

せん断型線形多自由度系の同定問題の周波数領域における解析法に関する一考察

A FEW REMARKS ON THE IDENTIFICATION OF LINEAR CHAIN MODEL WITH
MULTI-DEGREES OF FREEDOM IN THE FREQUENCY DOMAIN

沢田 勉* 辻原 治** 阿世賀 宏*** 神谷 宏****
Tsutomu SAWADA, Osamu TSUJIHARA, Hiroshi ASEGA and Hiroshi KAMIYA

In this study, the identification of linear chain model with multi-degrees of freedom is investigated in the frequency domain. Two error criteria, which are based on absolute value and on both real and imaginary parts of the transfer function, are used as the criterion of identification. It is shown from numerical examples that the stiffness and damping coefficients are determined uniquely by knowledge of the base motion and the first floor response and by the above mentioned error criteria, while Udwadia et al. have proved the uniqueness of the solution by the transfer function at high frequency. It is also found that the criterion based on the absolute value of transfer function is useful for the identification of the linear chain model with multi-degrees of freedom.

1. 緒 論

本研究は、せん断型線形多自由度系の同定問題の周波数領域における解析法の適用性を検討し、若干の考察を加えたものである。

各種振動系の同定問題については、これまで多くの研究がなされており、それらは種々の工学の分野に応用されてきた。同定問題の解析法を大別すると、周波数領域の解析と時間領域の解析に分類することができる。Udwadia らは^{1), 2)}、せん断型線形多自由度系の同定問題を、周波数領域で定式化した場合の解について検討し、質量が既知の場合には、基礎と最下点の質点の記録を用いれば系のすべてのばね定数および減衰係数が一義的に決定されることを示した。Mcverryは³⁾、線形多自由度系のモードパラメータ(各次モードの固有振動数、減衰定数、刺激係数)を周波数領域で推定する手法を提示し、それを用いて実構造物の動特性を推定した。小原らは⁴⁾、Mcverry の周波数領域におけるモードパラメータの同定手法を発展させ、それを立体振動系、地盤-構造物系、および履歴型非線形振動系に適用して、実地震時の構造物系の動特性

* 工修 徳島大学講師 工学部建設工学科 (770 徳島市南常三島町2丁目1番地)
 ** 徳島大学大学院 工学研究科 (770 徳島市南常三島町2丁目1番地)
 *** 工修 西松建設 技術研究部 (242 大和市中鶴間2570-4)
 **** 工修 西松建設 技術研究部 (242 大和市中鶴間2570-4)

を推定している。以上、周波数領域における同定手法に関するいくつかの研究について述べたが、近年時間領域における同定問題の解析もさかに行われている。土岐・佐藤は⁵⁾、線形多自由度系のモード振動数と減衰定数を推定するために自己回帰移動平均 (AR-MA) モデルを用い、Burgによる最大エントロピー規範を用いる方法が良い推定値を与えることを示した。Beckは⁶⁾、基礎および任意の質点で得られた地震動記録を用いて線形多自由度系の動特性値を時間領域で推定する手法を提示し、系のばね定数および減衰係数を直接推定する方法よりもモードパラメータを間接的に推定する方法が優れていることを指摘した。星谷・斉藤は⁷⁾、拡張カルマンフィルターを用いて各種振動系の動特性を推定する手法を提示し、その有用性を示した。そして、その手法を線形多自由度系の動特性の推定⁸⁾、および常時微動記録を用いた建物の動特性の推定に応用した⁹⁾。以上のような研究から、現在では、各種振動系の同定問題はおもに時間領域で解析され、かつモードパラメータの推定にその主眼が置かれている。線形多自由度系の同定問題において、周波数領域の解析から系の動特性 (ばね定数、減衰係数) を直接推定する方法があまり用いられないおもな理由としては、以下のことが考えられる。

1) 一般の構造物では、地震記録に限られた点でしか得られないため、せん断型線形多自由度系以外の系では、解が一義的に定められない⁶⁾。せん断型線形多自由度系の場合には、前述のように、基礎と最下点の質点の記録を用いれば、ばね定数と減衰係数を一義的に決定できるが、それらの決定の過程においては、高振動数領域における周波数応答関数の値が必要になる⁶⁾。ところが、記録にノイズが含まれる場合には、高振動数領域においてノイズの影響が顕著に現れ、周波数応答関数を精度よく推定することが困難になるため、この方法は実用的でなくなる。

