

水平補剛材を考慮した I 形曲線桁の弾性変形挙動

Elastic Deformation Behavior of Curved I-Girders with a Single Longitudinal Stiffener

末武義崇* 平嶋政治** 依田照彦***

By Yoshitaka SUETAKE, Masaharu HIRASHIMA, and Teruhiko YODA

The objective of this paper is to examine the influence of flanges and a longitudinal stiffener on the overall strength of curved I-girders under bending, in which the strength of curved I-girders with a single longitudinal stiffener using mixed finite element approach. Lagrange's multipliers method is employed for the summation of element matrices along junctions of a web and flanges or a longitudinal stiffener, and Newton-Raphson method and incremental procedure are used for nonlinear analysis. It appears from numerical results that the effect of a longitudinal stiffener on the deflection mode can not be ignored.

1. まえがき

近年、社会状況の変化に伴い構造物の機能や用途が多様化し、道路橋に関しても景観だけでなく機能的な面から曲線桁に対する需要が高まってきた。しかしながら、曲線桁に関しては未だ明確な設計基準が確立しておらず、BS5400¹⁾、AASHTO²⁾、DAS t R i 012³⁾等に「提案」の類いがあるのみで、国内では直線桁の基準をそのまま準用しているのが現状である。こうした中で、設計基準を検討する上で、より詳細な曲線桁の耐力解析が必要となってきた。

曲線桁に関しては従来から数多くの研究報告があり、中でも円筒シェル理論をウェブパネルの解析に適用したものが多い。シェル理論に基づく曲線桁腹板の研究報告については、Culver Dymらの研究⁴⁾⁻⁶⁾、Dabrowskiらの研究⁷⁾、Abdel-Sayedの研究⁸⁾等が著名である。特に文献5)では、水平補剛材を考慮したウェブパネルの設計公式が示されており、水平補剛材の剛度に関する限りAASHTO道路橋標準示方書⁹⁾に規定されている直線桁の基準を満たしていれば十分であることが述べられている。これらはいずれも線形または準線形理論に基づいた解析である。

* 早稲田大学大学院 理工学研究科 建設工学専攻 (〒160 東京都新宿区大久保 3-4-1)

** 工 博 早稲田大学教授 理工学部土木工学科 (〒160 東京都新宿区大久保 3-4-1)

*** 工 博 早稲田大学助教授 理工学部土木工学科 (〒160 東京都新宿区大久保 3-4-1)

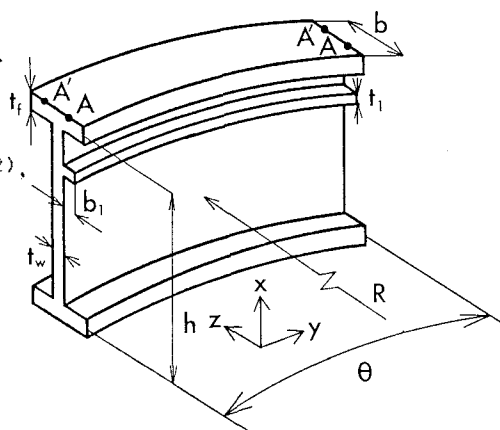


図-1 解析モデル

ウェブの幾何学的非線形挙動に関しては、Washizu¹⁰⁾によって誘導された薄肉シェルの非線形理論を用いて解析を行った三上・古西・米沢の研究¹¹⁾、有限要素法を用いてウェブパネルの両端に強制変位と調整ひずみを与えて挙動を調べた倉西・樋渡の研究¹²⁾等が例として挙げられる。また、中井・北田・大南¹³⁾は、曲線桁腹板の曲げ強度に関する実験的研究を行い、貴重なデータを残している。以上の研究はいずれもウェブパネルのみの挙動に関するものであり、フランジの影響は考慮されていない。しかし、実際の曲線桁の力学的挙動や耐力特性を把握するためにはフランジの影響は無視できず、I形断面曲線桁については、フランジプレートをも含めた全体的な構造解析が必要であるとの認識が一般に受け入れられるようになってきた。樋渡・倉西¹⁴⁾は、文献¹²⁾の解析手法に基づき、フランジの剛性を考慮することによってI形曲線桁の全体的な弾性挙動を調べている。そこでは、ウェブパネルのみの場合との差異を明らかにするとともに、フランジ剛性を考慮したモデルはフランジとの接合辺を固定支持としたウェブモデルと近い挙動を示すとしている。この他、パラメータ解析によって、ウェブの有効断面、抵抗曲げモーメント、フランジの垂直座屈等を論じているが、フランジプレートの具体的な挙動には言及していない。また、比較的ウェブ幅厚比の大きな断面が扱われているが、水平補剛材をも含めた解析は行われていない。藤井・大村¹⁵⁾は、ウェブ部を円筒シェル、フランジ部を扇形板とみなし、有限要素法によってI形曲線桁全体の幾何学的非線形挙動を調べている。解析手法に関し、変位の適合性を考慮するために、パネルの端断面において梁の変位場の仮定を満足するように断面力を与えるなどの工夫がなされている。フランジ付きモデルとウェブパネルのみのモデルとを比較し、両者の差異が荷重の大きいレベルで著しいことや、曲率が大きい場合を除き、フランジ付きモデルではウェブの圧縮側面外変位の三次モードへの移行が明確でないこと等が述べられている。また、ウェブだけでなくフランジの挙動についても言及し、荷重レベルの増大に伴って圧縮フランジがねじれ座屈を起こすことを指摘している。一方、実際のI形曲線桁ではウェブ幅厚比の大きな断面を用いる場合も多く、その場合は水平補剛材を配置することになっている¹⁶⁾。水平補剛材を配置すれば、無補剛の場合に比べてウェブ部の挙動が著しく異なることが予想されるが、上記の曲線桁の研究例からもわかるように、水平補剛材を考慮した研究は非常に少ない。

