構造工学論文集 Vol.32A (1986年3月) 土木学会

確率有限要素法による不規則分布荷重を受けるはりの解析

ANALYSIS OF BEAMS WITH STOCHASTIC DISTRIBUTED LOAD BY STOCHASTIC FINITE ELEMENT METHOD

岡林隆敏*・山崎秀実**・山手弘之***
By Takatoshi OKABAYASHI, Hidemi YAMASAKI and Hiroyuki YAMATE

Traffic loads on highway bridges, snow loads on roofs and buildings live loads can be modeled as stochastic distributed loads. In this paper,a method of stochastic finite element analysis is presented for determining the second-order statistics of the response of structural systems subjected with these loads. When the covariance matrix of external forces is given, the covariance matrix of displacements and inernal forces of the structural system is obtained by solving the covariance equation derived from the finite element analysis. Numerical results are presented for a simple beam and continuous beams to a white noise distributed load and a stochastic distributed load with exponentially decaying correlation.

1．はじめに

信頼性理論の進展に伴って、荷重の不確定性を考慮した構造解析に関する研究(1)が進められてきた。特に変動の大きく、時には破局的な事態をもたらす動的荷重、すなわち、地震、強風、波浪による構造物の動的解析に対して、荷重を確率過程でモデル化する不規則振動論(2)による解析法が確立している。他方、静的荷重が作用する構造系についても、荷重が確率的に規定される場合、確率論的な構造解析(3)が必要になる。このような問題として、交通流の作用する道路橋(4)(5)(6)、活荷重の作用する事務所や倉庫の床版(7)(8)(9)あるいは、雪荷重の作用する建築構造物(10)がある。これらの荷重は、空間的に相関を有する1次元あるいは2次元の確率場としてモデル化することができる。

しかし、不規則振動論が初期値問題なるのに対して、静的な不規則分布荷重の作用する確率論的な構造解析は境界値問題になる。従って、この問題は本質的な非定常解析の問題となるために、効果的な解析手法が確立しているとは言えない。このような問題の解法には、従来から用いられているグリーン関数法、あるいは著者の1人が報告(11)(12)(13)している確率伝達マトリックス法がある。これらの解法は、単純なはりから構成された構造系の解析には適しているが、複合した構造系の解析への適用は困難である。

そこで、本論文では、確率的に規定された静的荷重が作用する、構造系に有限要素法を適用しその応答の分散・共分散を解析するための一解析法を提示した。本解法は、従来の解法に比べて、構造形式や境界条件

* 工修 長崎大学助手 工学部土木工学科 〒852 長崎市文教町1-14
** 明和設計㈱ 〒110 東京都台東区松岸3-8-8 松友ビル
*** 長崎大学大学院生 〒852 長崎市文教町1-14

に対して柔軟に対応できるばかりでなく、行列演算を基本とする算法で構成されているために、計算機が効果的に活用できる。確率有限要素法はこれまでいくつか提案されているが、これらの理論は剛性マトリックスあるいは境界条件の中に不確定要因が含まれるものである。しかし、一般の土木あるいは建築構造物の信頼性を評価する場合、通常、荷重の変動が最も大きいと考えられるので、まず、荷重の変動に対する構造系の応答の確率特性を評価する必要がある。従って、本論文で提案する解法は、各節点に作用するそれぞれの荷重の分散・共分散が与えられた場合、構造系のそれぞれの節点の変位と断面力の分散・共分散を解析するものである。

本論文では、本解法を単純ばりあるいは連続ばり系の構造系が、白色雑音及び指数関数型の相関を有する不規則分布荷重を受ける問題に適用した。有限要素解析するためには、分布荷重を集中荷重で評価する必要があるが、この評価法について検討している。本解法の解析結果を厳密解と比較することにより、本解法の精度について検討した。さらに、いくつかの例題を解いて、本解法が他の構造系あるいは、様々な自己相関関数を有する荷重にも適用可能であることを調べたものであ。

