

材料強度分布形の裾切りが構造物の信頼性に及ぼす影響

EFFECTS OF TRUNCATION OF PROBABILITY DISTRIBUTION
OF MATERIAL STRENGTH TO STRUCTURAL RELIABILITY

杉山俊幸* 藤野陽三** 伊藤学***

by Toshiyuki SUGIYAMA, Yozo FUJINO and Manabu ITO

Structural reliability when the probability distribution of material strength M is truncated is calculated under the assumption that resistance of structure R is defined as $R=M \cdot F \cdot P$ in which F and P are parameters that reflect the randomness of manufacture and design process respectively. Then the effects of truncation on structural reliability are evaluated parametrically. And the optimum level of proof-load test with M is discussed from the standpoint of total cost minimum. The result shows that the reliability analysis of structures considering the truncation of probability distribution of M is effective under the following conditions; (1) coefficient of variation of M is large and distribution of M is truncated at more than 1%-fractile value; (2) coefficients of variation of F , P and loads which effect on the structures are small. It has been also revealed that the optimum level of proof-load test with M is about 5~10%-lower fractile value.

1. はじめに

構造物の信頼性が不確定量の分布形の裾部の情報に大きく影響されること、および十分とはいえないまでも統計データが集積されてきていることなどの理由により、最近では、構造物の信頼性解析に分布形の裾部に関する情報を積極的に反映させた手法の開発が活発になされている。代表的なものとして、確率変数の分布形を考慮した安全性指標^{1),2)}や3次以上の高次モーメントを用いた安全性指標³⁾の提案、構造信頼性アプローチの原点に戻って分布形の情報を取り入れた設計規準の策定方法^{4)~6)}の提案などが挙げられよう。ところが、この分布形を考慮した手法のほとんどは、強度や荷重などの確率分布の“型”に関する情報についてのみ取り扱っている場合が多い。

構造物の信頼性に関与する不確定要因の中には、構造物の載荷試験や製品規格に基づく材料強度のチェック、あるいは法的な規制などにより、その分布形の裾部に限界（いわゆる裾切り）が存在すると考えるのが妥当であるものもある。従って、分布形の情報を積極的に取り入れ、より精度の高い信頼性設計を行なっていくという立場に立つならば、こうした裾切りに関する情報の取り扱いを検討しておくことも重要と考えられる。なお、“裾切り”は分布形に上限値あるいは下限値を人為的に設ける場合を表わすことが多いが、ここでは物理的制約等により上・下限値が存在する場合も含めて“裾切り”と称している。

分布形の裾切りに関する従来の研究には、裾切りが破壊確率に及ぼす影響をパラメトリックに調べた小西

* 工博 山梨大学助教授 工学部土木工学科 (〒400 甲府市武田4丁目3-11)

** Ph.D. 東京大学助教授 工学部土木工学科 (〒113 東京都文京区本郷7丁目3-1)

*** 工博 東京大学教授 工学部土木工学科 (〒113 東京都文京区本郷7丁目3-1)

らの研究⁷⁾、載荷試験によって分布形が裾切りされる場合を考慮に入れた信頼性解析について論じた藤野らの研究⁸⁾ほか多くあるが、そのほとんどは、構造物の強度を単一の確率変量としたときの裾切りについて取り扱っている。

構造物の強度には、一般に、材料強度のばらつきや強度解析上の不確実度など多くの不確定要因が関与している。その多くの要因のうちの一つ、たとえば構造用鋼材の強度の分布形に裾切りが存在する場合に、鋼部材（あるいは鋼構造物）自身の強度の分布形も裾切りされているとしている従来の解析モデルは、必ずしも適切なモデルとはいえない。従って、より現実的なモデルを用いて、分布形の裾切りが構造物の信頼性あるいは総費用にどのような影響を及ぼすかを把握しておくことは意味のあることである。また、分布形の裾切りは、鋼製品に最低保証強度の規定を設けている場合のように、人為的操作によって行われる場合も多いことから、逆に裾切りのレベルを考える上でも、こうした影響を評価しておくことは必要である。

本論文では、構造物の強度に影響する多くの不確定要因のうち、材料強度の分布形のみにも裾切りがある場合に着目し、この分布形の裾切りが構造物の信頼性に及ぼす影響について考察する。具体的には、構造物の強度 R が

$$R = M \cdot F \cdot P \quad (1)$$

ただし、 M ：材料強度、 F ：施工精度のばらつき、 P ：強度解析上の不確実度で表わされるものと仮定⁹⁾し、

1) M の分布形の裾切り位置 2) M 、 F 、 P の分布の“型” 3) M 、 F 、 P の変動性の大小が構造物の破壊確率に及ぼす影響をパラメトリックに調べる。なお、 F 、 P の分布形には裾切りが存在しないものと仮定する。さらに、施工前にあらかじめ載荷試験を実施し鋼材の強度（降伏点応力）をチェックするとした場合の載荷試験値を、総費用最小化の観点から検討する。

2. 材料強度分布形の裾切りが構造物の破壊確率に及ぼす影響

(1) 数値計算のプロセス

構造物の安全性に関与する不確定要因を、強度 R と荷重 S の2つに大別し、 R の確率分布関数を $F_R(\cdot)$ 、 S の確率密度関数を $f_s(\cdot)$ 、 R と S が互いに独立であるとする、構造物の破壊確率 P_F は、

$$P_F = \int_{-\infty}^{\infty} f_s(X) \cdot F_R(X) dx \quad (2)$$

で表わされる。構造物の強度 R が式(1)で表わされ、かつ、3個の確率変量 M 、 F 、 P が互いに独立であるとする、 R の確率分布関数 $F_R(X)$ は、次式により求まる。

$$F_R(X) = \int_{-\infty}^{\infty} F_M(X/t) \cdot f_{FP}(t) dt \quad (3)$$

ここで、 $f_{FP}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|u|} f_F(t/u) \cdot f_P(u) du$ 、

$F_M(\cdot)$ ： M の確率分布関数 $f_F(\cdot)$ ： F の確率密度関数、 $f_P(\cdot)$ ： P の確率密度関数

M の分布形の下方裾部に裾切りがある場合には、式(3)において、 $F_M(\cdot)$ の代わりに

$$F_M'(X) = \begin{cases} \{F_M(X) - F_M(Mt)\} / \{1 - F_M(Mt)\} & Mt \leq X \\ 0 & Mt > X \end{cases}$$

を用いればよい、すなわち

$$F_R(X) = \int_{-\infty}^{\infty} F_M'(X/t) \cdot f_{FP}(t) dt \quad (4)$$

ただし、 Mt は裾切り位置を表わしている（図1参照）。

荷重 S については、互いに独立な 2 種類の荷重 S_1 と S_2 の和で表わされると仮定する。これは、荷重が 2 変数の和で表わされる場合を取り扱っておけば、多変数の和で表わされる場合への拡張は容易であるためである。荷重 $S = S_1 + S_2$ の確率密度関数 $f_s(X)$ は次式で表わされる。

$$f_s(X) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{s1}(X-u) \cdot f_{s2}(u) du \quad (5)$$

