

道路橋最大活荷重評価のためのコンピュータ シミュレーションの効率化

AN EFFICIENT METHOD OF MONTE CARLO SIMULATION FOR EVALUATING EXTREMES OF TRAFFIC
LIVE LOAD ON HIGHWAY BRIDGES

高田和彦* 藤野陽三**

By Kazuhiko TAKATA and Yozo FUJINO

Monte Carlo simulations have been widely used in evaluating the statistical properties of traffic live load on highway bridges since it can easily accomodate various random parameters associated with vehicle load and traffic flow. However, it requires large amount of computing time if life-time extremes of highway live load have to be accurately evaluated. In this paper, an efficient simulation method is proposed; it takes into account the traffic mode which causes severe live load on bridges. The computing time by this method is about 1/200 to 1/300 in comparison with the standard Monte Carlo method. It is also shown that the proposed method is reasonably accurate.

1. はじめに

道路橋の活荷重は疲労問題を別にすると通常その最大値が問題となる。

活荷重に関しては、車両諸元、総重量の上限値を法的に設定することができ、事実我国においても車両構造令により規定されている。この規定値そのもの、そして車両特性・交通流特性は社会・経済的状況により変わることが十分考えられる。これらの点で、地震、風など我々がコントロールすることのできない環境外力とは性質を異にする。

一方、想定供用期間（例えば50年）内に道路橋に作用する最大活荷重を、交通環境が供用期間内に変化しないと仮定した上で、車両重量、交通流の不確定性を考慮して確率解析により推定することが広く試みられ^{1)~4)}、それに必要な統計資料の収集も進められている^{1), 3)}。

上に記した活荷重の性格を考えると、定常性を仮定した確率解析により求められた最大値から即、設計活荷重を決めることが適当でない面もある。しかしながら、現実には将来の車両規定、実態の予測が極めて困難であり、また法的規制値を上回る過積載車の規制も容易でないということを考えると、現在の交通環境が今後50年間あまり変化しないと仮定した上で、過積載車の実態特性を考慮してランダム解析により求められる最大活荷重は、設計活荷重を決める際に十分参考になり得るであろう。

*) 工修 横河橋梁株式会社（研究当時 東大大学院）

**) Ph.D. 東京大学助教授 工学部土木工学科

ところで、車両重量により生ずる橋梁の断面力（例えば最大曲げモーメント）の供用期間内での最大値は種々のモードによって起こり得、そのモードはスパン（影響線長）、橋梁上の交通流特性によって異なると考えられる。短スパンであれば最大軸重+動的効果、中程度のスパンであれば重量トラック+動的効果、さらに長いスパンであれば信号停止などによる渋滞あるいは都市内高速道路でよく見られる渋滞列の低速での移動^{4)・5)}で決まる要素が強い。また、中程度以上の橋梁ではこれらとは別に事故、工事による渋滞の可能性も考慮に入れる必要がある。また、車線数がふえるとこれらのモードの組合わせ、あるいは走行モードとの組合わせでさまる場合もあり、最大活荷重の正確な評価は難しい。

比較的長いスパン（>25m）の橋梁を対象とすると、最大活荷重は渋滞によって引き起こされる可能性が高く、これまでにこのモードを対象としたランダム解析が広く行われてきた。解析的な方法^{6)・7)}、モンテカルロ法による直接的方法^{8)・9)}、両者を組合わせた方法⁵⁾などがすでに提案されているが、交通流、車両構成（車種、車長、重量など）の複雑さを考えると最も容易でかつ精度の高いのがモンテカルロ法といえる。しかし、この方法により極値を推定しようとする場合、時とすると莫大な計算時間を要するのでその計算の効率化は有用と考えられる。

本研究は、橋梁上で渋滞列によって生じる最大曲げモーメントに着目し、その極値を効率よくモンテカルロシミュレーションによって推定する方法を提案し、その有効性を示すものである。両端単純支持のはりを橋梁形式として採用し、車線数は1としている。また、ここで提案された効率化手法は渋滞列の低速での移動によって生ずる最大曲げモーメント極値⁵⁾、あるいは多車線での極値の推定にも使えることを付記する。

