

横構を有する並列曲線 I 桁橋の 崩壊挙動に関する研究

STUDIES ON THE BEHAVIOR OF CURVED I-GIRDER BRIDGES WITH LATERAL BRACINGS

今井富士夫・太田俊昭・大塚久哲

By Fujio IMAI, Toshiaki OHTA and Hisanori OHTSUKA

A numerical method is presented herein to analyze the collapse behavior of curved I-girders composed of main girders, cross beams and bracings. Experiment of the curved I-girder model has been carried out to clarify the validity of the method. Numerical results show that there exists remarkable difference between the collapse load of the bridge with bracings and the one without bracing. It is also found that, if the collapse mechanism of the curved I-girder bridge is dominated by the bending failure mode of the main girders, the collapse load can be easily estimated by using the so-called pseudo-box section model.

1. まえがき

並列曲線 I 桁橋は、比較的曲率半径が大きくかつ小スパンの場合、製作・架設が容易で、経済性も高いなどの特色を有するため、その施工例は数多い。

この種の曲線橋の合理的な設計を行うためには、(1)主桁フランジ固定間の局部横倒れ座屈や腹板の座屈などに対する安全性の照査と、(2)系全体の終局荷重(極限強度)の評価が重要といえる。(1)に関しては、Culverの研究¹⁾、中井らの一連の実験的・理論的研究^{2),3)}、藤井⁴⁾や福本ら⁵⁾による研究などがあり、いずれも設計に有用な知見を与えている。

一方、(2)については、構造系を主桁と横桁からのみなるいわゆる曲線格子モデルで近似し、その崩壊機構ならびに終局荷重の算定を主たる目的とする塑性解析法(塑性ヒンジ法)があり、そり変形の影響を無視した三上らの研究⁶⁾、およびそり変形の影響を考慮した著者ら⁷⁾や岡田ら⁸⁾の研究がある。また、長谷らは、同格子モデルに対し、断面分割法による弾塑性解析法⁹⁾を提示している。

ところで、並列曲線 I 桁橋においてはねじり剛度の非常に小さい主桁で全橋断面が構成されるので、その

-
- * 九州大学助手 工学部土木工学科 (〒812 福岡市東区箱崎6丁目10番1号)
 ** 工博 九州大学教授 工学部土木工学科 (〒812 福岡市東区箱崎6丁目10番1号)
 *** 工博 九州大学助教授 工学部土木工学科 (〒812 福岡市東区箱崎6丁目10番1号)

ねじり剛度を高めるため十分な剛性を有する横桁（対傾構）と横構が設けられている。そして、通常の設計では、曲線格子桁モデルの解析を行った後、横構部材は、主桁の曲がりによって生じるフランジ法線方向の水平力、ならびに主桁と横構で構成される準箱桁断面に作用するねじりモーメントからのせん断力とから算定している。しかし、厳密にはこれらの構成部材間の力学的相互作用を同時に考慮することが望ましく¹⁰⁾、特に非線形な崩壊挙動を解析する場合には不可欠といえる。

先に著者らは、塑性判別パラメータを用いた変位法に基づく塑性解析法¹¹⁾により、繰返し荷重等の複雑な荷重条件に対しても行列の次元を変えることなく構造物の崩壊挙動を機械的に解析できることを示し、箱桁断面曲線格子桁を含む各種の構造物の崩壊特性を明らかにしてきた^{12), 13)}。この手法に、そり変形の影響を考慮した曲線もしくは折線 I 桁の弾性剛性行列^{14), 15)}と尾下が提案した仮想曲げ部材のモデル¹⁰⁾を採用すれば、全構成部材間の力学的相互作用を同時に考えた並列曲線 I 桁橋の崩壊挙動を横構の引張降伏や座屈現象を含めて同じく機械的に解明することが可能となる。本論文では、この解法の非弾性域における適用の妥当性を 3 主桁曲線 I 桁モデルを作成し、偏心集中荷重下の耐荷力試験を行って検証するとともに、横構の有無が系全体の崩壊機構や終局荷重に及ぼす影響を明らかにする。加えて、これらの結果から、系全体が最大の極限強度を発揮するような崩壊機構が存在することを示し、その崩壊機構での終局荷重は、主桁と横構で構成される準箱形断面の剛度と完全塑性モーメントを有する単一曲線箱桁の終局荷重によって平易に推定できることについても言及する。