ここで、 $f_{s1}(\cdot)$ 、 $f_{s2}(\cdot)$ はそれぞれ S_1 、 S_2 の確率密度関数である。従って、式(4)、(5)を式(2)に代入すると、破壊確率 P_F の値を算出できる。

なお本論文では、 M の分布形の裾切りが P_F に及ぼす影響を調べることを主目的としているため、 S_1 、 S_2 の分布形およびそのパラメータ値に関しては、

S_1 : 正規分布 (N 分布)、 S_2 : 対数正規分布 (LN 分布)

S_1 と S_2 の平均値 μ_{S1} 、 μ_{S2} の比 $\mu_{S1} : \mu_{S2} = 3 : 2$

とし、荷重 S に関する分布形やパラメータ値の仮定が P_F に及ぼす影響については、 S_1 、 S_2 の変動性に關する検討を除いて、議論の対象としない。なお $\mu_{S1} : \mu_{S2}$ の値は、スパン 40 m の橋梁の死荷重・活荷重比を対象として想定してたものである。¹⁰⁾

構造物の強度 R の確率モデルについては、一般に次の分布形がよく用いられている。¹¹⁾

正規分布 (N 分布)、対数正規分布 (LN 分布)、

極値 I 型最小値分布 (EXT1S 分布)、極値 III 型 Weibull 分布 (EXT3 分布)

しかし、これらの分布形は材料強度試験などの結果得られるもので、 M の分布形を R の分布形として代用しているのが実情であろう。そこで、数値計算を進めるにあたり、 M の分布形としてはこの 4 種類の分布形

を考えることにする。図 2 は、これら 4 種類の分布形の確率分布関数 $F_X(X)$ と平均値からの隔たり x/μ_X (μ_X : 平均値) の関係を示したものである。信頼性解析上問題となるのは、 R あるいは M の分布形の下方裾部であるから、同図では、 $x/\mu_X < 1.0$ の範囲を図示してある。この図より、 x/μ_X に対し $F_X(X)$ の値の変化が最も緩やかなのが EXT1S 分布であり、最も急激であるのが LN 分布であることがわかる。そこで以後の数値計算では、この 2 種類の分布形に特に着目することにする。また、 M の変動係数 V_M に関しては、材料の種類によっても異なるため、ここでは文献 9) に従って、 $V_M = 0.05 \sim 0.15$ とする。 F 、 P の分布形については、分布形に関する情報・データが十分でなく、必ずしもよくわかっていないため、分布形の裾部の変化が $F_X(X)$ に対して最も緩やかな EXT1S 分布および最も急な LN 分布を仮定する (図 2 参照)。また変動係数 V_F 、 V_P については、文献 9) に従って、 $V_F = 0.07 \sim 0.12$ 、 $V_P = 0.07 \sim 0.12$ 程度の値を想定する。

なお、 F 、 P の平均値 μ_P は、文献 12) より、 $\mu_F = \mu_P = 1.0$ とする。

(2) 数値計算結果および考察

図 3～図 5 は、 M の分布形の裾切り位置 M_t に対応する非超過確率 $F_M(M_t)$ とそのとき達成される破壊確率 P_F の関係を示したものである。用いた分布形とパラメータ値および着目点については、表 1 にまとめて示

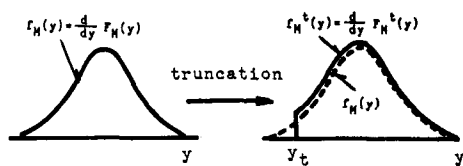


図 1 裾切りが存在する場合の確率密度関数 $f_M^t(y)$

$F_M(y)$: 裾切りが存在しないときの確率分布関数

$F_M^t(y)$: 裾切りが存在するときの確率分布関数

$$F_M^t(y) = \frac{1 - F_M(y)}{1 - F_M(y_t)}$$

y_t : 裾切り位置

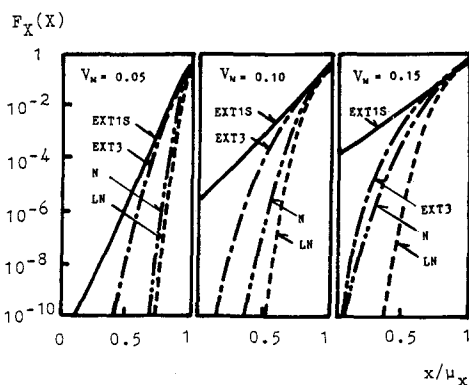


図 2 確率分布関数 $F_X(X)$ と平均値からの隔たり x/μ_X (μ_X : 平均値)

してある。これらの図より、材料強度 M の分布形の裾切りに関して次のことがわかる。

- ① $V_F = V_P = 0.07$ で $V_M = 0.10 \sim 0.15$ の場合には、中央安全率 $\bar{\theta}$ の値によって多少の差はあるものの、 $F_M(Mt) = 10^{-4}$ で M の分布形の裾切りの効果が現れはじめる。そして $F_M(Mt) = 10^{-2}$ の近傍では裾切りの効果が顕著となり、 $F_M(Mt) = 10^{-1}$ とすると、破壊確率 P_F は、 M の分布が LN 分布の場合で $2 \sim 4$ オーダー、 $EXT1S$ 分布の場合で $1 \sim 3$ オーダーほど裾切りがないときと比べて低下する。また、 M の分布形の裾切りによる P_F の低下は、 V_M が大きいほど、そして $\bar{\theta}$ の値が大きくなるほど顕著となる（図 3 (a)、(b)）。
- ② $V_F = V_P = 0.07$ で $V_M = 0.05$ の場合には、 M の分布形の裾切りによる P_F の低下は $F_M(Mt) = 10^{-1}$ で 1 オーダー以下であり、 P_F として $10^{-4} \sim 10^{-6}$ 程度を目標とする場合には、裾切りによる効果はほとんど現れないといえる（図 3 (a)、(b)）。
- ③ $V_F = V_P = 0.12$ となると、裾切りの効果が大きい $V_M = 0.15$ の場合においても、 P_F の低下は $F_M(Mt) = 10^{-1}$ で高々 1 オーダーである。 $V_M = 0.05 \sim 0.10$ の場合には、裾切りによる P_F の低下はほとんど認められない（図 4 (a)、(b)）。
- ④ 裾切り位置を $F_M(Mt) = 10^{-1} \sim 2.5 \times 10^{-1}$ とすることで、 V_M の大小による P_F の差はほとんど認められなくなる。特に F 、 P の分布形が $EXT1S$ 分布の場合には、 V_M の値に関係なく $F_M(Mt) = 10^{-1}$ でほぼ同一の P_F となっている（図 3、図 4）。
- ⑤ F 、 P の分布形が $EXT1S$ 分布の場合には、それらが共に LN 分布である場合に比べて、 M の裾切りの影響は小さい（図 3、図 4、図 5）。