2. 従来のシミュレーション手法の問題点

最大値推定を行うためには、確率密度分布の裾部の情報が重要である。信号停止などによる渋滞（ブロック渋滞と呼ぶことにする、図1参照）を考えると、この時の最大値の累積分布 $F_{\max}(x)$ と1回の渋滞による累積分布 $F(x)$ には個々の渋滞が独立とすると、 $F_{\max}(x) = F^N(x)$ という関係が成り立つ。対象とする橋梁上で、自動車列で満載となるブロック渋滞が1日に10回起こるとして、50年間の最大値を問題とすると、最大値分布は、

$$F_{\max}(x) = F(x)^{10 \times 365 \times 50} = F(x)^{182500} \quad (1)$$

となり、 $F_{\max}(x_D) = 0.9$ となる値を設計値として使用することを想定すると、1回の渋滞では $F(x_D)$ は0.999999のオーダーに相当する。供用期間が50年程度の橋梁を扱う場合には、渋滞時の分布 $F(x)$ の裾部を 10^{-6} のオーダーの精度で知る必要があることを示している。このような値を従来のシミュレーション法により評価するとすれば繰返し回数は、 10^6 回かそれ以上必要ということになる。

コンピュータシミュレーションが容易ということで、ブロック渋滞の計算は広く行われてきているが、これほど数多い繰返し計算を行っている例はない。回数の不足を補うために、従来は得られたデータサンプル値を確率紙にあてはめ、裾部を直線あるいは曲線で近似するという方法がとられてきた。車両諸元、自動車列特性としては図2、図3、表1に示したモデルを用いて、コンピュータシミュレーションを 10^3 回繰



図1 橋梁上の渋滞自動車列

り返して得られる曲げモーメントの累積確率と、 10^6 回繰り返して得られる累積確率の裾部を、確率紙にあてはめたものを図4に示す。確率紙としては、 10^3 回の繰り返しで得られるデータが直線になる極値Ⅰ型確率紙を用いる。また同じ図に、 10^3 回の繰り返しによって得られるデータを用い、裾部を直線によって推定したものを示す。少数のデータからの裾部の推定では、同じ曲げモーメント値に対する累積確率

表1 車両間隔・載荷方法・自動車混入率⁵⁾

車両間隔	0.5 m (一定)		
載荷方法	前後輪軸重比に分割後、車両占有長の半分に等分布荷重として載荷		
車 種	(1)	(2)	(3)
車両混入率	64%	20%	16%

