

複合材料中の応力波速度と構造物の健全度評価への応用

STRESS WAVE VELOCITY PROPAGATING IN COMPOSITES AND ITS APPLICATION TO SOUNDNESS EVALUATION OF STRUCTURES

大 島 俊 之^{*} 三 上 修 一^{**} 能 町 純 雄^{***} 重 清 浩 司^{****}
By Toshiyuki OSHIMA, Syuichi MIKAMI, Sumio G. NOMACHI and Koji SHIGEKIYO

Stress wave velocities propagating in the laminated composites and the cylindrical composites, which are reinforced by the fibers oriented in the cylindrical array over the cross section, are investigated using the dynamic laminated element method and finite prism method. The dispersion characteristics, which is caused by the orientation of the fibers as well as the shape of the cross section, of the wave velocity as a function of wave number are numerically obtained. Several cases involving various ratios of elastic constants of the fiber and the matrix were investigated.

In order to apply above results the stress wave velocities propagating in the damaged cylinder model, just like the cylinder with surface cracks and the cylinder deteriorated from the surface, are obtained numerically.

1. まえがき

鉄筋コンクリート部材のような複合材料中を伝播する応力波速度は部材の寸法と波長の比や補強材の間隔、大きさと波長の比によって分散 (dispersion) することが知られている。また、母材と補強材とはそれぞれの応力波伝播速度が異なるので母材と補強材との付着などの接触条件によって応力波の伝播挙動が大きく変化することも知られている。一方、複合材料の平均的応力波速度は補強材と母材との体積比、弾性係数比、密度比などによって変化するので衝撃応答計算などの動的応答解析を実行する場合には複合材料についてこれらの関係を検討しておくことが必要となる。また最近の A E 計測機器等の発達により、構造材料中を伝播する応力波 (超音波) を利用して構造内部の状態を推定し構造材料の健全度評価をする手法が開発されているが、複合材料の場合にこれらを用いるには応力波の散乱 (反射、屈折、回折) 問題など解決すべき問題が多く存在する。

著者らはすでに長方形断面複合材料中を伝播する応力波の挙動のうち、応力波速度についての解析結果を発表したが^{1)~3)} 本論文では積層複合材料、および繊維強化円筒シェルの応力波速度についての解

* 工博 北見工業大学助教授 工学部開発工学科 (〒090 北見市公園町 1 6 5 番地)

** 北見工業大学教務職員 工学部開発工学科 (〒090 北見市公園町 1 6 5 番地)

*** 工博 日本大学教授 生産工学部土木工学科 (〒275 習志野市泉町 1-2-1)

**** 北見工業大学 (修士課程) 土木開発工学専攻 (〒090 北見市公園町 1 6 5 番地)

析結果を示す。また円筒シェルに材料の劣化やクラックを発生させたモデルについての解析結果から構造の健全度評価をする際に材料の劣化やクラックの存在が応力波速度にどのように影響するかを検討する。

2. 積層複合材料中の応力波速度

(1) 理論計算式

解析にはガラーキン法により誘導した平面歪の積層要素に対する節線力と節線変位の関係式を用いる。この積層要素は上下の節点の変位は部材の長軸方向に連続関数、それと垂直な鉛直方向には節点の離散関数として表現でき、節点における力の釣合は、節点変位に関する微分差分方程式として与えられる。解析において用いた仮定を列記すれば次のようになる。

- 積層要素内の各変位成分は要素の鉛直軸方向に直線変化をする。
- 媒質中を伝播する波動のうち、部材の長軸方向に調和進行する曲げ波動と縦波動モードを考える。
- 部材の長軸方向に連続する補強材層は積層要素としてその面積を考慮する。また数値計算では補強材層を集中断面積とみなす方法による結果との比較を補強材層の厚さを変えて行なう。

このような仮定に基づいて導かれた基礎方程式は補強材層が部材の鉛直軸方向に等間隔、等断面で配置されている場合にはこの方向に有限フーリエ定和分変換¹⁾を適用し、長軸方向にはフーリエ変換を適用してこれらの変換によって生じた境界値が自由境界の条件を満足するように固有値を決定できればこれが固有の位相速度となる。このように有限フーリエ定和分変換が可能な複合部材に対しては補強材の数が多いほどその利点が強く現れる。長軸方向をx軸、鉛直軸方向をz軸としてまず長軸方向の変位は仮定より次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} u &= U \cos \frac{2\pi}{\ell} (x - ct) \\ w &= W \sin \frac{2\pi}{\ell} (x - ct) \end{aligned} \quad (1)$$

ただし ℓ は波長、 C は位相速度、 U 、 W はそれぞれ u 、 w の振幅とする。図1を参照して、積層複合部材の動的釣合式は次のようになる。

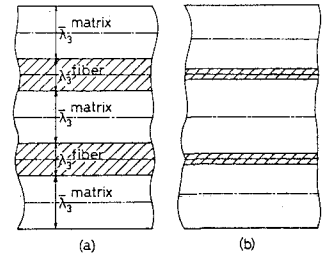


図1 積層複合部材

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ & & a_{33} & a_{34} \\ sym. & & & a_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \nabla U_z \\ \Delta U_z \\ \nabla W_z \\ \Delta W_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & 0 & 0 \\ & m_{22} & 0 & 0 \\ & & m_{33} & m_{34} \\ sym. & & & m_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \nabla U_z^* \\ \Delta U_z^* \\ \nabla W_z^* \\ \Delta W_z^* \end{Bmatrix} \quad (2)$$