表 1 図 3～図 5 の各ケースで用いた分布形とそのパラメータ値および各図の着目点

図 名	分 布 形	変 動 係 数	中央安全率 ^{*)}	着 目 点 ^{**)}
図 3 (a)	M : LN F : LN P : LN	$V_M = 0.05 \sim 0.15$ $V_F = 0.07$ $V_P = 0.07$	$\bar{\theta} = 2.0 \sim 2.5$	• V_M の大小が P_F と P_{Mt} の関係に及ぼす影響
図 3 (b)	M : EXT1S F : EXT1S P : EXT1S	$V_M =$ $V_F = 0.07$ $V_P = 0.07$	$\bar{\theta} = 2.0 \sim 3.0$	• V_F 、 V_P の大小が P_F と P_{Mt} の関係に及ぼす影響 (図 3 vs. 図 4)
図 4 (a)	M : LN F : LN P : LN	$V_M = 0.05 \sim 0.15$ $V_F = 0.12$ $V_P = 0.12$	$\bar{\theta} = 2.0 \sim 2.5$	• M、F、P の分布形の違いが P_F と P_{Mt} の関係に及ぼす影響 (各図の(a) vs. (b))
図 4 (b)	M : EXT1S F : EXT1S P : EXT1S	$V_M = 0.05 \sim 0.15$ $V_F = 0.12$ $V_P = 0.12$	$\bar{\theta} = 2.0 \sim 3.0$	
図 5 (a)	M : N, LN, EXT1S F : LN, EXT1S P : LN, EXT1S	$V_M = 0.10$ $V_F = 0.07$ $V_P = 0.07$	$\bar{\theta} = 2.5$	• M、F、P の分布形の違いが P_F と P_{Mt} の関係に及ぼす影響
図 5 (b)	M : N, LN, EXT1S F : LN, EXT1S P : LN, EXT1S	$V_M = 0.10$ $V_F = 0.12$ $V_P = 0.12$	$\bar{\theta} = 2.5$	

*) $\bar{\theta} = \mu_R / \mu_S$

**) $P_{Mt} = F_M(Mt)$

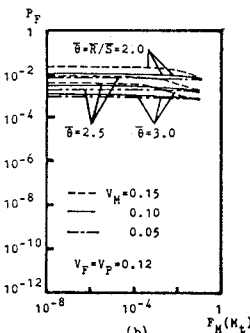
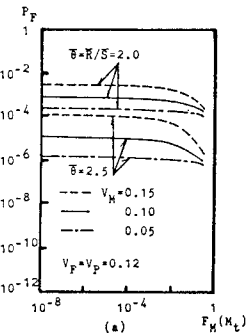
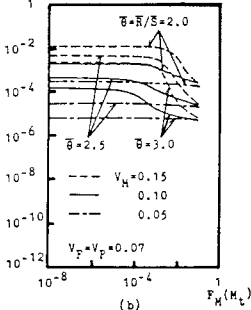
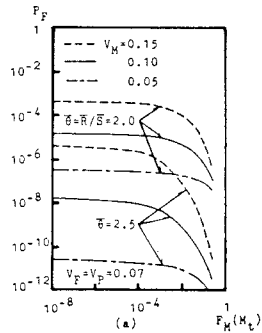


図 3 材料強度 M の分布形の裾切り位置 Mt に対応する非超過確率 $F_M(Mt)$ と破壊確率 P_F の関係

図 4 材料強度 M の分布形の裾切り位置 Mt に対応する非超過確率 $F_M(Mt)$ と破壊確率 P_F の関係

⑥ F、Pがどの分布形に従うかによって、達成される P_F にはかなり差を生じる。しかし、F、Pの分布形が既知である場合には、Mの分布形を $F_M(M_t) = 10^{-1}$ 程度の位置で裾切りすることによって、 P_F はMの分布形仮定に対し敏感でなくなる。これは、裾切りされた後のMの分布形状そのものに、分布の“型”の違いによる明瞭な差異がなくなるためと考えられる。またMの分布形がEXT1S分布のように下方裾部への広がり大きい分布形であるほど裾切りの効果は大きい(図5)。

次に、Mの分布形の裾切りの効果と荷重の変動性との関係を調べてみる。図6は、 S_1 、 S_2 の変動係数を0.05～0.30の範囲で変化させた場合の P_F と $F_M(M_t)$ の関係を示したもので、パラメータ値などは図中に記してある。同図より以下のことがいえる。

⑦ 荷重の変動性が大きい場合には、Mの分布形の裾切りによる P_F の低下がほとんど認められない。たとえば $V_{S1} = V_{S2} = 0.3$ の場合には、 $F_M(M_t) = 2.5 \times 10^{-1}$ としても P_F の低下は1オーダー以下である。逆に荷重の変動性が小さい場合には、中央安全率 $\bar{\theta}$ のとり方にもよるが、 $F_M(M_t) = 10^{-5}$ で裾切りの効果が現われはじめ、 $F_M(M_t) = 10^{-2}$ では3オーダー程度 P_F が低下する場合もある。すなわち、Mの分布形の裾切りの効果は、荷重の変動性が小さい場合ほど顕著となってくる(図6)。

なお、ここには示さなかったが、Mの分布形のみに裾切りが存在する場合には、Rそのものの分布形に裾切りが存在する場合と比較して、裾切りの影響は小さく、F、Pの変動係数が大きくなるほど裾切りの影響が小さくなっていることが確かめられている。¹³⁾

以上の考察より、材料強度Mの分布形の裾切りが構造物の信頼性に大きく影響を及ぼすのは次の場合である。

- 1) 裾切り位置が $F_M(M_t) \geq 10^{-2}$ である場合
- 2) 材料強度Mのばらつきが大きい場合
- 3) Mの分布形が極値I型最小値分布のように下方裾部に大きく広がっているような分布形である場合
- 4) 施工精度のばらつきに関する不確定要因Fおよび強度解析上の不確定要因Pのばらつきが小さい場合
- 5) F、Pの確率分布形が、対数正規分布や正規分布のように下方裾部への広がりが比較的小さい分布形である場合
- 6) 荷重の変動性が小さい場合

従って、材料強度自身のばらつきが小さい場合や、構造物の大部分が現場施工で建設されるため施工精度のばらつきが大きいと考えられる場合、あるいは変動性の大きい荷重により部材断面が決定される場合などでは、材料強度分布形の裾切りを考慮した信頼性解析を行ってもその効果はさほど期待できないといえる。逆に、材料強度自身のばらつきが大きい構造物や大部分の構造物部材が管理の行き届いた条件下で製作されるため施工上のばらつきが小さいと考えられる構造物などの設計においては、分布形の裾切りを考慮した信頼性解析を積極的に行うのが妥当といえよう。