本報告では、垂直補剛材で挟まれたI形曲線桁の一区間に水平補剛材を配置し、Herrmannの混合法に基づく幾何学的非線形解析を行った。非線形計算に際しては、Total Lagrangian approachに基づいて定式化された増分要素方程式と不平衡力算出過程とを用い、増分法と修正Newton-Raphson法とを組み合わせて収束計算を実施した。また、フランジとウェブの接合辺でモーメントが不連続になるため、接合辺に沿う要素の要素マトリックスを重ね合わせるに当たってLagrangeの乗数法を適用した。荷重条件はフランジ部一様、ウェブ部線形分布の応力を与えるものとし、パネル端部の境界条件はウェブ部で単純支持（面外変位とモーメントを零）、フランジ部でモーメントを零とした。さらに、垂直補剛材の存在を考慮し、端部において上下フランジの間隔を一定に保ち、A及びA'点（図-1、2）の面外変位を零として拘束をきつ付けた。以上の条件に従って解析を行い、水平補剛材を配置したモデルと無補剛のモデルとを比較し、ウェブパネルの面外変位挙動や変形モードにおける両者の差異を明確にするとともに、水平補剛材を曲率中心に向かって桁の内側に配置した場合と外側に配置した場合とでウェブの挙動に及ぼす影響の相違を定量的に調べた。

2. 解析手法

和田・滝¹⁷⁾は、増分補仮想仕事の原理と増分仮想仕事の原理とを結びつけて、三角形平板要素に対し、updated Lagrangian approachに従った増分要素方程式を導出した。しかし、文献¹⁷⁾では変位-ひずみ関係式を一部線形化して用いているので、増分要素方程式が変位増分に関して線形となり、不平衡力が算定できないうらみがある。そこで本報告では、まず増分型でない通常の補仮想仕事の原理と仮想仕事の原理とを組み合わせ、一貫して非線形の変位-ひずみ関係式を用いてTotal Lagrangian approachに従った“非線

形要素方程式”を誘導し、次にその増分形をとって“増分要素方程式”を導出した。収束計算に際しては、修正Newton-Raphson法に基づく収束過程を適用し、後者を各増分区間での計算に、前者を不平衡力の算定にそれぞれ用いた。フランジとウェブの接合辺に沿う要素の要素マトリックスの重ね合わせに際し、Lagrangeの乗数法を適用した。

2.1 非線形要素方程式の導出

(1) 補仮想仕事の原理

Herrmannが考案した三角形板曲げ要素に対し、補仮想仕事の原理を適用すると次式が得られる¹⁷⁾。

$$\delta M^T G M = \delta M^T (\phi + H b r) . \quad (1)$$

ここに、 M ：要素境界に沿う曲げモーメントのベクトル、 ϕ ：要素境界回転角の積分値のベクトル、 r ：節点変位ベクトルであり、要素内部のモーメントを M 、面外節点集中力を F とすると

$$G = S P^T D P \quad ; \quad M' = P M \quad , \quad D = \frac{12}{Et^3} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \quad , \quad (2)$$

$$H : F = H^T M \quad (3)$$

$$b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

である。ただし、 S ：要素面積、 t ：板厚、 E ：Young率、 ν ：Poisson比である。

(2) 仮想仕事の原理

要素内の変位関数として1次式を用いることにすれば、膜ひずみに関する非線形の変位-ひずみ関係式は次式で表現できる。

$$\varepsilon = \left(B + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} W^T C_x \\ W^T C_y \\ W^T C_{xy} \end{bmatrix} b \right) r \equiv \left(B + \frac{1}{2} B_L \right) r \quad (5)$$