ただし

$$a_{11} = \frac{(2\mu_f + \lambda_f) \lambda_3}{4} D_x^2 + \frac{(2\mu + \lambda) \bar{\lambda}_3}{24} \nabla_z^2 D_x^2 + \frac{\mu}{4\bar{\lambda}_3} \Delta_z^2,$$

$$a_{12} = -\frac{(2\mu + \lambda) \bar{\lambda}_3'}{24} \Delta_z D_x^2 - \frac{\mu}{4\bar{\lambda}_3} \Delta_z,$$

$$a_{13} = \frac{\mu + \lambda}{8} \Delta_z D_x, \quad a_{14} = \left\{ \frac{\lambda_f}{2} - \frac{\lambda}{8} (\Delta_z^2 + 4) - \frac{\mu}{8} \Delta_z^2 \right\} D_x,$$

$$m_{11} = \frac{\rho_f \lambda_s}{4} + \frac{\rho \bar{\lambda}_s}{24} A_z^2, \quad m_{12} = -\frac{\rho \bar{\lambda}_s}{24} A_z,$$

$$a_{22} = -\frac{(2\mu_f + \lambda_f) \lambda_s}{12} D_x^2 + \frac{(2\mu + \lambda) \bar{\lambda}_s}{24} (A_z^2 - 2) D_x^2 + \frac{\mu_f}{\lambda_s} + \frac{\mu}{4\bar{\lambda}_s} (A_z^2 + 4),$$

$$a_{23} = -\left\{ \frac{\lambda}{8} A_z^2 + \frac{\mu}{8} (A_z^2 + 4) \right\} D_x, \quad a_{24} = a_{13},$$

$$m_{22} = -\frac{\rho_f \lambda_s}{12} + \frac{\rho \bar{\lambda}_s}{24} (A_z^2 - 2),$$

$$a_{33} = \frac{\mu_f \lambda_s}{4} D_z^2 + \frac{\mu \bar{\lambda}_s}{24} A_z^2 D_x^2 + \frac{2\mu + \lambda}{4\bar{\lambda}_s} A_z^2, \quad a_{34} = -\frac{\mu \bar{\lambda}_s}{24} A_z D_x^2 - \frac{2\mu + \lambda}{4\bar{\lambda}_s} A_z,$$

$$m_{33} = m_{11}, \quad m_{34} = m_{12},$$

$$a_{44} = -\frac{\mu_f \lambda_s}{12} D_x^2 + \frac{2\mu_f + \lambda_f}{\lambda_s} + \frac{\mu \bar{\lambda}_s}{24} (A_z^2 - 2) D_x^2 + \frac{2\mu + \lambda}{4\bar{\lambda}_s} (A_z^2 + 4),$$

$$m_{44} = m_{22},$$

$$A_z^2 f(z) = f(z+1) - 2f(z) + f(z-1), \quad A_z f(z) = f(z+1) - f(z-1),$$

$$\bar{A}_z^2 = A_z^2 + 6, \quad D_x = \frac{d}{dx}, \quad f' = \frac{df}{dt}$$

λ 、 μ 、 ρ および λ_f 、 μ_f 、 ρ_f はそれぞれ母材および補強材層のLame'の定数および密度を表わす。
変位 ∇U_z 、 ΔU_z 、(および ∇W_z 、 ΔW_z)は z 方向の節点座標を次のように補強材層の上下の和と差の形におきかえている。

$$\begin{aligned} \nabla U_z &= U_{2Z+1} + U_{2Z} \\ \Delta U_z &= U_{2Z+1} - U_{2Z} \end{aligned} \quad (3)$$

したがって

$$\begin{aligned} U_{2Z+1} &= \frac{1}{2} (\nabla U_z + \Delta U_z) \\ U_{2Z} &= \frac{1}{2} (\nabla U_z - \Delta U_z) \end{aligned} \quad (4)$$

また自由境界面の条件は

$z = 0$ 、 n に対して：(積層複合部材の上下面で)

$$\sigma_z = \tau_{zx} = 0 \quad (5)$$

以上より基礎微分差分方程式(2)は長軸方向に式(1)のような調和進行波を考え、鉛直方向には有限フーリエ定分変換を行ない、その変換によって生ずる境界値は式(5)の境界条件を満足するように決定する。このようにして式(2)を満足する固有値は積層複合部材の応力波動の位相速度となる。

(2) 他の計算結果との比較

計算精度を比較するため等質等方性部材を鉛直厚さ方向に10分割して計算した縦波動モードのC/Cs (Cs=母材のせん断波速度)を厳密解と比較した結果を表1の(1)と(6)の欄に示した。これより部材厚hと波長 λ の比 α が小さくなるほど精度が良く、 $\alpha=4.0$ で5%程度の差となっているもののほぼ一致している。次に9層の積層複合部材の場合について母材と補強材厚の比 $\lambda_3/\bar{\lambda}_3$ を0.1と0.3の場合について式(2)により計算した結果を表1の(4)と(5)の欄に示している。この場合用いた数値は次のようなものである。

$\nu = 0.25$ (母材)、 $\nu_f = 0.3$ (補強材層)
またこの積層複合部材の補強材層を補強材層の中央面に集中する断面積として計算した結果を表1の(2)と(3)の欄に示した。また図2と図3にはこれらの関係(1)の値とともに図で示している。図中一点鎖線は(1)の結果、破線は(4)、実線は(2)の結果を示している。これによると補強材層を集中して取り扱う方法は補強層厚が大きいほど実際の構造との差は大きいが層厚比が0.3程度までは良く一致する結果となる。次に積層複合部材の平均弾性定数を用いて式(2)により計算した結果を表1の(7)の欄に、また厳密解の式により計算した結果を(8)の欄に示しているが、いずれも波長が小さく α が大きくなるほど(4)の欄の値との差が大きくなり $\alpha=4.0$ で(4)よりそれぞれ22%、15%程度の差となっていることから、積層複合部材の動的計算の場合にできるだけ構造に忠実にモデル化する必要があることを示している。曲げ波動モードについての結果も以上と同様のことが言えるが、これらの結果の例として母材のポアソン比が0.25の場合について図4($\lambda_3/\bar{\lambda}_3=0.1$)と図5($\lambda_3/\bar{\lambda}_3=0.3$)に示している。

