

安全性指標を制約とした骨組構造物の最適塑性設計

OPTIMAL PLASTIC DESIGN OF FRAMED STRUCTURES UNDER THE CONSTRAINT OF SAFETY INDEX

三原徹治* 飯塚稔** 石川信隆*** 古川浩平****

by Tetsuji MIHARA, Minoru IIZUKA, Nobutaka ISHIKAWA and Kohei FURUKAWA

This paper presents an iterative approach for the optimal plastic design of the large framed structures under the constraint of safety index. First, the plastic analysis to estimate the minimum safety index is presented to find a critical collapse mode. The design procedure entails the sequential performance of a series of the optimal design, where at any one stage the safety index condition pertaining the critical collapse mode found by the plastic analysis to estimate the minimum safety index for the previous design is added to the constraints set for the next design. The initial constraints to the first optimal design pertain to the elementary modes excluding the joint modes. Upon succeeding iteration the final design is achieved when a subsequent plastic analysis finds the safety index for the design to be greater than or equal to the specified allowable safety index level. Three framed structures are designed to illustrate the features and scope of application of the approach.

1. 緒言

破壊確率を制約とした骨組構造物の最適塑性設計を行うには、すべての可能な崩壊モードを考慮した破壊確率が許容破壊確率を超えないように制約したうえで、目的関数である構造重量を最小にするように設計変数を決定しなければならない。

従来、この分野の研究としては、古く Mosesら¹⁾が、ごく簡単な構造物についてすべての崩壊モードを求め、モード間の相関を考慮して設計を行った例があり、さらに Cohn, Parimi²⁾が使用時と終局時を同時に考慮した場合について考察しており、さらに最近では Frangopol³⁾が相関係数の感度解析を含めた研究を行っている。一方、我が国においても米沢・室津らが相関を考慮した破壊確率を算定する方法を提案し⁴⁾、これに基づく設計法を提示している⁵⁾。これらの破壊確率を制約とする研究では、破壊確率を求める際に非常に煩

-
- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| * 防衛大学校助手 土木工学教室 | (〒239 神奈川県横須賀市走水1-10-20) |
| ** 防衛大学校研究科学生 | (〒239 神奈川県横須賀市走水1-10-20) |
| *** 工博 防衛大学校教授 土木工学教室 | (〒239 神奈川県横須賀市走水1-10-20) |
| **** 工博 山口大学助教授 工学部建設工学科 | (〒755 山口県宇部市常盤台2557) |

雑な数値積分を必要とし、またデータ数が十分に得られない場合に仮定する確率分布形における裾の部分の影響により設計値が大きく異なることが予想される。

このような破壊確率を安全性の尺度とするレベルⅢの設計の困難性を克服するため、実用的な方策として、確率分布の平均値（1次モーメント）と分散（2次モーメント）のみを用いた、いわゆる安全性指標による安全性の評価法が数多く検討されてきた^{6),7),8)}。ここではCornellの定義した安全性指標を用いて設計基準とし、大規模な骨組構造物の最適塑性設計法の開発を企図するもので、先に著者らが提示した確定論的手法による安全性指標を制約とする設計法⁹⁾にさらに改良を加えたものである。すなわち、先の方法⁹⁾では、確定論的な最弱モード（最小の崩壊荷重係数を与える崩壊モード）を最小の安全性指標を与える崩壊モードと仮定していたため両者に異なる例があり、適用範囲に限界があった。

本研究は、上記の問題点を解決するため、最小の安全性指標が算定可能な塑性解析法を開発し、これを用いて比較的大規模な骨組構造物を対象とした安全性指標を制約とする最適塑性設計法の確立を試みたものである。その手法は、まず基本モードのみを最初の制約条件として選び、次いで上記の塑性解析より求めた最小の安全性指標に対応する崩壊モードを次の設計における制約として逐次付け加えて行く方法であり、最終的に解析より得られた最小の安全性指標が許容安全性指標より大きいか等しくなったときをもって設計を終了するものである。本法の妥当性と効率性、さらに適用性について3つの数値計算例を示す。