2. 解析法

2.1 仮定

本解析で用いた仮定は、次のとおりである。

- (1) 材料は完全弾塑性体とし、その降伏基準は Mises の降伏基準に従うものとする。
- (2) 主桁・横桁は、2 軸対称の I 形断面とし、フランジおよび腹板の降伏応力度は等しい。
- (3) 主桁・横桁の降伏関数に寄与する応力度のうち、垂直応力度 σ は曲げと曲げねじりモーメントによるものを考え、せん断応力度 τ は St. Venant のねじりによるもののみとし、そりによるそれは無視する。
- (4) 崩壊に至る過程で、主桁・横桁の局部座屈や横倒れ座屈は生じないものとする。

2.2 降伏関数

塑性解析法では、塑性流れ法則を支配する降伏関数（断面力相関曲線式）が、重要な問題となる。

曲線 I 桁を対象とする場合、仮定 (3) に従えば、その構成力として、曲げモーメント M と曲げねじりモーメント M_w 、および St. Venant のねじりモーメント T が考えられる。中井²⁾や Daddazio¹⁶⁾は、曲げと曲げねじりモーメントから成る降伏関数（限界関数）を提案し、著者ら⁷⁾や岡田ら⁸⁾は上記 3 つの断面力から成る降伏関数を提案している。特に、著者らの降伏関数は、Mises の降伏条件に従い、以下のように誘導されている。

すなわち、I 形断面の極限状態での垂直およびせん断応力度分布は、図-1 の (a)、(d) となる。図-1 の (b) と (c) は、曲げおよび曲げねじりモーメントの応力成分の分布を理想化して示したものである。

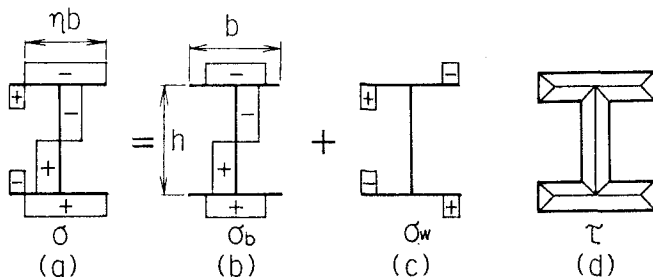


図-1 断面極限状態における応力分布

これらの図から、各断面力と応力度の

関係は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} m &= M/M_p = \bar{\sigma} [4(2\eta - 1) + c] / (4 + c) \\ m_w &= M_w/M_{wp} = \bar{\sigma} \cdot 4\eta(1 - \eta) \\ t_s &= T_s/T_p = \bar{\tau} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1) \text{ a, b, c}$$

$$\text{ここで、} \quad 1/2 < \eta < 1 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $c = A_w/A_f$ であり、 M_p 、 M_{wp} 、 T_p はそれぞれ M 、 M_w 、 T_s に対応する完全塑性モーメント、 A_w 、 A_f はそれぞれ腹板およびフランジの断面積である。また、 $\bar{\sigma} = \sigma/\sigma_y$ 、 $\bar{\tau} = \tau/\tau_y$ で、 σ_y 、 τ_y は降伏応力度である。式(1) a、(1) bより η を消去し、仮定(1)より $\bar{\sigma}^2 + \bar{\tau}^2 = 1$ の関係を用いると、降伏関数が次のように誘導できる。

$$f(m, m_w, t_s) = (4 + c)^2 m^2 - 2c(4 + c)|m|\sqrt{1 - t_s^2} - (16 - c^2)(1 - t_s^2) + 16|m_w|\sqrt{1 - t_s^2} = 0 \quad (3)$$