ここに、 B は線形の変位-ひずみ関係を表わすマトリックス、 C_x 、 C_y 、 C_{xy} は変位関数の積によって得られるマトリックス、 W は面外節点変位ベクトルをそれぞれ表わす。文献17)を参照すれば、式(5)で表わされる非線形の変位-ひずみ関係式を用いて、膜及び板曲げ混合の三角形平板要素に仮想仕事の原理を適用し、次式を誘導することができる。

$$\delta r^T R = \delta r^T b^T H^T M + \delta r^T A' r . \quad (6)$$

ただし、 R は節点集中力ベクトルを表わし、

$$A' \equiv A + A_1 + 2A_1^T + A_2$$

$$\equiv SB^TEB + \frac{S}{2}B^TEB_L + SB_L^TEB + \frac{S}{2}B_L^TEB_L$$

$$; E = \frac{Et}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

である。なお、文献17)では、定式化に際して式(7)におけるマトリックス A_1 、 A_2 に関する項が無視されている。

(3) 非線形要素方程式

式(1)及び式(6)を結びつけることにより、三角形平板要素に対する非線形の支配方程式として次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} A' & b^TH^T \\ Hb & -G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R \\ -\phi \end{Bmatrix} \quad (8)$$

2.2 増分要素方程式の導出

式(8)の増分をとると、

$$\begin{bmatrix} A' & b^TH^T \\ Hb & -G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta r \\ \Delta M \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta A_1 + 2\Delta A_1^T + \Delta A_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r \\ M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta R \\ -\Delta \phi \end{Bmatrix} \quad (9)$$

となる。さらに式(9)において左辺第2項、すなわち、 $\Delta A_1 r + 2\Delta A_1^T r + \Delta A_2 r$ の各項は、それぞれ次のように変形される。

$$i) \Delta A_1 r = \left(\frac{S}{2} B^T E \Delta B_L \right) r = \left(\frac{S}{2} B^T E B_L \right) \Delta r = A_1 \Delta r, \quad (10)$$

$$ii) 2\Delta A_1^T r = (S \Delta B_L^T E B) r = (S b^T [T_{1x} C_x + T_{1y} C_y + T_{1xy} C_{xy}] b) \Delta r \\ \equiv C_1' \Delta r ; E B r \equiv \{T_{1x} \quad T_{1y} \quad T_{1xy}\}^T, \quad (11)$$

$$iii) \Delta A_2 r = \left(\frac{S}{2} \Delta B_L^T E B_L \right) r + \left(\frac{S}{2} B_L^T E \Delta B_L \right) r \\ = \left(\frac{S}{2} b^T [T_{2x} C_x + T_{2y} C_y + T_{2xy} C_{xy}] b \right) \Delta r + A_2 \Delta r \\ \equiv (C_2' + A_2) \Delta r ; E B_L r \equiv \{T_{2x} \quad T_{2y} \quad T_{2xy}\}^T. \quad (12)$$

式(10)・(11)・(12)を式(9)に代入すると、次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} A_{inc.} + C' & b^T H^T \\ H b & -G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta r \\ \Delta M \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta R \\ -\Delta \phi \end{Bmatrix} \quad (13)$$

ここは、

$$A_{inc.} \equiv A + 2(A_1 + A_1^T + A_2) \quad (14)$$

$$C' \equiv C_1' + C_2' \quad (15)$$

である。式(13)が求める増分要素方程式である。なお、収束計算過程における繰り返し計算は、不平衡力を与えられた増分荷重の1.0%以下になるまで実施した。

2.3 接合辺に沿う要素マトリックスの重ね合わせ

混合法では、未知パラメータとして節点変位の他に要素境界に沿う曲げモーメントを用いているので、フランジとウェブの接合辺のように3つ以上の要素が1つの辺を共有する部分における要素の要素マトリックスの重ね合わせに関し、若干の注意を要する¹⁸⁾。なぜなら、変位や回転角についてはこのような接合辺においても連続性が保証されるが、モーメントに関しては連続条件が成り立たないからである。そこで、I形曲線桁全体を接合辺に沿ってウェブ、内側フランジ、外側フランジに分解し、それぞれについて全体方程式をたて、不足している拘束を補うために接合辺に沿うモーメントの平衡条件

$$M_w + M_{if} + M_{of} + M_{ex} = 0 \quad (16)$$

を用いた。ここに、 M_w 、 M_{if} 、 M_{of} は接合辺に沿ったウェブ、内側フランジ、外側フランジの曲げモーメントを表わし、 M_{ex} は外力として与えられたモーメント（今回は零）である。 k ：モーメントの和に関するマトリックス、 u ：未知パラメータ（変位－モーメント）ベクトルとして、式(16)をマトリックス表示すれば、

$$k u = 0 \quad (17)$$

となる。一方、全体マトリックス及び荷重－回転角ベクトルをそれぞれ K 、 f と書き、前述のような接合辺を持たない構造物に関して誘導された全体方程式に対応する汎関数 Π_R を次式

$$\Pi_R = \frac{1}{2} u^T \bar{K} u - u^T f \quad (18)$$

で表わせば、今解くべき問題は、式(17)を拘束条件として式(18)を停留させるいわゆる“拘束条件付き極値問題”に帰着せられる。すなわち、 λ をLagrangeの乗数ベクトルとして新たに汎関数

$$\Pi_R^* = \frac{1}{2} u^T \bar{K} u - u^T f + \lambda^T k u \quad (19)$$

を導入すれば、 Π_R^* に関する停留条件 $\delta \Pi_R^* = 0$ より解くべき支配方程式として次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} K & k^T \\ k & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (20)$$