なお、本研究では次の仮定を用いた。

- (1) 剛塑性理論にしたがい、局部座屈や全体座屈などの座屈破壊の影響は考慮しない。
- (2) 安全性の評価については、Hosofe-Lind⁷⁾の考え方にしたがい、構造物の安全性指標 β をすべての崩壊モードに対する安全性指標のうちの最小値で評価する（ $\beta = \min_n \beta_n (n=1, 2, \dots, N, N = \text{可能な崩壊モードの全数})$ ）。この仮定は、崩壊モード間の相関の影響を考慮していないので、構造物全体の真の安全性評価には必ずしも至っていない。
- (3) 荷重および部材強度を確率量（正規分布にしたがう）とし、設計変数は全塑性モーメント（部材強度）の平均値とする。
- (4) 同一設計変数で表わされる部材間の部材強度は統計的に完全相関、その他の部材強度および荷重は独立とする。

2. 設計基本式

安全性指標を制約とする最適塑性設計の基本式は、すべての崩壊モードに対する安全性指標 β が許容安全性指標 β_a を下回らないように制約したうえで、目的関数である構造物重量を最小にする問題として得られる。すなわち、すべての崩壊モードが得られている場合の基本式は次式のように表わされる。

$$\text{目的関数:} \quad W = \sum_{h=1}^H L_h \cdot \bar{M}_{ph} \rightarrow \min. \quad (1a)$$

$$\text{制約条件:} \quad \beta_n \geq \beta_a \quad (n=1, 2, 3, \dots, N) \quad (1b)$$

ただし、 W は構造重量、 $\bar{M}_{ph}$ は設計変数で全塑性モーメントの平均値、 L_h は設計変数に対応する部材長、 h は設計変数（＝設計変数によりグループ化した部材番号）を示す記号、 H は設計変数の全数、 β_n は崩壊モード n に対する安全性指標で $\bar{M}_{ph}$ の関数、 β_a は許容安全性指標、 n は崩壊モードを示す記号である。

式(1)を解くには式(1b)におけるすべての崩壊モード(N 個)を手作業で探す必要があり、前述のように構造物が大規模になるとすべての崩壊モードを見つけることが極めて困難な作業となる。よって、ここでは確

定論的手法¹⁰⁾と同様に式(1b)を基本モードと組合せモードに分けて考えることとし、それぞれ次のように表わすことにする。

$$\beta_k \geq \beta_a \quad (k=1, 2, 3, \dots, K_e) \quad (2a)$$

$$\beta_f \geq \beta_a \quad (f=1, 2, 3, \dots, N-K_e) \quad (2b)$$

ここに、式(2a)および式(2b)はそれぞれ基本モードおよび組合せモードに対する安全性指標 β_k, β_f がある許容値 β_a を下回らないように設計しなければならないという設計基準を示している。ただし、 k, f は基本モードおよび組合せモードを示す記号、 K_e は節点機構（単独では可能崩壊モードではない）を除く基本モードの全数で、矩形ラーメンの場合ははり機構とわく機構の合計であり、大規模構造でも容易に見つけることができる。

よって、式(1)は式(1a), (1b)を解く問題から式(1a), (2a), (2b)を解く問題に変換されることになり、後述する繰返し手法¹⁰⁾を用いて解くことが可能となる。

3. 最小の安全性指標算定のための塑性解析法

最小の安全性指標算定のための塑性解析法とは、最小の安全性指標を持つ崩壊モードとその安全性指標を求めることをいう。

まず崩壊モードには基本モードと組合せモードがあり、剛塑性体を仮定していることから、組合せモードは節点機構を含む基本モードの線形結合で表わすことができる。すなわち、ある組合せモードにおける節点 j の仮想回転角 θ_j は基本モード k における節点 j の仮想回転角 C_{kj} の一次結合で表わされ、これが崩壊機構条件を意味することになる。

$$\theta_j = \sum_{k=1}^K t_k \cdot C_{kj} \quad (j=1, 2, 3, \dots, J) \quad (3)$$