式(3)を図示したものが図-2の細線である。ここで、式(2)の条件より、 $\xi < m < 1$ (ここに、 $\xi = c\sqrt{1 - t_s^2}/(4 + c)$)となる。また、 $m < \xi$ の領域での降伏曲面は式(4)で与えられ、図中の破線のようになる。

$$f(m, m_w, t_s) = |m_w| - \sqrt{1 - t_s^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、曲げモーメントはフランジのみが負担すると仮定すると、式(3)、(4)は、次式にまとめられる。

$$f(m, m_w, t_s) = m^2 + t_s^2 + |m_w|\sqrt{1 - t_s^2} - 1 = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

式(5)は、理想形I形断面の降伏関数といえる。これを図示したものが、図-2の太線である。式(5)で与えられる曲面は、式(3)、(4)のその内側に位置しており、安全側の解を与えることになる。また、式(5)で $t_s = 0$ とおけば中井らの提案式に一致する。

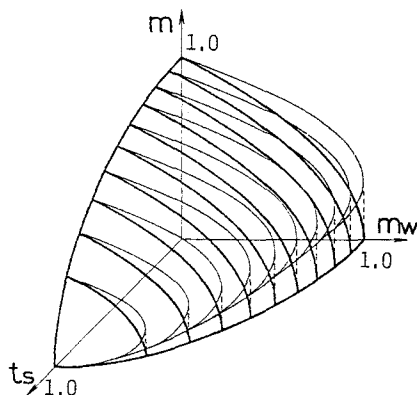


図-2 降伏曲面

2.3 変位法による塑性解析法

本解析法は、先に報告した塑性判別パラメータを用いた変位法に基づく塑性解析法に、主桁の曲げねじりの影響と横構の力学的効果を考慮しうるようにしたので、その基本式は次のようになる。(ただし、力および変形に関する項はすべて増分量である。)

$$\text{材端力 } m \text{ と材端変形 } \tau \text{ の関係式} \quad : \quad m = k\tau \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{節点変形 } u \text{ と材端変形 } \tau \text{ の適合条件式} \quad : \quad \tau = a_o u - \tau_p \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\text{外力 } p \text{ と材端力 } m \text{ の釣合条件式} \quad : \quad p = a_o^T m \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\text{降伏条件式} \quad : \quad 0 = a_p^T m_s \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 $m = [M \ M_w \ T]^T$ 、 $m_s = [M \ M_w \ T_s]^T$ 、 $u = [\theta^* \ \theta^t \ \delta \ \phi^t]^T$ であり、 τ は m に対応する材端変形ベクトル、 p は u に対応する外力ベクトル、 a_o は係数行列、および、 τ_p は、 $\tau_p = a_p \lambda$ で表される塑性不連続角で、 a_p は塑性流れ法則より算出される係数行列、 λ は正の定数ベクトルである。さらに、 T は全ねじりモーメント、 θ^* はたわみ角、 θ^t はねじり角、 δ は鉛直たわみ、そして ϕ^t はねじり率である。

なお、曲線I桁の k に対しては、そり変形の影響を加味した弾性剛性行列^{(4)・(15)}を、また、横構の k については、仮想曲げ部材のモデルより導かれる剛性行列⁽⁶⁾をそれぞれ用いればよい。以後の解析手順は、

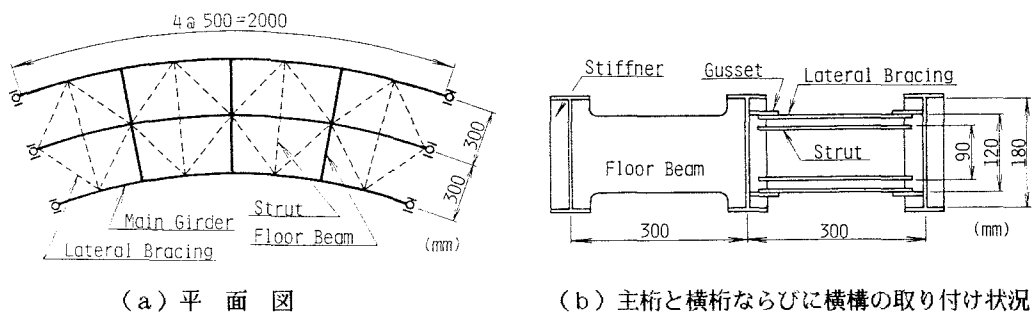
先に報告したものと同一であるので、説明は省くがその詳細については文献 1 1) を参照されたい。なお、横構については、換算曲げより得られる軸力値をもって座屈および引張降伏の判定を行い、それ以降の横構の剛性はゼロとする。