なお、水平補剛材とウェブとの接合辺に沿う要素に関しても同様の配慮がなされている。

3. 解析モデル

解析対象とした I 形曲線桁の 1 パネルを図-1 に示す。水平補剛材は図に示すように、片側に一段のみ配置した。モデルの寸法は、曲率パラメータ： $h^2(1-\nu^2)/Rt_w \approx 4.62$ 、中心角： $\theta = 0.022$ [rad]、ウェブパネルの幅厚比： $h/t_w = 220$ 、アスペクト比： $R\theta/h = 1.0$ 、フランジ幅厚比： $b/2t_f = 12, 20$ とした。水平補剛材については幅厚比： $B_1/t_1 = 13$ とし、我が国の道路橋示方書¹⁶⁾ に規定されているように、圧縮フランジから $0.2h$ の位置の内側あるいは外側に取り付けた。材料定数は Young 率： $E = 2.1 \times 10^6$ [kg/cm²]、Poisson 比： $\nu = 0.3$ とした。数値計算はパネルの対称性を利用して、パネルの右半分について実施した。モデルの有限要素分割は図-2 に示すように、ウェブ部 100 分割、フランジ部上下ともに 40 分割とし、水平補剛材部分は 10 分割とした。

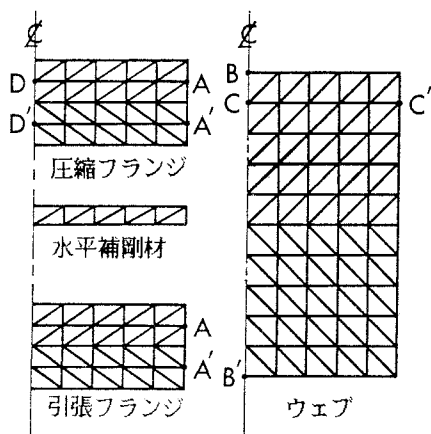


図-2 モデルの有限要素分割

4. 解析結果 及び考察

以上のような解析手法に従い前節で述べたような水平補剛材付きの I 形曲線桁パネルの解析を行い、考察を加えた。なお、結果を整理する際、荷重レベルを示すパラメータとして次式で

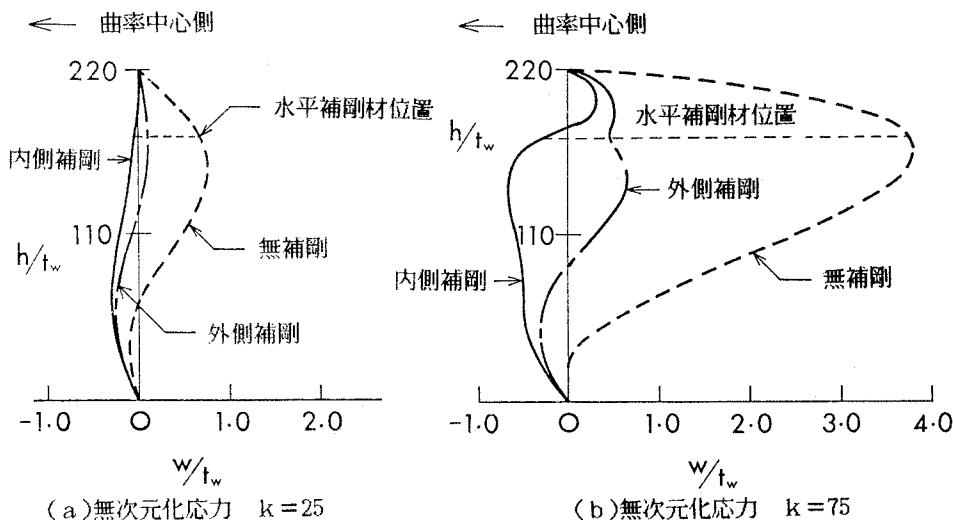


図-3 ウェブ中央 B-B' 辺の面外変位モード ($h/2t_f = 20$)

与えられる無次元化応力 k を用いている。

$$k = \frac{\sigma_f}{\sigma_e} ; \sigma_e = \frac{E \pi^2}{12(1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{t_w}{h} \right)^2$$