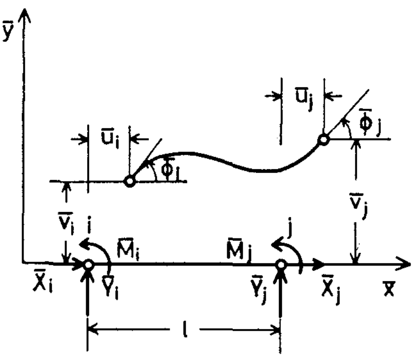
2．有限要素法の概要

本論文で示す確率有限要素法は有限要素法の定式化を基礎にしている。ここでは、骨組構造系の解析に限定して、以後の式の演算に必要な基本的なマトリックス及び式の操作を簡単に要約する。

a）要素剛性マトリックス

はり要素を考え、変形と断面力を図－1のように定義すると、剛性マトリックスは次式で示される。

$$\begin{Bmatrix} \bar{X}_i \\ \bar{Y}_i \\ \bar{M}_i \\ \bar{X}_j \\ \bar{Y}_j \\ \bar{M}_j \end{Bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc:ccc} EA/\ell & 0 & 0 & -EA/\ell & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/\ell^3 & 6EI/\ell^2 & 0 & -12EI/\ell^3 & 6EI/\ell^2 \\ 0 & 6EI/\ell^2 & 4EI/\ell & 0 & -6EI/\ell^2 & 2EI/\ell \\ \hdashline -EA/\ell & 0 & 0 & EA/\ell & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/\ell^3 & -6EI/\ell^2 & 0 & 12EI/\ell^3 & -6EI/\ell^2 \\ 0 & 6EI/\ell^2 & 2EI/\ell & 0 & -6EI/\ell^2 & 4EI/\ell \end{array}\right] \begin{Bmatrix} \bar{u}_i \\ \bar{v}_i \\ \bar{\phi}_i \\ \bar{u}_j \\ \bar{v}_j \\ \bar{\phi}_j \end{Bmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots (1)$$



図－1　はりの要素の変位と断面力

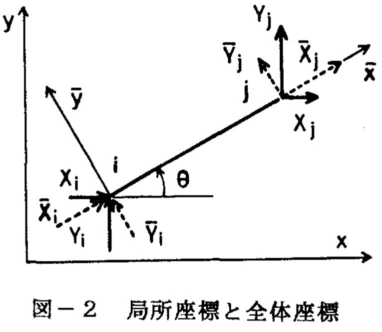
ここに、A，I，ℓ，Eは、それぞれ断面積、断面２次モーメント、部材長さ及び弾性係数である。（１）式を、ｉ節点とｊ節点の変位　u_i, u_j　と断面力　f_i, f_j　を用いて、次のように表示する。

$$\begin{Bmatrix} f_i \\ f_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ij} \\ k_{ji} & k_{jj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} \qquad (2)$$

b）座標変換マトリックス

（２）式の要素剛性マトリックスは、各部材ごとに定義された局所座標系について示したものである。これを各部材に共通な全体座標系に変換するために、座標変換行列を用いる。図－２に示したように、部材座標系と全体座標系の角度をθとすると、それぞれの座標系における力の間には、次の関係が成り立つ。

$$\begin{Bmatrix} \bar{X}_i \\ \bar{Y}_i \\ \bar{M}_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_i \\ Y_i \\ M_i \end{Bmatrix} \qquad (3)$$



図－２　局所座標と全体座標

さらに、変位についても力と同じように変換できる。これらをベクトル記号で、次のように表示する。

$$f_i = \Lambda_i n_i \qquad u_i = \Lambda_i x_i \tag{4}$$

ここに、n_i と x_i は全体座標系の断面力と変位である。全体座標系の剛性マトリックスは、座標変換マトリックスを用いて次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} n_i \\ n_j \end{Bmatrix} = \left[\begin{array}{c:c} \Lambda_i^T k_{ii} \Lambda_i & \Lambda_i^T k_{ij} \Lambda_j \\ \hdashline \Lambda_j^T k_{ji} \Lambda_i & \Lambda_j^T k_{jj} \Lambda_j \end{array}\right] \begin{Bmatrix} x_i \\ x_j \end{Bmatrix} \tag{5}$$

c）全体剛性方程式

n節点の節点変位と節点力をで定義すると、

$$X = \{x_1 \cdots\cdots x_n\}^T,\ P = \{p_1 \cdots\cdots p_n\}^T \tag{6}$$

構造系全体の剛性方程式を得る。

$$KX = P \tag{7}$$

ここに、K は剛性マトリックスである。ここで、節点変位について、節点変位が未知の成分を添字がA、境界条件が与えられている成分は添字をBとして、（7）式を次のように分割する。

$$\begin{bmatrix} K_A & K_{AB} \\ K_{BA} & K_B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_A \\ X_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_A \\ P_B \end{Bmatrix} \tag{8}$$