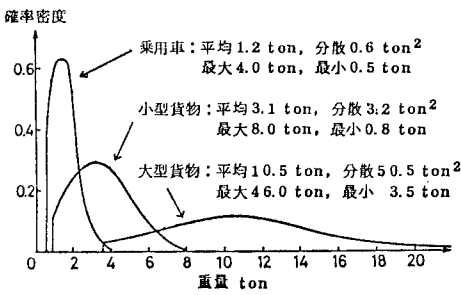


図2 自動車重量分布のモデル

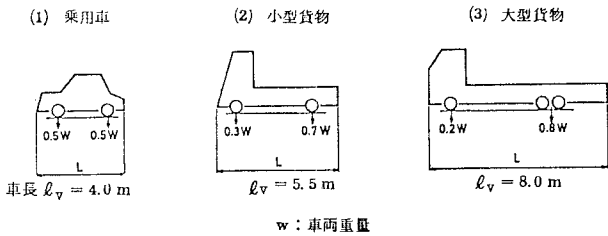


図3 自動車の種類のモデル

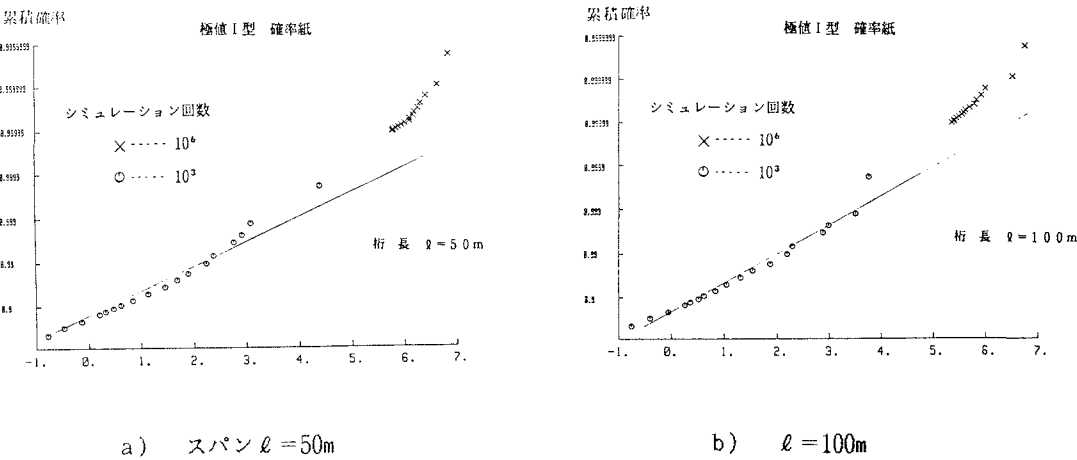


図4 ブロック渋滞による曲げモーメント分布の極値Ⅰ型確率紙へのあてはめ

が、 10^6 回の繰り返しから得られる値より小さくなっている。直線近似を用いて最大値推定を行うと著しく過大評価になる。いろいろな車種により交通流が構成され、また各車種の重量分布は必ずしも同一の分布形状に従わないと考えられるので、少ないシミュレーション回数から外挿して極値を求めることが大きな誤差を生むという結果は一般的な事実と思われる。

3. 効率化されたモンテカルロ手法

数多くのシミュレーションを行い、曲げモーメント値のサンプルを得たとしても、確率分布の最大値側の裾部に関するものは、わずかである。重要なのは値の大きいサンプルだけで、大部分は値としては意味があまりない。そこで、大きな値のサンプルだけを抽出することにより、必要な情報を数少ない繰り返しによって求めることを考えた。

桁に大きな断面力が発生するのは、注目箇所に関する影響線関数の絶対値が大きくなる箇所に、大きな力を加えた時である。単純桁の中央部に生ずる曲げモーメントを考えると、桁中央付近に大きな力、すなわち重い大型車両が載った時である（図5）。この状態を（A）とし、状態（A）を以下の二条件により規定する。

- i) 大型トラック n 台が連続して、桁中央部をはさんで載っている。
- ii) i) で載っている大型トラックの重量は x_A ton 以上である。

状態（A）が生ずる確率を P_A とすると、（A）の状態のみを抽出するという制限のもとでの $N \times P_A$ 回の繰り返しのシミュレーションと、 N 回の繰り返しの通常シミュレーションで得られる曲げモーメント値のサンプルを、大きい順に並べると両者の上位の値はほぼ同じはずである。たとえば $P_A = 1/100$ とすると、制限つきのブロック渋滞のシミュレーションを 10^4 回繰り返すのと、通常のシミュレーションを 10^6 回繰り返して得られる裾部の情報は、状態Aで必ず最大値が起こるとすると同じである。状態（A）が生ずる確率 P_A は、次のようにして求めることができる。

大型トラック・小型トラック・乗用車の混入率をそれぞれ p_{v1} , p_{v2} , p_{v3} , 車長を ℓ_{v1} , ℓ_{v2} , ℓ_{v3} とし、平均車両間隔を s 、大型トラックの重量の累積確率を $F_{v1}(x)$ とすると、i), ii) が生ずる確率は次のようにして決めることができる。

- i) 渋滞列の先頭より十分に離れたある地点上にある車両が、大型トラックである確率は、

$$\frac{\ell_{v1} P_1}{\sum_{i=1}^n (\ell_{vi} P_i + s)} \tag{2}$$

である。これは、長い渋滞列中に大型トラックが占める長さの比である。桁上にブロック渋滞が載る時、注目点に大型トラックが載っている、または自動車と自動車の間に注目点があるが、一番注目点に近い自動車が大型トラックである確率は、平均車両間隔が s であることを考えて

$$\frac{\ell_{v1} P_1 + s}{\sum_{i=1}^n (\ell_{vi} P_i + s)} \tag{3}$$

と近似できる。注目点に大型トラックがあり、さらにその後に大型トラックが $(n-1)$ 台続く確率

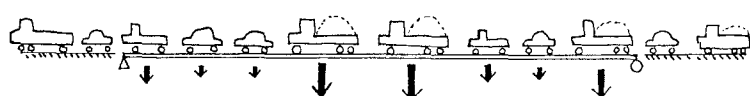


図5 厳しい活荷重状態

P_1 は

$$P_1 = (\ell_{v1}P_1 + s) \times P_{v1}^{n-1} / \sum (\ell_{vi}P_i + s) \quad (4)$$