ここに、 σ_f はフランジ端部に作用する応力である。またフランジ断面を表わすパラメータとして幅厚比 $b/2t_f$ を用いた。

4.1 ウェブパネルの変形モードについて

ウェブ中央辺（図-2，B-B'）の面外変位モードを図-3及び図-4に示す。図-3は、フランジの幅厚比が $b/2t_f=20$ のモデルの荷重レベル $k=25$ 及び 75 におけるモード図であり、図-4は $b/2t_f=12$ のモデルの $k=75$ におけるモード図である。荷重レベル $k=25$ においては、フランジの厚さが変化しても補剛材付きモデルのモードはほとんど変化しない。それぞれの図において、比較のために無補剛のモデルのモードを破線で示した。水平補剛材を有するモデルに関しては、補剛材を曲率中心に向かって内側に配置したもの（実線）と外側に配置したもの（一点鎖線）の2通りのモデルを考えたが、両者とも無補剛のモデルと著しく異なった変形モードを示している。特に水平補剛材を配置すると、無補剛の場合に比べてウェブパネルの圧縮領域における変位がかなり小さくなり、逆に引張領域の変位が卓越してくることがわかる。このことから、水平補剛材を二段にする場合は文献2)で指摘されているように二つめの補剛材を引張側に配置した方が有効であるとの解釈も成り立つ。また、補剛材を内側に配置した場合と外側に配置した場合とを比較すると、補剛材接合部のウェブの変形が補剛材を配置した側に進行していることがわかる。今回の解析では補剛材端断面に作用する応力を無視したため、水平補剛材にはウェブパネルとの接合辺端点にのみ等価節点集中力が作用している。このため水平補剛材部分にのみ着目すると、図-5から類推できるように、偏心荷重を受ける柱と類似させて考えることができる。補剛材を内側に配置

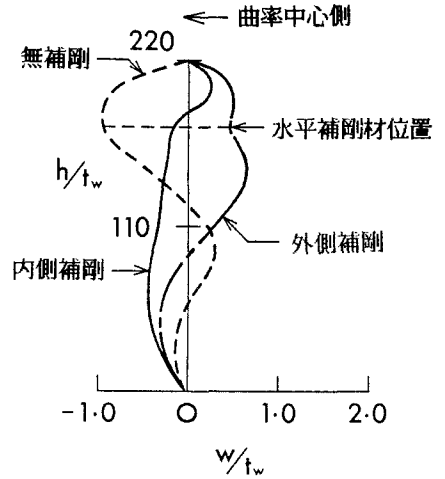


図-4 ウェブ中央 B-B' 辺の面外変位モード ($k=75, b/2t_f=12$)

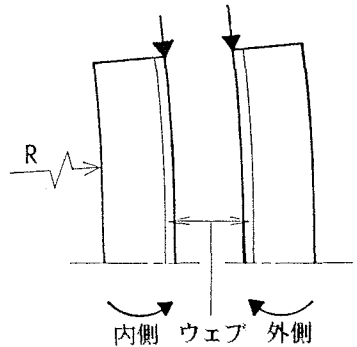


図-5 水平補剛材の荷重状態

するか外側に配置するかによって、図-5のように荷重の偏心する部分が異なるので、水平補剛材に作用する鉛直方向まわりの曲げモーメントの向きも図のように逆向きになる。この結果、ウェブパネルと水平補剛材の接合部は、補剛材を内側に配置した場合は内側に、外側に配置した場合は外側にそれぞれ変位するものと考えられる。さらに荷重レベルが増大すると、水平補剛材を配置する側によって補剛材と引張フランジの間のウェブのモードが著しくことなってくる（図-3（b））。図-3（b）と図-4を比較すると、水平補剛材を内側に配置した場合は、フランジの厚さによっても荷重レベルの増大に伴ってウェブパネルの変形モードが異なってくるのがわかる。一方、補剛材を外側に配置すると、フランジの厚さが変わってもウェブの変形モードはほとんど変化しないことがわかる。従って、水平補剛材を外側に配置した場合、荷重レベル

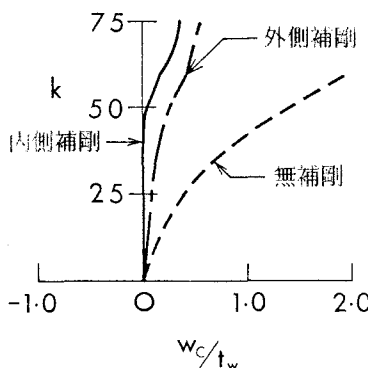


図-6 ウェブ中央 C 点の面外変位モード ($b/2t_f=20$)

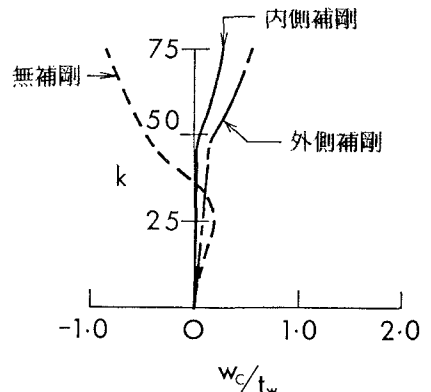


図-7 ウェブ中央 C 点の面外変位モード ($b/2t_f=12$)

が $k \leq 75$ の範囲ではフランジの挙動、特に後述する圧縮フランジのねじれ座屈がウェブパネルの変形挙動に及ぼす影響が小さくなると考えられる。

4.2 ウェブパネルの面外変位挙動について

水平補剛材を配置した場合の面外変位挙動にどのような特徴があるかを見るため、代表的な点として圧縮フランジと水平補剛材の間のウェブ中央辺(図-2, B-B')上に位置する点C(図-2)を選び、図-6

