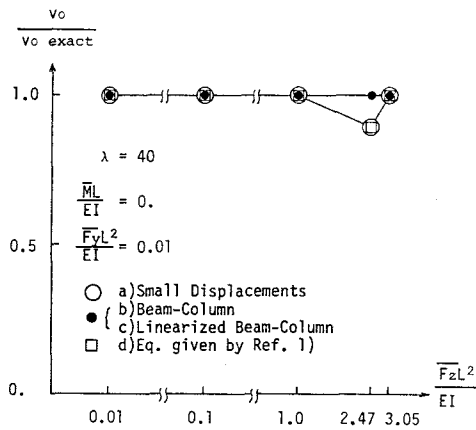
Fig.3 Effect of Governing Parameters on Convergence λ_1 $\hat{\alpha}$ with the Adoption of Coordinate System I and $v_0 = \hat{\alpha}$



d) $\lambda = 100$ with initial vertical force



e) $\lambda = 40$ with initial vertical force



f) $\lambda = 4$ with initial vertical force

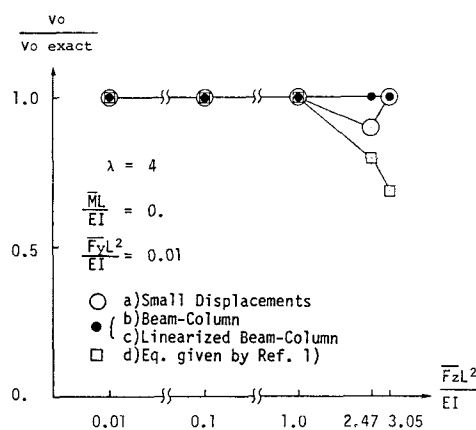


Fig.3 Effect of Governing Parameters on Convergence λ , λ
 with the Adoption of Coordinate System I and $v_0 = \alpha$

に $\lambda = 4$ の場合で $\overline{M}L/EI = 0$, $\overline{F}_y L^2/EI = 0.0001$ のとき、局所系の式 d) を用いた場合の精度が全般的に悪いのを除き、 λ による影響はほとんど見られない。なお、座屈値は、先に述べたように $\lambda = 4$ のとき、微小ひずみの理論と有限ひずみの理論とでは明瞭な差があり、剛体変位除去の手法で、微小ひずみの解に収束するグループ a)、b)、c) と有限ひずみの解に収束する d) とでは精度が低下する軸方向力 $\overline{F}_z L^2/EI$ の値に差が現れる。しかし、 $\lambda = 40, 100$ では座屈値はいずれもほぼ 2.47 となるため精度が低下する軸方向力に差が見られない。

以上の結果から、次節以降に示す各手法の精度検討を簡素化する意味で、検討対象とする構造ならびに力学量のパラメータ値を次のように設定する。

まず λ については、 $\lambda = 40$ と 100 の精度特性に差が見られないので、実際の $\lambda = 100$ の場合を主として扱い、必要に応じて $\lambda = 4$ の場合も考慮する。

軸方向力 $\overline{F}_z L^2/EI$ については、 $\lambda = 4, 100$ の場合、共通して変位が大きくなるということと、有限ひずみ・有限変位の式による $\lambda = 4$ の場合の座屈点近傍の値 3.05 を用いる。

端部モーメント $\overline{M}L/EI$ 、軸直角方向力 $\overline{F}_y L/EI$ については、精度に及ぼす両者の影響が同様であるので、端部モーメント $\overline{M}L/EI$ のみを考慮した。端部モーメントの値としては、Fig.3 のように、 $\overline{M}L/EI = 0.0001$ とすると、精度が極端に低下し、数値的に収束解を得るための要素分割数が増え、計算量が増加する。したがって、これを減少させる意味から、モーメントの値としては、精度低下がそれほど極端にならない $\overline{M}L/EI = 0.01$ を用いる。

(2) 剛体変位除去後の支配方程式の影響

剛体変位除去後の局所系の支配方程式として、Table 1 に示す 4 種類の支配方程式の差が解の精度に及ぼす影響を検討する。ここで、局所座標系ならびに剛体回転除去後の回転角評価法は、前節 (1) と同様である。