ただし、 t_k は基本モード k が組合せモードに関与する割合を示す係数、 K は基本モードの全数で、ラーメン構造の場合ははり機構、わく機構および節点機構の全数、 C_{kj} は基本モード k における節点 j の仮想回転角、 j は節点番号を示す記号、 J は節点の全数である。

次にある崩壊モードに関する安全性指標 β は周知の次式で与えられる。

$$\beta = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (4)$$

ただし、 $\bar{R}, \bar{S}$ は崩壊モードにおける内力仕事と外力仕事の平均値、 σ_R^2, σ_S^2 は各々の分散であり、次のように表わすことができる。

$$\bar{R} = \sum_{h=1}^H \bar{M}_{ph} \cdot (\sum_{j \in h} |\theta_j|) \quad (5a)$$

$$\bar{S} = \sum_{k=1}^K \bar{\sigma}_k \cdot t_k \quad (5b)$$

$$\sigma_R^2 = \sum_{h=1}^H \bar{M}_{ph}^2 \cdot V_{mh}^2 \cdot (\sum_{j \in h} |\theta_j|)^2 \quad (5c)$$

$$\sigma_S^2 = \sum_{k=1}^K \bar{\sigma}_k^2 \cdot V_{ek}^2 \cdot t_k^2 \quad (5d)$$

ここに、 $\bar{\sigma}_k, V_{ek}$ は基本モード k における作用外力のなす仮想仕事の平均値および変動係数、 $\bar{M}_{ph}, V_{mh}$ は部材 h の全塑性モーメントの平均値および変動係数である。

式(4)および式(5)より、安全性指標 β は未知数である t_k と θ_j の関数として表わすことができるので、結局、最小の安全性指標算定のための塑性解析は式(3)の崩壊機構条件および式(5b)の外力仕事为正であることを制約条件としたうえで、目的関数として β を最小にするように選べば、次のようなNLP問題として定

式化することができる。

既知数 : $\bar{M}_{ph}$, $\bar{e}_k$, C_{kj} , V_{mh} , V_{ek}

未知数 : $\theta_j (j=1, 2, \dots, J)$, $t_k (k=1, 2, \dots, K)$

$$\text{目的関数: } \beta = \frac{\sum_{h=1}^H \bar{M}_{ph} \cdot (\sum_{j \in h} |\theta_j|) - \sum_{k=1}^K \bar{e}_k \cdot t_k}{\sqrt{\sum_{h=1}^H \{ \bar{M}_{ph}^2 \cdot V_{mh}^2 \cdot (\sum_{j \in h} |\theta_j|)^2 \} + \sum_{k=1}^K (\bar{e}_k^2 \cdot V_{ek}^2 \cdot t_k^2)}} \rightarrow \min. \quad (6a)$$

$$\text{制約条件: } \theta_j = \sum_{k=1}^K t_k \cdot C_{kj} \quad (j=1, 2, 3, \dots, J) \quad (6b)$$

$$\sum_{k=1}^K \bar{e}_k \cdot t_k > 0 \quad (6c)$$

式(6)をNLPのアルゴリズムで効率的に解くために、式(6b)を式(6a)に代入することにより未知数を t_k のみにし、また問題全体としての非線形性を弱め、収束性を良くするために、 β を未知数として式(7)のように変換することにする。

未知数 : β , $t_k (k=1, 2, \dots, K)$

目的関数: $\beta \rightarrow \min.$ (7a)

$$\text{制約条件: } \sum_{h=1}^H \bar{M}_{ph} \cdot (\sum_{j \in h} \sum_{k=1}^K t_k \cdot C_{kj}) - \sum_{k=1}^K \bar{e}_k \cdot t_k - \beta \sqrt{\sum_{h=1}^H \{ \bar{M}_{ph}^2 \cdot V_{mh}^2 \cdot (\sum_{j \in h} \sum_{k=1}^K t_k \cdot C_{kj})^2 \} + \sum_{k=1}^K (\bar{e}_k^2 \cdot V_{ek}^2 \cdot t_k^2)} = 0 \quad (7b)$$

$$\sum_{k=1}^K \bar{e}_k \cdot t_k > 0 \quad (7c)$$

式(7)を解けば、最小の安全性指標 β とこの組合せ崩壊モードに対して基本モードが関与する割合(t_k)が得られ、式(3)から崩壊モード(θ_j)が求められる。

4. 繰り返し最適設計法

2.の設計法と3.で提案した解析法を用いれば、比較的大規模な骨組構造物に対する安全性指標を制約とした最適塑性設計が、以下のように設計と解析の繰り返しによって可能となる。計算フローチャートを図-1に示す。