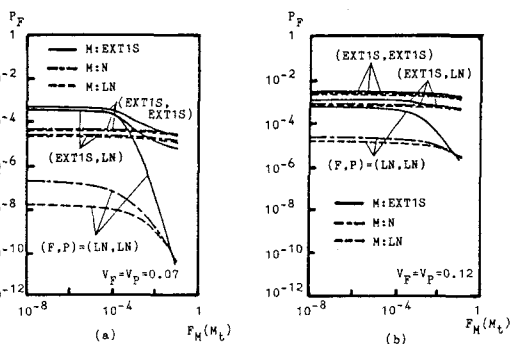


図5 材料強度Mの分布形の裾切り位置 M_t に対応する非超過確率 $F_M(M_t)$ と破壊確率 P_F の関係

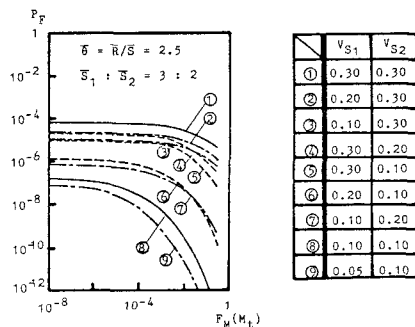


図6 荷重の変動性に着目した場合の材料強度Mの分布形の裾切り位置 M_t に対応する非超過確率 $F_M(M_t)$ と破壊確率 P_F の関係

また、材料強度の分布形のみに裾切りが存在する場合には、構造物の強度そのものの分布形に裾切りが存在する場合と比較して、分布形の裾切りが構造物の信頼性に及ぼす影響は小さい。従って、裾切りがどの確率変量の分布形に存在するのを見極めた上で信頼性解析を行う必要がある。

3. 鋼材の機械的性質に関する規格値と実測データ

JIS G 3101および3106
には、各々一般構造用圧延鋼材、
溶接構造用圧延鋼材の機械的性質
に関する規格が定められており、
板厚、径ごとに降伏点応力 σ_y 、引
張強さ σ_u 、伸び Δl の最小値 F_y 、
 F_u 、 Δl_n が規定されている。こ

表 2 鋼材の機械的性質に関する実測データ¹⁴⁾

	SS (SS34-SS50)				SM (SM41-SM58)			
	N	μ	σ	V	N	μ	σ	V
σ_y/F_y	1337	1.179	0.132	0.112	508	1.162	0.135	0.116
σ_u/F_u	1112	1.096	0.069	0.063	328	1.099	0.066	0.060
$\Delta l/\Delta l_n$	526	1.586	0.285	0.180	100	1.393	0.265	0.190

N : データ数 μ : 平均値 σ : 標準偏差 V : 変動係数

σ_y : 降伏点応力 σ_u : 引張強さ Δl : 伸び^{*}

F_y : 公称降伏点応力 F_u : 公称引張強さ Δl_n : 伸びの公称値

の JIS 規格に基づいて製造された鋼材の機械的性質に関するデータや欧米諸国で実施されたものも含めて
梁や柱などの鋼部材要素の載荷試験結果を収集・整理したものに福本・伊藤の研究がある。¹⁴⁾表 2 はその一部
を抜粋したもので、鋼材の機械的性質に関する実測値を各々の規格値で除して無次元化した値についての平
均值 μ 、変動係数 V および実測データ数 N が示されている。

JIS 規格を満足する鋼材が福本らの載荷試験で使用されている場合には、各種機械的性質に関する無次
元化された統計量の分布形は、その値が 1.0 となる位置で裾切りされることになる。しかし、図 7 を見ると、
現実に使用されている鋼材は、す
べて JIS 規格を満足するものば
かりでないことがわかる。現行各
種設計方書における許容引張応
力度の決定に用いられている降伏
点応力に着目すると、文献 14)
で提供されている σ_y/F_y の度数
分布図では、SS 材については 4
%、SM 材については約 9 % のデ
ータが $\sigma_y/F_y < 1.0$ となっている。
これは、以下の 2 つの理由に
よるものと推測できる。

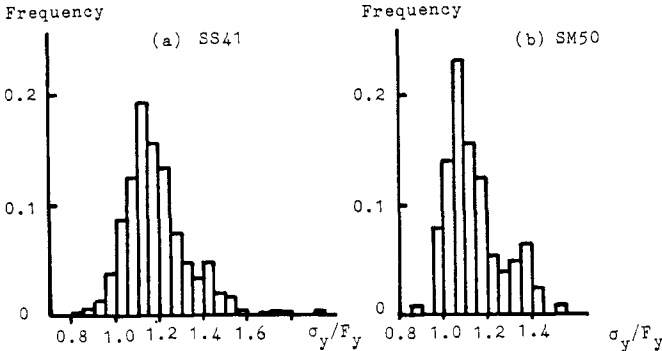


図 7 鋼材 (SS41、SM50) の降伏点応力 σ_y の
ヒストグラム (F_y : JIS 規格値)

1) JIS では、降伏点近傍の
ひずみ速度を $1 \sim 3 \text{ kg/mm}^2/\text{s}$
として引張試験を実施するよう
規定している。降伏点応力はひずみ速度の増大とともに
上昇する傾向にあることが示
されているため、¹⁵⁾実際には 3
 $\text{kg/mm}^2/\text{s}$ に近いひずみ速度で
引張試験が行われていると考
えられる。つまり、出荷時の
チェックで σ_y が F_y を下回る

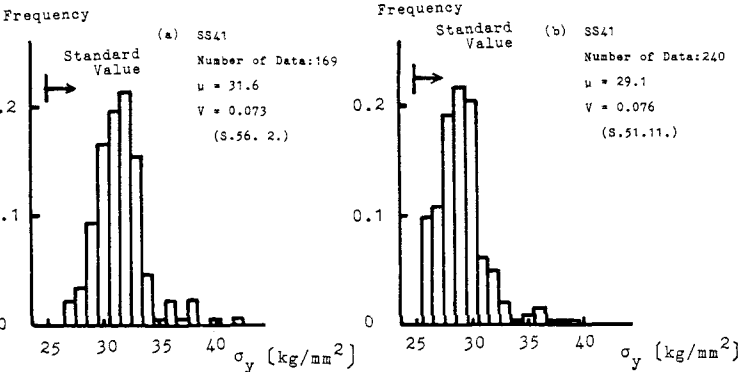


図 8 SS41 鋼材の降伏点応力のミルシート値 σ_y のヒストグラム

鋼材が生じ難いひずみ速度で引張試験がなされていると考えられる。図8は某製鉄メーカーの σ_y のミルシート値の度数分布図の一部であるが、いずれの場合も規格値を下回るデータがないことがわかる。これに対し文献14)に示されているデータは、ひずみ速度の比較的遅い張試験によって得られたものであるため、規格値 F_y より小さい値もある程度生じてくると考えられる。