で表すことができる。上述の注目点は、連続する大型トラックの台数 n で固有に決まる点である。

ii) ある大型トラックが x_A ton 以上である確率は

$$1 - F_{v1}(x_A) \quad (5)$$

である。従って大型トラック n 台が x_A ton 以上である確率 P_2 は

$$P_2 = (1 - F_{v1}(x_A))^n \quad (6)$$

と表すことができる。

式 (3), (6) より、状態 (A) の生ずる確率 P_A は

$$\begin{aligned} P_A &= P_1 \times P_2 \\ &= (\ell_{v1}P_1 + s) \times P_{v1}^{n-1} \times (1 - F_{v1}(x_A))^n / \sum (\ell_{vi}P_i + s) \end{aligned} \quad (7)$$

となる。

桁長や大型トラックの混入率が変化すると、式 (7) によって定まる状態 (A) の生ずる確率 P_A も変化すると考えられる。桁長が長くなると、大型トラック 1 台が橋梁上で占める長さの比は小さくなり、曲げモーメント値に与える 1 台の寄与は小さくなる。したがって、長い橋梁で大きな曲げモーメントが生じるのは、中央部をはさんで大型トラックが数台連続して並ぶ時である。一方、中央部の大型トラックの重量は桁長が短い場合に比較して小さくなる。また、大型トラックの混入率が大きくなると、大型トラックが桁長に占める割合が大きくなり、大きな曲げモーメントを生じる時、中央部に大型トラックが載る確率は増加し、車重も大きくなる。これをまとめて、厳しい状態 (A) が生じるときの状態と、その起こる確率 P_A との関係を示すと次のようになる。

○桁長 ℓ が長くなる [$\ell \uparrow$]

- ・桁中央に必ず並ぶ大型トラックの車重は概して小さい。 [$(1 - F(x)) \uparrow$] P_A を大きくする要因。
- ・ただし、桁中央に必ず並ぶ大型トラックの台数は増加する。 [$n \uparrow$] P_A を小さくする要因。

○大型トラックの混入率 p_{v1} が大きくなる。 [$p_{v1} \uparrow$]

- ・大型トラックが桁中央に載る確率が增加する。 [$\frac{\ell_{v1}p_{v1} + s}{\sum (\ell_{vi}p_{vi} + s)} \uparrow$] P_A を大きくする要因。
- ・桁中央に必ず並ぶ大型トラックの車重は概して大きい。 [$(1 - F(x)) \downarrow$] P_A を小さくする要因。

桁長 ℓ が短くなる、大型トラックの混入率 p_{v1} が小さくなる場合は、それぞれで P_A を大きくする要因と P_A を小さくする要因が逆になる。いずれの場合も、 P_A を大きくする要因と P_A を小さくする要因が同時に発生し、 P_A の変化が小さくなるように働く。従って、桁長 ℓ や大型トラックの混入率 p_{v1} によらず、状態 (A) の生ずる確率 P_A をほぼ一定に保てると考えられる。車両モデルが、図 2, 図 3, 表 1 に従うとして実際にシミュレーションを行い、 P_A , n , x_A を以下のように定めた。

$$n = \begin{cases} 1 & (\ell < 50\text{m}) \\ 2 & (\ell > 50) \end{cases} \quad P_A = \begin{cases} \frac{1}{200} & (\ell < 50) \\ \frac{1}{300} & (\ell > 50) \end{cases} \quad (8)$$

なお、 x_A は上述の n 、 P_A を満たすように定める。

式 (8) は制限としては大まかであるが、逆にいうならば、車種や車両重量分布を変えても、十分対応できるということである。式 (8) の制限を加えたシミュレーションの流れを、図 6 に示す。また、 10^6 回の繰返しによるシミュレーション結果と、効率化を施したシミュレーション結果のそれぞれの裾部を、極値 I 型確率紙にあてはめ比較したものを図 7 に示す。なお、シミュレーションで用いる乱数の初期値をかえて得られた結果を同じ図に合わせて示している。図 4 で示した少数のデータを用いた裾部の直線による推定は、大きくはずれており図 7 の範囲に入っていない。図 7 からこの効率化したシミュレーションが良好な結果を与えることがわかる。