結果は Fig.4 のように、代表的な物理量として、軸直角方向変位 v を選び、要素分割数の増加による収束性を $\lambda = 4, 100$ の場合について示している。変位 v はすべて有限ひずみ・有限変位の式による楕円積分で無次元化し、必要に応じて、() 内に微小ひずみ・有限変位の式の楕円積分で無次元化した値も記入した。

Fig.4 より、まず要素分割長無限小で、微小ひずみ・有限変位の式の解に収束すると、文献 1) で述べられている局所系の式 a) 微小変位の式、b) はり・柱の式、c) 線形化はり・柱の式は、明確に理論通りの収束性を示している。またこれらの局所系の式を用いた時の収束解に対する精度は、b)、c)、a) という順に良いが、b)、c) 間の差は微小であることがわかる。文献 1) の収束性・精度に関する理論的検討では、剛体変位除去の手法によって得られる解と、その収束解とを要素長に関してべき級数展開し、Table 3 のような物理量に関する、低次から高次へのべき級数係数の厳密解に対する一致性状を得た。Table 3 では () 内に軸線の不伸張変形を仮定した場合の結果も示しているが、これは通常の骨組では、曲げひずみに比べ軸ひずみが小さく、ほぼ軸線不伸張の場合と同様の精度を示すと考えられるからである。

数値計算による精度は、Table 3 に示すべき級数係数の一致性状と同じ傾向を示しており、理論的検討結果の妥当性を示している。

つぎに、有限ひずみ・有限変位の解に収束すると述べられている局所系の式 d) については、 $\lambda = 100$ の場合、微小ひずみと有限ひずみの収束解自体に差がなく、明瞭でないが、両者に差の有る $\lambda = 4$ の場合は明らかに有限ひずみ・有限変位の解に収束する傾向を示している。収束性・精度については、Table 3 からわかるように局所座標系 I を用いた場合は、1 次の近似解で有限ひずみの解への収束はかなり遅いが、局所座標系 II を用いると、後の Table 5 に示すように、2 次の近似解となり厳密解への収束は早い。なお、

本節の検討では原則として座標系Ⅰを用いて計算しているが、局所系の式d)の場合については、有限ひずみ・有限変位の解への収束を明確に示す意味から座標系Ⅱを用いた場合も計算し Fig.4 (a) に追加した。