表1 精度の比較

α	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
	Λ_f/A_p = 0.0	Λ_f/A_p = 0.1	Λ_f/A_p = 0.3	$\lambda_3/\bar{\lambda}_3$ = 0.1	$\lambda_3/\bar{\lambda}_3$ = 0.3	Exact Solution	Effective Modulus	Exact
0.1	1.5354	1.8716	2.1870	1.8713	2.1864	1.5354	1.8709	1.8710
0.2	1.5324	1.8694	2.1848	1.8680	2.1811	1.5324	1.8665	1.8665
0.5	1.4218	1.5643	1.6250	1.5147	1.5258	1.4143	1.7214	1.7122
0.7	1.1624	1.2417	1.2878	1.1975	1.2038	1.1515	1.4104	1.3969
1.0	0.9990	1.0550	1.0831	1.0165	1.0142	0.9872	1.2127	1.1982
1.2	0.9598	1.0035	1.0237	0.9678	0.9610	0.9462	1.1651	1.1484
1.5	0.9373	0.9681	0.9813	0.9352	0.9250	0.9198	1.1375	1.1162
2.0	0.9319	0.9521	0.9602	0.9221	0.9130	0.9067	1.1308	1.1001
3.0	0.9440	0.9583	0.9635	0.9322	0.9374	0.9029	1.1450	1.0955
4.0	0.9570	0.9693	0.9732	0.9468	0.9725	0.9027	1.1604	1.0952

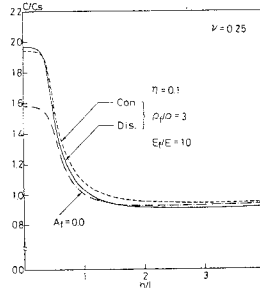


図2 縦波動速度

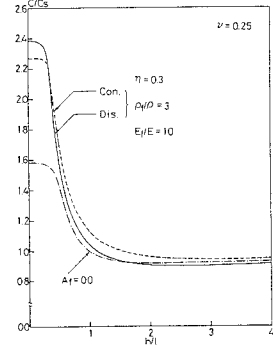


図3 縦波動速度

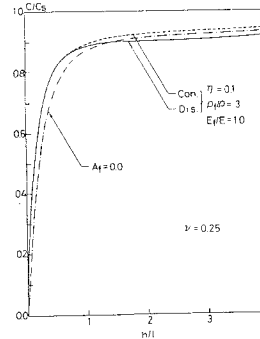


図4 曲げ波動速度

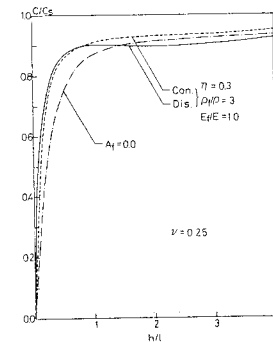


図5 曲げ波動速度

(3) 縦波動速度に及ぼす補強材層の影響

補強材層と母材の層厚比 $\eta = \lambda_3/\bar{\lambda}_3 = 0.1$ 、密度比 $\rho_f/\rho = 3$ 、母材のポアソン比 $\nu = 0.0, 0.25, \nu_f = 0.3$

の場合について補強材層と母材の弾性係数比 E_f/E を 5、10、20、100 と変化させた場合の C/C_s の値を比較した結果を図 6 ($\nu=0.0$)、図 7 ($\nu=0.25$) に示した。図中破線は補強材層のない場合の結果 ($A_f=0.0$) を示している。これによると部材厚 h と波長 λ の比 $\alpha=h/\lambda$ が 0.5 より小さい範囲での補強材の影響が大きく、 h/λ が小さくなるにつれて波長無限大のときの補強材層と母材との体積比による平均弾性定数の結果に漸近している。

次に図 8 には $E_f/E=10$ 、 $\eta=0.1$ 、 $\nu=0.25$ 、 $\nu_f=0.3$ の場合について母材と補強材層の密度比 ρ_f/ρ を 1、3、5、10 と変化させた場合についての結果を示している。これによると密度比 ρ_f/ρ の影響は ρ_f/ρ が大きくなるほど C/C_s は小さくなり、影響の範囲は h/λ が 0.5 より小さい範囲で顕著である。この $h/\lambda=0.5$ の値は積層複合部材の厚さが応力波動の半波長に相当する場合である。図 8 では ρ_f/ρ が 1、3、5、10 と大きくなるにつれて波長無限大の場合の C/C_s の値は $A_f=0.0$ の場合に比較して 1.37 倍、1.26 倍、1.18 倍、1.00 倍と変化している。次に図 9 には $E_f/E=10.0$ 、 $\rho_f/\rho=3$ 、 $\nu=0.25$ 、 $\nu_f=0.3$ の場合について補強材層と母材の層厚比 $\eta=\lambda_s/\lambda$ を 0.1、0.3、0.5 と変化させた場合の結果を $A_f=0.0$ の場合とともに示している。この場合も h/λ が 0.5 より小さい範囲で η の影響が大きく特に $h/\lambda=0.35$ より小さい範囲で顕著である。

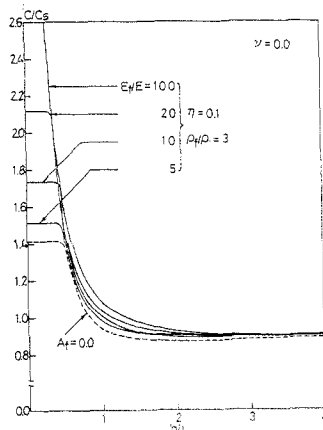


図 6 弾性係数比の変化の影響 (縦波動モード)

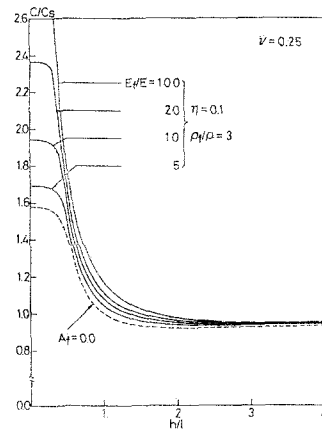


図 7 弾性係数比の変化の影響 (縦波動モード)