2) 地震記録からスペクトルを求める際には何らかの平滑化を行うが、この平滑化は減衰係数の推定に影響を与える。

3) 自由度の数が多くなると、運動方程式を解く過程で多次元の連立1次方程式を解くことが必要となり、同定の際に多大の計算時間が必要になる。

以上のような問題点もあるが、周波数領域の解析から系の動特性値 (ばね定数および減衰係数) を直接推定する方法は、同定の際に用いる誤差基準が単純であり、手法が簡単であるという長所もある。また、せん断型線形多自由度系では、ある条件のもとで解の一義性が保証されており、モード解析を用いなくとも系の動特性を直接推定できる可能性もある。

本研究では、せん断型線形多自由度系を対象にして、系のばね定数および減衰係数を直接推定するための同定問題を周波数領域で定式化するとともに、同定の際の評価基準として2つの基準、すなわち周波数応答関数の絶対値の自乗誤差の和を最小にする基準と実数部および虚数部の自乗誤差の和を最小にする基準を用いて系の動特性を推定した。ただし、Udwadia らが高振動数における周波数応答関数の極限值に基づいて解を一義的に求める方法を提示したのに対し、本研究では、一般に用いられている誤差基準、すなわち周波数応答関数に有意な振幅をもつ振動数領域で設定した誤差基準を用いて同定を行い、上述の問題点1) に検討を加えた。また、問題点3) については、せん断型線形多自由度系の減衰行列と剛性行列が三項行列になることを利用して運動方程式を解き、同定の際の計算時間を低減した。なお、本研究では、系の質量行列は既知とし、同定に用いる記録にはノイズが含まれないと仮定して解析を行った。

2. 運動方程式とその解法

Fig.1 に示すようなせん断型線形多自由度系において、基礎の変位を $x_0(t)$ 、質点の絶対変位を $x(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots\}$ とすると、系の運動方程式は次式で与えられる。^{2), 10)}

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = f(t) \quad (1)$$

ここで、 M 、 C 、 K 、および $f(t)$ はそれぞれ質量行列、減衰行列、剛性行列、および外力項であり、次式

のように与えられる。

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & & & & \\ & m_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & 0 & & \ddots & \\ & & & & m_n \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$C = \begin{bmatrix} c_1+c_2 & -c_2 & & & \\ -c_2 & c_2+c_3 & -c_3 & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & -c_n & c_n \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & & & \\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & -k_n & k_n \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$f = \begin{Bmatrix} c_1 \dot{x}_0(t) + k_1 x_0(t) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

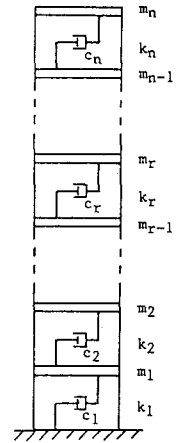


Fig. 1 n Degree of Freedom System

式(1)の運動方程式は各種の数値積分法や複素応答解析法により解くことができるが、本研究では、応答を周波数領域で表すため複素応答解析法を用いる。式(1)の両辺をフーリエ変換すると、

$$\{-\omega^2 M + i\omega C + K\} X(\omega) = F(\omega) \quad (6)$$

ここで、 $X(\omega)$ は時刻歴応答 $x(t)$ のフーリエ変換である。また、 $F(\omega)$ は $f(t)$ のフーリエ変換であり、次式で表される。

$$F(\omega) = \begin{Bmatrix} i\omega c_1 + k_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} X_0(\omega) \quad (7)$$