2) 出荷されるすべての鋼材がチェックされるわけではないため、規格値 F_y を下回る鋼材が市場に出てくる可能性がある。

構造物の静的耐荷力を評価する場合には、ひずみ速度が極めて遅い載荷試験により得られるデータ、すなわち図7より得られる情報が用いられる。従って、材料強度として降伏点応力 σ_y を用いた信頼性解析において、 σ_y の分布形が規格値 F_y で裾切りされているとして取扱うことは、必ずしも妥当でない。

なお、前にも述べたように、現行の各種設計示方書における鋼材の許容引張応力度は、降伏点応力に関するJIS規格値 F_y に基づいて決められている。そこで、図7に示した σ_y の実測データが、2で対象とした4種類の理論分布のいずれかに従うと仮定したときに、 $\sigma_y/F_y = 1.0$ が各

々の分布形のどのような非超過確率値となっているかを示したのが表3である。参考のため同表には、表2に記した σ_u/F_u 、 $\Delta l/\Delta l_n$ に関しても同様の値が示してある。これより、JISの σ_y 最低保証値 F_y はひずみ速度の極めて遅い載荷試験より得られる実測データの確率分布形の10%前後の非超過確率値となっていることがわかる。つまり、現行設計における許容引張応力度は、静的耐荷力を評価する場合には、降伏点応力の分布の10%程度の非超過確率値を用いて決められているといえる。

以上述べたように、ひずみ速度が極めて遅い載荷試験より得られる降伏点応力の実測データには、 σ_y のJIS規格値 F_y での分布形の裾切りの存在は認められない。しかしながら、ミルシート値を示した図8に再度着目すると、JISで規定されたひずみ速度1～3 kg/mm²/sでの引張試験による σ_y のデータには、規格値 F_y を下回るものはない。さらに、図8(b)をみると、 σ_y の頻度図は裾切り分布に近い形となっている。図9は、図8のミルシート値を、Hazenの方法を用いて対数正規確率紙にプロットしたものである。同図(a)の破線は、平均値31.6 [kg/mm²]；変動係数0.073の対数正規分布を示している。また一点鎖線、二点鎖線は

表3 4種類の分布形に従うと仮定した場合のJIS規格値の非超過確率

鋼種 機械的性質	SS (SS34-SS50)				SM (SM41-SM58)			
	N	LN	EXT1S	EXT3	N	LN	EXT1S	EXT3
σ_y/F_y	8.76	7.79	9.41	9.72	11.47	10.73	11.33	11.94
σ_u/F_u	8.22	7.71	9.02	9.19	6.66	6.12	7.87	7.95
$\Delta l/\Delta l_n$	2.05	0.63	3.96	3.10	6.88	4.79	8.03	8.00

(×10⁻²)

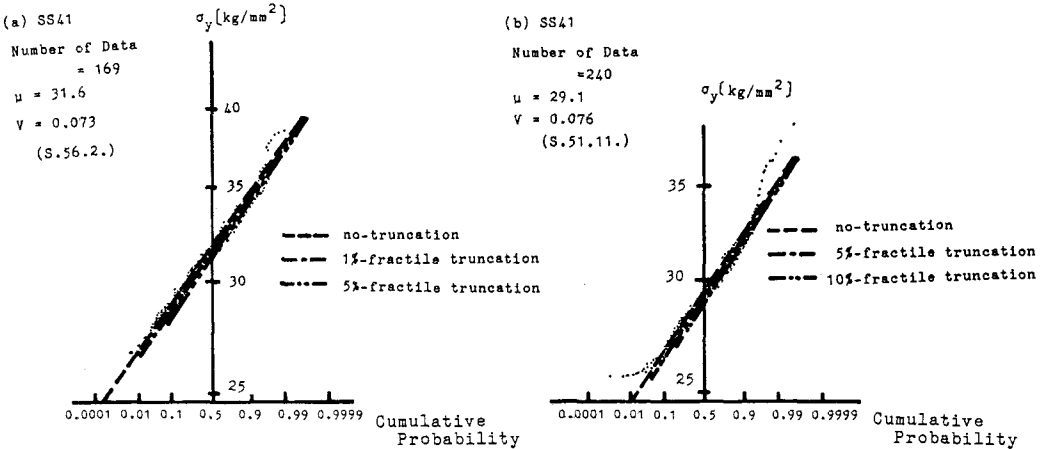


図9 SS41鋼材の降伏点応力のミルシート値 σ_y の対数正規確率紙へのプロット

各々、平均値 31.5、変動係数 0.075 の対数正規分布を下方裾部 1 % および 5 % の位置で裾切りした場合の確率分布関数を示したものである。同様に、図 9 (b) の破線は、平均値 29.1 [kg/mm²]、変動係数 0.076 の対数正規分布を、また、一点鎖線、二点鎖線は各々平均値 29.0、変動係数 0.08 の対数正規分布を下方裾部 5 % および 10 % の位置で裾切りした場合の確率分布関数を示したものである。これは、任意の分布形がその下方裾部で裾切りされる場合には、裾切り後の分布形は裾切り前の分布形よりも平均値は大きくなり、また、変動係数は小さくなるため、このように仮定している。これより、図 8 に示されたミルシート値の分布は、1 ~ 5 % 程度の位置で裾切りされた対数正規分布となっていることがわかる。すなわち、現行の引張試験方法（ひずみ速度 1 ~ 3 kg/mm²/s の引張試験）が妥当であるとする場合には、JIS による σ_y の最低保証値は、降伏点応力が極度に低い鋼材の生産を防止していること、しかもこの最低保証値が、結果的に降伏点応力分布の下方裾部 1 ~ 5 % 程度の裾切りに対応していることが読みとれる。

なお、ミルシート値の分布形に裾切りが存在するならば、ひずみ速度が極めて遅い載荷試験により得られるデータの分布形にも裾切りが存在すると考えるのが自然である。そのため、ここでのデータ解析では後者の分布形の裾切りは認められなかったが、これら両者の裾切り位置の関係について今後検討を重ねていく必要があると考えている。

4. 総費用最小化の原則に基づく載荷試験値、設計値の設定

現行の各種設計示方書では、SM58 材までの鋼材の許容引張応力度は、降伏点応力 σ_y の最低保障値 F_y が基準となって決められている。これは、 F_y を下回るような鋼材は市場には出回らないとの前提に立っているものと考えられる。しかし 3. で述べたように、構造物の静的耐荷力を評価する場合、実際に使用されている鋼材には σ_y が F_y を下回るものもあり、その分布形に裾切りがあるとは見受けられない。