[1] まず与えられた構造物の基本モードを作る。

[2] 次に節点機構を除く基本モードのみを崩壊モード(K_e 個)として選び、これに対する安全性指標の制約条件(式(2a))のみを考慮した最適塑性設計を行い、初期の設計値 X_h を求める。

[3] この値を用いて式(7)による最小の安全性指標算定のための塑性解析を行い、 i 番目の繰り返しにおける組合せモード i とその安全性指標 β_i を求める。ただし、 i は繰り返し回数を示す。

[4] β_i の値により、次の2つのうちどちらかを行う。

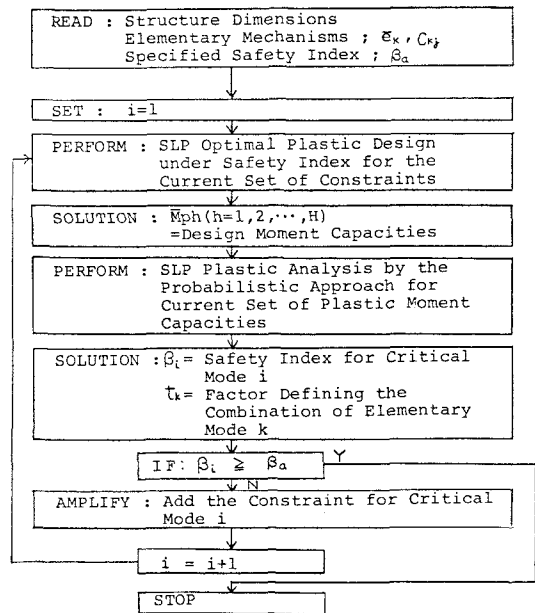


図-1 計算フローチャート

a) $\beta_i < \beta_a$ の場合：構造物は指定した安全性指標の制約を満たしていないことを意味する。よって、この組合せモード i に関する制約を満足するため、これに対応する安全性指標の制約条件を前の制約条件に式(2b)として付け加え、新しい設計値 X_h を決定するための設計を行い、[3]に戻る。

b) $\beta_i \geq \beta_a$ の場合：構造物のすべての崩壊モードが制約を満足していることを意味し、設計を終了する。

なお、本研究では、式(2)の設計問題および式(7)の解析問題を解くにあたってはSLPを用いた。

5. 数値計算例

(1) 計算例1：1層1スパンラーメンの設計

まず、本法の妥当性を検証するため、Frangopol³⁾が用いた図-2に示す1層1スパンラーメンの設計を行った。ただし、 $\beta_a=4.265$ とする。

本構造・荷重系の崩壊モードの全数は $N=8$ 個であるが、本法では当初図-3(a)に示す $k=1,2$ の基本モードのみで設計を行った。得られた設計値を用いて、式(7)による塑性解析を行えば、組合せモードが図-3(b)の $i=1$ のように、また β_i が図-4のように $\beta_1=1.544$ として得られる。ここで、 $\beta_1 < \beta_a$ であるので、図-3(b)の $i=1$ に関する条件式を式(2b)として付け加え再度設計を行う。得られた X_h を再び式(7)で解析すると $i=1$ の崩壊モードと同一の崩壊モードが図-3(b)の $i=2$ のように得られる。このときの安全性指標値は図-4に示すように $\beta_2=4.265$ であり、 $\beta_2 \geq \beta_a$ であるので設計を終了する。