3. 実験

3. 1 実験概要

供試体は、図－3（a）に示すような横構を有する3主桁・3横桁からなり、主桁はI形断面、横桁は矩形断面とし、また、横構は上下とも正方形棒材とした。モデルの構造形状ならびに断面諸元は、表－1、表－2に示すとおりである。また、横桁および横構と主桁との取り付けは、図－3（b）に示すとおりである。なお、主桁のフランジと腹板ならびに各構造要素は溶接によって接合し、その際生じた熱残留応力を除去するために 600℃の炉中焼鈍を行った。

実験での支承条件は、ねじり回転のみを拘束した単純支承とし、荷重形式は、外桁中央点に1点集中載荷とした。

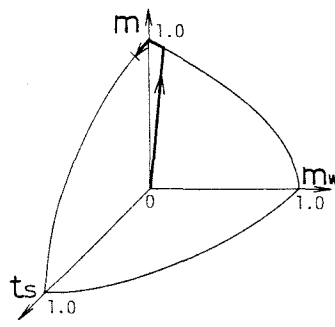


図－3 供 試 体

3. 2 実験と理論解との比較

図－5は、荷重と各主桁の中央点のたわみならびに外主桁中央点のねじり角との関係を示したものである。ただし、図中、添字のoは外桁、cは中桁、ならびにiは内桁を意味している。図より、理論解と実験値とは、終局荷重ならびに崩壊に至るまでの変形挙動とも、よく一致していることが判る。

図－6は、実験と理論解の崩壊機構を示したものである。実験結果の図において、●は断面が全塑性状態にほぼなっていることを、▲はフランジの1部が降伏していることを表している。理論解の●は塑性ヒンジ形成を、両者の／は横構の降伏を表している。実験では、理論解と比較して外桁に降伏域の拡がりがあるものの、両者はよく一致しているもの



図－4 応力経路

と思われる。

また、図-4は、外桁中央点の応力経路を示したものである。図に示すように、本解析例においては、主桁の塑性ヒンジ発生点で、曲げねじりモーメント $M_w = 0$ となり、そり拘束が解放され、St.Venantのねじりモーメント T_s が増大する現象がみられた。しかし、その量はあまり大きくなく、全体挙動にほとんど影響を及ぼしてはいない。また、他の部分の T_s も概して小さく、このため、本例においては中井らの限界関数 $f(m, m_w)$ でもほぼ同等な解を与えることになる。しかしながら、曲線I桁橋の崩壊過程において、以上のようにけたに部分的なそり解放点が生じ、解析対象によっては T_s の値の急増が無視できない場合もありうる。この意味から、式(5)の降伏関数は、曲線I桁橋に対するより一般的な降伏関数といえよう。

なお、横構の無い同一諸元の格子桁タイプのものについても実験を行い、理論解と比較した結果、 $P_{ex}/P_{th}=1.04$ となり、よい一致がみられたことを付記しておく。