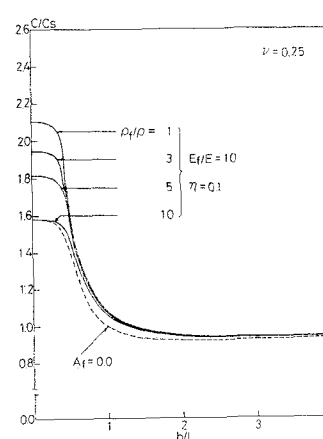


図 8 密度比の変化の影響 (縦波動モード)

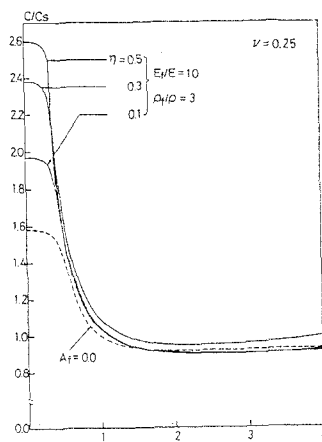


図 9 補強材層厚の変化の影響 (縦波動モード)

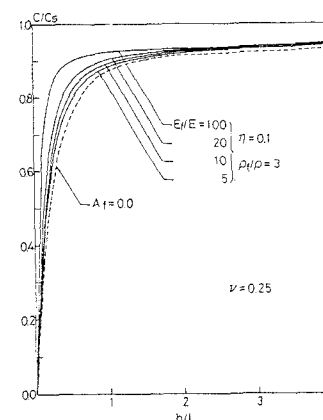


図 10 弾性係数比の変化の影響 (曲げ波動モード)

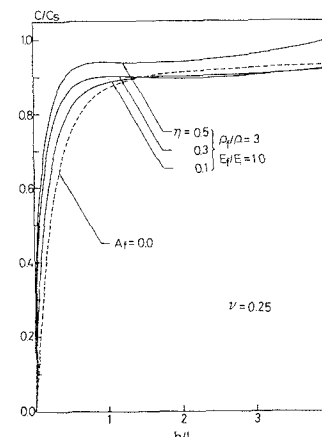


図 11 補強材層厚の変化の影響 (曲げ波動モード)

(4) 曲げ波動モードに及ぼす補強材層の影響

曲げ波動の場合には縦波動の場合ほど影響が顕著でないが、弾性係数比 E_f/E を前述同様5、10、20、100と変化させた場合の結果を図10に示している。この場合 $\eta=0.1$ 、 $\rho_f/\rho=3$ 、 $\nu=0.25$ 、 $\nu_f=0.3$ である。この図においては h/λ が1.5より小さい範囲で E_f/E による C/C_s の差があらわれている。次に $E_f/E=10.0$ 、 $\rho_f/\rho=3$ 、 $\nu=0.25$ 、 $\nu_f=0.3$ のとき補強材層と母材の層厚 $\eta=\lambda_s/\lambda$ を0.1、0.3、0.5と変化させた場合の結果を図11に示しているが、 $\eta=0.5$ (補強材層が母材層の半分) の場合には C/C_s の値に5%~10%程度の増加がみられる。

3. 繊維強化円筒シェル部材の応力波速度

(1) 理論計算式

図12のような繊維強化円筒シェル部材の解析にはガラーキン法により誘導した四辺形プリズム要素法を適用する。プリズム要素の断面の4節点の変位は2章と同様に部材の長軸方向に連続関数、それと垂直の断面2方向には要素頂点の節点の離散関数として表現でき節点における動的力の釣合は節点変位に関する微分差分方程式として与えられる。また補強繊維は図13のように配置されているものとし、各繊維は等断面積、等間隔である。繊維の直径はその間隔の1割未満のものを対象とする。基礎方程式の誘導においてはプリズム要素の節点に補強繊維の動的効果が集中するものとして考慮する。

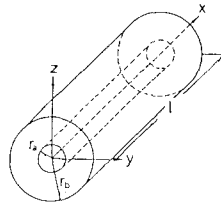


図12 円筒シェル部材

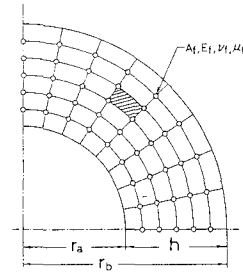


図13 繊維強化円筒シェル部材

補強繊維はTimoshenko Beam作用をするものとして、母材と繊維の相互作用を考慮する。したがって補強繊維の位置において次のような動的釣合式が成り立つ。

$$\Sigma T_{yz} + E_f \eta \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho_f \eta \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (6)$$

$$\Sigma Y_{yz} + \mu_f \kappa_f \eta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \right) = \rho_f \eta \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (7)$$

$$\Sigma Z_{yz} + \mu_f \kappa_f \eta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \theta_z}{\partial x} \right) = \rho_f \eta \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (8)$$

$$E_f r_f \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial x^2} + \mu_f \kappa_f \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \theta_y \right) = \rho_f r_f^2 \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial t^2} \quad (9)$$

$$E_f r_f \frac{\partial^2 \theta_z}{\partial x^2} + \mu_f \kappa_f \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \theta_z \right) = \rho_f r_f^2 \frac{\partial^2 \theta_z}{\partial t^2} \quad (10)$$

ただし T_{yz} 、 Y_{yz} 、 Z_{yz} はプリズム要素の動的節点力であり、補強繊維に関する係数はそれぞれ、 κ_f はTimoshenkoのせん断係数、 μ_f はせん断弾性係数、 E_f は弾性係数、 r_f は回転半径、 ρ_f は密度を示す。 $\eta = A_f/A_p$ 、ただし A_f は補強繊維の断面積、 A_p は4本の繊維を結ぶ線で囲まれる母材の平均断面積。また上式(9)、(10)は補強繊維の回転に関する釣合である。⁴⁾