$X_0(\omega)$ ：基礎の変位 $x_0(t)$ のフーリエ変換

式の表示を簡単にするため、式(6)の左辺の係数を

$$A = \{-\omega^2 M + i\omega C + K\} \quad (8)$$

と置くと、式(6)は次のようになる。

$$AX(\omega) = F(\omega) \quad (9)$$

上式より、角振動数 ω の系の応答 $X(\omega)$ が次のように得られる。

$$X(\omega) = A^{-1}F(\omega) \quad (10)$$

式(10)はせん断型線形多自由度系の同定問題を周波数領域で考える際の基本式であるが、同定問題のように多数の反復計算を必要とする場合には、逆行列 A^{-1} の計算に多大の演算時間が必要となるため実用的でない。そこで、本研究では、式(8)の行列 A が三項行列になることに注目して、以下のようにして応答 $X(\omega)$ を求め、この欠点を除去した。式(9)を要素で表示すると次のようになる。

(1 1)

$$b = (i\omega c_1 + k_1) X_0(\omega) \quad (12)$$

$$b = (i\omega c_1 + k_1) X_0(\omega) \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} X_{n-1} = -a_{nn}X_n/a_{n-1,n-1} = P_{n-1}X_n \\ X_{n-2} = -(a_{n-1,n-1}X_{n-1} + a_{n-1,n}X_n)/a_{n-1,n-2} \\ \quad = -(a_{n-1,n-1}P_{n-1} + a_{n-1,n})X_n/a_{n-1,n-2} \\ \quad = P_{n-2}X_n \\ \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \quad - \\ X_1 = -(a_{22}X_2 + a_{23}X_3)/a_{21} \\ \quad = -(a_{22}P_2 + a_{23}P_3)X_n/a_{21} \\ \quad = P_1X_n \end{array} \right. \quad (13)$$
$$\therefore X_n = b / (a_{11}P_1 + a_{12}P_2) \quad (14)$$
$$\begin{cases} X_r = P_r X_n \\ P_n = 1 \\ P_{n-1} = -a_{nn} / a_{nn-1} \\ P_r = -(a_{r+1,r+1} P_{r+1} + a_{r+1,r+2} P_{r+2}) / a_{r+1,r} \end{cases} \quad (16)$$

3. 周波数領域における同定問題の定式化

$$\hat{H}(\omega) = \hat{X}_u(\omega) / \hat{X}_q(\omega) \quad (17)$$

—742—

他方、式(9)の運動方程式の周波数領域の表示式において、減衰係数 c_r およびばね定数 k_r に適当な値を代入すると、式(15)および式(16)を用いて質点 l および u に対する応答 $X_l(\omega)$ および $X_u(\omega)$ が得られるから、この場合の系の周波数応答関数 $H(\omega)$ は

$$H(\omega) = X_u(\omega) / X_g(\omega) \quad (18)$$

となる。上式において、 $X_l(\omega)$ および $X_u(\omega)$ は減衰係数 c_r およびばね定数 k_r の関数であるから、 $H(\omega)$ もまたそれらの関数である。もし、系の動特性値が精度よく得られた場合には、それを用いて計算した式(18)の $H(\omega)$ は式(17)の目標値 $\hat{H}(\omega)$ に一致するはずである。

本研究では、観測値 $\hat{H}(\omega)$ にはほぼ一致する $H(\omega)$ を与えるような動特性値を推定するために、同定の際の評価基準として次の2つの誤差基準を用いる。

$$\text{基準A} : S_A = \sum_{j=1}^N \{ |H(\omega_j)| - |\hat{H}(\omega_j)| \}^2 \rightarrow \min \quad (19)$$

$$\text{基準B} : S_B = \sum_{j=1}^N |H(\omega_j) - \hat{H}(\omega_j)|^2 \rightarrow \min \quad (20)$$

ここで、 ω_j は離散点で与えた j 番目の角振動数であり、 N は振動数点の数である。ただし、対象とする周波数領域としては周波数応答関数が有意な振幅をもつ領域を考えるものとする。ここで、基準Aは周波数応答関数の絶対値のみを対象にして同定を行うものである。また、基準Bは実数部および虚数部の両者を考慮した誤差基準であり、Mcverry らによって用いられた評価関数である。一般の振動問題では、時間領域の表示は、周波数領域では振幅と位相または実数部と虚数部の両者を考えることで1対1に対応する。しかしながら、系の周波数応答関数のフーリエ対である単位インパルス応答関数 $h(t)$ のように因果性(負の時間領域において振幅が0である性質)があり、また、 $h(t)$ のラプラス変換 $H_I(p)$ が最小位相推移関数($H_I(p)$ が $\text{Re}(p) \geq 0$ において解析関数であり、かつ0点を有しない関数)である場合には、周波数応答関数の振幅のみを用いて系の特性を完全に表すことができる。¹¹⁾ このことより、基準Aによって系の動特性を推定することは可能と考えられる。

