

静的感度解析の応用に関する研究

A study on the application of static sensitivity analysis

新延 泰生* 松井 邦人** 鈴木 成***

By Yasuo NIINOBE and Kunihiro MATSUI and Joe SUZUKI

In recent years, great strides have been made in computer hardwares. Consequently, the development of response analysis of structures subjected to external forces has been considerable, and it elaborates results at a higher level in accuracy and in detail. Such a response analysis is repeated in the process of structural design, and so, by the design of large-scale and complicated structures, computational cost becomes very high. Using sensitivity analysis, the cost of re-analysis can be reduced without compromising accuracy. In this paper, the method of sensitivity analysis of structures subjected to static external forces is formulated, and the application of sensitivity analysis is presented.

1. まえがき

近年、電子計算機の大容量・高速化に伴って、外力に対する構造物の応答解析はますます精度が向上し、また詳細化してきている。しかし、応答を求める過程は、構造物の設計時には反復して行われるので大次元となる、大きなあるいは複雑な構造物の解析は、計算時間に対するコストは相当に高いものとなる。設計の過程では、ある部材要素の断面剛性（軸剛性 $E A$ あるいは曲げ剛性 $E I$ など）を少し変化させた時に、構造物の任意点における変位や断面力などがどれだけ変動するかを求めたい場合が多い。このような場合に、感度解析を応用すれば、そのたびに構造解析を行わずに、基本となる断面に対するそれらの変動量が簡単に推定することができる。変動量は単位の断面剛性変化量、すなわち感度係数として求められる。

この感度係数は、構造物の部材断面を補強する場合には、最も効率の良い補強方法に対する情報を提供してくれる。また、この感度係数を用いることにより、既知の応答量（例ば測定値など）にもとずいて、それに合致する構造部材の断面剛性を逆に推定することが可能となる。すなわち、感度解析は、いわゆる逆問題に対する一つの解析方法にもなる。既存の橋梁などの構造物の残存する耐荷力を推定する場合に、載荷試験より得られる実測たわみ分布にもとづく断面剛性を感度解析により推定し、それより残存耐荷力を計算する

* 工博 東洋大学助教授 工学部土木工学科 (〒350 埼玉県川越市鯨井中野台2100)

** Ph.D. 東京電機大学教授 理工学部建設工学科 (〒350-03 埼玉県比企郡鳩山町石坂)

*** 修士 2年 東洋大学大学院 土木工学専攻 (〒350 埼玉県川越市鯨井中野台2100)

ことができる。

本論文では、土木構造物として最も基本的な平面骨組構造物を対象として、部材の断面積および断面二次モーメントの単位変化量に対する節点変位および部材断面力の感度係数を求める方法を先ず定式化する。そして、具体的な数値計算を通して、推定値の精度について述べる。次に、逆問題に対する感度解析の適用方法についてのべることにする。本論文では、静的な荷重に対する感度解析について書かれているが、動的な荷重に対する感度解析の手法も既に開発済みである。動的な場合についてはまた別の機会に述べたい。

2. 静的感度解析手法の定式化

感度解析の手法は、通常的最適設計のアルゴリズムに組込まれて使われる場合が多く、1. のまえがきで述べたように、感度解析の手法は種々の実際的な問題に適用できる有効な考え方であるにも拘らず、感度解析の考え方そのものはあまり利用されていない。以下に、静的な荷重を受ける骨組構造物の感度解析手法を定式化する。

構造物全体のつり合い方程式は、

$$[K]\{Z\} = \{F\} \quad (1)$$

と書ける。 $[K]$ は構造物全体の剛性マトリックス、 $\{Z\}$ は節点変位ベクトル、また $\{F\}$ は荷重ベクトルを示す。ここで、外力 F に対する構造物の応答 ϕ は、一般的に

$$\phi = \phi(Z_j, X_i) \quad (2)$$

のように、節点変位 Z_j ($j=1, \dots, n$)と設計変数 X_i ($i=1, \dots, m$)の関数で表される。応答として節点変位そのものを考えるならば、 $\phi_j = Z_j$ となる。設計変数 X は、構造物全体の形状が与えられているものとすれば、部材要素の剛性に関連する、断面寸法または断面積、断面二次モーメント、さらに弾性係数などの部材定数を表わすものとしてよい。設計変数 X は、上記の断面積あるいは断面二次モーメントなどを直接的に示してもよいが、 X の変動に対する応答 ϕ の変分 $\delta\phi$ を計算するので、変数 X に対する関数 ϕ の線形性が高くなるように設計変数 X を設定する方がよい。本論文では、設計変数 X として、断面積 A あるいは断面二次モーメントを考え、さらに、応答 ϕ の線形性を向上させるために、それらの逆数 $R_X = 1/X$ すなわち、 $R_A = 1/A$ 、 $R_I = 1/I$ を新たな設計変数としている。