ここで、P_A は系に与えられている荷重であり、P_B はいわゆる支点反力を表す。通常 $X_B = O$ であり、未知の節点変位と支点反力は、次のように求められる。

$$X_A = K_A^{-1} P_A \qquad P_B = K_{BA} X_A \tag{9}$$

3．確率有限要素法

節点に正規確率変数で定義される荷重が作用すると、線形系である構造系の応答も正規確率変数となり、その確率特性は、各節点上の変位と断面力の平均値と分散・共分散より規定することができる。ここで、全節点の変位と断面力で構成される確率変数ベクトルを

$$S = \{S_1^T \cdots\cdots S_n^T\}^T \qquad \text{ここに } S_k = \{\bar{u}_k \quad \bar{f}_k\} \tag{10}$$

で現わすと、確率変数 S の確率密度関数は、次式で与えられる。

$$P_s(S) = \frac{1}{(2\pi)^n/2\,|G|^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(S-\mu_s)^T G^{-1}(S-\mu_s)\right) \tag{11}$$

ここに、μ_s と G_s は S の平均値と共分散であり、次式で定義される。

$$\left.\begin{aligned} \mu_s &= E[S] \\ G_s &= E[S-\mu_s)(S-\mu_s)^T] \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

なお、E［ ］は平均の操作を現わす演算子である。

a）応答の平均値

（7）式の両辺に平均の操作を施すと、

$$KE[X] = E[P] \tag{13}$$

平均値応答の剛性方程式を得る。荷重の平均値 $E[P_A]$ が与えられると、平均値応答の解析は、確定論による有限要素法の解析に一致する。

b）応答の分散・共分散

k節点とl節点の変位と断面力の共分散を示すと、（12）式より次のようになる。

$$\{G_x\}_{kl} = \begin{bmatrix} E[\hat{x}_k\ \hat{x}_l^T] & E[\hat{x}_k\ \hat{n}_l^T] \\ E[\hat{n}_k\ \hat{x}_l^T] & E[\hat{n}_k\ \hat{n}_l^T] \end{bmatrix} \tag{14}$$

ここで、 の記号は、 $\hat{u}_k=u_k-E[u_k]$ のように、平均値回りの変動を表している。

まず、k節点と1節点の変位の共分散 $E[u_k\ u_l^T]$ を求める。（7）式の全体剛性方程式により、P の分散・共分散マトリックスをを構成すると、次の確率有限要素法の基礎式を得る。

$$\boldsymbol{K}E[\hat{\boldsymbol{X}}\boldsymbol{X}^T]\boldsymbol{K}^T=E[\hat{\boldsymbol{P}}\hat{\boldsymbol{P}}^T] \tag{15}$$

前章で述べたように、この式に境界条件の処理をすると、

$$\boldsymbol{K}_A E[\hat{\boldsymbol{X}}_A\hat{\boldsymbol{X}}_A^T]\boldsymbol{K}_A^T=E[\hat{\boldsymbol{P}}_A\hat{\boldsymbol{P}}_A^T] \tag{16}$$

となる。各節点間相互の節点力の分散・共分散 $E[\hat{\boldsymbol{P}}_A\hat{\boldsymbol{P}}_A^T]$ が与えられると、この方程式を解くことができる。k節点と1節点の変位の共分散 $E[\hat{\boldsymbol{x}}_k\hat{\boldsymbol{x}}_l^T]$ は、 $E[\hat{\boldsymbol{X}}_A\hat{\boldsymbol{X}}_A^T]$ の要素として得られる。

さらに、（9）式より、支点反力 P_B の分散・共分散あるいは、支点反力と荷重の分散・共分散は次式より得られる。

$$\left.\begin{aligned} E[\hat{\boldsymbol{P}}_B\hat{\boldsymbol{P}}_B^T]&=\boldsymbol{K}_{BA}E[\hat{\boldsymbol{X}}_A\hat{\boldsymbol{X}}_A^T]\boldsymbol{K}_{BA}^T \\ E[\hat{\boldsymbol{P}}_B\hat{\boldsymbol{P}}_A^T]&=\boldsymbol{K}_{BA}E[\hat{\boldsymbol{X}}_A\hat{\boldsymbol{X}}_A^T]\boldsymbol{K}_A^T \end{aligned}\right\} \tag{17}$$