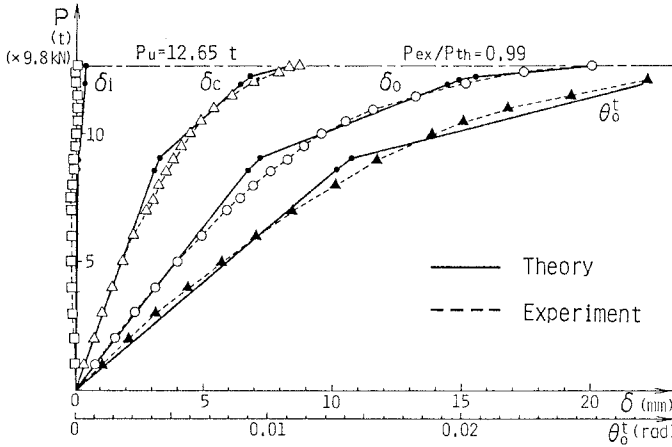


図-5 荷重-変形曲線

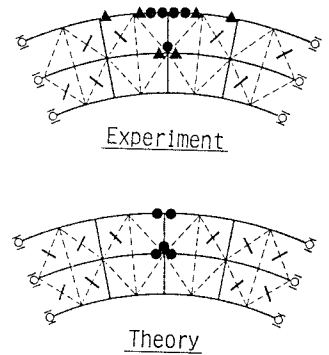


図-6 崩壊機構

4. 崩壊特性

4.1 解析モデル

曲線I桁橋の崩壊特性を明らかにすることを目的に、3主桁の並列曲線I桁橋(図-7)を例にとり、数値解析を行った。解析に当たっての荷重は図-7のL2とL3の2つとし、断面としては、主桁は建築学会の塑性設計指針のI形断面の幅板厚比を参考にフランジ幅40cm、フランジ幅に対する桁高を3~5倍、さらに、材種をSS41とした場合についての断面諸元を検討した結果、 $T_p/M_p=0.012\sim0.0125$ 、 $M_{wp}/M_p=0.04\sim0.06(m)$ 、 $EI/GJ=5000\sim5500$ 、 $\sqrt{GJ/EC_w}=0.14\sim0.18(m^{-1})$ となったので、ここでは、 $T_p/M_p=0.012$ 、 $M_{wp}/M_p=0.05(m)$ 、 $EI/GJ=5000$ 、 $\sqrt{GJ/EC_w}=0.18(m^{-1})$ とし、横桁、ブレースングおよびストラットの剛性値は主桁の剛性値に対する比で、それぞれ $e_r=0.3$ 、 $e_b=0\sim0.2$ 、 $e_s=0\sim0.1$ とした。また、これらの(換算)塑性曲げモーメント比も同様であると仮定した。ここに、 EI 、 EC_w および GJ はそれぞれ曲げ、曲げねじりおよびねじり剛性であり、 e は主桁曲

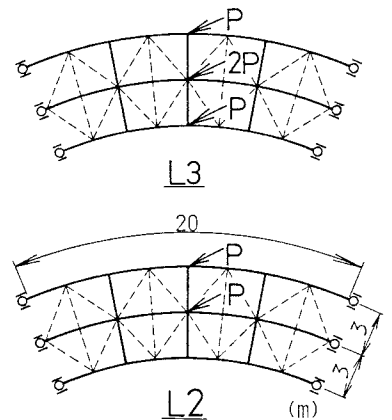


図-7 解析モデルおよび荷重

げ剛性に対する他の要素の曲げ剛性比、さらに添字 f、b、s は横桁、ブレース、ストラットを表す。
 また、横構（ブレースおよびストラット）の塑性曲げモーメント比は、 $n = N_y \cdot h / M_p$ で定義され、 N_y は横構の降伏（あるいは座屈）軸力、さらに、h は上下横構の中心間距離である。また、曲線桁橋の中心角 ϕ の解析範囲は $10^\circ \sim 40^\circ$ とした。なお、本解析では横桁端部のそり拘束は無いものと仮定した。

4. 2 解析結果および考察

従来、弾性設計の分野で、直線橋において2次部材とみなされていた横構も、曲線桁橋では主部材として主荷重に対してその影響を考慮する必要があることが知られている。非線形な崩壊挙動を解析する場合にはその影響はより顕著になると思われる。

そこで、ここでは、横構の終局荷重に対する影響をみることを目的に、図-7のモデルをLB、このLBからストラットを除いたものをNS、さらに主桁と横桁のみから成るモデルをNBとして、この3つのモデルの弾性および崩壊特性について比較検討した。