設計変数 $\{X\}$ の微小変動 $\{\delta X\}$ に対する応答 ϕ の変分 $\delta\phi$ は、式(2)より、

$$\delta\phi = \left\{ \frac{\partial\phi}{\partial X} \right\}^T \{\delta X\} + \left\{ \frac{\partial\phi}{\partial Z} \right\}^T \{\delta Z\} \quad (3)$$

で表わされる。なお δZ は、設計変数 X の微小変動に対応する節点変位 Z の変動を示す。ここで、節点変位 Z を従属変数と考え、独立変数 X で表現するならば、 $\{\delta Z\}$ は、

$$\{\delta Z\} = \left[\frac{\partial Z}{\partial X} \right] \{\delta X\} \quad (4)$$

のように書け、式(3)は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \delta\phi &= \left(\left\{ \frac{\partial\phi}{\partial X} \right\}^T + \left\{ \frac{\partial\phi}{\partial Z} \right\}^T \left[\frac{\partial Z}{\partial X} \right] \right) \{\delta X\} \\ &= \{S\}^T \{\delta X\} \end{aligned} \quad (5)$$

ただし、

$$\{S\}^T = \left\{ \frac{\partial\phi}{\partial X} \right\}^T + \left\{ \frac{\partial\phi}{\partial Z} \right\}^T \left[\frac{\partial Z}{\partial X} \right] \quad (6)$$

応答 ϕ として、節点変位 Z をとるならば、式(5)は式(4)そのものとなる。 ϕ として、部材断面力を考える場合には、 $\{\partial\phi/\partial X\}$ および $\{\partial\phi/\partial Z\}$ は次のように簡単に求められる。

$$\left\{ \frac{\partial\phi}{\partial X_i} \right\} = \left[\frac{\partial K}{\partial X_i} \right] \{Z\}, \quad i = 1, \dots, m \quad (7)$$

$[\partial K/\partial X_i]$ の計算には、 i 番目の部材の剛性マトリックス $[K]_i$ のみを考えればよい。また、 $\{\partial\phi/\partial Z\}$ は

$$\left\{ \frac{\partial\phi}{\partial Z} \right\} = [K]_i \quad (8)$$

したがって、求められるべき未知数は $[\partial Z/\partial X]$ のみで、それは、次のようにして求められる。つり合い方程式(1)の両辺を設計変数 X で微分して

$$\left[\frac{\partial K}{\partial X_i} \right] \{Z\} + [K] \left\{ \frac{\partial Z}{\partial X_i} \right\} = \left\{ \frac{\partial F}{\partial X_i} \right\}, \quad i=1, \dots, m \quad (9)$$

したがって、未知数 $\{\partial Z/\partial X_i\}$ に関する方程式として

$$[K] \left\{ \frac{\partial Z}{\partial X_i} \right\} = \left(\left\{ \frac{\partial F}{\partial X_i} \right\} - \left[\frac{\partial K}{\partial X_i} \right] \{Z\} \right), \quad i=1, \dots, m \quad (10)$$

を得る。荷重 F が設計変数 X の関数でない場合は、式(9)は次式となる。

$$[K] \left\{ \frac{\partial Z}{\partial X_i} \right\} = - \left[\frac{\partial K}{\partial X_i} \right] \{Z\} \quad (11)$$

式(10)あるいは式(11)は、式(1)のつり合い方程式と同じ形をしており、荷重項が異なるのみである。したがって、式(10)あるいは式(11)の解法は、式(1)の解法ルーチンがそのまま利用できる。