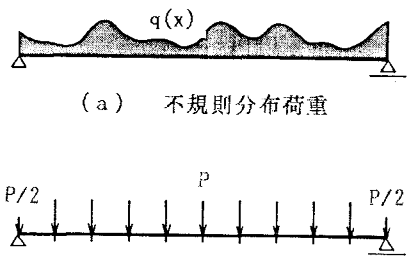
各節点間相互の変位の分散・共分散 $E[\hat{\boldsymbol{x}}_k\hat{\boldsymbol{x}}_k^T]$ が求まると、局所座標系における変位と断面力に関する分散・共分散は、要素剛性マトリックス（2）式と座標変換マトリックス（4）式を用いて

$$\left.\begin{aligned} E[\hat{\boldsymbol{u}}_i\hat{\boldsymbol{u}}_i^T]&=\boldsymbol{\Lambda}_i E[\hat{\boldsymbol{x}}_i\hat{\boldsymbol{x}}_j^T]\boldsymbol{\Lambda}_j^T \\ E[\hat{\boldsymbol{u}}_i\hat{\boldsymbol{f}}_j^T]&=\boldsymbol{\Lambda}_i(E[\hat{\boldsymbol{x}}_i\hat{\boldsymbol{x}}_i^T]\ E[\hat{\boldsymbol{x}}_i\hat{\boldsymbol{x}}_j^T])\begin{pmatrix}\boldsymbol{k}_{ii}\boldsymbol{\Lambda}_i^T \\ \boldsymbol{k}_{ij}^T\boldsymbol{\Lambda}_j^T\end{pmatrix} \\ E[\hat{\boldsymbol{f}}_i\hat{\boldsymbol{f}}_j^T]&=[\boldsymbol{k}_{ii}\boldsymbol{\Lambda}_i\ \ \boldsymbol{k}_{ij}\boldsymbol{\Lambda}_j]\begin{pmatrix}E[\hat{\boldsymbol{x}}_i\ \ \hat{\boldsymbol{x}}_j^T] & E[\hat{\boldsymbol{x}}_i\ \ \hat{\boldsymbol{x}}_j^T] \\ E[\hat{\boldsymbol{x}}_j\ \ \hat{\boldsymbol{x}}_i^T] & E[\hat{\boldsymbol{x}}_j\ \ \hat{\boldsymbol{x}}_j^T]\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\boldsymbol{k}_{ii}\boldsymbol{\Lambda}_i^T \\ \boldsymbol{k}_{ij}^T\boldsymbol{\Lambda}_j^T\end{pmatrix} \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

のように求められる。以上の操作を各節点について計算すると、各節点の変位と断面力に関する分散・共分散を完全に規定することができる。ここでは、荷重の変動を考えているので剛性に変動がある場合に比べて、近似法を用いることなく式の展開が容易にできる。

4．不規則分布荷重のモデル化

本論文では解析の対象を、はり要素あるいは連続ばりのようにはり系の構造物に限定している。はりに作用する不規則分布荷重を有限要素法により厳密に評価するためには、等価節点を考える必要があるが、ここでは、図－3の（b）のように、節点に作用する集中荷重列と考える。これらの荷重の分散・共分散を求める必要がある。図－4のように、支間長ℓのはりを部材長Δℓの要素にn分割する。さらに、隣り合う部材の中点までの荷重を、中間にある節点に作用する集中荷重として評価する。すなわち、k節点に作用する荷重は、



図－3　不規則分布荷重のモデル化

$$P_k=\int_{l_{k-1}}^{l_k}q(x)dx=\int_{l_{k-1}}^{l_{k-1}+\Delta l}q(x)dx \tag{19}$$

で与えられる。なお、両辺の支点に作用する荷重は、次式で評価する。

$$P_0=\int_0^{\Delta l/2}q(x)dx,\ P_n=\int_{l_n}^{l_n+\Delta l/2}q(x)dx \tag{20}$$

q（x）が不規則分布荷重の場合、q（x）の平均値 E［q(x)］については、確定論の有限要素法の処理をすればよい。k節点の荷重と各節点の荷重の共分散及びk節点の荷重の分散は、次のように、不規則分布荷重の自己相関関数E［$q(x_1)q(x_2)$］が与えられれば、計算が可能になる。

$$E[\hat{P}_s\hat{P}_k]=\int_{l_s}^{l_s+\Delta l}\int_{l_k}^{l_k+\Delta l}E[q(x_1)q(x_2)]dx_1dx_2 \tag{21}$$