そこで本節では立場は変え、施工に際してあらかじめ鋼材の σ_y に関する静的載荷試験を敢えて実施し、設計者（施工者）が積極的に構造物の信頼性向上をはかるとした場合を考えることにする。そして、 σ_y の分布形を人為的に裾切りするために実施する載荷試験のレベルをどのような値に設定するのが信頼性解析上最適なのかを、総費用最小化の観点から検討する。また、この載荷試験結果をもとに、式(6)の安全性照査式に基づいて設計するとした場合に、載荷試験値と設計値とを一致させておくことが、信頼性解析の立場からみて最適であるかどうかについても考察を加える。なお、ここでは鋼材の強度として、現行設計における許容応力度の決定に用いられている降伏点応力を考えることにするが、鋼材の強度として引張強さを対象としても以後の議論の本質は変わらないと考えられる。

$$\nu (S_d / R_d) \leq 1 \quad (6)$$

ただし、 S_d : 荷重の設計値、 R_d : 強度の設計値、

ν : 構造物の重要度等を考慮した全体的安全係数

(1) 定式化

構造物の初期建設費用（維持管理費も含む）を C_i 、構造物が破壊したときの損失費用を C_f としたとき、この構造物の総費用 C_T は、

$$C_T = C_i + P_F \cdot C_f$$

で表わされる。^{16)~20)}一般に、 C_i を増加させれば P_F は減少する。総費用最小化の原則では、 C_T を最小とする構造物が最適とみなされる。

a) 初期建設費用の評価

同種の鋼材の設計強度を Md^0 から Md に変更したとする。このとき、設計される構造物（あるいは部材）の断面積 A は、 Md^0 で設計された場合の断面積を A_0 として、

$$A = A_0 \times Md^0 / Md$$

で表わされると仮定する。この仮定は、断面積と断面力が線形関係にある場合には妥当といえよう。鋼材の価格が断面積に比例するならば、設計強度を Md^0 から Md に変更することによって、鋼材費用は、 $A/A_0 = Md^0/Md$ 倍となる。従って、 C_{10} における鋼材費用の占める割合を α とすると、初期建設費用 C_1 は、

$$C_1 = C_{10} \cdot \alpha \cdot Md^0/Md + (1 - \alpha) C_{10}$$

となる。ただし、 C_{10} は、 Md^0 で設計した場合の初期建設費用である。

次に、施工前にあらかじめ実施する鋼材の降伏点応力 σ_y に関する載荷試験のレベルとして、 Mt なる値を採用する場合を考える。この Mt が、 σ_y に関する確率分布の p % 非超過確率値に相当するものとする。載荷試験値 Mt で載荷試験を実施する場合には、平均して、総鋼材量の p % が試験により破壊すると考えてよいであろう。従って、鋼材の購入に必要な費用は、載荷試験を実施しない場合と比べて $1/(1-p/100)$ 倍になることになる。

以上の仮定から、鋼材の設計強度を Md 、載荷試験値を Mt としたときの初期建設費用 C_1 は、次式で表わされることになる。

$$C_1 = C_{10} \cdot \alpha \cdot (Md^0/Md) / (1 - p/100) + (1 - \alpha) C_{10} \quad (7)$$

なお、載荷試験を実施するために要する費用を考慮する必要があるが、ここでは簡単のため、その費用は載荷試験値の大小にかかわらず一定とし、式(7)の C_{10} に含まれるものとして取扱うことにする。また、載荷試験に際して、降伏点応力が Mt 以上の鋼材が破壊したり、 Mt 以下のものが非破壊となることはないとは仮定する。

b) 構造物の破壊費用 C_F の評価

C_F は、構造物の破壊による直接損失と、経済的・社会的影響による間接損失の大きさにより決まる量であるが、その評価は極めて難しい。そこでここでは、初期建設費用 C_1 で無次元化された損失費用 C_F^* を用いることにする。すなわち、

$$C_F^* = C_F / C_1$$

で表わされる C_F^* をパラメトリックに変化させることにする。

以上より、構造物の総費用 C_T は、

$$\begin{aligned} C_T &= C_1 + P_F C_F \\ &= C_{10} \{ \alpha \cdot (Md^0/Md) / (1 - p/100) + (1 - \alpha) \} (1 + P_F C_F^*) \end{aligned}$$

で表わされる。ただし、 $p/100 = F_M(Mt)$ ($F_M(\cdot)$: σ_y の確率分布関数) である。 (8)

載荷試験値 Mt を大きくするほど信頼性の向上は期待できるものの、載荷試験により破壊する鋼材の量は増大し、鋼材購入に必要な費用は多くなる。この式(8)で表わされる C_T を最小にする Md 、 Mt の値が総費用最小化の観点から求められる最適な設計強度、載荷試験値となる。

破壊確率 P_F を計算する信頼性解析モデルとしては、2と同様、 $R = M \cdot F \cdot P$ 、 $S = S_1 + S_2$ で表わされるモデルを用いる。降伏点応力 σ_y は、ここでは M に相当する。 M の分布形のパラメータ値に関しては、前掲の表2の中からSS材(SS34およびSS50)に関する値、すなわち、平均値 $\mu_M = 1.179$ 変動係数 $V_M = 0.112$ を用いる。また分布形としては対数正規分布(LN分布)を仮定する。これは、図7で用いたデータに最尤法を適用して σ_y の分布形を推定した²¹⁾ところ、SS材、SM材ともにLN分布と判定されたことによる。分布形のパラメータ値 μ_M 、 V_M も、表2とほぼ同じ値が最尤法により得られている。 F 、 P の分布形に関しては、数値計算上の簡便さから共にLN分布に従うとし、平均値として、 $\mu_F = \mu_P = 1.0$ 、変動係数として $V_F = V_P = 0.07$ および 0.12 を考える。また、 F 、 P の設計値 F_d 、 P_d は $F_d = P_d = 1.0$ とする。

荷重 S については、

S_1 : 正規分布(N分布)、変動係数 $V_{S1} = 0.10$

S_2 : 正規分布(N分布)、変動係数 $V_{S2} = 0.15$

S_1 と S_2 の平均値 μ_{S1} 、 μ_{S2} の比 $\mu_{S1} : \mu_{S2} = 3 : 2$

と仮定し、 S の設計値 S_d としては、 $F_S(S_d) = 0.9$ を満たす S_d を採用することにする。ただし $F_S(\cdot)$

は $S = S_1 + S_2$ の確率分布関数である。

そして、設計は式(6)の安全性照査式（安全係数 $\nu = 1.7$ ）に基づいて行われるものとする。なお、上記の仮定より、強度 R の設計値 R_d は、 $R_d = M_d \cdot F_d \cdot P_d = M_d$ で表わされる。

(2) 数値計算結果および考察

まず、載荷試験値 M_t と設計強度 M_d を同じ値にするとの立場から、最適な M_t （＝ M_d ）について考察する。図10は、総費用 C_T と設計強度 M_d および載荷試験値 M_t の関係と、そのときに達成される破壊確率 P_F を示したものである。なお、 C_F^* の値として1、10、50、100の4ケースについて数値計算を行ったが、いずれの場合もほぼ同様の傾向を示しているため、ここでは $C_F^* = 50$ の場合について示してある。図10より、 α の値の大小により多少の差はあるものの、いずれの場合も F_M （ $M_t = M_d$ ） $= 5 \times 10^{-2} \sim 10^{-1}$ で C_T が最小となっていることがわかる。すなわち、式(8)で構造物の総費用を評価するとして、総費用最小化の観点から鋼材の載荷試験値（＝設計強度）の最適値を求めると、5～10％程度の非超過確率値が最適となっている。またこの値が F や P の変動係数にほとんど影響されないこともわかる。