最終的な結果を表-1に示す。この解は、 $N=8$ 個のすべての崩壊モードを考慮したFrangopolの解³⁾と一致し、本法の妥当性が確認された。なお最終設計値を決定するのにアクティブに作用した条件式は、図-3の $k=1$ と $i=1$ (あるいは2)の崩壊モードに関する制約条件式であった。また、最終

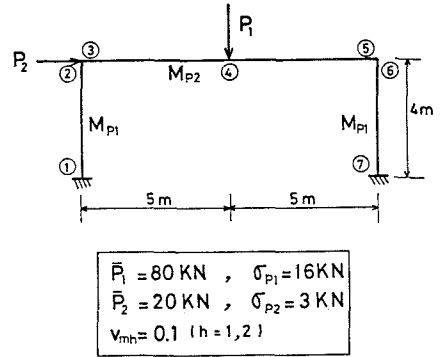


図-2 計算例1：1層1スパンラーメン

(a)		(b)	
k	Elementary modes	i	Combined modes
1		1	
2		2	

図-3 計算例1：(a) 基本モード

(b) 組合せモード

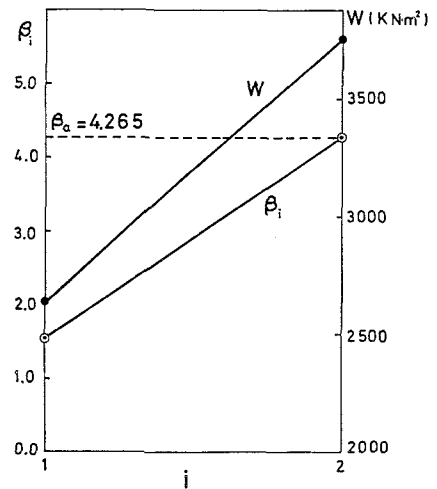
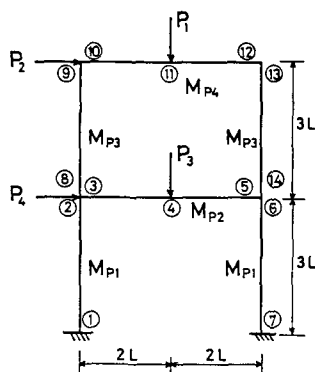


図-4 計算例1： β_i と W の収束状況

表-1 計算例1：最終的な結果 ($\beta_a=4.265$)

	$\bar{M}_{p1}(\text{kN}\cdot\text{m})$	$\bar{M}_{p2}(\text{kN}\cdot\text{m})$	$W(\text{kN}\cdot\text{m}^2)$
Present Method	181.43	230.02	3751.64
Ref.3)	181.43	230.02	3751.64



$\bar{P}_1 = 60t$, $\sigma_{P1} = 6t$
 $\bar{P}_2 = 20t$, $\sigma_{P2} = 2t$
 $\bar{P}_3 = 120t$, $\sigma_{P3} = 12t$
 $\bar{P}_4 = 40t$, $\sigma_{P4} = 4t$
 $\gamma_{th} = 0.1$ ($h = 1, \sim 4$)
 $L = 1m$

(a)		(b)	
k	Elementary modes	i	Combined modes
1		1	
2		2	
3		3	
4		4	

図-5 計算例2：2層1スパンラーメン

図-6 計算例2：(a) 基本モード (b) 組合せモード

の設計において考慮された制約条件の数は3個であり、計算容量的に従来の解法³⁾に比し、制約条件の数は3/8ですむことがわかる。

(2) 計算例2：2層1スパンラーメンの設計

本法の効率性と適用性を明らかにするために、図-5に示す2層1スパンラーメンの設計を $\beta a = 4.0$ として行った。この構造物のすべての崩壊モードは、 $N=60$ 個¹¹⁾であり、これらを用いれば式(1)により最適解を得ることができる。

本法ではまず図-6(a)に示す $K_e=4$ 個の基本モードのみを用いて $\beta a = 4.0$ として初期の設計を行う。計算例1と同様の手法により解析と設計を繰り返せば、設計に必要な組合せモードが図-6(b)に示すように、また安全性指標 β_i と全重量 W の収束状況が図-7に示すように得られ、さらに最終的な解は表-2のようになる。これらの値は $N=60$ 個のすべての崩壊モードを考慮して計算した解と全く一致している。また、最終的な設計値におけるアクティブ