この式で、sあるいはkが0またはnの場合は、ΔℓをΔℓ／2とする。ここで、不規則分布荷重が白色雑音あるいは指数関数型の相関を有する場合について、（２０）式を具体的に計算する。

a）不規則分布荷重が白色雑音の場合

不規則分布荷重賀白色雑音の場合、パワースペクトル密度$S_q(\omega)$は

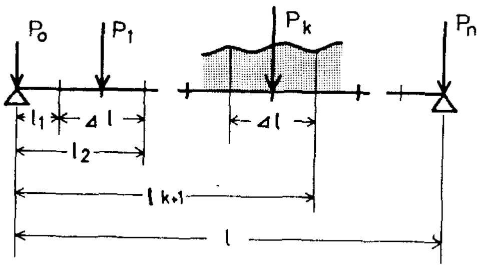
$$S_q(w)=\sigma^2/2\pi \tag{22}$$

であり、自己相関関数は、

$$E[q(x_1)q(x_2)]=\sigma^2\delta(x_1-x_2) \tag{23}$$

となる。この場合、集中荷重の分散・共分散を計算すると、次式を得る。

$$\left.\begin{array}{l} E[P_0^2]=E[P_n^2]=\sigma^2\triangle\ell/2 \\ E[P_k^2]=\sigma^2\triangle\ell \quad (k\neq 0,n), \quad E[P_sP_k]=0 \quad (k\neq s) \end{array}\right\} \tag{24}$$



図－4　不規則分布荷重評価の積分区間

b）不規則分布荷重が指数関数型の相関を有する場合

この荷重の自己相関関数は

$$E[q(x_1)q(x_2)]=\sigma^2\exp(-\beta|x_1-x_2|) \tag{25}$$

で表され、対応するパワースペクトル密度は、$S_q(\omega)$は、

$$S_q(w)=2\beta\sigma^2/2\pi(\omega^2+\beta^2) \tag{26}$$

となる。この荷重の場合、集中荷重の分散・共分散は、次のようになる。

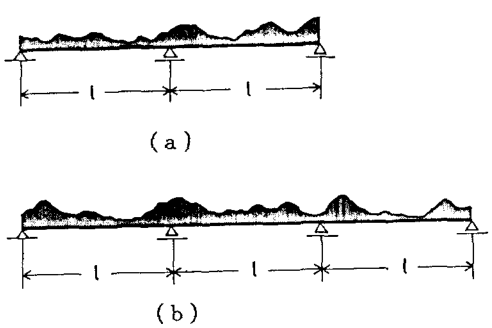
$$\left.\begin{array}{l} E[P_k^2]=\dfrac{2\sigma^2}{\beta}\left[\triangle\ell-\dfrac{1}{\beta}(1-e^{-\beta\Delta l})\right] \quad (k\neq 0,n), \quad E[P_0^2]=E[P_n^2]=\dfrac{2\sigma^2}{\beta}\left[\dfrac{\triangle\ell}{2}-\dfrac{1}{\beta}(1-e^{-\beta\frac{\Delta l}{2}})\right] \\ E[P_kP_s]=\dfrac{2\sigma^2}{\beta^2}e^{-\beta|l_s-l_k|}(\cos\beta\triangle\ell-1), \quad E[P_0P_k]=\dfrac{\sigma^2}{\beta^2}e^{-\beta l_k}(e^{-\frac{\beta\Delta l}{2}}-1)(1-e^{-\beta\Delta l}) \\ E[P_kP_n]=\dfrac{\sigma^2}{\beta^2}e^{-\beta(l_n-l_k)}(1-e^{-\frac{\beta\Delta l}{2}})(e^{-\beta\Delta l}-1) \end{array}\right\} \tag{27}$$

この荷重において、$\beta\to\infty$としたとき$2\sigma^2/\beta$を一定とすると、この荷重は、白色雑音に漸近する。（２７）式に、このような条件を設定すると、白色雑音の場合の（２４）式に一致する。