いま、設計変数が $\{X_0\}$ より $\{X\} = \{X_0\} + \{\delta X\}$ へ微小変化した場合、応答 ϕ は、次式のように近似的に表わされる。

$$\phi = \phi_0(X_0) + \{S\}_{X_0} \{\delta X\} \quad (12)$$

なお、 ϕ_0 は、与えられた設計変数 $\{X_0\}$ に対応する応答を示している。また、 $\{S\}_{X_0}$ は、式(6)で示されるもので、感度係数と呼ばれるものである。次に、 R_X を設計変数として、 $\{R_{X0}\}$ より $\{R_X\} = \{R_{X0}\} + \{\delta R_X\}$ へ微小変化した場合の応答 ϕ は、次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_0(X_0) + \{S_i / (dR_{Xi}/dX_i)\}_{X_0} \{\delta R_X\} \\ &= \phi_0(X_0) + \{-S_i X_i^2\}_{X_0} \{\delta R_X\} \end{aligned} \quad (13)$$

3. 感度係数より得られる推定値の精度

設計変数 X あるいはその逆数 $R_X = 1/X$ が δX あるいは δR_X だけ変動した場合の応答 ϕ の推定式をFig. 1の等断面片持ちばりで、先端に、水平方向および鉛直方向に集中荷重を受ける場合について誘導し、推定式(12),(13)の精度について比較検討を行う。推定式(12),(13)は、応答 ϕ の X_0 におけるテーラー展開式で1次の項まで考慮した場合に相当する。解析的に精度を比較検討するために、感度係数が微分演算から容易に求められる、一部材一要素の特別な場合を考えているが、その状況は一般の骨組構造物に対しても適用できるものと考えられる。

Fig. 1の場合の先端の水平方向変位 u 、鉛直方向変位 v および回転角 θ はそれぞれ

$$u = \frac{P_x L}{EA}, \quad v = \frac{P_y L^3}{3EI}, \quad \theta = \frac{P_y L^2}{2EI} \quad (14)$$

で与えられる。ここでは、鉛直方向変位 v についての推定式のみを導くが、水平方向変位 u についての推定式は式の形から容易に、 v に対する推定式から導ける。設計変数としては、部材断面積 A および断面二次モーメント I をしてそれからの逆数の四つの場合について考え、それぞれの場合に対する推定式の精度について検討を行う。各場合の推定式と厳密式を Table. 1 に示す。なお、 I と A との間には、

$$I = \alpha A^2 \tag{15}$$

なる関係を設定する。 α の値は、断面形状により異なる。 α の値により、感度係数の値そのものは変化するが、精度を検討するうえでは、式 (15) を設定しても一般性は失われない。設計変数が X_0 から $(1 + \beta) X_0$ へ ($\delta X = \beta X_0$) あるいは $R_{\alpha 0}$ から $(1 + \beta) R_{\alpha 0}$ へ ($\delta R_{\alpha} = \beta R_{\alpha 0}$) 変動した場合の推定式と厳密式との差が、 $-0.5 \leq \beta \leq 0.5$ の範囲でどのように変化するかを Fig. 2 に示す。鉛直方向変位 v に対する線形性がよいのは、 R_{α} を設計変数としている場合で、とくに R_I の場合には、推定式と厳密式とが一致している。

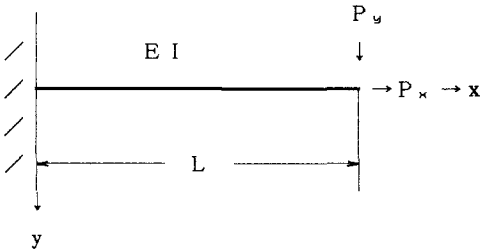


Fig. 1 片持ちばり (等断面)

Table. 1 鉛直方向変位 v に対する推定式

Design variables	A	I
Sensitivity factor	$-\frac{2P_y L^3}{3E\alpha A^3}$	$-\frac{P_y L^3}{3EI^2}$
Estimated equations	$\frac{P_y L^3}{3E\alpha A^2} (1-2\beta)$	$\frac{P_y L^3}{3EI} (1-\beta)$
Rigorous equations	$\frac{P_y L^3}{3E\alpha A^2} \frac{1}{(1+\beta)^2}$	$\frac{P_y L^3}{3EI} \frac{1}{1+\beta}$
Design variables	$R_{\alpha} = 1/A$	$R_I = 1/I$
Sensitivity factor	$\frac{2P_y L^3 R_{\alpha}}{3E\alpha}$	$\frac{P_y L^3}{3E}$
Estimated equations	$\frac{P_y L^3 R_{\alpha}^2}{3E\alpha} (1+2\beta)$	$\frac{P_y L^3 R_I}{3E} (1+\beta)$
Rigorous equations	$\frac{P_y L^3 R_{\alpha}^2}{3E\alpha} (1+\beta)^2$	$\frac{P_y L^3 R_I}{3E} (1+\beta)$