つぎに、式(19)または式(20)の解法について述べる。本研究では、式(19)または式(20)を解くために反復線形計画法を用いた。この方法は、非線形方程式をある初期値のまわりにテラー展開して、1次の微係数を含む項のみを考慮して線形化し、線形計画法(LP)により順次解を修正する方法である。以下、基準Aについて述べると次のようになる。いま、

$$S_A = G(\omega; \alpha_1, \alpha_2, \dots) \rightarrow \min \quad (21)$$

と置く。ここで、 α_i ($i = 1, 2, \dots$)は同定すべきパラメータであり、 c_r および k_r ($r = 1, 2, \dots, n$)からなる。上式を α_i のまわりでテラー展開し、2階以上の微小項を無視すると

$$S_A \approx S_A^{(0)} + \sum_{i=1}^{2n} \left(\frac{\partial G}{\partial \alpha_i} \right)^{(0)} \Delta \alpha_i \rightarrow \min \quad (22)$$

ここで、上付きの添字(0)は初期値に対応することを示し、 $\Delta \alpha_i$ は α_i の変化量である。式(22)を解くと α_i の変化量 $\Delta \alpha_i$ が求められるから、次の段階では、 $\alpha_i^{(1)} = \alpha_i^{(0)} + \Delta \alpha_i$ のまわりで式(21)をテラー展開して線形化し変化量 $\Delta \alpha_i$ を求める。この過程を繰り返すことにより収束解を得ることができる。ただし、式(22)のように線形化した場合、初期値 $\alpha_i^{(0)}$ が最適解近傍になければ解が発散するので、次のような move limit を設けなければならない。

$$-\xi \alpha_i^{(0)} \leq \Delta \alpha_i \leq \xi \alpha_i^{(0)} \quad (23)$$

ここで、 ξ は1以下の正値であり、たとえば $\xi = 0.1$ のように与えられる。したがって、この問題は、式(23)の制約条件のもとに式(22)の目的関数を最小にする $\Delta \alpha_i$ をLPを用いて順次求めることに帰着する。つぎに、式(22)の右辺に含まれる偏微分係数について述べる。観測点 l および u における応答 $X_l(\omega)$ および $X_u(\omega)$ は式(15)より次のようにして得られる。

$$X_L(\omega) = P_L(\omega) X_N(\omega) \quad (24)$$

$$X_U(\omega) = P_U(\omega) X_N(\omega) \quad (25)$$

$X_L(\omega)$ および $X_U(\omega)$ は複素関数であるから次式のように表される。

$$X_L(\omega) = \phi_L(\omega) + i\psi_L(\omega) \quad (26)$$

$$X_U(\omega) = \phi_U(\omega) + i\psi_U(\omega) \quad (27)$$

したがって、

$$|H(\omega)| = \left| \frac{X_U(\omega)}{X_L(\omega)} \right| = \left(\frac{\phi_U^2 + \psi_U^2}{\phi_L^2 + \psi_L^2} \right)^{1/2} \quad (28)$$

ゆえに、基準Aの場合には偏微分係数 $\partial G / \partial \alpha_i$ は

$$\frac{\partial G}{\partial \alpha_i} = 2 \sum_{j=1}^N \{ |H(\omega_j)| - |\hat{H}(\omega_j)| \} \frac{\partial |H(\omega_j)|}{\partial \alpha_i} \quad (29)$$

となる。ここで、 $\partial H(\omega_j) / \partial \alpha_i$ は式(28)を α_i で偏微分することにより得られる。

以上のように、任意の2つの観測点において記録が得られた場合には、式(19)または式(20)に示された誤差基準を用いて、せん断型線形多自由度系の動特性を推定することができる。