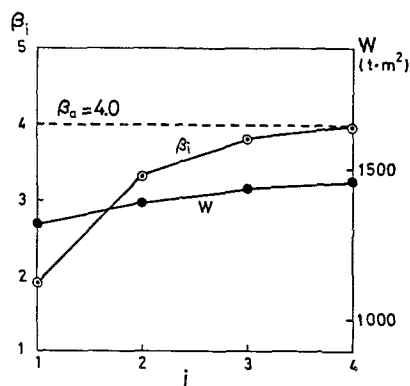


図-7 計算例2：

β_i と W の収束状況

表-2 計算例2：最終的な結果 ($\beta a = 4.0$)

	$\bar{M}_{p1}(t \cdot m)$	$\bar{M}_{p2}(t \cdot m)$	$\bar{M}_{p3}(t \cdot m)$	$\bar{M}_{p4}(t \cdot m)$	$W(t \cdot m^2)$
Present Method	82.639	120.540	36.055	65.119	1454.8
Eqs. (1)	82.639	120.540	36.055	65.119	1454.8
Ref. 9)	82.639	115.562	28.537	80.713	1452.2

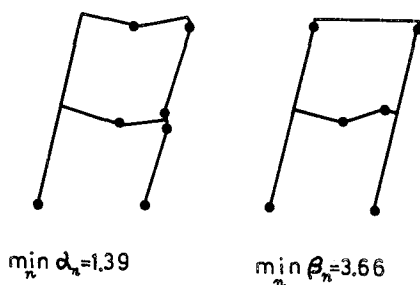


図-8 計算例2：

(a) $\min \alpha_n$ に対応するモード

(b) $\min \beta_n$ に対応するモード

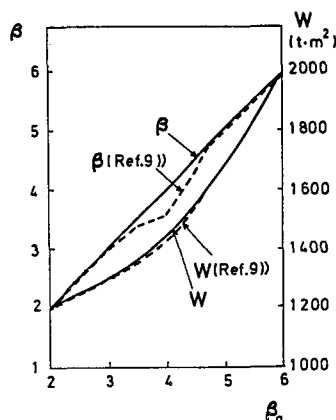


図-9 計算例2： βa と β の関係

な制約式は図-6の $k=4$ と $i=1, 2$ (あるいは4), 3のモードに関する制約式であった。また、全体の制約条件の数も7/60ですむことが確認された。

なお著者らは先に同一の例題に対し、確定論的手法による塑性解析を用いて安全性指標を制約とした最適設計を行ったが⁹⁾、その結果も表-2に併記した。表-2から本法と確定論的塑性解析を用いた方法とでは、総重量 W はほぼ一致しているが、各設計値を比較すると若干の差異のあることが認められる。この理由は確定論的手法の場合に最小の荷重係数を与える崩壊モードを近似的に最小の安全性指標を与える崩壊モードと仮定したためである。例えば、本例の3回目の解析において荷重と部材強度の平均値による確定論的塑性解析により得られる最小の荷重係数を与える崩壊モード

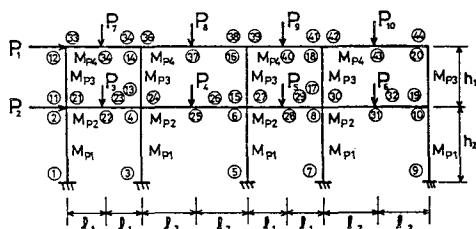
($\min \alpha_n$ に対応する崩壊モード) は図-8(a) であるが、 $\min \beta_n$ に対応する崩壊モードは図-8 (b) に示すようになった。

次に設計許容値 βa を変化させたときの総重量 W と安全性指標 β の変化を図-9に示した。確定論的塑性解析を利用した方法では、 $3.0 < \beta a \leq 4.75$ の間ですべての制約を満たす設計が得られていなかったが、本法では、最小の安全性指標を与える崩壊モードそのものを式(7)より求めることができるので、すべての崩壊モードを考慮した解と完全に一致した解が得られている。