分布形の裾部を知るには、効率化を施したシミュレーションは有効であるが、曲げモーメントのサンプル値が平均値に近づくにつれ見落としたサンプル数が増えてゆき、累積確率の誤差は増大してゆく。場合によっては、比較的小さな曲げモーメント値の累積確率も含む分布全体が必要となることがあり、この部分は効率化したシミュレーション結果からは当然求まらない。しかし、小さな曲げモーメント値の累積確率は、効率化を行わない従来どおりのシミュレーションを少数回繰返すことで十分に精度よく得られる。そこで、小さな曲げモーメント値の累積確率は比較的少数回の繰返しのシミュレーション結果を使い、裾部に関しては、を多数回の繰返しを効率化したシミュレーションの結果で補うことを考えた。図 8 に 10^6 回の繰返しのシミュレーション結果、 10^4 のシミュレーション結果、 10^6 回の繰返しに相当する効率化したシミュレーション結果を極値 I 型確率紙にあてはめた例を示す。図からわかるように、 10^4 回の繰返しのシミュレーションと効率化したシミュレーションを合わせると、 10^6 回の繰返しのシミュレーションを代用できることがわかる。

4. 大型トレーラが混入する場合

以上で扱った車両は、大型トラック・小型トラック・乗用車の 3 種類である。しかし、実際には車両構成はもっと複雑であり、さらに多くの種類分けを行う必要がでてくる。たとえば、大型トラックから大型トレーラを分けたとすると、大きな曲げモーメントが生ずる状態を支配するのは、大型トラックと大型トレーラの 2 種類となる。この場合、状態 (A) の条件を

i) 大型トラックまたは大型トレーラ n 台が連続して、桁中央部をはさんで載っている。

ii) i) で載っている大型トラックまたは大型トレーラの重量は、それぞれ x_{A1} 、 x_{A2} ton 以上である。に変えればよい。式 (3) が示す条件 i) の制限の確率 P_1 は、大型トレーラの車長を ℓ_{v4} 、混入率を p_{v4} とすると、

$$P_1 = (\ell_{v1} P_{v1} + \ell_{v4} P_{v4}) \times (P_{v1} + P_{v4})^{n-1} / \Sigma (\ell_{vi} P_{vi} + s) \quad (9)$$

と変わる。条件 ii) による制限の確率 P_2 は、大型トレーラの車重の累積確率を $F_{v4}(x)$ とすると、 $F_{v1}(x_{A1}) = F_{v4}(x_{A2})$ となるように x_{A1} と x_{A2} を定めれば、式 (6) と同じである。よって状態 (A) の生ずる確率 P_A は

$$P_A = P_1 \times (1 - F_{v1}(x_{A1}))^n \quad (10)$$

となる。式 (9)、式 (10) を用いてシミュレーションを行うと、高い効率化が保持されることが確かめられた。さらに車両間隔 s を確率変数としても、 s が 2 m 程度までの渋滞状態であれば十分に対応できることも判明した。車長 $\ell = 15.9$ m、また最低重量 6.0 ton、最大重量 66.0 ton、平均重量 22.2 ton の両裾切りのガウス分布をもつ大型トレーラを加えた自動車モデルを使ってシミュレーションを行った結果の例を図 9 に示す。混入率は乗用車 50%、小型トラック 5%、大型トラック 40%、大型トレーラ 5% としてある。両