4. 数値計算例および考察

緒論で述べたように、せん断型線形多自由度系の同定における解の一義性は、Udwadia らによって証明されたが、そこでは周波数応答関数の高振動数領域における極限值が用いられた。しかし、地震動記録のようにノイズの影響が高振動数領域で顕著に現れる場合には、この方法は実用的ではない。ここでは、前節で述べた誤差基準を用いて同定を行ない、Udwadia らが指摘した解の一義性がこの場合にも成立することを示すとともに、解の収束性および前述の2つの誤差基準による同定結果の比較を行う。数値計算では、3自由度系モデルと8自由度系モデルを用いた。解析を進めるにあたり、基礎および各質点のうち任意に選定した2つの点で観測記録が得られており、それらの記録にはノイズが含まれていないと仮定した。したがって、前節の式(17)の目標関数 $H(\omega)$ としては、2つの観測点間の周波数応答関数が用いられた。この周波数応答関数を、0.1~10 Hzの周波数領域を対数軸上で等間隔に分割した周波数点 ($\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_j, \dots$) について求め、これを式(19)および式(20)における目標関数 $\hat{H}(\omega_j)$ として用いた。なお、前節の式(22)および式(23)を用いて解を改良していくと、ある段階以後は解が振動するから、収束させるために move limit を順次小さくした。また、反復計算の繰り返し回数は50回とした。

(1) 3自由度系モデル

このモデルの動特性値(ばね定数 k_r 、減衰係数 c_r)を Table 1の True Value に示す。以下では、この動特性値を真値として同定を行なう。同定に用いる目標関数としては次の3つのケースを考えた。

Case 0-1 : 基礎と質点1の周波数応答関数

Case 0-3 : 基礎と質点3の周波数応答関数

Case 1-2 : 質点1と質点2の周波数応答関数

前節で示した誤差基準として、Case 0-1 については基準AとBを、他のケースについては基準Aのみを用いて動特性を推定した。各動特性値の初期値としては Table 1~4の Initial Value に示すように、すべてのケースについて同一とし、ばね定数として 100 t/m 、減衰係数として $2 \text{ t} \cdot \text{sec/m}$ を用いた。ただし、質量は既知として、各質点の質量を $1 \text{ t} \cdot \text{sec}^2/\text{m}$ とした。以下、各ケースの計算結果について述べる。

Fig. 2 には、Case 0-1 で誤差基準Aを用いた場合について、(a) 初期値と真値、(b) 収束値と真値、に

対する周波数応答関数を示した。図において、横軸は振動数 (Hz)、縦軸は応答関数の振幅である。

Fig. 3 は、ばね定数および減衰係数の収束状況を示したものであり、横軸は反復回数である。Table 1 には、各動特性値に対する真値、初期値、収束値、および収束値と真値の比を示した。これらの図表より、基礎と質点1の周波数応答関数を用いた場合 (Case 0-1) には、ばね定数は1%以下の誤差で、

また減衰係数は8%以下の誤差で推定できることがわかる。これは、Case 0-1においては、Udwadia らが指摘した解の一義性が、本研究で用いた誤差関数の場合にも成り立つことを示している。Fig.3 の解の収束状況を見ると、10 回前後からすべてのパラメータが振動を始め、徐々に真値に近づくことがわかる。本例では、誤差基準A、すなわち周波数応答関数の絶対値を目標関数としたが、上述のように解が真値にほぼ収束した。前節で述べたように、一般の振動問題では周波数領域の振幅と位相または実数部と虚数部を同時に考慮しなければ時間領域の波形と対応しない。この例で解が真値にほぼ収束したのは系の単位インパルス応答関数 $h(t)$ が因果性関数であり、かつ $h(t)$ のラプラス変換 $H(p)$ が最小位相推移関数になることを示している。

つぎに、前例との比較のために、基準Bすなわち周波数応答関数の実数部と虚数部を同時に考慮した基準を用いて解析を行った。Table 2 にその結果を示す。この場合には、ばね定数および減衰係数がともに7%以内の誤差で推定されているが、全体的には前例 (Table 1) と同程度の推定精度になっている。

Fig.4 およびTable 3 には

Case 0-3で誤差基準Aを用いた場合の周波数応答関数と同定結果を示した。この場合には、収束解に対する周波数応答関数は真値のそれとよく一致するが

(Fig.4(b))、解の精度はCase 0-1 に比べて悪く (Table 3)、ばね定数で10

Table 1 Values of Parameter (Case 0-1)