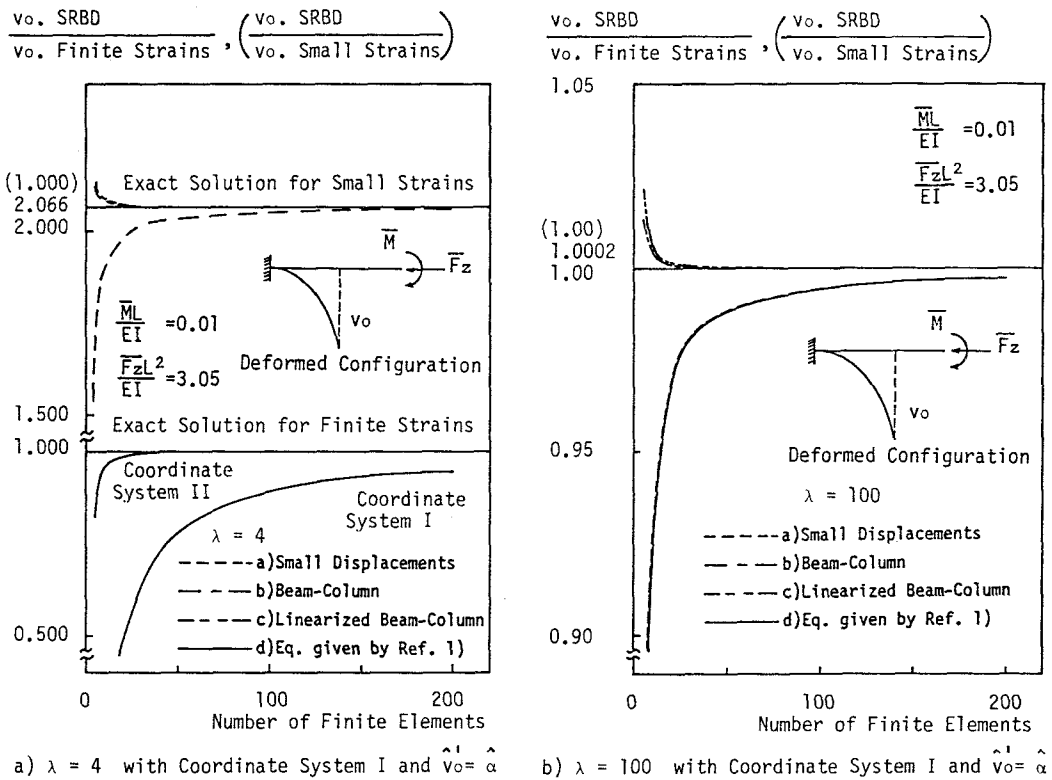


Fig.4 Effect of Local Governing Equation on Convergence

Table 3 Number of Coincident Terms in Power Series Expansion
with the Adoption of Coordinate System I and $\hat{v}_o = \hat{\alpha}$

Local Governing Eqs.	Convergent Solutions	M	v_o	w_o	α
a) Small Displacements	with Small Strains	1(1)	1(2)	1(2)	2(2)
b) Beam-Column		2(2)	1(3)	1(3)	3(3)
c) Linearized Beam-Column		2(2)	1(2)	1(2)	3(3)
d) Eq. given by Ref. 1)	with Finite Strains	1(1)	1(2)	1(2)	2(2)

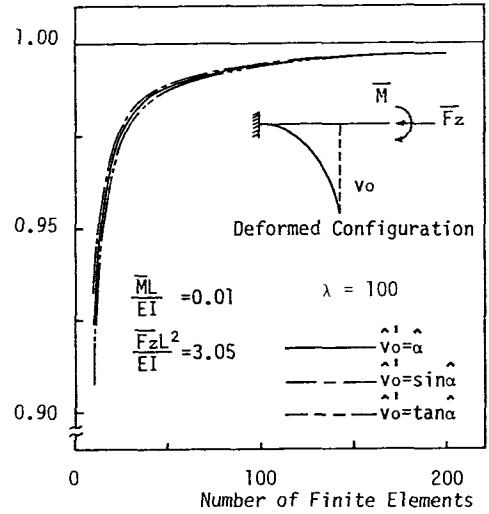
(): Inextensional Beam Axis

(3) 剛体回転除去後の角評価式の影響

剛体回転除去後の微小回転角 $\hat{\alpha}$ の評価式としては、Table 2 に示す3種類のもの提示されている。通常、剛体回転除去後の回転角が微小ということで、線形の評価式 $\hat{v}_0' = \hat{\alpha}$ が用いられることが多いが、より回転角を厳密に評価しようという観点から、高次の非線形式 $\hat{v}_0' = \sin \hat{\alpha}$ 、 $\hat{v}_0' = \tan \hat{\alpha}$ も用いられることがある。

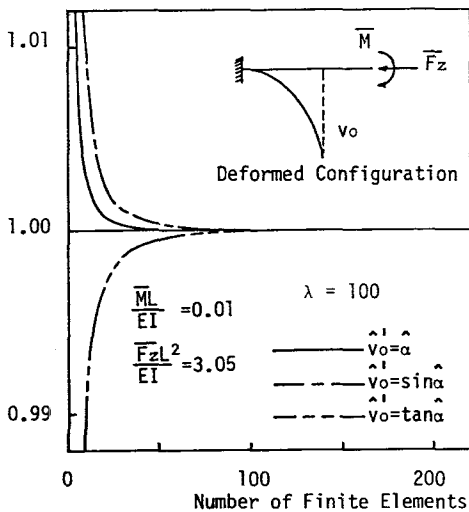
ここでは、上記の角度評価式による精度の差を数値的に検討するため $\lambda = 100$ の構造について、計算した。得られた結果は局所系の式に a) 微小変位の式、b) はり・柱の式、および c) 線形化はり・柱の式を用いた場合に分け、代表的な物理量である自由端の軸直角方向変位 v_0 の要素分割数による収束状況という形で Fig.5 に示している。なお、有限ひずみの式に収束する d) の式については、その精度特性が a) 微小変位の式と同様であるのでここでは図示を省略している。Fig.5 からは、局所系の式として a)、d) を用いた場合には評価式による差はほとんどなく、また b)、c) の場合は、高次非線形の評