～9にその荷重-変位曲線を図示した。特に、図-8, 9は、補剛材付きモデルに関しC点の面外変位挙動(図-6, 7)をより明確にするために、図-6, 7の横軸を拡大して示した図である。図-6, 7には比較のために無補剛モデルのC点の変位挙動を破線で示してある。補剛材付きモデルと無補剛モデルを比べてみると(図-6, 7)、無補剛の場合には荷重レベルが低い段階からかなり強い非線形挙動が現われるのに対し、水平補剛材を付けると、変形の初期の段階から非線形性が卓越してくることはほとんどないことがわかる。このことは、フランジの幅厚比 $b/2t_f = 20$

及び12いずれの場合にも観察される。水平補剛材付きモデルについて、図-6, 7を拡大した図-8, 9によりC点の面外変位挙動をもう少し詳しく観察すると、荷重レベルが $k=50$ の付近で変位が急に増加する部分が認められる。そこで、 $k=50$ の前後でC点を通る長手方向(図-2, C-C')の変形モードがどのように変化したかを図-10, 11のような形で整理してみた。両者ともフランジの幅厚比 $b/2t_f = 20$ のモデルの結果である。 $b/2t_f = 12$ の場合、水平補剛材を外側に配置したモデルの変位が $b/2t_f = 20$ のものに比べて若干小さくなるが、変形モードの形や変化の状態は $b/2t_f = 20$ のモデルと全く同じである。図-10, 11を見ると、補剛材を内側に付けた場合も外側に付けた場合も、荷重レベルが $k = 47.5$ のときには5次と9次の中間のモードであるが、 $k=52.5$ になると明確に9次モードに移行していることがわかる。このことから、圧縮フランジと水平補剛材に挟まれたウェブ部が局部的な座屈を起こしている

と判断できる。さらに、長手方向のモードを水平補剛材が内側に付いている場合(図-10)と外側に付いている場合(図-11)とて比べると、内側を補剛したモデルでは端部の変形が大きいのに対し、外側を補剛したモデルでは中央部の変形が大きくなっていることがわかる。また、全体的に外側を補剛した場合の方が変位が大きい。これは、前節でも述べたように、水平補剛材を内側に配置するか外側に配置するかによって、水平補剛材に作用する鉛直方向まわりの曲げモーメントの向きが逆になる(図-5)からと思われる。

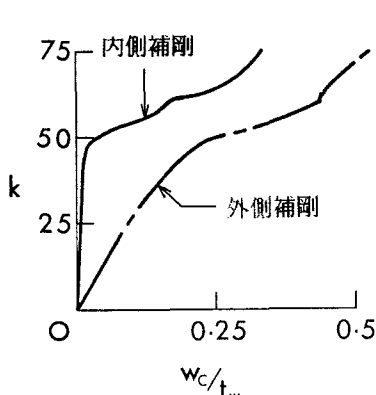


図-8 ウェブ中央 C点の面外変位挙動(拡大図, $b/2t_f = 20$)

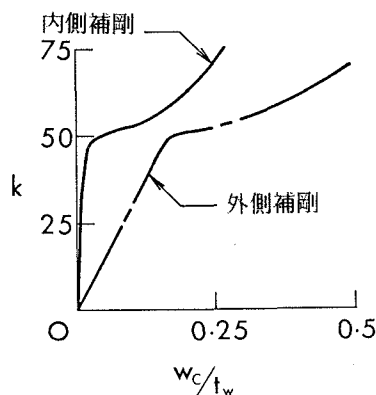


図-9 ウェブ中央 C点の面外変位挙動(拡大図, $b/2t_f = 12$)

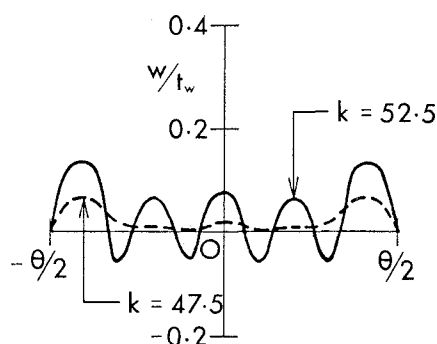


図-10 ウェブ上部 C-C' 辺の面外変位モード(内側補剛, $b/2t_f = 20$)

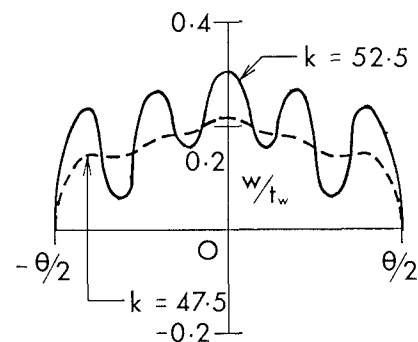


図-11 ウェブ上部 C-C' 辺の面外変位モード(外側補剛, $b/2t_f = 20$)