	Spring Constants (t/m)			Damping Coefficients (t.s/m)		
	k_1	k_2	k_3	c_1	c_2	c_3
True Value	60.0	50.0	40.0	1.20	1.00	0.80
Initial Value	100.0	100.0	100.0	2.00	2.00	2.00
Optimum Value	60.0	50.2	40.1	1.11	1.08	0.86
Optimum Value True Value	1.00	1.00	1.00	0.93	1.08	1.08

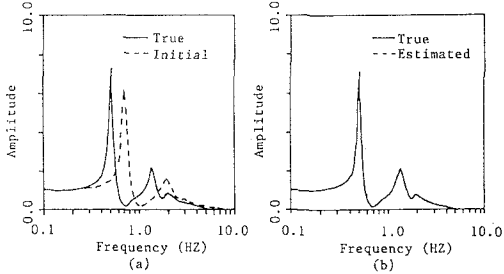


Fig.2 Transfer Function for Initial, Estimated and True Values (Case 0-1)

Table 2 Values of Parameter (Case 0-1)

	Spring Constants (t/m)			Damping Coefficients (t.s/m)		
	k_1	k_2	k_3	c_1	c_2	c_3
True Value	60.0	50.0	40.0	1.20	1.00	0.80
Initial Value	100.0	100.0	100.0	2.00	2.00	2.00
Optimum Value	60.7	48.7	40.7	1.12	1.02	0.83
Optimum Value True Value	1.00	0.97	1.02	0.93	1.02	1.04

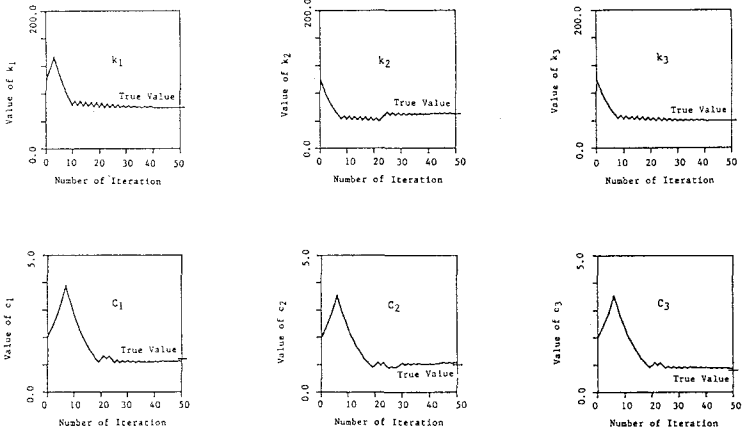


Fig.3 Convergence Process of Spring Constants and Dampig Coefficients

Table 3 Values of Parameter (Case 0-3)

	Spring Constants (t/m)			Damping Coefficients (t.s/m)		
	k ₁	k ₂	k ₃	c ₁	c ₂	c ₃
True Value	60.0	50.0	40.0	1.20	1.00	0.80
Initial Value	100.0	100.0	100.0	2.00	2.00	2.00
Optimum Value	55.0	55.0	44.0	0.99	1.15	0.98
Optimum Value True Value	0.92	1.10	1.10	0.83	1.15	1.23

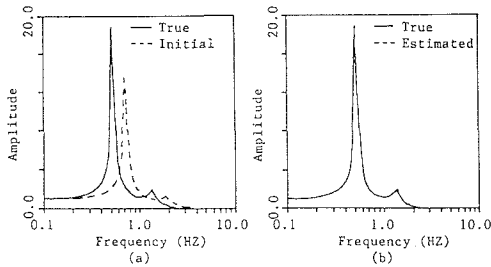


Fig.4 Transfer Function for Initial, Estimated and True Values (Case 0-3)

Table 4 Values of Parameter (Case 1-2)

	Spring Constants (t/m)			Damping Coefficients (t.s/m)		
	k ₁	k ₂	k ₃	c ₁	c ₂	c ₃
True Value	60.0	50.0	40.0	1.20	1.00	0.80
Initial Value	100.0	100.0	100.0	2.00	2.00	2.00
Optimum Value	521.7	49.6	40.6	0.33	1.01	0.81
Optimum Value True Value	8.70	0.99	1.02	0.28	1.01	1.01