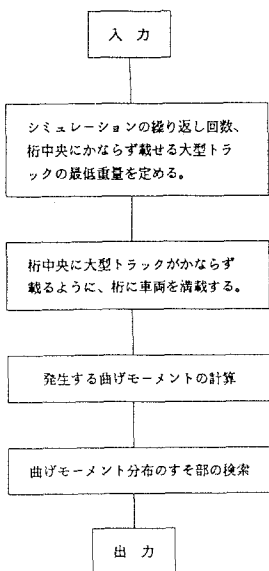
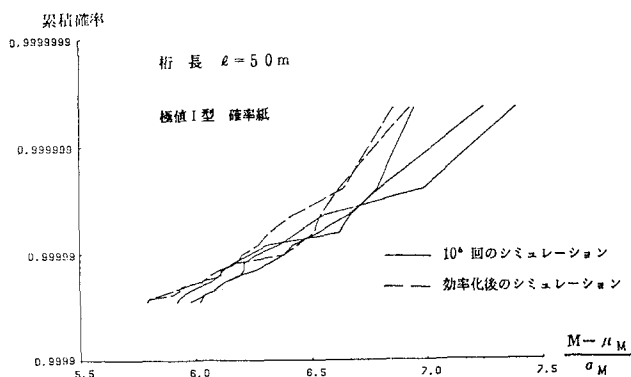
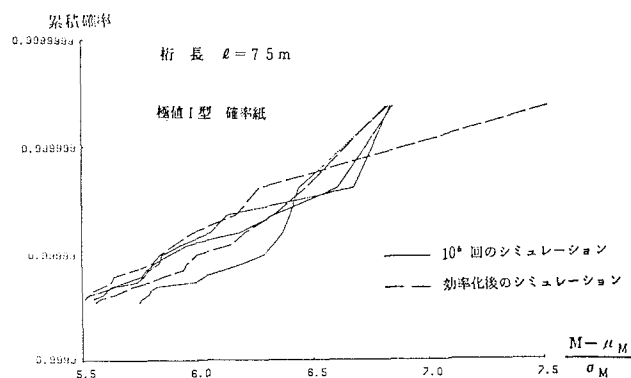