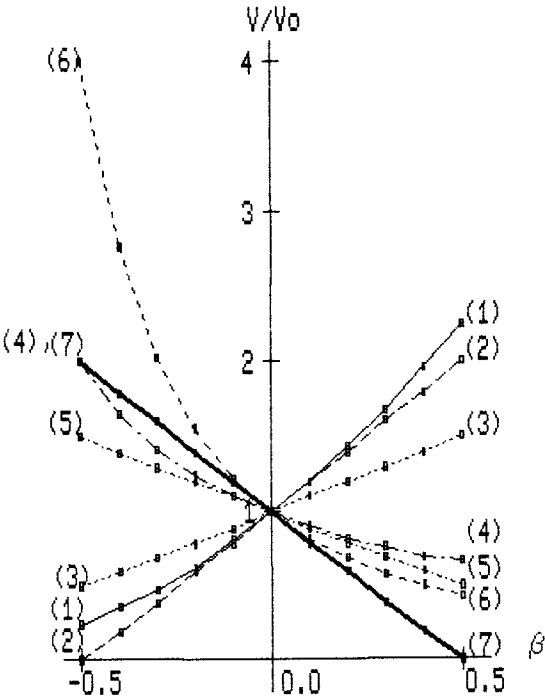


Fig. 2 で、縦軸の V/V_0 は、設計変数が $(1 + \beta) X_0$ の場合の鉛直変位 V と X_0 の場合 ($\beta = 0\%$) の鉛直変位 V_0 との比を表わす。また、図中の $RA-R_i$ 、および $RA-E_s$ は、それぞれ、設計変数が R_{α} の場合で、厳密式および推定式に対する V/V_0 を示す。設計変数が他の場合についても同様である。なお、設計変数が R_I の場合は、厳密式と推定式とが一致するので、一本の直線で代表して書かれている。

- (1) — $RA-R_i$

(2) --- $RA-E_s$

(3) RI
- (4) --- $I-R_i$

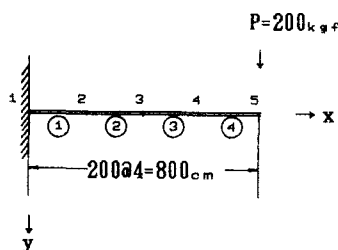
(5) ---- $I-E_s$

(6) --- $A-R_i$

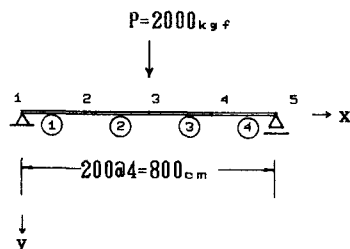
(7) — $A-E_s$

Fig. 2 V/V_0 と β との関係

Case 1 片持ちばり



Case 2 単純ばり



Case 3 両端固定ばり

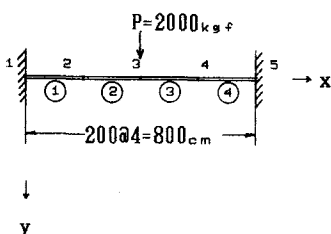
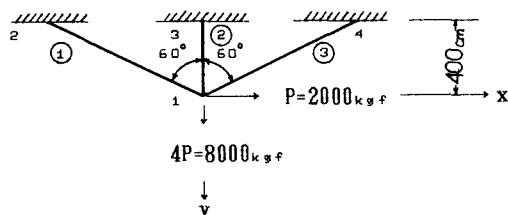


Fig. 3 の 5 case について, I , A , $R_1 = 1/I$, $R_1 = 1/A$ が変動した場合の変位, 曲げモーメントの推定値を求めそれらの精度の比較検討を行う。