５．数値解析例と考察

確率有限要素法の具体的な適用例として、単純ばり及び連続ばりに、白色雑音あるいは指数関数型の相関を有する不規則分布荷重が作用する場合を考える。

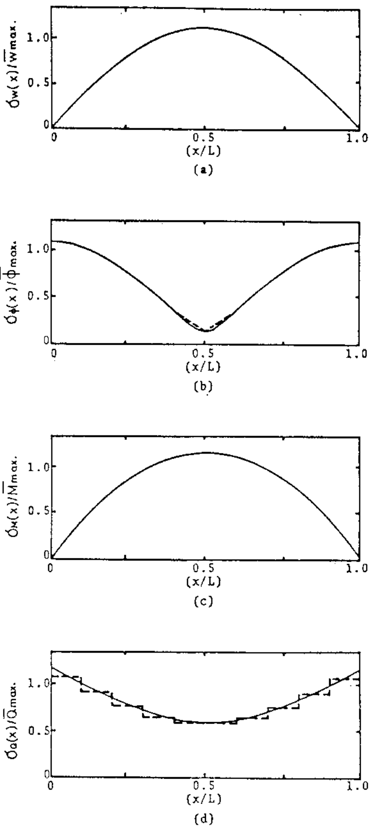
a）不規則分布荷重が白色雑音過程である場合



図－５　連続ばりの解析

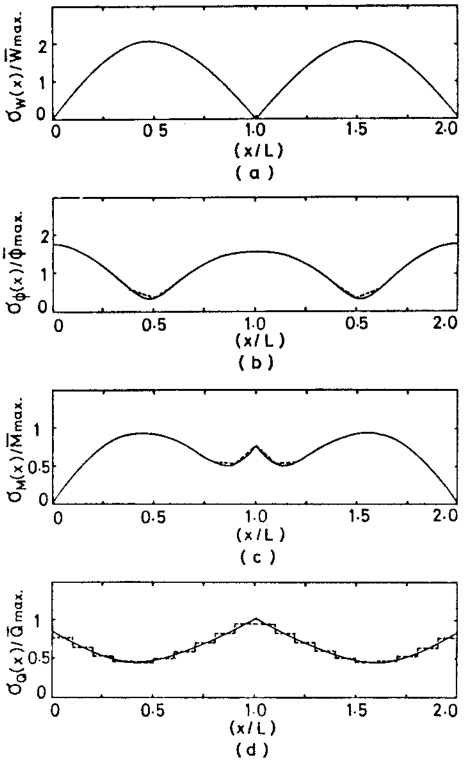
図－３に示した単純ばりの解析結果を図－６に示した。図の（a）（b）（の(a),(b),(c),(d)は、それぞれたわみ、たわみ角、曲げモーメント及びせん断力の標準偏差を示したものである。また、標準偏差は、$q=\sigma/\sqrt{\ell}$の等分布荷重を受ける同じ構造系のそれぞれの応答の最大値で規準化したものである。図中の実線は、解析的に求められた厳密解であり、点線ははりを１０分割した場合の、本解法による結果である。たわみと曲げモーメントでは、両者の結果はよい一致を示している。また、たわみ角については、応答の変化の激しい一部では両者の差が見られるが、他の部分は良い一致を見せている。せん断力の応答は、荷重を節点に作用する集中荷重で置き変えたために、このような階段状の関数になっている。このように、１０分割程度でも、本解法の結果は厳密解の良い推定値になっていることがわかる。

図－７は、図－５（a）に示したような２径間連続ばりの結果を示したものである。この場合、各径間を１０分割している。図の表記は、単純ばりの場合と同じである。図中の実線は、ほぼ厳密解と考えられる確