調和進行波の各変位成分は λ を波長、 C を位相速度として

$$\begin{aligned}
 u &= U \cos \gamma_m (x - ct) \\
 v &= V \sin \gamma_m (x - ct) \\
 w &= W \sin \gamma_m (x - ct) \quad (11) \\
 \theta_y &= \Theta_y \sin \gamma_m (x - ct) \\
 \theta_z &= \Theta_z \sin \gamma_m (x - ct)
 \end{aligned}$$

ただし $\gamma_m = 2\pi/\lambda$ 。

数値計算では繊維強化円筒シェル部材の内側、外側の自由表面の条件を満足するような固有値を求めこれが固有位相速度となる。以下には最低次モードについての結果のみを示す。

表2 精度の比較(縦波動モード)

h/a	MATSUOKA			AUTHOR		
	0.1	0.5	2.5	0.1	0.5	2.5
0.001				1.5809	1.5811	1.5811
0.005	1.5752	1.5808	1.5811			
0.01	1.5470	1.5798	1.5809	1.5475	1.5799	1.5809
0.02	1.1582	1.5758	1.5807		1.5757	
0.05	0.4968	1.5194	1.5757	0.5026	1.5207	1.5757
0.07	0.3929	1.3448	1.5698	0.3983	1.3507	1.5699
0.1	0.3636	1.0130	1.5548	0.3680	1.0199	1.5551
0.2	0.4968	0.6756	1.3520	0.4985	0.6791	1.3582
0.3	0.6128	0.6871	1.0629	0.6235	0.6895	1.0692
0.5	0.7630	0.7805	0.9071	0.7660	0.7837	0.9112
1.0	0.8776	0.8808	0.9032	0.8852	0.8887	0.9107
1.4				0.9155	0.9174	0.9241
2.0	0.9153	0.9153	0.9160	0.9361	0.9381	0.9370
3.0				0.9527	0.9565	0.9528
4.0				0.9640	0.9684	0.9645
5.0			0.9172	0.9873	0.9764	0.9729

表3 精度の比較(曲げ波動モード)

h/a	MATSUOKA			AUTHOR		
	0.1	0.5	2.5	0.1	0.5	2.5
0.005	0.3250			0.3246		
0.01	0.5064			0.5068		
0.02	0.6130	0.3190		0.6168	0.1732	
0.05	0.4542	0.5813	0.3283	0.4662	0.5619	0.3277
0.07	0.3823	0.6245	0.4267	0.3954	0.6263	0.4262
0.1	0.3641	0.6563	0.5389	0.3759	0.6587	0.5387
0.2	0.4986	0.6519	0.7303	0.5043	0.6558	0.7311
0.3	0.6229	0.6931	0.8050	0.6266	0.6961	0.8087
0.5	0.7635	0.7854	0.8639	0.7673	0.7893	0.8670
1.0	0.8777	0.8826	0.9065	0.8857	0.8889	0.9136
2.0	0.9153	0.9153	0.9160	0.9361	0.9362	0.9379
3.0						0.9529
4.0						0.9645
5.0			0.9172			0.9729

(2) 計算精度の検討

プリズム要素法による計算精度を検討するため、等質、等方性の単円筒シェルに対する文献6)の厳密解による位相速度比 C/C_s の解析結果と比較した結果を表2(縦波動モード)と表3(曲げ波動モード)に示した。この場合計算は円筒シェル材料のポアソン比 $\nu=0.25$ 、肉厚 h 、内径 a として h/a を0.1、0.5、2.5の3つの場合について、肉厚と波長の比 h/λ を変化させて比較している。またプログラムでは構造及び変形の対称性から1/4の断面について計算しており、断面内要素分割は半径方向、円周方向とも8分割にしている。また $\nu=0.25$ のときのRayleigh波速度は0.9194 C_s である。表2と表3の著者らの計算結果は厳密解の結果と波長が小さくなるにつれて多少差がみられるが全体的には実用上十分な精度となっている。

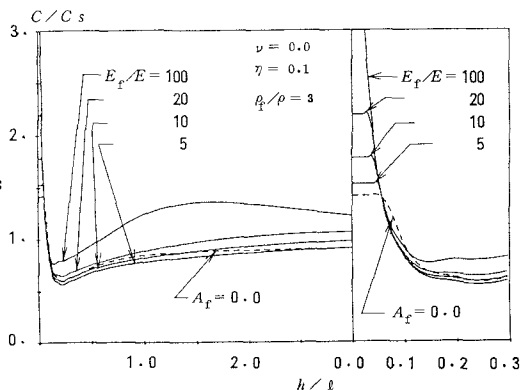


図14 縦波動速度($\nu=0.0$)

(3) 縦波動伝播速度に及ぼす補強繊維の影響

繊維補強材を有する円筒シェル部材中を伝播する縦波動を対象として、その位相速度に及ぼす補強繊維の影響を検討するために、補強繊維を図13のように断面内で等間隔、等断面積に配置し、補強繊維の数は $32 \times 7 = 224$ 本と仮定した。補強繊維の全断面積と母材の全断面積の比 η は0.1となるように配置した。また補強繊維は円形断面と仮定し、Timoshenkoのせん断係数はCowperの値を用いて $\kappa_f = 0.886$ ($\nu_f = 0.3$)とした。

図14と図15には母材のポアソン比がそれぞれ $\nu=0.0$ 、0.25の場合について補強繊維と母材の弾性係数比 E_f/E を5.0、10.0、20.0、100.0と変化させた場合の C/C_s の変化を示している。(h/a=0.5) 図中破線は補強繊維の

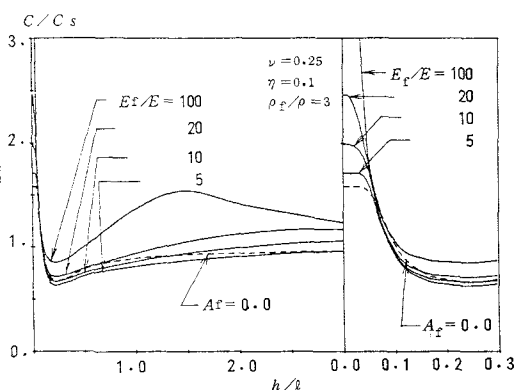


図15 縦波動速度($\nu=0.25$)