Case 4 トラス



Case 5 門型ラーメン

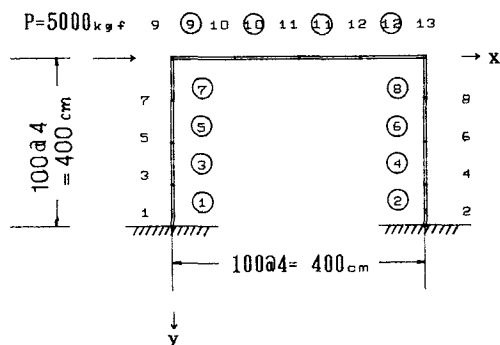


Fig. 3 片持ち・単純・両端固定ばり, トラス, 門型ラーメン

ヤング係数 E , 部材断面積 A および断面二次モーメント I などは各ケース共通で, それらの値は, $E=2.1 \times 10^6 \text{ kgf}$, $A_i=50.0 \text{ cm}^2$ (一定), $I_i=2500.0 \text{ cm}^4$ (一定) である。Case 5 の門型ラーメンに対しては, 式 (15) を用いて, 部材断面積 A_i を断面二次モーメント I_i で表現している。 ($A_i = \sqrt{I_i / \alpha_i}$, $\alpha_i = 1.0$) これらの 5 case について 1) I , 2) R_1 , 3) A , 4) R_A を設計変数として, 2%, 5%, 10%, 20%, ($\beta\%$ とする) 変化させたときの精度を比較する。なお, I , A を $\beta\%$ だけ増加させたとき, R_1 , R_A は $-\beta / (1 + \beta)\%$ だけ減少する。以下の表における変動率は, I , A に対する増加率で統一して書かれている。また, 表中で, I_1 , A_1 などは部材要素 1 の I , A を変動させていることを示し, $I_{1,4}$, $A_{1,4}$ などは, 部材要素 1, 4 の I , A を同時に変動させることを示す。推定する応答量は, Case 1 では先端の鉛直変位 V_5 , Case 2, 3 では中央点の鉛直変位 V_3 , Case 4 では節点 1 の鉛直変位 V_1 および Case 5 では固定端 1 の材端曲げモーメント M_1 と節点 9 の水平変位 U_9 について求めている。表の右側最後の欄は推定値 (e) の計算値 (c) に対する誤差の割合を示している。

以下の表から、変動させる設計変数として、 $R_1=1/I$ の場合が、推定値の精度が最も高いことがわかる。式(15)を用いて、 I を A に変換することは、通常の設計では、ほとんどないが、最適化のアルゴリズムでは、設計変数の数を減らす意味でよく行われる。精度的には一般に、 R_1 、 I 、 R_A 、 A の順に精度が低下する。 R_1 を設計変数とする場合、静定構造では、理論的に推定値と計算値は一致するが、不静定構造の場合でも非常に良い精度を有していることがわかる。

Table. 2 数値計算結果

*** Case 1 ***

Design variable	Changed elements	β %	$V5_{computed}$ (cm)	$V5_{estimated}$ (cm)	$ c-e /c$ %
I	I1	2	6.428	6.247	0.02
		5	6.323	6.314	0.14
		10	6.160	6.126	0.55
		20	5.875	5.751	2.12
R_1	I1	2	6.428	6.428	0.00
		5	6.323	6.323	0.00
		10	6.160	6.160	0.00
		20	5.875	5.875	0.00
A	A1	2	6.428	6.352	1.19
		5	6.323	6.126	3.11
		10	6.160	5.751	6.65
		20	5.875	4.999	14.91
R_A	A1	2	6.428	6.355	1.14
		5	6.323	6.144	2.83
		10	6.160	5.819	5.54
		20	5.875	5.250	10.65

*** Case 2 ***

Design variable	Changed elements	β %	$V3_{computed}$ (cm)	$V3_{estimated}$ (cm)	$ c-e /c$ %
I	I1,4	2	4.054	4.053	0.03
		5	4.039	4.038	0.03
		10	4.017	4.012	0.12
		20	3.979	3.961	0.44
R_1	I1,4	2	4.054	4.053	0.02
		5	4.039	4.039	0.00
		10	4.017	4.017	0.00
		20	3.979	3.978	0.02
A	A1,4	2	4.054	4.043	0.28
		5	4.039	4.012	0.66
		10	4.017	3.961	1.38
		20	3.979	3.860	3.00
R_A	A1,4	2	4.054	4.043	0.27
		5	4.039	4.015	0.60
		10	4.017	3.971	1.15
		20	3.979	3.894	2.41