(3) 計算例3：2層4スパンラーメンの設計

比較的大規模な構造物への適用例として、図-10に示す2層4スパンラーメン ($\beta a=2.5$) の場合に対しても同様の手法により設計を行う。

まず基本モードは図-11(a)のように $Ke=6$ 個であり (図-11(a)中の $k=3 \sim 6$ の破線で示す崩壊モ



$\bar{P}_1 = 100t$	$\sigma_{P1} = 16t$
$\bar{P}_2 = 120t$	$\sigma_{P2} = 18t$
$\bar{P}_3 = \bar{P}_5 = 40t$	$\sigma_{P3} = \sigma_{P5} = 4t$
$\bar{P}_4 = \bar{P}_6 = 60t$	$\sigma_{P4} = \sigma_{P6} = 6t$
$\bar{P}_7 = \bar{P}_9 = 20t$	$\sigma_{P7} = \sigma_{P9} = 2t$
$\bar{P}_8 = \bar{P}_{10} = 30t$	$\sigma_{P8} = \sigma_{P_{10}} = 3t$
$v_{mf} = 0.1$ ($h=1 \sim 4$)	
$h_1 = L$	$h_2 = 1.2L$
$l_1 = 0.6L$	$l_2 = 0.9L$
$L = 2m$	

図-10 計算例3：2層4スパンラーメン

ードと実線で示す崩壊モードは、崩壊モードとして同じ意味をもつ)、これらを初期の制約条件として設計と解析の繰り返し計算を行えば、設計に必要な組合せモードおよび収束状況が図-11(b)および図-12 のように得られる。このように、比較的大規模な構造物においても本法では、わずか3回の繰り返しで収束している。また、最終の設計で考慮された制約条件式の数はずかに 8個である。

最終的な設計値は表-3のようになり、これは確定論的手法を使用した方法による設計値⁹⁾と一致しているが、収束過程は一部異なっている。本例ではすべての崩壊モードを探すことが困難なため、本法によって初めて真の最適解が得られたものと思われる。なお、層やスパンの数がさらに増えて大規模化しても、本法を用いれば、最適解を得ることができるものと考えられる。

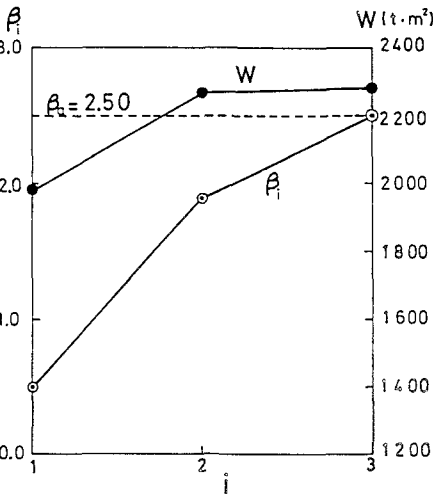
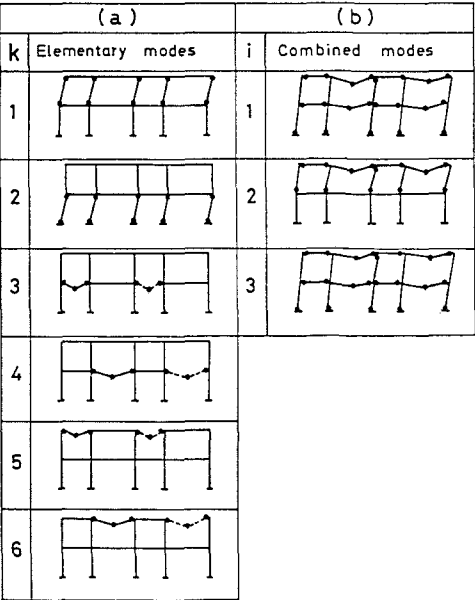