図-8は、中心角 $\phi = 20^\circ$ の曲線I桁橋に荷重L3を負荷した時の崩壊機構を示したものである。図から、これらの崩壊機構は3つに大別できる。すなわち、荷重作用点である3つの主桁中央にのみ塑性ヒンジが発生するもの（以後、Mode A）、3つの主桁の中央以外にも塑性ヒンジや横構に降伏や座屈による横構破壊が生じるものの最終的には3つの主桁中央に塑性ヒンジが発生して崩壊するもの（Mode B）、さらに塑性ヒンジが3主桁の中央にそろって発生することなく、一部の主桁に塑性ヒンジが集中するかあるいは横構破壊が全体に拡がって崩壊するもの（Mode C）の3つである。

ここで、Mode C の崩壊判定は、剛性行列 k が不定あるいは変形が極端に大きくなったときとし、そのときの荷重を Mode C の終局荷重とした。一方、Mode A、B を示す曲線I桁橋では曲線箱桁橋と異なり、全主桁に塑性ヒンジが発生しても、横構の補剛効果によって剛性行列が不定とならず、さらに、耐力力は上昇する場合がある。この差は、設計上安全側の余剰荷重とみなしうるので、ここでは、曲線箱桁橋の場合¹³⁾ に準じて、全主桁中央部に塑性ヒンジが発生する場合を崩壊基準とし、そのときの荷重を Mode A、B の終局荷重とした。

図-9および図-10は、曲線I桁橋の中心角および横構剛性の変化に対する弾性限界および終局荷重さらに崩壊機構を示したものである。縦軸のPは、橋全体荷重を曲線I桁橋の中桁と同一諸元を有する直線桁の終局荷重で無次元化したものである。また、図中のA~Cは崩壊機構のMode（図-8）を表し、記号は表-3に示すとおりである。ここでは、横構の影響について考察することを目的とすため、横桁の剛性は $e_r = 0.3$ に固定した（ちなみに、曲げ格子剛度を10とした場合には $e_r = 0.27$ である。）。

弾性限界荷重比は、 ϕ の増大や横構剛性の

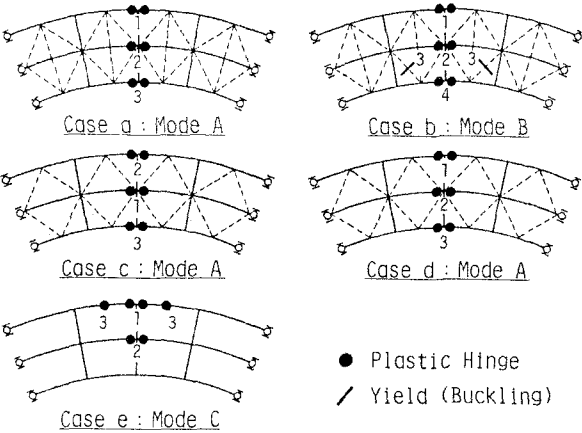


図-8 崩壊機構（荷重 L3， $\phi = 20^\circ$ ）

表-3 記号

	e_f	e_b	e_s	Case
○	0.3	0.2	0.1	a
●	0.3	0.1	0.1	b
△	0.3	0.2	0	c
▲	0.3	0.1	0	d
□	0.3	0	0	e

低下に伴い減少する傾向にある。特にNB（図中 □印）の値は、LB（図中 ○印）に比し、53～88%に低下する。

一方、終局荷重比も Φ の増大によって減少し、NBの値は、LBに比し、43～89%となる。また、終局荷重比は、横構剛性に直接的に影響されるというより、むしろ、それらの値の組合せによって生じる崩壊機構に支配されるといえる。すなわち、Mode AとBではその中心角や横構剛性の影響はほとんどなくほぼ一定値となっており（特に、荷重L3では、 $P = \Sigma M_p(\text{主桁}) / M_p(\text{中桁})$ ）、Mode Cとなるものについてのみ大きくその値が低減している。

また、ここでは割愛したが、変形の面からも考察すれば文献13)の結果と同様に Mode Bの終局時の変形は、Mode Aのそれに比べ大きくなる傾向にある。

以上のことから、曲線I桁橋の塑性設計を行う場合には Mode Aとなるように設計諸元を選択するのが望ましいといえよう。

4.3 簡易終局荷重算定法

Mode A、Bの崩壊機構は、曲線桁の曲げ崩壊機構に相当するものであり、したがって、弾性設計における並列曲線I桁橋を準箱形断面単一桁として解析する手法を準用すれば、その終局荷重も簡単に算定できるものと考えられる。