ない場合 ($A_f = 0.0$) の結果である。 E_f/E が大きくなると中波長の領域で補強繊維の曲げ剛性の影響があらわれ、 h/l の増加とともに C/C_s が大きくなっている。波長が長くなると複合部材の平均換算弾性定数による速度 (Bar Velocity) に近づき、波長の長い領域での h/l の増加による C/C_s の減少が顕著である。図16には図15と同様の条件において計算モデルの中で、補強繊維のTimoshenko beam作用を無視し、軸方向剛性と質量の効果のみを考慮した場合の結果を示している。補強繊維の効果は長波長の領域においてのみみられる。また図には示していないが密度比 ρ_f/ρ を変化させた場合の結果ではその影響は長波長の領域で顕著となり、 $E_f/E=10.0$ に固定し ρ_f/ρ を1.0から10.0に変化させた場合には20%程度の C/C_s の減少となる。さらに繊維強化円筒シェル部材の肉厚比 h/a を0.1、0.5、2.5と変化させた場合の結果は等質、等方性円筒シェルについての表2の傾向と類似の傾向となる。

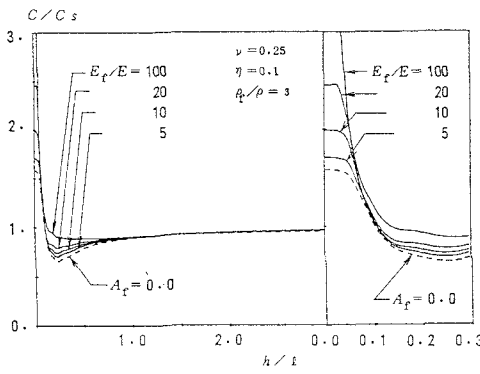


図16 縦波動速度 (繊維の横抵抗無視)

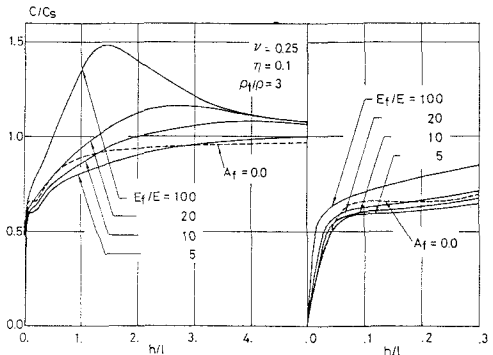


図17 曲げ波動速度 ($\nu = 0.25$)

(4) 曲げ波動伝播速度に及ぼす補強繊維の影響

図17と図18には曲げ波動について弾性係数比 E_f/E を変化させた場合の結果を示しており、図17は補強繊維のTimoshenkoばり効果を考慮した場合、図18は無視した場合の効果である ($h/a=0.5$)。この波動モードの場合は補強繊維の影響は縦波動の場合ほど顕著でないが、図17では図15と同様 h/l が1~3の範囲で C/C_s が大きくなり、補強繊維の曲げ剛性効果が顕著となっている。

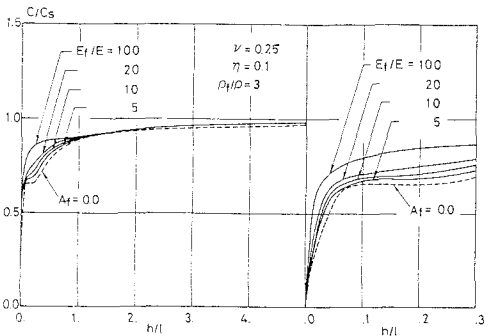


図18 曲げ波動速度 (繊維の横抵抗無視)

4. 構造物の健全度評価への応用

前章では繊維強化円筒シェル部材中を伝播する応力波速度について検討したが、本章ではこれらの手法を構造物の健全度評価に応用した例について述べる。実際の計算例としては前章において有限プリズム法による精度等を検討しているので等質等方性の円筒シェル部材を対象としてとりあげる。構造部材が経年変化により風化等の作用を受けて内外層が老朽化したり、クラックの発生進展により健全度が変化するがこれらが部材中を伝播する応力波速度にどのように影響するかを検討する。すなわち構造部材の一部の老朽化による弾性係数の変化や、クラックの進展が応力波速度にどのように影響するかを数値的に検討するものである。基本的解析手法は前章と同様であるので、以下では解析上の特殊な点についてのみ説明をつけ加えることとする。数値計算結果は前章と同様最低次のモードについてのみ示している。

(1) 外層にクラックの発生した円筒の場合

等質等方性の円筒の表面から図19に示すように長軸方向に連続したクラックが内部に進行してくるようなモデルを考える。クラックの発生した節点では長軸方向の節点力の釣合を、クラックを隔てて T 、 T^* のように分けてせん断応力を伝達しないものとする。円筒の厚さ方向に8分割、円周方向に1/4断面に対して8分割されたモデルに対して図中の○印のある点から円筒の中心に向かってクラックが $C0$ (クラックなし)、 $C1$ ($h/8$)、 $C2$ ($2h/8$)、 $C3$ ($3h/8$)、 $C4$ ($4h/8$)と進展したときの部材中を伝播する縦波動モードと曲げ波動モードの位相速度を、前述と同様円筒の肉厚 h と波長 ℓ の比 h/ℓ をパラメータとして計算した結果を表3と表4に示した($h/a=0.5$)。表3の縦波動は $h/\ell \leq$