図－6　単純ばりの応答の標準偏差

（白色雑音の場合）



図－7　２径間連続ばりの応答の標準偏差

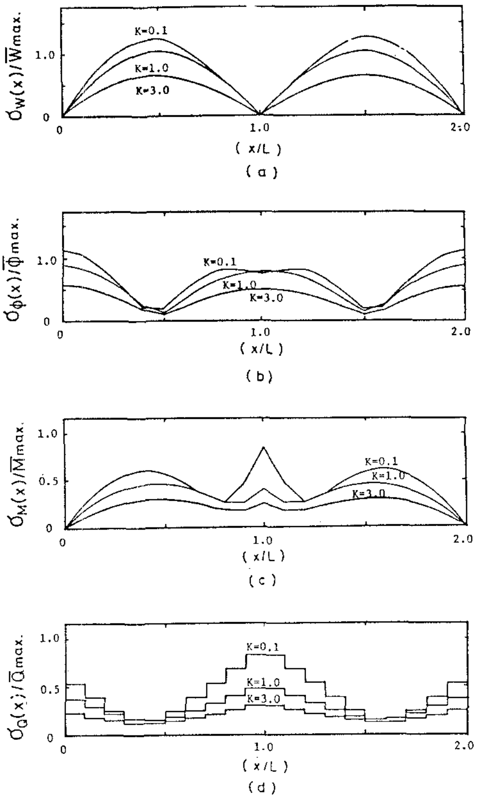
（白色雑音の場合）

率伝達マトリックス法による結果である。変化の激しい部分では、本解法による結果と実線は若干の差を生じるが、他の部分では良い一致を示している。本解法では、計算のための分割数を増加さ果を厳密解に漸近させることができる。本解法では、境界条件や中間支点の有無に関係なくこのような問題が汎用的なプログラムを用いて容易に解析できると共に、結果の精度は分割数を増加させることにより向上を望める。

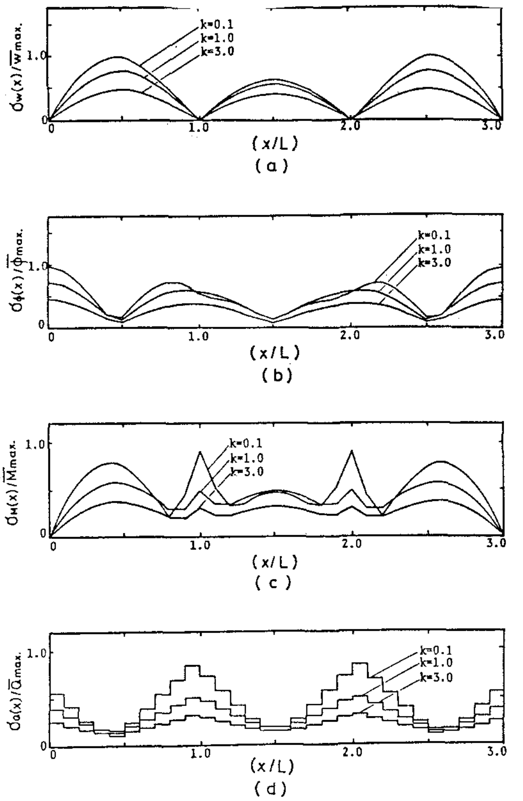
b）不規則分布荷重が指数関数型の相関を有する場合

図－８と図－９は、図－５に示した２径間の連続ばりに、指数関数型の相関を有する不規則分布荷重が作用した場合の結果である。図中のパラメータｋは、荷重の空間的な相関の特性を規定するパラメータであり、（２５）式のβとは$\beta = 2\pi k$の関係にある。$k \to 0$とすると、荷重の変動は、緩やかになり、$k = 0$の極限では、等分布荷重の荷重強度が確率変数の場合に対応する。従って、ｋが小さい場合の応答の形状は、等分布荷重が作用するそれぞれのはりの応答の接待値に近い形状になる。他方、$k \to \infty$では白色雑音に漸近する。ここでは、（２５）式に示したようにβの増加に対して分散を一定としているので、ｋを大きくすると応答のレベルは低下しているが、応答形状は、２径間の結果を見てわかるように白色雑音による応答形状に漸近する。βの増加に伴って$2\sigma^2/\beta$を一定として、βを増加させると、図－８の結果は図－７の結果に一致する。

３径間連続ばりで、相関を有する分布荷重が作用する場合、グリーン関数法による解析では、極めて煩雑な解析的な計算を実行しなければならない。また、確率伝達マトリックス法では、βの値が大きくなると計算誤差が増加する。本解法によれば、径間の増加は解析上の制約にならない。さらに、荷重の自己相関関数



図－８　２径間連続ばりの応答の標準偏差
（指数型相関を有する場合）



図－９　３径間連続ばりの応答の標準偏差
（指数型相関を有する場合）

が与えられ、それが、積分可能な関数であれば、荷重の共分散行列を構成することができる。通常、静的な不規則分布荷重の自己相関関数は単純な式で[4][15]で与えられているので、この計算は容易に実行できる。