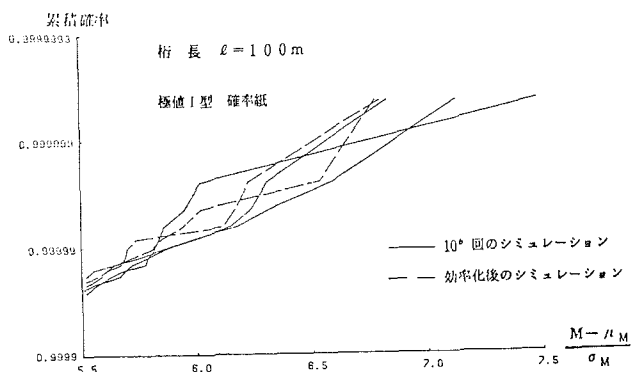
図6 繰り返し回数を効率化する
シミュレーションの流れ



a) スパン $\ell = 50 \text{ m}$

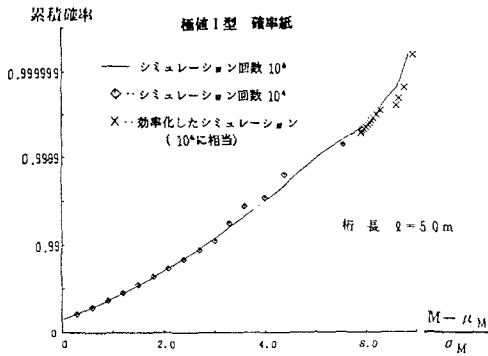


b) $\ell = 75 \text{ m}$

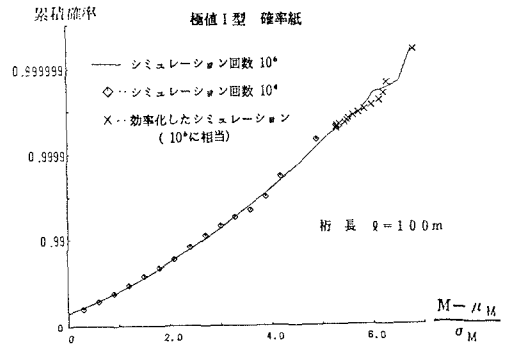


c) $\ell = 100 \text{ m}$

図7 10^4 回の繰り返しのシミュレーションと効率化
を施したシミュレーションの裾部の比較

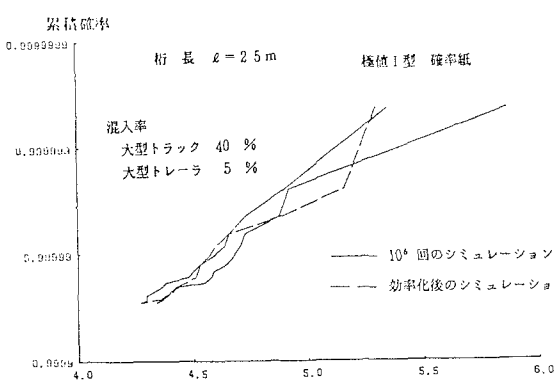


a) $l = 50\text{m}$

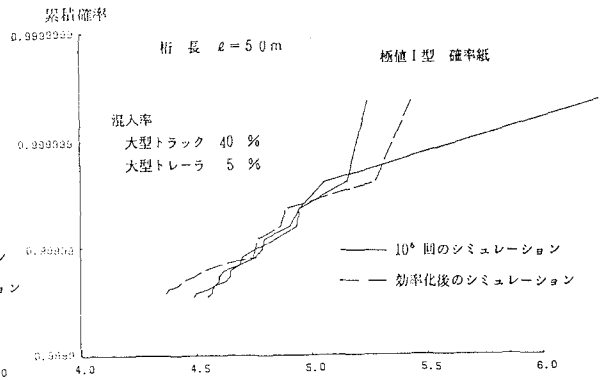


b) $l = 100\text{m}$

図8 10^6 回の繰り返しのシミュレーション結果と、 10^4 回の繰り返しのシミュレーション結果に効率化のシミュレーション結果をあてはめた分布との比較



a) $l = 25\text{m}$



b) $l = 50\text{m}$

図9 大型トレーラが加わったときの 10^6 回の繰り返しのシミュレーションと効率化を施したシミュレーションの裾部の比較

者のシミュレーション結果の差は小さく、この効率化シミュレーションが広い汎用性を有することがわかる。

5. 結論

渋滞自動車列によって生じる単純支持桁の最大曲げモーメントに着目し、その極値推定のためのシミュレーションの効率化について考究した。本研究の成果をまとめると次のようになる。

- (1) 渋滞時の自動車列による最大曲げモーメントの極値を求める際、少ない回数のシミュレーションから外挿して求めると誤差が大きい。

- (2) シミュレーションは桁中央部に重量トラックが載る確率を考えると効率化することができる。それによると演算時間が1/200 ～1/300 にまで低減可能で、その精度もよい。
- (3) ここでは、車種構成として3種類、4種類について効率化のアルゴリズムを示したが、より多種類あるいは多車線になっても原理的には適用可能である。

謝辞：本研究を行うにあたり、科学研究費（一般研究C No.59550299，総合研究A No.59350028）そしてシステム総合研究所（阪神高速道路公団委託研究）からの補助を受けた。また、研究を進めるにあたり、伊藤学教授（東京大学）からは貴重な助言をいただいた。ここに謝意を表します。

参考文献

- 1) 国広哲男・朝倉肇：自動車列荷重の実態からみた道路橋主構の設計活荷重，土木技術資料，Vol.15，No.4，1973年4月
- 2) 建設省土木技術研究所橋梁研究室：橋梁活荷重の実態と設計安全率，土木研究所資料，No.1534，昭和54年12月
- 3) 阪神高速道路公団・（財）阪神高速道路管理技術センター：阪神高速道路における活荷重実態調査と荷重評価のための解析，1984年3月
- 4) Committee on Design Live Load Development for Hanshin Expressways：Traffic Load Measurement and Probabilistic Modeling for Structural Design of Urban Expressways，4th ICOSAR'85 Vol.III，pp.141-150. 1985.
- 5) 藤野陽三・高田和彦：自動車列のフローを考慮した活荷重の確率論的解析手法，構造工学論文集，Vol.31A，pp.301- 311，1985年3月
- 6) 高岡・白木・松保：不規則関数論に基づく道路橋の空間領域での信頼性解析，土木学会論文報告集，No.334，1983年6月
- 7) 岡林隆敏・山手弘之：不規則交通流が作用する道路橋の非正規過程による解析，長崎大学工学部研究報告，Vol.15，No.25，昭和60年7月
- 8) 小堀為雄・吉田博：電子計算機による自動車交通流模型の作成について，金沢大学工学部紀要，Vol.13，No.3，1964年6月
- 9) 星谷勝・日野虎彦：道路橋活荷重の検討，第30回土木学会年次学術講演会概要集I-296，1975年10月
- 10) 藤野・伊藤・遠藤：シミュレーションに基づく道路橋設計活荷重の評価，土木学会論文報告集，第286号，pp.1- 13，1976年6月

（1985年10月18日受付）