そこで、ここでは準箱形断面単一桁として求めた終局荷重（以後、簡易解と称す。）と本解を比較してみた。ただし、簡易法では桁が箱形断面であることから、その降伏関数は $f(m, t_s)$ を用いるものとし、また、その支承条件は両端ヒンジなので終局荷重は弾性限界荷重そのものとなる。

その結果が、図一11である。図中、Pは簡易解に対する本解の比を

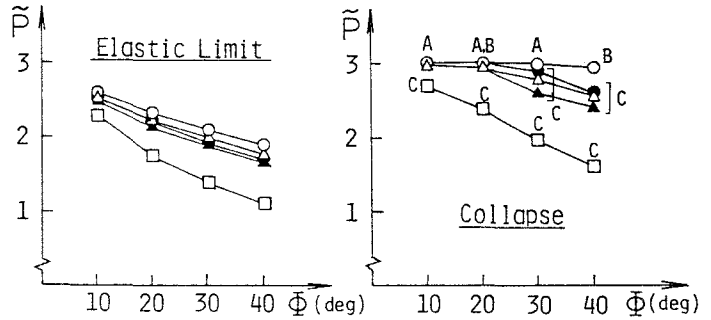


図-9 荷重L3における弾性限界および終局荷重比

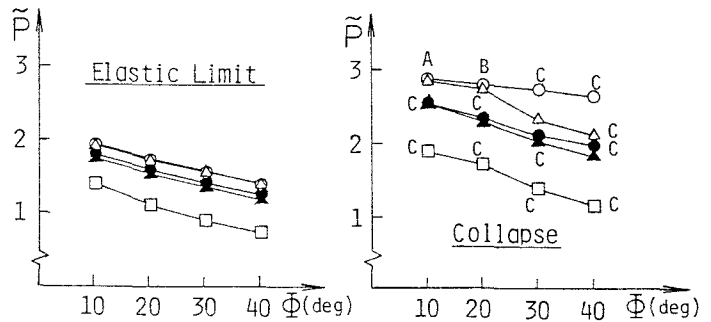


図-10 荷重L2における弾性限界および終局荷重比

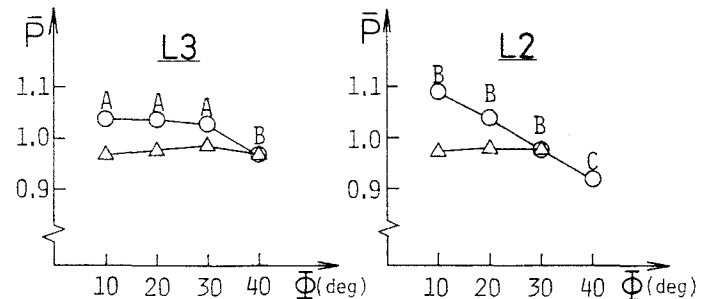


図-11 本解と簡易解との終局荷重の比較

表し、△は終局荷重、さらに、○は実際の極限強度（終局荷重＋余剰荷重）を示している。

図より、Mode AあるいはBでの終局荷重は簡易解より下回るものの、その誤差は最大で4%以下であることが判る。これに対して、Mode Cではその差が大きくなっている。また、余剰荷重についてみると、中心角 Φ の増加に伴い減少する傾向にあり、それは偏心荷重L/2において顕著である。