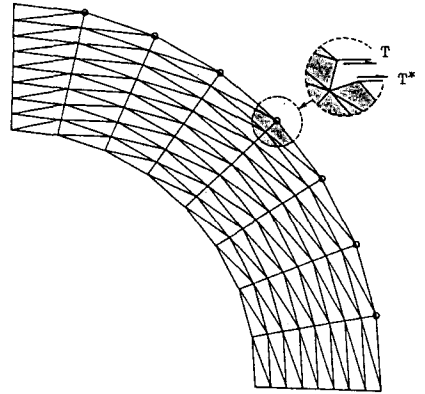


図19 クラックの発生した円筒体モデル

0.3の範囲ではほとんどクラックの影響は見られない。 $h/\ell \geq 0.5$ ではクラックの進展に伴い C/C_s の減少の割合は増加していることがわかる。また波長が短くなるとクラックが進展しても C/C_s の減少率は小さくなっている。表4の曲げ波動モードの場合は $h/\ell \leq 0.5$ ではクラック発生時($C1$)の C/C_s の変化率はクラックの進展があってもほとんど変化していない。 $h/\ell \leq 0.1$ で C/C_s はクラックのない場合より大きな値を示している。 $h/\ell \geq 1.0$ では縦波動モードと同様の傾向を示す。

表3 縦波動速度に及ぼすクラックの影響

h/ℓ	$C0$	$C1$	$C2$	$C3$	$C4$
0.001	1.58110	1.58110	1.58110	1.58110	1.58110
0.05	1.52070	1.52070	1.52070	1.52070	1.52070
0.1	1.01990	1.01990	1.02010	1.02040	1.02080
0.3	0.68945	0.68930	0.68715	0.68743	0.68155
0.5	0.78371	0.78337	0.77951	0.77085	0.74393
1.0	0.88871	0.88787	0.87511	0.84481	0.81394
1.4	0.91743	0.91603	0.89452	0.85805	0.83074
2.0	0.93810	0.93533	0.90585	0.87412	0.85640
3.0	0.95651	0.95184	0.92439	0.90456	0.89613
4.0	0.96835	0.96349	0.94154	0.92879	0.92421
5.0	0.97644	0.97204	0.95484	0.94601	0.94310

表4 曲げ波動速度に及ぼすクラックの影響

h/ℓ	$C0$	$C1$	$C2$	$C3$	$C4$
0.01	0.1732	0.17300	0.35030	0.44091	0.45090
0.05	0.5619	0.56169	0.57801	0.58472	0.57875
0.1	0.6587	0.65972	0.65588	0.64879	0.63592
0.3	0.5266	0.69735	0.69011	0.68797	0.68343
0.5	0.7893	0.79038	0.79134	0.77558	0.76646
1.0	0.8889	0.89019	0.88191	0.86772	0.84903
1.4	0.91765	0.91720	0.90598	0.88513	0.86003
2.0	0.9362	0.93562	0.91912	0.89504	0.89399
3.0	0.95238	0.95185	0.93457	0.91802	0.90952
4.0	0.96387	0.96350	0.94876	0.93748	0.93250
5.0	0.97230	0.97204	0.96004	0.95191	0.94856

(2) 表面の劣化した円筒の場合

図20のように円筒を厚さ方向に12分割し、内層、中間層、外層の3種類の材質の層によってモデル化した構造を考え、老朽化による影響を検討する。図21と図22には内層と中間層を健全な層とし、外側の $h/3$ の層を老朽化により弾性係数が低下し、老朽層と健全層の弾性係数比 E'/E が1.0、0.7、0.5、0.1と変化した場合についての結果を縦波動モードと曲げ波動モードについて示した($h/a=0.5$)。図中の破線は表面の劣化がない場合の結果を示している。図21と図22を比較すると $h/\ell \geq 0.5$ では縦波動と曲げ波動は同じような傾向と

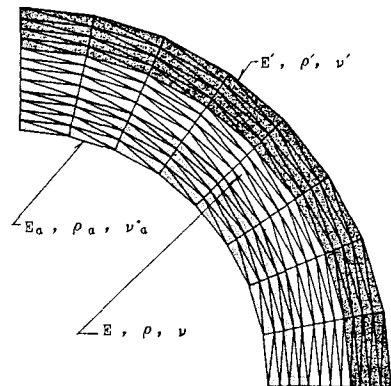


図20 老朽化した円筒体モデル

なっている。波長の短い所では、外層の劣化した層のRayleigh波速度に近づいているため応力波速度は遅くなっていると考えられる。 $h/\lambda \leq 0.3$ の波長 λ の長い所では劣化した層と健全層との平均的弾性係数による円筒の応力波速度となっている。

図23と図24には中間層の弾性係数と円筒の肉厚の1/3づつに相当する内層と外層の弾性係数との比 E'/E が10.0、5.0、1.0、0.2と変化した場合の円筒中を伝播する応力波速度の結果を縦波動モードと曲げ波動モードについてそれぞれ示している。図中破線は均質円筒の場合についての結果である。この場合、中間層のポアソン比 $\nu=0.35$ 、内外層のポアソン比 $\nu'=0.25$ 、中間層と内外層の密度比 $\rho/\rho'=3.0$ としている。これらの結果より円筒の内面および外表面の弾性係数の変化が応力波速度に及ぼす影響が明らかとなり、材質の劣化により弾性係数が低下することにより、応力波速度が低下する状況が肉厚と波長の比 h/λ との関係で明らかであり、波長が大きいほど弾性係数の低下の影響が大きく出ている。

5. 結論

積層複合部材および円筒シェル複合部材についての動的積層要素および有限プリズム要素を用いた応力波動の解析の結果、明らかとなった事項を要約すれば次のようになる。

(1) 積層複合部材の縦波動速度に及ぼす母材と補強材層の弾性係数比の変化の影響は α が0.5より小さい範囲で大きく、 α が小さくなるにつれて平均弾性定数による結果に漸近する。母材と補強材層の密度比の変化の影響も α が0.5より小さい範囲で顕著である。