4.3 圧縮フランジの変形挙動

図-12、13は圧縮フランジ中央辺(図-2, D-D')の回転挙動を表わしている。2つの図をみると、水平補剛材を内側に配置したモデルも外側に配置したモデルも、フランジの幅厚比が $b/2t_f = 20$ の場合、荷重レベル $k = 61$

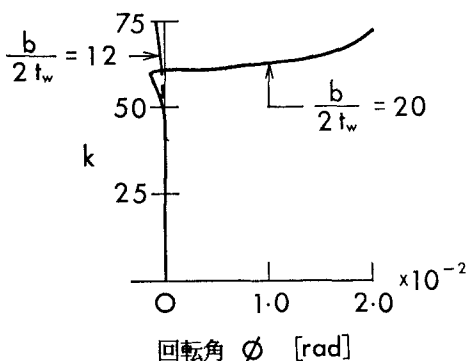


図-12 圧縮フランジ中央D-D'辺の
回転挙動(内側補剛)

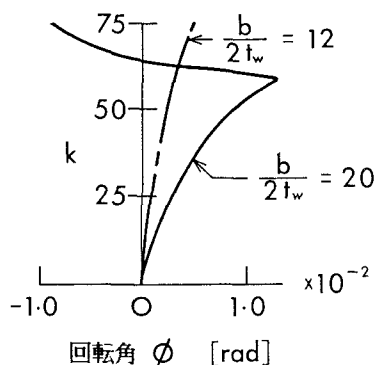


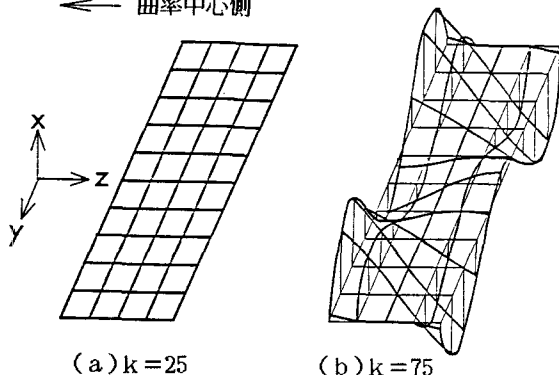
図-13 圧縮フランジ中央D-D'辺の
回転挙動(外側補剛)

付近で中央辺の回転方向が突然反転している様子が観察され、圧縮フランジが座屈していると考えられる。図-12、13で用いた荷重レベルを表わすパラメータ k には、ウェブパネルの挙動との対応を計るために、式(21)で与えられるウェブパネルの幅厚比に基づく値をそのまま採用したが、フランジプレートの座屈荷重を理論値と比較するためにはフランジプレートの幅厚比に基づくパラメータを用いなければならない。そこで、式(21)を修正した次式

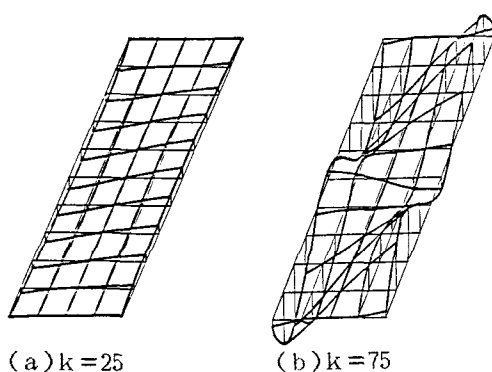
$$k' = \frac{\sigma_f}{\sigma_e}; \quad \sigma'_e = \frac{E \pi^2}{12(1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{t_f}{b/2} \right)^2$$

で与えられるパラメータ k' を用いて荷重レベルを表わすと、 $k = 61$ は $k' \approx 0.504$ に相当する。一方、フランジプレートの片側突出部をウェブとの接合辺及びフランジの両端の3辺が回転辺、残り1辺が自由辺の矩形板とみなし、それが両端から一様圧縮されるような場合の座屈荷重を文献(19)から求めると $k' = 0.506$ となって、今回の解析結果とほぼ一致する。図-14、15には圧縮フランジの座屈前後における、圧縮フランジ全体のモードが図示してある。図-14、15から明らかなように $b/2t_f = 20$ の場合圧縮フランジは高次のねじれモードでねじれ座屈を起こしている。一方、 $b/2t_f = 12$ の場合は、荷重レベルが増大してもあまり変形しない。図-14(b)と15(a)とを比べると、水平補剛材を取り付ける側によって圧縮フランジのねじれモードがちょうど逆のモードになっている。これは、前節で述べた圧縮フランジと水平補剛材とに挟まれたウェブパネルの局部座屈モードの相違に起因すると思われる。

← 曲率中心側



(a) $k = 25$ (b) $k = 75$
図-14 圧縮フランジの変形モード
(内側補剛, $b/2t_f = 20$)



(a) $k = 25$ (b) $k = 75$
図-15 圧縮フランジの変形モード
(外側補剛, $b/2t_f = 20$)