以上のことから、Mode AあるいはBの崩壊メカニズムを呈するような曲線I桁橋の終局荷重は、ここで簡易解析法で十分算定できるものと考えられる。

5. あとがき

本論文では、曲線I桁橋の塑性解析法ならびにその際に適用すべき降伏関数を提案し、本理論およびその降伏関数の妥当性を実験により確認した。さらに、本理論を用いて種々の曲線I桁橋の塑性解析を行い、そこで得られた結果より、横構が曲線I桁橋の弾性および崩壊挙動に与える影響ならびに種々の崩壊機構の特性について考察した。その結果、終局荷重は各種剛性そのものよりもそれらの組合わせから生じる崩壊機構によって決定され、さらに、それらの崩壊機構の中でもMode Aが曲線I桁橋の崩壊機構としては最大の終局荷重を有することも判明した。加えて、Mode AあるいはBが曲線ばりの曲げ崩壊に属することに着目して、上記の終局荷重の算定に準箱桁断面の単一曲線桁の弾性限界荷重が適用できることも明らかにした。

謝 辞：本研究を実施するにあたり、実験ならびに解析に九州大学工学部 技官 手島義純氏、同大学院生 井上 元・田島孝敏両君にご協力頂いたこと、さらに、（株）横河橋梁大阪支店の方々に本供試体の作成にご尽力頂いたことを付記し、ここに感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) Culver, C.G., C.L. Dym and T. Uddin: Web Slenderness Requirements for Curved Girders, Proc of ASCE, ST3, Vol.99, pp.417~430, 1973
- 2) 中井博、北田俊行、大南亮一：曲線桁橋腹板の曲げ強度に関する実験的研究、土木学会論文報告集、第340号、pp.19~28、1983年
- 3) Nakai, H. and H. Kotoguchi: A Study on Lateral Buckling Strength and Design Aid for Horizontally Curved I-Girder Bridges, Proc. of JSCE, No.339, pp.195~205, 1983
- 4) Fujii, K. and H. Ohmura: Nonlinear Behavior of Curved Girder-Web Considered Flange Rigidities, Proc. of JSCE Structural Eng./Earthquake Eng., Vol.2, No.1, pp.69~79, 1985
- 5) Fukumoto, Y. and S. Nishida: Ultimate Load Behavior of Curved I-Beams, Proc. of ASCE, EM2, Vol.107, pp.367~385, 1981
- 6) Mikami, I. and H. Yonezawa: On the Plastic Analysis of Curved Grillage Girders, Proc. of the 17th Japan National Congress for Applied Mechanics, pp.64~69, 1967
- 7) 今井富士夫、太田俊昭、森 望：並列曲線I桁橋の崩壊特性、第39回年次学術講演会講演概要集 第1部、pp.131~132、1984年
- 8) 岡田泰三、林川俊郎、渡辺 昇：曲げねじりを考慮した曲線格子桁の弾塑性解析と実験、第40回年次学術講演会講演概要集 第1部、pp.67~68、1985年
- 9) 長谷部薫、薄木征三：曲線格子桁の弾塑性挙動について、第40回年次学術講演会講演概要集 第1部、pp.65~66、1985年
- 10) 尾下里治：横構を有する並列I桁曲線橋の解析、土木学会論文報告集、第324号、pp.9~20、1982年
- 11) 太田俊昭、今井富士夫、寺本恵一郎：平面骨組構造物の静的、動的塑性曲げに対する数値解析法、土木

学会論文報告集、第239号、pp.15~23、1975年

- 12) Imai, F. and T. Ohta: Plastic Analysis of Curved Girders under Incremental and Repeated Loads, Proc. of the 30th Japan National Congress for Applied Mechanics, pp.135~144, 1980
- 13) Imai, F. and T. Ohta: Plastic Analysis of Curved Grillage Girders, Memoirs of the Faculty of Eng. Kyushu Univ., Vol.43, No.1, pp.1~8, 1983
- 14) 薄木征三、稼農知徳：薄肉断面曲線材の変形法による解析、土木学会論文報告集、第235号、pp.29~40 1975年
- 15) 鷹羽信勝、成岡昌夫：変形法による任意形状の薄肉断面格子桁の解析、土木学会論文報告集、第178号、pp.1~9、1970年
- 16) Daddazio, R.P., M.P. Bieniek and F.L. Dimaggio: Yield Surface for Thin Bars with Warping Restraint, Proc. of ASCE, EM, Vol.109, No.2, pp.450~465, 1983

(1985年10月18日受付)