(2) 積層複合部材の曲げ波動速度に及ぼす補強繊維の影響は縦波動ほど顕著ではないが、 α が1.5より小さい範囲で E_f/E の変化による影響がみられる。

(3) 繊維強化円筒シェル部材中を伝播する縦波動速度に及ぼす母材と補強繊維の弾性

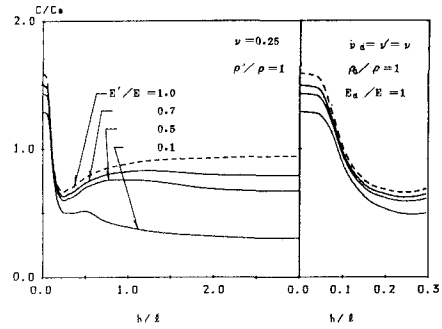


図21 外表面の劣化の影響(縦波動モード)

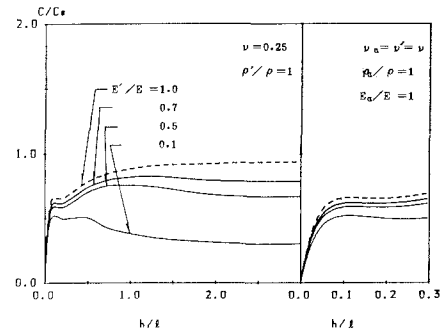


図22 外表面の劣化の影響(曲げ波動モード)

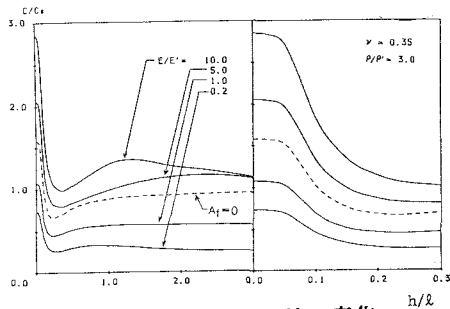


図23 内・外表層の弾性係数の変化の影響(縦波動モード)

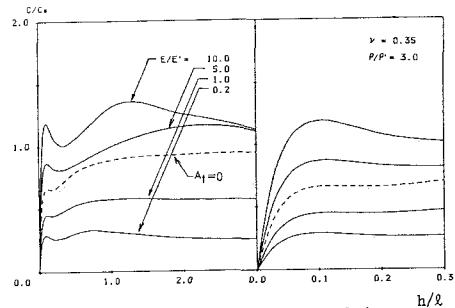


図24 内・外表層の弾性係数の変化の影響(曲げ波動モード)

係数比 E_f/E の変化の影響を調べた結果、 E_f/E が大きくなると中波長の領域で補強繊維の曲げ剛性の影響が大きくあらわれ、曲げ波動の傾向がみられる。波長が長くなると複合部材の平均的Bar Velocityに近づいており、円筒の肉厚 h と波長 λ の比 h/λ が小さい領域での C/C_s の減少がはげしい。

(4) 繊維強化円筒シェル部材の曲げ波動モードに及ぼす E_f/E の変化の影響は縦波動モードほど顕著ではなく、 h/λ が1～3の範囲で、補強繊維の曲げ剛性の効果などにより C/C_s が大きくなる。

(5) 均質の円筒の表面からクラックが進展するモデルについて計算した結果、クラックが進展するにつれて、 h/λ が0.5より大きい範囲での縦波動伝播速度の減少率が大きくなる。また、これより波長が短くなると減少率は小さくなる。

(6) 円筒の外表面の弾性係数が内層に対して低下する場合のモデルについて計算した結果、 h/λ が0.3より小さい波長の長い範囲では、劣化した層と健全な層との平均的弾性係数による複合円筒の応力波速度となっている。 h/λ が0.5より大きい範囲では縦波動モードと曲げ波動モードは類似の傾向で変化する。また円筒の中間層の弾性係数と内外層の弾性係数との比を低下させた場合も、波長が大きい範囲での影響が大きくあらわれる。

近年、構造物の老朽化に伴う維持管理および補修に関する研究の重要性が強調されているが、本研究がこれらに関して一助となれば幸いである。構造物の健全度評価に応力波動を応用する例は超音波探傷などにみられるが、最初にも述べたように一般に応力波動の応用を実用化するには今後の研究に負う所が多く、本研究はその一部と考えている。本論文をまとめるにあたり、3章の円筒シェルに関する厳密解の数値を心良く提供いただいた室蘭工業大学の松岡健一教授に感謝致します。また本研究の一部は小笠原照夫氏（現大日本コンサルタント）、広瀬 哲司氏（現北海道開発局）の卒業研究として行なったものであり、ここに感謝致します。

参考文献

- 1) 大島 俊之、能町 純雄：有限プリズム法による繊維強化複合材の縦波動伝播速度の研究、土木学会論文報告集、第297号、1980. 5
- 2) Ohshima, T., Nomachi, S. G.: On the Torsional Wave Velocity Propagating in the Fiber Reinforced rectangular Bar, Transactions of the Japan Society for Composite Materials, Vol. 9, No. 1, 1983. 7
- 3) Ohshima, T., Nomachi, S. G.: On the Stress Wave Velocity for Fiber Reinforced Rectangular Bar by Means of Finite Prism Method. Proceedings of the Fourth International Conference on Composite Materials, ICCM-IV, 1982. 10
- 4) J. D. Achenbach, and G. Herrmann: Dispersion of Free Harmonic Waves in Fiber-Reinforced Composites, AIAA Journal, 6, 1968
- 5) 能町 純雄、角田与史雄、岸徳光：薄肉H形断面ばりの弾性波の位相速度について、土木学会論文報告集、第244号、1975. 12
- 6) 能町 純雄、松岡健一、坂下正幸：弾性媒体中にある厚肉円筒を伝わる弾性波について、土木学会論文報告集、第293号、1980. 1
- 7) 大島 俊之、三上 修一、能町 純雄：繊維強化円筒シェル中を伝播する弾性波速度に及ぼす補強繊維の影響、第34回応用力学連合講演会講演論文集、1984. 11
- 8) H. Ohnuma, C. Ito, H. Takano, S. G. Nomachi: RC Beam Response Due to Impact by Moderate Speed Gun, Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 33, 1983

(1985年10月18日受付)