６．おわりに

本論文では、確率的に規定された荷重が作用する構造系において、変位と断面力の分散・共分散を解析する確率有限要素法を示した。本解法の具体的な適用例として、解析の対象を単純ばり及び連続ばりに限定し、不規則分布荷重として白色雑音あるいは指数関数型の相関を有する場合の解析を行ない、本解法の精度あるいは解析の汎用性について検討した。得られた結果を要約すると、次のようになる。

（１）本解法は有限要素法を基礎としているために、境界条件あるいは支点の存在に制約されないばかりでなく、複合した構造系あるいは板の解析等に拡張可能である。

（２）グリーン関数法の解析的な積分の計算あるいは、確率伝達法の微分方程式の数値解析と比べてマトリックス演算を基本としているので、計算機が有効に活用できる。

（３）単純ばりと径間連続ばりに白色雑音の分布荷重が作用する解析を行ない、厳密解との比較を行なった。支点間を１０分割する程度でも、厳密解と、比較して良い推定値が得られることがわかった。計算の精度は、分割数を増加することにより向上させることができる。

（４）指数関数型の相関を有する荷重についての解析を行なった。荷重の分散・共分散を求めるために、

若干の解析的な計算は必要であるが、通常静的な荷重の自己相関関数は比較的単純な式で与えられるので、この解法による解析は可能である。

今後の課題として、不規則分布荷重による節点力は等価節点力で評価する必要があるが、厳密に節点力の分散・共分散を計算すると、不規則分布荷重の自己相関関数が単純な場合でも、これは複雑な式になる。また変位と断面力の分散・共分散の内挿の方法を考える必要がある。

最後に、本研究の一部は昭和６０年度文部省科学研究費、総合研究Ａ（代表　藤野陽三）の補助を受けて行なったものである。計算は長崎大学情報処理センターＦＡＣＯＭＭ－３６０を使用したことを付記する。

参 考 文 献

1）　土木く学会編：構造物の安全性・信頼性，土木学会，1976.

2）　Y.K.リン(森　ほか４名共訳)：構造力学の確率論的方法，培風館，1972.

3）　ルジャニーツイン：構造物の信頼性解析，丸善，1980.

4）　高岡・白木・松保：不規則関数論に基づく道路橋の空間領域での信頼性解析，土木学会論文報告集，第334号，pp.79~88，1983.

5）　篠塚・松村・久保：道路橋における活荷重応答の確率論的一算定法，土木学会論文集，第344号／Ⅰ-1，pp.367~376，1984.

6）　藤野・高田：自動車列のフローを考慮した活荷重の確率論的解析手法，構造工学論文集，Vol.31A，pp.301~311，1985.

7）　Peir, J-C and Cornell, C. A. : Spatial and temporal varaiability of live loads, ASCE, Vol.99,№ ST.5, pp.903~922, 1973.

8）　Corotis, R. B. and Jaria, V.A. : Stochastic nature of building live liads,ASCE, Vol.105, № ST.3. pp.493~510, 1979.

9）　Kanda, J and Kinoshita, K : A probabilistic model for live load extrems in office buildings, 4th International Conference on Structural Safety and Reliablity, pp.Ⅱ-287~Ⅱ-296, 1985.

10)　Ghiocel, D. and Lungu, D. : Wind, snow and temperature effects on structures based on probability, Abacus Press, 1975.

11)　岡林隆敏：不規則な分布荷重を受けるはりの解析，土木学会論文報告集，第316号，pp.11~12，1981.

12)　岡林・浦川・吉田：相関のある不規則分布荷重を受けるはりの解析，土木学会論文集，pp.155~163，1984.

13)　岡林隆敏：確率伝達マトリックス法による不規則分布荷重を受けるはりの解析，第9回構造工学における数値解析シンポジウム論文集，pp.79~84，1985.

14)　Vanmarcke, E : Stochastic finite element analysis of simple beams, ASCE,Vol.109, № EM 5, pp.1203~1214, 1983.

15)　Vanmarcke, E : Randam fields, MIT Press, 1983.

16)　中桐滋・久田俊明：確率有限要素法入門，培風館，1985.

（１９８５年１０月１８日）