なお、3で述べたように、JISの σ_y 最低保証値は、ひずみ速度の極めて遅い載荷試験より得られる実測データに関する確率分布の10％前後の非超過確率値に相当している。従って、このことを考え合わせると、JISの σ_y 最低保証値とほぼ等しいレベルの静的載荷試験を実施すればよいといえる。

次に、載荷レベル M_t と設計強度 M_d を必ずしも同じ値にする必要はないとの立場から最適な M_t および M_d について考察する。図11は、総費用 C_T と設計強度 M_d 、載荷試験値 M_t の関係と、そのときに達成される破壊確率 P_F を $M_t \neq M_d$ の場合について示したもので、 M_t を一定として M_d を変化させたときの F_M （ M_d ）と C_T の関係を表わしている。なお、横軸にとっている $F_M(\cdot)$ は、載荷試験前の M の確率分布関数である。この図より式(8)の C_T が最小となるのは、い

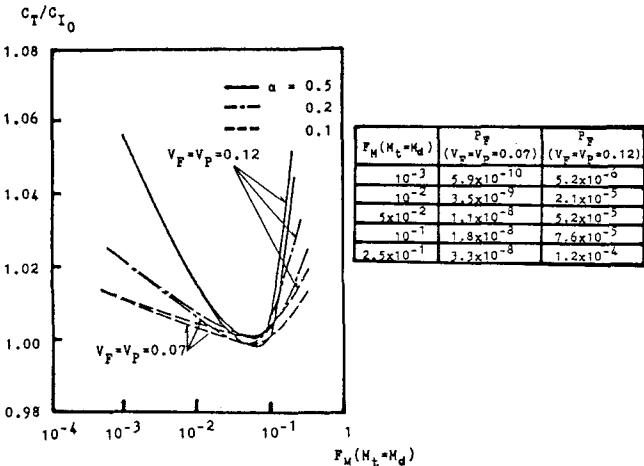


図10 総費用 C_T と設計強度 M_d および載荷試験値 M_t の関係とそのときに達成される破壊確率 P_F （ $M_d = M_t$ の場合）
 C_{T0} ：現行設計における初期建設費用
 α ：初期建設費用に占める鋼材費の割合

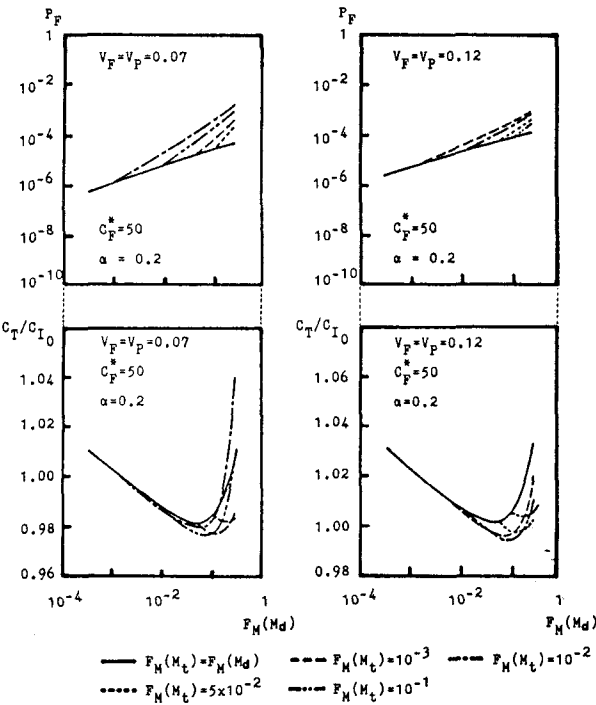


図11 総費用 C_T と設計強度 M_d および載荷試験値 M_t の関係とそのときに達成される破壊確率 P_F （ $M_d \neq M_t$ の場合）
 C_{T0} ：現行設計における初期建設費用
 α ：初期建設費用に占める鋼材費の割合

ずれの場合も $F_M(M_t) = 10^{-2}$ 、 $F_M(M_d) = 10^{-1}$ のときであることがわかる。すなわち、**載荷試験 M_t として 1 % 程度の非超過確率値、設計強度 M_d として 10 % 程度の非超過確率値を採用する場合の方が、 $M_t = M_d$ として 5 ~ 10 % 程度の非超過確率値を採用する場合よりも総費用 C_T が小さくなっている。従って、あらかじめ実施する載荷試験の試験値と設計強度を等しくしておくことは、総費用最小化の立場に立つと、必ずしも好ましいとはいえない。**

なお本節では、ここまで**載荷試験値 M_t を確定値として取扱ってきたが、現実には、試験機器自体の有する不確実性や、その試験に人間が関与することによる不確実性などが存在するため、 M_t も確率変数として取扱うのが妥当と考えられる。**そこで M_t があらかじめ設定された値を平均値とし、変動係数が 0.02 ~ 0.03 程度の正規分布に従う確率変数であると仮定し、達成される破壊確率を次式に従って求めたのが図 12 である。

$$P_F = \int_{-\infty}^{\infty} f_{M_t}(x) \cdot P_{F0}|_{M_t=x} dx$$

$f_{M_t}(\cdot)$: 確率変数 M_t の確率密度関数、
 $P_{F0}|_{M_t=x}$: $M_t = x$ のときに達成される破壊確率

これより、 P_F の値は M_t が確定値である場合と比較して高々 1/5 オーダー程度大きいだけであることがわかる。従って、複雑な数値計算を避けるためにも、 M_t を確率変数として取扱う必要はないと判断している。ただし、 M_t の変動係数を 0.02 ~ 0.03 としたのは特に根拠があるわけではないが、そのばらつきはさほど大きくならないと考えられるため、図 12 では変動係数として 0.025 を用いている。

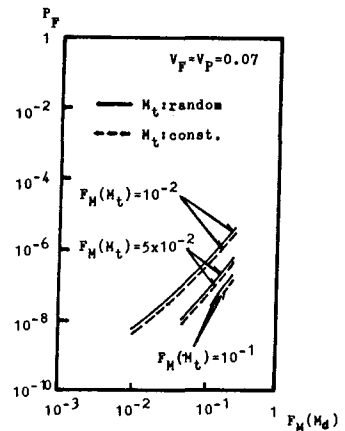


図 12 載荷試験値 M_t が確率変数の場合と確定値の場合の、達成される破壊確率 P_F の比較 (M_d : 設計強度)