*** Case 3 ***

Design variable	Changed elements	β %	$V3_{computed}$ (cm)	$V3_{estimated}$ (cm)	$ c-e /c$ %
I	I1,4	2	1.006	1.006	0.00
		5	0.991	0.991	0.00
		10	0.968	0.965	0.29
		20	0.925	0.941	1.19
R_1	I1,4	2	1.006	1.006	0.00
		5	0.991	0.992	0.06
		10	0.968	0.970	0.19
		20	0.925	0.931	0.64
A	A1,4	2	1.006	0.996	1.03
		5	0.991	0.965	2.62
		10	0.968	0.914	5.54
		20	0.925	0.813	12.17
R_A	A1,4	2	1.006	0.996	0.99
		5	0.991	0.968	2.38
		10	0.968	0.924	4.58
		20	0.925	0.847	8.51

*** Case 4 ***

Design variable	Changed elements	β %	$V_{computed}$ (cm)	$V_{estimated}$ (cm)	$ c-e /c$ %
A	A2	2	0.02400	0.02389	0.43
		5	0.02344	0.02316	1.20
		10	0.02258	0.02194	2.80
		20	0.02102	0.01950	7.20
R_A	A2	2	0.02400	0.02390	0.39
		5	0.02344	0.02322	0.95
		10	0.02258	0.02216	1.82
		20	0.02102	0.02032	3.33

*** Case 5 ***

Design variable	Changed elements	β %	$U9_{computed}$ (cm)	$U9_{estimated}$ (cm)	$ c-e /c$ %
I	I1	2	3.624	3.624	0.00
		5	3.620	3.601	0.53
		10	3.602	3.562	1.12
		20	3.566	3.483	2.31
R_1	I1	2	3.624	3.625	0.02
		5	3.620	3.603	0.48
		10	3.602	3.569	0.92
		20	3.566	3.510	1.58

Design variable	Changed elements	β %	$M1_{computed}$ (x10 ³ kgcm)	$M1_{estimated}$ (x10 ³ kgcm)	$ c-e /c$ %
I	I1	2	-5.766	-5.767	0.01
		5	-5.827	-5.829	0.04
		10	-5.922	-5.934	0.20
		20	-6.099	-6.143	0.71
R_1	I1	2	-5.766	-5.766	0.00
		5	-5.827	-5.824	0.04
		10	-5.922	-5.915	0.12
		20	-6.099	-6.073	0.43

4. 剛性推定問題への応用

3. で明らかにされたように、変動させる設計変数として $R_I=1/I$ の場合が、推定値の精度が最も高い。静定構造の場合は、推定式は厳密式と一致するが、不静定構造の場合にも、変動率が20% のときにはば1%以内の精度を有していることがわかる。したがって、剛性推定問題に対しては、 R_I を設計変数とすることが望ましい。既知応答量あるいは測定応答量としては、実際的な問題を考えれば、載荷試験よりえられるたわみ量が最も妥当であろう。測定たわみ量を $\bar{V}_j$ および基準断面に対するたわみを V_{j0} とすれば、式(12)より

$$\{\bar{V}_j\} = \{V_{j0}\} + \left[\frac{\partial V_j}{\partial R_{Ii}} \right] \{\bar{R}_{Ii} - R_{0i}\} \quad (16)$$

を得る。なお、基準断面としては、構造物の全体形状が現構造系と同一で、曲げ剛性 EI が明確ならばどんなものでもよいが、現実的には、設計時の構造系を考えることになる。現構造系の測定たわみ量 $\bar{V}_j$ に対する荷重系と同一であることが必要であるが、測定たわみ量 $\bar{V}_j$ の精度を考えれば、荷重の大きさおよび載荷位置などに対する配慮は当然考えられねばならない。

R_{I0i} , V_{j0} および $\bar{V}_j$ が与えられれば、式(16)より未知の剛性は次のようにして求められる。

$$\{\bar{R}_{Ii}\} = \left[\frac{\partial V_j}{\partial R_{Ii}} \right]^{-1} \{\bar{V}_j - V_{j0}\} + \{R_{I0i}\} \quad (17)$$