5. まとめ

以上の解析結果をまとめると、以下の結論が得られる。

- (1) 水平補剛材はウェブの面外変位挙動に大きな影響を及ぼす。特に変形モードに着目すると、水平補剛材を有するモデルと無補剛のモデルとの差異は顕著である。また、補剛材を付けた場合には、付けない場合に比べてウェブ引張領域の変位が大きくなる。
- (2) 水平補剛材を配置するとウェブの剛性が増し、無補剛の場合に比べて変形の程度がかなり小さくなる。また、無補剛の場合に、変形の初期の段階から認められる強い幾何学的非線形挙動は、補剛材を取り付けることにより著しく軽減される。
- (3) 水平補剛材を付けた場合でも、内側に配置するか外側に配置するかによって、ウェブの変形モードや変形挙動が異なる。特に、取り付け位置の付近で差異が見られ、内側に取り付けた場合は内側に、外側に付け付けた場合は外側にそれぞれ変形が進行する。
- (4) 圧縮フランジのねじれ座屈挙動がウェブパネルの変形に及ぼす影響の程度は、水平補剛材を配置する側によって若干異なり、 $k \leq 75$ の範囲では外側に付け付けたモデルよりも内側に付け付けたモデルの方が大きな影響を受ける。
- (5) 圧縮フランジはその幅厚比によっては無補剛のモデルと同様にねじれ座屈を生ずる。しかし、その座屈モードは無補剛のモデルよりも高次のねじれモードになる。

謝 辞

本研究の解析及び図の整理にあたっては、学部4年生の表輝幸君の協力を得た。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) British Standards Institution : BS5400 , Steel, Concrete and Composite bridges, Part3. Code of practice for design of Steel bridges, 1982.
- 2) The Task Committee on Curved Girders of the ASCE-AASHTO Committee on Flexural Members of the Committee on Metals of the Structural Division : Curved I-girder bridge design recommendations, Proc. ASCE, Vol.103, No. ST5, pp.1137-1168, May, 1977.
- 3) Deutscher Ausschuss für Stahlbau : DAST Richtlinie 012, Beulsicherheitsnachweise für Platten, Okt., 1978.
- 4) Culver, C.G., Dym, C.L. and Brogan, D.K. : Bending behavior of cylindrical web panels, Proc. ASCE, Vol.98, No. ST10, pp.2291-2308, Oct., 1972.
- 5) Culver, C.G., Dym, C.L. and Uddin, T. : Web slenderness requirements for curved girders, Proc. ASCE, Vol.99, No. ST3, pp.417-430, Mar., 1973.
- 6) Mariani, N., Mozer, J.D., Dym, C.L. and Culver, C.G. : Transverse stiffener requirements for curved webs, Proc. ASCE, Vol.99, No. ST4, pp.757-771, Apr., 1973.
- 7) Dabrowski, R. and Wachowiak, J. : Stress in thin cylindrical webs of curved plate girders, Proc. of Colloquium on Design of Plate and Box Girders for Ultimate Strength, London, 1971, IABSE, Vol.11, pp.337-352, 1972.
- 8) Abdel-Sayed, G. : Curved webs under combined shear and normal stresses, Proc. ASCE, Vol.99, No. ST3, pp.511-525, Mar., 1973.

- 9)Standard Specifications for Highway Bridge, 11th ed., American Association of State Highway and Transportation Officials Washington,D.C., 1973.
- 10)Washizu, K. :Variational Methods in Elasticity and Plasticity, 2nd ed., Pergamon Press,1975.
- 11)三上市蔵・古西和夫・米沢博：曲げを受ける円筒腹板パネルの非線形挙動，土木学会論文報告集，No.299, pp.23-24, 1980.7.
- 12)倉西茂・樋渡滋：曲げを受ける曲線プレートガーダーのウェブプレートの弾性挙動について，No.315, pp.1-11, 1981.11.
- 13)中井博・北田俊行・大南亮一：曲線桁腹板の曲げ強度に関する実験的研究，土木学会論文報告集，No.340,pp.19-28, 1983.12.
- 14)樋渡滋・倉西茂：曲げを受ける I 型断面弾性曲線プレートガーダーの有限変位挙動について，土木学会論文集， No.350,pp.59-69, 1984.10.（英文）
- 15)藤井堅・大村裕：フランジ剛性の影響を考慮した曲線桁腹板の非線形挙動，土木学会論文集，No.356, pp.69-79, 1985.4.（英文）
- 16)日本道路協会：道路橋示方書・同解説，丸善，1982.2.
- 17)和田均・滝佳弘・高村東作・西村融：混合要素を用いた板、かくの増分法による幾何学的非線形解析，日本機械学論文集（A編），Vol.46, No.404, pp.428-437, 1980.4.
- 18)Herrmann,L.R. and Campbell,D.M.:A Finite-Element Analysis for Thin Shells,AIAA Journal,Vol.6, No.10, pp.1842-1847, Oct., 1968.
- 19)長柱研究委員会：弾性安定要覧，コロナ社，1969.