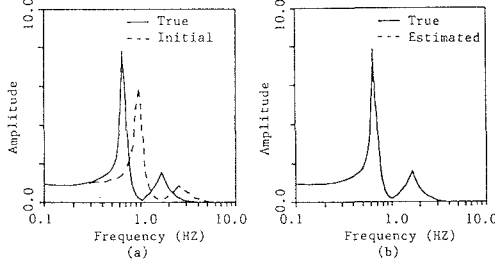


Fig.5 Transfer Function for Initial, Estimated and True Values (Case 1-2)

%程度、減衰係数で20%前後の誤差を生じている。前述のように Case 0-3 のような場合には解の一義性が保障されないため、この場合の解は1つの局所解であると考えられる。Fig. 5 および Table 4 には、Case 1-2 の基準Aによる同定結果を示した。この場合も周波数応答関数はよく一致し、動特性値も k_1 、 c_1 を除いてよく一致している。これは、連続する2つの質点の記録を用いた場合にはそれより上の動特性値が一義的に決定されるというUdwadia らの指摘が、一般の誤差関数を用いた場合にも成立することを示している。

Table 5 は上述の3つのケースの同定結果からモードパラメータを求め、真値に対するそれと比較したものである。Case 0-1およびCase 0-3では、各パラメータともかなりの精度で真値のそれと一致している。

(2) 8自由度系モデル

自由度が増加した場合の解の収束性を見るため、8自由度系モデルについて同様な解析を行った。ただし、

Table 5 Modal Parameters

		Frequency (Hz)	Damping	Participation Factor
True Value	1-st	0.517	0.033	0.463
	2-nd	1.355	0.085	-0.315
	3-rd	1.944	0.125	0.063
Case 0-1	1-st	0.517	0.033	0.465
	2-nd	1.357	0.087	-0.315
	3-rd	1.997	0.131	0.063
Case 0-3	1-st	0.518	0.032	0.520
	2-nd	1.379	0.090	-0.297
	3-rd	2.031	0.130	0.070
Case 1-2	1-st	0.651	0.039	0.065
	2-nd	1.653	0.098	-0.233
	3-rd	-	-	-

Table 6 Values of Spring Constants

	Spring Constants (t/m)							
	k ₁	k ₂	k ₃	k ₄	k ₅	k ₆	k ₇	k ₈
True Value	100.0	90.0	80.0	70.0	65.0	60.0	50.0	
Initial Value	150.0	150.0	150.0	130.0	120.0	120.0	110.0	
Optimum Value	104.0	107.7	74.7	62.5	62.5	57.7	59.1	53.1
Optimum Value True Value	1.04	1.20	0.93	0.89	0.96	0.89	0.96	1.06

Table 7 Values of Damping Coefficients

	Damping Coefficients (t.s/m)							
	c ₁	c ₂	c ₃	c ₄	c ₅	c ₆	c ₇	c ₈
True Value	2.00	1.80	1.60	1.40	1.30	1.30	1.20	1.00
Initial Value	3.00	3.00	3.00	2.60	2.60	2.40	2.40	2.20
Optimum Value	1.38	2.11	1.86	1.97	2.19	1.66	1.23	0.79
Optimum Value True Value	0.69	1.17	1.03	1.41	1.68	1.28	1.03	0.79

目標関数としては基礎と質点1の周波数応答関数を用い、誤差基準として基準Aを用いた。また、反復計算の繰り返し回数は、3自由度系モデルの場合と同様 50 回とした。Table 6 および7 には、ばね定数および減衰係数の真値、初期値、最終値、および最終値と真値の比を示した。これらの表より、3自由度系モデルに比べて8自由度系モデルでは解の収束性が悪くなり、最終値には、ばね定数で 10 数%、減衰定数で数 10%の誤差が含まれる。このように、自由度の数が増加すると解の収束性が悪くなり精度が落ちる。なお、計算時間は3自由度系モデルに比べて3倍弱であった。