図-12 計算例3： β_i と W の収束状況

図-11 計算例3：(a) 基本モード (b) 組合せモード

表-3 計算例3： 最終的な結果 ($\beta a=2.5$)

	$\overline{M}p1(t \cdot m)$	$\overline{M}p2(t \cdot m)$	$\overline{M}p3(t \cdot m)$	$\overline{M}p4(t \cdot m)$	$W(t \cdot m^2)$
Present Method	81.662	57.134	37.168	23.914	2255.6
Ref.9)	81.662	57.134	37.168	23.914	2255.6

6. 結 言

本研究は、従来の終局荷重係数を制約とする最適塑性設計法¹⁰⁾を安全性指標を制約とした方法へ応用したもので、その成果を列挙すると次のようになる。

- (1) 最小の安全性指標を算定できる塑性解析法を確立したことにより、本設計法による解はすべての崩壊モ

ードを考慮した場合の解と一致することを確認した。

(2) 本法により確定論的手法による塑性解析により最弱モードを発見しては逐次これを補強して行く設計法⁹⁾の問題点を解決することができた。すなわち、先の研究では最小の安全性指標を与える崩壊モードを取り込めない場合があったが、本法ではそのような場合がなくなり、すべての崩壊モードを考慮した場合と同じ結果となった。

(3) 本法によれば、すべての可能な崩壊モードをあらかじめ求める必要はなく、容易に得られるインプットデータのみで自動的に大規模構造物の最適解が得られる。

(4) 本法は、所要の安全性を確保するまでにわずかな繰返し回数ですみ、また考慮される制約条件式の数も極めて少なくすむことが認められた。

なお、本法は全崩壊モードを考慮する必要がないという特色を持っている。今後、この特色を生かしたうえで、各崩壊モード間の相関を考慮した信頼性解析法および設計法を開発する必要があり、現在検討中である。

参 考 文 献

- 1) Moses, F. and Stevenson, J.D. : Reliability-Based Structural Design, Proc. of ASCE, Vol.96, No.ST2, pp.221~244, 1970.2.
- 2) Parimi, S.R. and Cohn, M.Z. : Optimal Criteria in Probabilistic Structural Design, Optimization in Structural Design, IUTAM Symposium Warsaw, 1973, Springer-Verlag New York, pp.278~293, 1975.
- 3) Frangopol, D.M. : Alternative Solutions in Reliability-Based Optimum Design, Proc. of the 5th ASCE-EMD Specialty Conference, University of Wyoming, pp.1232~1236, 1984.8.
- 4) 米沢政昭, 室津義定, 大場史憲, 丹羽一郎: 構造物の信頼性解析法(正規分布に従う場合), 日本機械学会論文集(第1部), 44巻 385号, pp.2936~2945, 1978.9.
- 5) 米沢政昭, 室津義定, 大場史憲, 丹羽一郎: 骨組構造物の最適信頼性設計の一方法, 日本機械学会論文集(A編), 45巻 390号, pp.179~188, 1979.2.
- 6) Cornell, C.A. : Structural Safety Specifications Based on Second-Moment Reliability Analysis, IABSE Symposium, London, 1969.
- 7) Hasofer, A. and Lind, A. : Exact and Invariant Second-Moment Code Format, Proc. of ASCE, Vol. 100, No.EM1, pp.111~121, 1974.2.
- 8) 白石成人, 古田均, 中野正則: 安全性指標の信頼性解析への適用に関する2, 3の考察, 土木学会論文報告集, 第301号, pp.13~22, 1980.9.
- 9) 三原徹治, 飯塚稔, 石川信隆: 最適信頼性設計法の大規模骨組構造への適用に関する一考察, 第9回構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, pp.257~262, 1985.7.
- 10) Ishikawa, N. : Iterative Optimal Plastic Design of Steel Frames, Proc. of JSCE, No.237, pp.109~119, 1975.5.
- 11) Cohn, M.Z., Ghosh, S.K. and Parimi, S.R. : Unified Approach to Theory of Plastic Structures, Proc. of ASCE, Vol.98, No.EM5, pp.1133~1158, 1972.10.

(1985年10月18日受付)