v_0 . SRBD
 v_0 . Small Strains



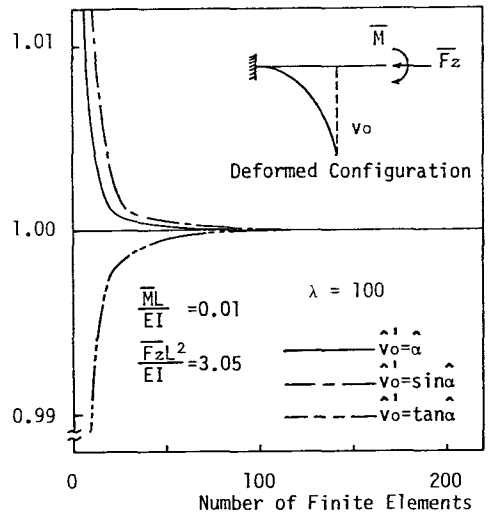
a) Small Displacements
with Coordinate System I

v_0 . SRBD
 v_0 . Small Strains



b) Beam-Column
with Coordinate System I

v_0 . SRBD
 v_0 . Small Strains



c) Linearized Beam-Column
with Coordinate System I

Fig.5 Effect of the Evaluation of Rotational Angles on Convergence

価式を用いた時、厳密に角度を評価するという目的に反し、明らかに精度が低下しているのがわかる。

前節同様、理論的な検討¹⁾によって得られた、回転角 α に関するべき級数係数の厳密解に対する一致性状を Table 4 に示す。Table 4 より、高次非線形の角評価式を導入しても、べき級数係数の一致性状は向上せず、とくに b) はり・柱の式、c) 線形化はり・柱の式 については逆に、この一致性状は低下している。このようなべき級数係数の一致傾向は、数値計算による精度特性と同じであり、本場合も、理論的検討結果の妥当性を示している。

Table 4 Number of Coincident Terms in Power Series Expansion
for Rotational Angle α

Local Governing Eqs.	Convergent Solutions	$\hat{v}_0 = \hat{\alpha}$	$\hat{v}_0 = \sin \hat{\alpha}$	$\hat{v}_0 = \tan \hat{\alpha}$
a) Small Displacements	with Small Strains	2(2)	2(2)	2(2)
b) Beam-Column		3(3)	2(2)	2(2)
c) Linearized Beam-Column		3(3)	2(2)	2(2)

(): Inextensional Beam Axis

(4) 局所座標系の影響

剛体変位を除去するための局所座標系は Fig.1 に示すように、 $\hat{z}$ 軸を i 節点での変形後の部材軸の接線方向に選ぶ座標系 I と、変形後の i , $i+1$ 節点を結ぶ方向に選ぶ座標系 II とがある。ここでは、これらの局所座標系の差が剛体変位除去の手法に及ぼす影響について調べた。計算例は $\lambda = 100$ の構造とし、剛体回転除去後の回転角は (1), (2) と同様、 $\hat{\alpha} = \hat{v}'_0$ で評価した。

局所座標系の差による解の収束性を、剛体変位除去後の支配方程式の種類ごとにまとめて、Fig.6 に示す。なお、 $\lambda = 100$ の場合、有限ひずみ・有限変位の解に収束する d) の式を用いた場合の収束性は、a) 微小変位の式を用いた場合と同様であるので、Fig.6 では省略している。これより、全般にわたって明らかに座標系 II を用いた方の精度が良く、特に、局所系の式として a)、d) 等の低次の式を用いた場合の精度向上が著しい。

Table 5 Number of Coincident Terms in Power Series Expansion
with the Adoption of Coordinate System II and $\hat{v}_0 = \hat{\alpha}$

Local Governing Eqs.	Convergent Solutions	M	v_0	w_0	α
a) Small Displacements	with Small Strains	2(2)	2(2)	2(2)	2(2)
b) Beam-Column		2(2)	2(3)	2(3)	3(3)
c) Linearized Beam-Column		2(2)	2(2)	2(2)	3(3)
d) Eq. given by Ref. 1)	with Finite Strains	2(2)	2(2)	2(2)	2(2)