5. 結 言

本研究では、せん断型線形多自由度系の同定問題を周波数領域で定式化し、二、三の計算例によってその適用性を検討した。本研究の内容を要約すると以下ようになる。

(1) せん断型線形多自由度系の同定問題における解の一義性を数値計算により検討した。Udwadia らは、基礎と最下点の質点の記録を用いた場合には、周波数応答関数の高振動数における極限值を用いて解が一義的に決定できることを示したが、高振動数領域ではノイズの影響が大きいため、周波数応答関数を精度よく求めることは難しい。本研究では、一般に用いられている誤差基準、すなわち比較的ノイズの影響の少ない低振動数領域における周波数応答関数の自乗和誤差を用いて、せん断型線形多自由度系の動特性の推定を行い、解が一義的に定まることを実用的な見地から検証した。

(2) 同定の際の誤差基準として2つの基準を用いて同定を行ない、得られた解を比較した。その結果、周波数応答関数の振幅のみを目標関数として用いてもよいことがわかった。これは、系のインパルス応答関数が因果性関数であり、かつそのラプラス変換が最小位相推移関数になるためである。一般に、観測記録から得られる周波数応答関数の振幅は位相よりも安定していると考えられるから、この結果は、周波数領域における同定問題の解析に有用な情報を与える。

(3) せん断型線形多自由度系の減衰行列と剛性行列が三項行列であることを利用して、運動方程式を漸化式を用いて解く手法を提示した。そして、これを同定問題に導入することによって、系の動特性値を効率よく推定する方法を示した。

以上のように、周波数領域の解析から系の動特性値を直接推定しうる可能性のあることがわかったが、いくつかの問題点も残った。その1つは観測記録に含まれるノイズの問題である。前述のように、周波数応答関数が有意な振動数領域で定義された誤差基準を用いると、ノイズの影響は小さくなる。しかし、系の自由度の数が多くなると、対象とする振動数領域が高振動数にまで及び、ノイズの影響が無視し得なくなる。また、自由度の数が多くなると、一般の最適化問題と同様に、解の収束性が悪くなり推定精度が落ちる。このような問題点の1つの解決策として、系をいくつかに分割してノイズの少ない上方より順次動特性値を推定する方法も考えられる。これらについては今後の検討課題としたい。

参 考 文 献

- 1) Udwadia, F. E. and Sharma, D. K. : Some uniqueness results related to building structural identification, SIAM J. APPL. MATH., Vol. 34, No. 1, pp. 104-118, 1978.
- 2) Udwadia, F. E., Sharma, D. K. and Shah, P. C. : Uniqueness of damping and stiffness distribution in the identification of soil and structural systems, ASME, Vol. 45, pp. 181-187, 1978.
- 3) Mcverry, G. H. : Structural identification in the frequency domain from earthquake records, EESD, Vol. 8, pp. 161-180, 1980.

- 4) 小原： 地震応答記録に基づく構造物系の動的特性に関する研究、東北大学学位論文、1984年。
- 5) 土岐・佐藤・生木： 自己回帰・移動平均法による構造物の動的パラメータの推定、京都大学防災研究所年報、第21号、B-2、pp.1-12、1978年。
- 6) Beck, J.L. : Determining models of structures from earthquake records, Report No.EERL78-01, Earthquake Engineering Research Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, California, 1978.
- 7) 星谷・斉藤： 拡張カルマン・フィルターを用いた同定問題の各振動系への応用、土木学会論文報告集、第339号、pp.59-67, 1983年。
- 8) 星谷・斉藤： 線形多自由度系の動特性の推定、土木学会論文報告集、第344号/I-1, pp.289-298 1984年。
- 9) 星谷・斉藤： 常時微動記録を用いたEK-WGI法による建物の動特性の推定、土木学会論文報告集、第350号/I-2, pp.263-270, 1984年。
- 10) 小高他： 耐震・耐風構造、pp.171-175、鹿島出版会、1972年。
- 11) A. パポリス(大槻・平岡訳)： 応用フーリエ積分、pp.236-271、オーム社、1977年。
- 12) Beck, J.L. and Jennings, P.C. : Structural identification using linear models and earthquake records, EESD, Vol. 8, pp. 145-160, 1980.

(1985年10月18日受付)