上式の $\left[\frac{\partial V_j}{\partial R_{Ii}} \right]^{-1}$ は基準断面に対して計算される感度係数マトリックスの逆マトリックスを示す。 $\frac{\partial V_j}{\partial R_{Ii}}$ は、 $\frac{\partial V_j}{\partial I_i}$ が得られているときは、 $(\frac{\partial V_j}{\partial I_i}) \cdot (-I_{0i}^2)$ として求められる。 $\bar{R}_{Ii}$ が求められれば、未知の $\bar{I}_i$ は $\bar{I}_i = 1/\bar{R}_{Ii}$ として得られる。また、設計変数として、 $R_{EI} = 1/(EI)$ を考えれば、 $(\bar{EI})_i$ が全く同じようにして、 $\bar{I}_i$ と同じ精度で得られる。以下 3. で述べた Case 1, 2, 3 の構造系と荷重系を基準として、 $\bar{V}_j$ を適当に与えて $\bar{I}_i$ を求め、あらかじめ $\bar{V}_j$ を逆算して求めておいた変断面と比較することとする。

Table. 3 数値計算結果

*** Case 1 ***

Nodal point	V_{j0} (cm)	$\bar{V}_j$ (cm)	element No.	$\bar{I}_i$ (cm ⁴)	exact (cm ⁴)
2	0.55873	0.69813	①	2000.00	2000.00
3	2.03175	2.43810	②	2500.01	2500.00
4	4.11429	4.78730	③	2500.09	2500.00
5	6.50159	7.44127	④	2499.41	2500.00

*** Case 2 ***

Nodal point	V_{j0} (cm)	$\bar{V}_j$ (cm)	element No.	$\bar{I}_i$ (cm ⁴)	exact (cm ⁴)
2	2.79365	2.92063	①	2000.07	2000.00
3	4.06349	4.19048	②, ③	2499.98	2500.00
4	2.79365	2.92063	④	2000.07	2000.00

*** Case 3 ***

Nodal point	V_{j0} (cm)	$\bar{V}_j$ (cm)	element No.	$\bar{I}_j$ (cm ⁴)	exact (cm ⁴)
2	0.50794	0.58201	①	2017.00	2000.00
3	1.01587	1.13228	②, ③	2525.82	2500.00
4	0.50794	0.58201	④	2017.00	2000.00

測定たわみ量 $\bar{V}_j$ には、実際的には測定誤差が加えられ、それが推定剛性値に影響を与える。とくに、特定点のノイズの影響は相当に大きいことが数値実験から判明している。測定誤差を考慮した処置については、測定たわみ量を各点で多数とり、

$$H = \sum_N \sum_j \left\{ \left(V_{j0} + \sum_i \frac{\partial V_j}{\partial R_{i1}} \delta R_{i1} \right) - \bar{V}_{j,N} \right\}^2 \quad (18)$$

を最小にするように δR_{i1} を決定する考え方がある。なお、 $\bar{V}_{j,N}$ はN回目におけるj節点の測定たわみ量を示す。式(18)の適用については別の機会に報告することとして、ここでは、感度係数より未知の剛性が推定される基本的な考え方を提示するのにとどめたい。

5. あとがき

以上、静的感度解析の考え方とそれによる推定応答値の精度および剛性推定問題への適用について述べた。通常の設計の過程では、断面剛性より、具体的な断面寸法、あるいは材料定数などが変動の対象となる場合が多いと考えられるが、断面剛性は、それらの具体的な寸法・定数などの量で簡単に表わせる場合が多く、それらの具体的な量の変動に対する断面剛性の変動はただちにともめられる。

最後に、数値計算および図・表の作製に協力していただいた研究室の卒論生諸氏に感謝の意を表明いたします。

参考文献

- 1) Raphael T. Haftka and Manohar P. Kamat : Elements of structural optimization, Nijhoff, PP.155 ~191, 1985.
- 2) Uri Kirsh (山田善一, 大久保禎二 監訳) : 最適構造設計 —— 概念・方法・応用 —— , 丸善, PP.332~346, 1983.
- 3) F.E. Udwadia, J.A. Garba, and Afshin Ghordsi : Parameter Identification Problems in Structural and Geotechnical Engineering , ASCE , J. of E.M. , Vol. 110, No.9, PP.1409~1432 , September, 1984.
- 4) 星谷 勝 : 逆解析問題とカルマンフィルタ, 土木学会第40回年次講演会, I - 227, 1985.

(1985年10月18日受付)