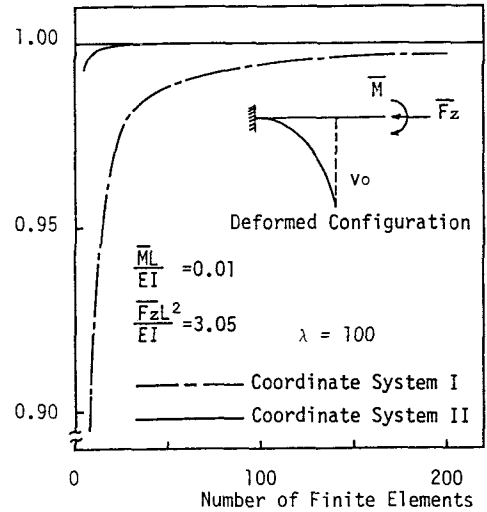
(): Inextensional Beam Axis

座標系Ⅱを用いた場合の各種物理量に関するべき級数係数の厳密解に対する一致性状を Table 5 に示す。Table 3 と比較してわかるように、座標系Ⅱを用いた場合には、べき級数の一致性状がかなり向上しており、局所系の式にどの理論の式を用いても、また軸線の伸張、不伸張の仮定にかかわらず、いずれも少なくとも2次の近似解となっている。この中で、特に、a) 微小変位の式を用いた場合、ならびに d) の式を用いた場合のべき級数の一致性状の向上が著しい。以上の理論的検討結果は、数値計算による精度特性を良く説明している。

なお、Table 5 を得るためには、局所座標系Ⅱを用いた場合、座標系Ⅰと同様に、各物理量に関するべき級数展開式を誘導する必要があるが、この過程は、座標系Ⅰのときと異なり、微分方程式の境界値問題を解く必要があり、複雑である。しかしながら、ここでは、主眼が文献1)の数値的検証にあることと、頁数の制限から、べき級数展開式の誘導過程は省略し、結果のみを示している。省略した誘導過程については、別の機会に報告する。

vo. SRBD

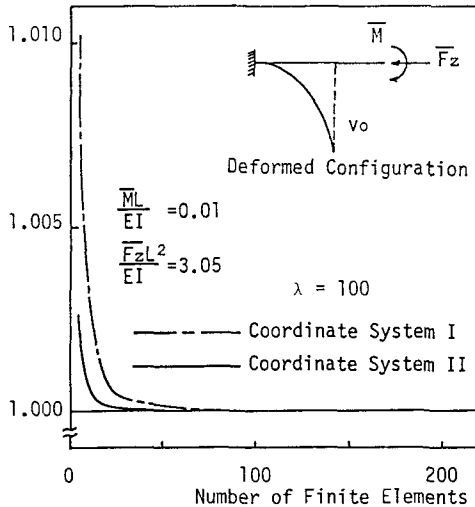
vo. Small Strains



a) Small Displacements with $\hat{v}_0 = \hat{\alpha}$

vo. SRBD

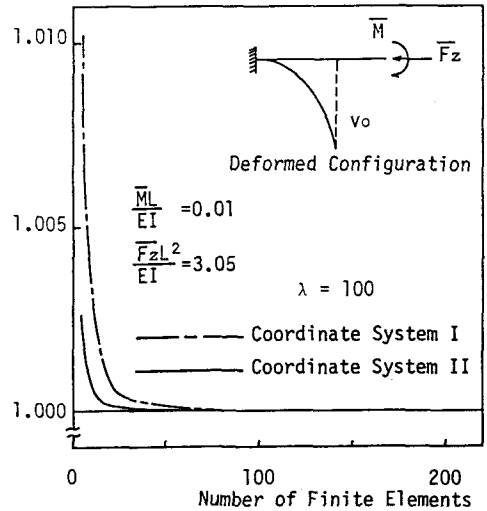
vo. Small Strains



b) Beam-Column with $\hat{v}_0 = \hat{\alpha}$

vo. SRBD

vo. Small Strains



c) Linearized Beam-Column with $\hat{v}_0 = \hat{\alpha}$

Fig.6 Effect of Coordinate System on Convergence

(5) 結論

平面骨組解析における剛体変位除去の手法の精度に関するこれまでの理論的検討結果の検証を主たる目的として、数値計算により定量的な精度の検討を行なった。ここでは、精度評価の基準となる厳密解として、著者らによって誘導された、棒材軸線の伸張変形を考慮した各種楕円積分解を用いており、その精度評価は従来にない精密なものである。