5. ま と め

構造物の強度に影響する不確定要因のうち、材料強度の分布形に裾切りが存在する場合に着目して、分布形の裾切りが構造物の信頼性に及ぼす影響について考究した。その結果、材料強度分布形の裾切りが信頼性解析の立場から有意であるのは以下の場合であることがわかった。

- 1) 材料強度の変動性が大きく、かつ 1 % 以上の非超過確率値でその分布形が裾切りされる場合
- 2) 施工上および強度解析上の不確定要因のばらつきが小さい場合
- 3) 荷重の変動性が小さい場合

最近では、施工技術の進歩や構造解析手法の高精度化に伴ない、施工上および強度解析上の不確定要因のばらつきが小さくなってきている。従って、材料強度自身のばらつきが大きい構造物や、作用する荷重の変動性が小さい構造物などの設計においては、分布形の裾切りを考慮した信頼性解析を行うのが妥当といえる。

次に、裾切りが存在すると考えられる鋼材の機械的性質、特に、現行の各種設計示方書の許容引張応力度の決定に用いられている降伏点応力に着目し、その分布に裾切りが存在するかどうかを、実測データを用いて調べた。その結果、ひずみ速度 1 ~ 3 kg/mm²/s の載荷試験より得られるミルシート値の分布形が裾切り分布に近い形となっていることがわかった。しかしながら、ひずみ速度が極めて遅い載荷試験より得られる実測データの分布には、裾切りの存在は認められなかった。従って、構造物の静的耐荷力を確率論的に評価する場合には、降伏点応力の分布に裾切りが存在するとして取扱うことは必ずしも妥当でない。そこで、施工に際してあらかじめ鋼材の載荷試験を行って構造物の信頼性向上をはかるとの立場から、その場合の載荷試験値および設計強度の設定について、総費用最小化の観点から考察を加えた。その結果、載荷試験値と設計強度を等しくしておくという立場をとるならば、5 ~ 10 % 程度の非超過確率値を載荷試験値 (= 設計強度)

とするのが最適であることがわかった。また、載荷試験値と設計強度を必ずしも等しくしておく必要はないとの立場に立つならば、設計強度を載荷試験値よりも多少大きめの値としておく方が、経済的側面からは有利であることが数値計算より得られた。

なお、本論文で載荷試験値として取り扱った値を JIS の規格値に置き換えることの是非については、今後の検討課題と考えている。

参 考 文 献

- 1) Rackwitz, R. : First-Order Reliability Concepts for Design Codes, Part 11, Practical Probabilistic Approach to Design, Bulletin, D'Information N 112, pp. 1-72, July, 1976.
- 2) Lind, N. C. : Formulation of Probabilistic Design, Jour. of ASCE, Proc. of Engrg. Mech. Division, Vol. 103, No. EM2, pp. 273-284, 1977.
- 3) Veneziano, D. : New Index of Reliability, Jour. of ASCE, Proc. of Engrg. Mech. Division, Vol. 105, No. EM2, pp. 277-296, April, 1979.
- 4) Paloheimo, E. and Hannus, M. : Structural Design Based on Weighted Fractiles, Proc. of ASCE, Jour. of the Structural Division, Vol. 100, No. ST7, pp. 1367-1378, July, 1974.
- 5) Nishino, F., Hasegawa, A., Miki, C. and Fujino, Y. : A Fractile-Based Reliability Structural Design, Proc. of JSCE, No. 326, pp. 141-153, Oct., 1982.
- 6) Nishino, F., Sato, N., Hasegawa, A. and Inoue, J. : A Probabilistic Basis for Fractile-Based Structural Design, Proc. of JSCE, Structural Eng./Earthquake Eng., Vol. 1, No. 2, pp. 135-145, Oct., 1984.
- 7) Konishi, I. et al : Structural Reliability Analysis Considering Strength Assurance Level, Reliability Approach in Structural Engineering, MARUZEN Co., LTD., Tokyo, pp. 91-110, 1975.
- 8) Fujino, Y. and Lind, N. C. : Proof-Load Factors and Reliability, Proc. of ASCE, Jour. of the Structural Division, Vol. 103, No. ST4, pp. 853-870, April, 1977.
- 9) 伊藤学 : 構造設計における安全性の規範, 土木学会誌, Vol. 60, No. 10, pp. 35-43, 1975 年 9 月.
- 10) 新村隆之 : 道路橋の荷重係数に関する研究, 東京大学工学部土木工学科卒業論文, pp. 1-103, 1977 年 3 月.
- 11) Borges, J. F. and Castanheta, M. : Structural Safety, PART II. Basic Problem of Structural Safety, pp. 35-59, LABORATORIO NACIONAL DE ENGENHARIA CIVIL, 2nd Edition, Lisbon, Mar., 1971.
- 12) 福本, 長谷川, 久保 : 鋼構造物の抵抗強度評価に関する SGST Format の提案と曲げ部材への適用, 第 35 回土木学会年次学術講演会講演概要集, 1-336, pp. 665-666, 1980 年 9 月.
- 13) 杉山俊幸, 伊藤学, 藤野陽三 : 分布形の裾切りが構造信頼性に及ぼす影響, 第 27 回構造工学シンポジウム, (5), pp. 39-46, 1981 年 2 月.
- 14) 福本秀士, 伊藤義人 : 鋼構造部材の耐荷力評価システムのための数値データバンクの作成と利用, 土木学会論文報告集第 312 号, pp. 59-72, 1981 年 8 月.
- 15) 日本鋼構造協会 : 構造用鋼材の引張試験, JSSC, Vol. 5, No. 48, pp. 1-74, 1976 年 12 月.
- 16) Turkstra, C. J. : Theory of Structural Design Decisions, Solid Mech. Division, Univ. of Waterloo SM Study, No. 2, pp. 1-124, 1970.

- 17) Lind, N.C. and Basler : Safety Level Decisions, State-of-the-Art Report No.3, Technical Committee No.10 ; Structural Safety and Probabilistic Methods ASCE-IABSE Joint Committee on Planning and Design of Tall Buildings, Int'l Conf. Preprints, Vol.1b-10, Lehigh Univ., pp.53-64, Aug., 1972.
- 18) Rosenblueth, E. : Towards Optimum Design Through Building Code, Proc. of ASCE, Jour. of the Structural Division, Vol.102, No.ST3, pp.591-607, March., 1976.
- 19) 高岡宣善 : 構造物の設計・安全性, 土木学会誌, Vol.61, No.3, pp.33-40, 1976 年 3 月.
- 20) 藤野, 伊藤, 木下 : 現行道路橋設計の信頼性レベルに関する一考察, 第 32 回土木学会年次学術講演会講演概要集, 1-161, pp.302-303, 1977 年 9 月.
- 21) 杉山俊幸, 藤野陽三, 伊藤学 : 統計データからの分布形・特性値の決定, 構造工学論文集, Vol. 31A, pp.287-300, 1985 年 3 月.

(1985 年 10 月 19 日受付)