以上の検討により判明した数値的な精度特性は、すべて、先の理論的検討結果によって説明でき、その妥当性が確認された。

さらに、これまでの理論的検討結果と数値的検討結果とを総合的に判断して、平面骨組の有限変位解析に剛体変位除去の手法を効率的に適用するための指針をまとめると次のようになる。

- ① 剛体変位除去後の局所系の支配方程式としては、精度が低下しない限り簡単な式を用いるのが望ましい。この点から、ほぼ、b) はり・柱の式と同等の精度が確保され、しかも a) 微小変位の式より若干複雑なだけの c) 線形化はり・柱の式を用いるのが有利である。
- ② 剛体変位除去後の回転角の評価式としては、最も単純で、しかも、精度の良い線形式 $\hat{v}'_0 = \hat{\alpha}$ によれば良く、高次非線形の式 $\hat{v}'_0 = \sin \hat{\alpha}$ 、 $\hat{v}'_0 = \tan \hat{\alpha}$ を用いる必要はない。
- ③ 剛体変位除去のための局所座標系としては、変形後の要素節点を結ぶ方向に $\hat{z}$ 軸を選ぶ Fig.1 に示した座標系Ⅱを用いた場合の精度が良い。特に、局所系の支配方程式として a) 微小変位の式を用いる場合には、局所座標系Ⅰによると厳密解への収束がかなり遅いので局所座標系Ⅱを採用する必要がある。
- ④ 有限ひずみ下の有限変位解析に、剛体変位除去の手法を適用する場合、局所系の式としては、モーメントのつり合いに軸線の伸張の影響を考慮した d) の式を用いると良い。このとき局所座標系としては、座標系Ⅰによると収束が遅いので、座標系Ⅱによる必要がある。

本論文では、その主目的が、文献1) で用いた精度評価手法の妥当性を数値的に検証することにあることと、頁数の制限とから、ここでは、文献1) で検討対象とした局所座標系Ⅰによる場合を中心に扱い、実用上重要な局所座標系Ⅱの場合については、座標系Ⅰとの比較において付加的に述べるにとどまっている。したがって、より重要な局所座標系Ⅱを用いた場合の精度については、理論的検討を含め、別の機会に詳細に報告したい。なお、本研究は文部省科学研究費の援助を受けた。

【参考文献】

- 1) 後藤芳顕、長谷川彰夫、西野文雄：平面骨組の有限変位解析の精度に関する一考察、土木学会論文報告集、No.331, pp33-43, 1983-3.
- 2) Goto, Y., A.Hasegawa and F.Nishino: Accuracy and Convergence of the Separation of Rigid Body Displacements for Plane Corved Frames, Proc. of JSCE, No.344, I-1, pp67-77, April, 1984.
- 3) Goto, Y., A.Hasegawa, F.Nishino and S.Matsuura: Accuracy and Convergence of the Separation of Rigid Body Displacements for Space Frames, Proc. of JSCE, No.356 I-3, pp109-119, April, 1985.
- 4) 前田幸雄、林正、中村守：増分法による平面骨組の大変形解析の加速計算法、土木学会論文報告集 No.223, pp1-9, 1974-3.
- 5) 吉田裕、増田陳紀、森本剛、広沢規行：立体骨組構造の増分つり合い方程式とその解法、土木学会論文報告集、No.300, pp21-31, 1980-8.
- 6) 小沢一誠：幾何学的非線形解析の実構造物への適用に関する一考察、橋梁と基礎、pp35-42, 1985-3.
- 7) 後藤芳顕、山下時治、松浦聖：平面棒材の有限変位問題における楕円積分解、構造工学論文集 No.32A, pp125-137, April, 1986.

(1986年10月17日受付)