

鋼構造物の弾塑性耐荷力推定のための 新しい統一のアプローチ

A NEW UNIFIED APPROACH TO PREDICT THE STRENGTH OF
STEEL STRUCTURES IN ELASTO-PLASTIC RANGE

丹羽義次* 渡辺英一** 勇 秀憲***

By Yoshiji NIWA*, Eiichi WATANABE** and Hidenori ISAMI***

This paper unifies a new simplified approach to the load-carrying capacity of slender steel structures in the elasto-plastic range through catastrophe theory. Firstly, the elasto-plastic buckling strength is obtained from the elasto-plastic material behavior and the residual stress. Secondly, the intersection point of the elasto-plastic postbuckling curve with the pathological plastic mechanism curve is defined as an equivalent bifurcation point. Furthermore, in a neighborhood of the point, the elasto-plastic ultimate strength is shown to be predicted in terms of the imperfection sensitivity curve in the catastrophe theory. Herein, several numerical examples for typical slender steel structures such as columns, plates and shells are analyzed by the proposed approach.

1. まえがき

鋼構造部材の弾塑性安定性とその強度に関する研究は、土木構造解析の分野において非常に興味ある問題の一つである。座屈、後座屈や耐荷力について、これまでかなり多くの解析的あるいは数値的研究がなされてきた。近年、差分法、有限要素法や境界要素法等の離散化解析法を用いて、材料的・幾何学的非線形性を取り扱う数値解法がますます盛んになっている。材料特性、幅・厚さ・長さなどの幾何学的な諸元や各種の不完全性といった耐荷力を支配するいろいろなパラメータの組み合わせに対し、その弾塑性強度特性をできるだけ厳密に推定することが、これらの解析手法の主な目的であろう(1-4)。

一方、著者らはカタストロフィー理論の考え方を使得、弾塑性域における構造部材の耐荷力を評価するための新しい簡易アプローチを提案し、圧縮柱、梁-柱、圧縮無補剛板、圧縮補剛板や圧縮円筒シェル構造に適用してきた(5-10)。その評価法では、いわゆる増分型の非線形連立釣り合い方程式を連続して解くことなく、弾塑性強度におよぼす各種支配パラメータの影響を閉じた形で簡潔に表現できる有利さがある。

本論文は、鋼構造部材の弾塑性座屈強度、後座屈釣り合い径路、塑性崩壊機構曲線および初期不整の敏感性曲線に関し、統一的な観点から新しい簡易耐荷力評価法をまとめたものである。数値計算例としてここでは特に、柱、板およびシェル構造を対象にする。

* 工博 京都大学教授 工学部土木工学科 (〒606 京都市左京区吉田本町)

** Ph.D 京都大学助教授 工学部土木工学科 (〒606 京都市左京区吉田本町)

*** 工修 高知高専助手 土木工学科 (〒783 高知県南国市物部乙20番1)

2. 弾塑性耐荷力評価法の定式化

(1) 弾塑性座屈強度

構造部材の弾塑性座屈強度を求めるために、部材は幾何学的初期不整を一切持たない完全系であるとし、その断面にはある適当な残留応力分布が存在するものと仮定する。残留応力分布は、外的に荷重無載荷な状態で初期自己釣り合いを満足するものとする。このとき、弾塑性座屈強度は、全断面に対する弾性断面の比率を示す弾性有効断面率 k から直接求められる (11, 12)。

ある与えられた残留応力分布とその最大圧縮応力の大きさ σ_r から、弾性有効断面率 k はいわゆる接線係数 E_t の形で定義される：

$$E_t = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = kE \quad (2.1)$$

ここに、 E 、 σ および ε はそれぞれヤング率、一般化応力および一般化ひずみである。また、 $\sigma = \sigma(k)$ と $\varepsilon = \varepsilon(k)$ であり、その具体的な関数形は対象とする構造部材の残留応力分布に依存して定められる。

各構造部材に対しその与えられた境界条件や支持条件から、弾塑性域における座屈モードと対応する初期たわみモードが、適切な形で仮定される。そしてそれらの大きさを、柱の長さや板厚で無次元化したものを、一般化変位として w と w_0 で記す。このとき、弾性域に対する通常の釣り合いの微分方程式をもとに、弾塑性座屈点の近傍で次の修正された釣り合い方程式が得られる：

$$f\sigma_E w - \sigma w = 0 \quad (2.2)$$

ここに、 σ_E はよく知られた弾性 Euler 座屈強度であり、対象とする構造部材の一般化細長比 R (板：一般化幅厚比、シェル：一般化半径－板厚比) の関数で簡単に記述される。また、 f は部材の弾塑性特性に起因する係数であるが、それを厳密に決定することは非常に難しい。そこで本簡易評価法では、柱および板・シェル構造に対し、それぞれ弾塑性域におけるモーメント－曲率関係および非線形釣り合い方程式を用いて、係数 f の簡易表現を近似した (5-10)。また、 f は与えられた幾何学的初期不整 w_0 に依存せず定められるものとする。

柱や無補剛板では最低次の弾塑性座屈応力に対応する 1 次の弾塑性座屈モードだけを対象にし、補剛板では補剛材剛度のパラメータとして補剛板の全体座屈と板パネルの局部座屈の 2 つの座屈モードを独立して取り扱う。また円筒シェル構造では、非対称座屈モードだけの 1 モード解析と、さらに軸対称座屈モードをも考慮しその連成を考えた 2 モード解析とを対象にする。

このとき、与えられた一般化細長比 R といくつかの支配パラメータに対し、弾塑性座屈強度 σ_{cr} は

$$\sigma_{cr} = f^0 \sigma_E \quad (2.3)$$

ここに、 f^0 は弾塑性座屈の生じるときの f の臨界値であり、対応する弾性有効断面率 k の臨界値 k^0 の関数である。もちろん上式は、 $k^0 = 1$ つまり $f^0 = 1$ のとき弾性 Euler 座屈強度 σ_E を与える。

(2) 後座屈経路

特に、板構造部材が弾性域において安定な後座屈釣り合い経路を有することはよく知られている。しかし、

その分岐後の釣り合い径路を閉じた形で厳密に決定することは、弾塑性域のみならず弾性域においても非常に困難である。ここでは、弾塑性域の影響を考慮し von Kármán の方程式を修正した式から、一般に次の形の弾塑性後座屈径路を求める (7, 10) :

$$\sigma = \sigma_{cr} - C_s w + C_p w^2 \quad (2.4)$$

ここに、 C_s および C_p は一般化細長比 R 、臨界弾性有効断面率 k^2 および割線係数 $E_s = \sigma / \epsilon$ などに依存する係数である。圧縮柱では、 $C_s = C_p = 0$ と考え後座屈強度はないものとし、上式は一般化応力 σ と一般化変位 w 空間で水平な直線 $\sigma = \sigma_{cr}$ を与える。また板構造の場合、 $C_s = 0$ 、 $C_p > 0$ とし安定対称

分岐を与える放物線後座屈径路を持ち、シェル構造の 1-モード解析では $C_s > 0$ 、 $C_p = 0$ で後座屈強度は持たず非対称分岐を与える不安定な後座屈直線を示すものとする。シェル 2-モード解析では簡単な非線形連立方程式の解から後座屈径路が求められる。なお、この場合も弾塑性分岐点自身は不安定である。

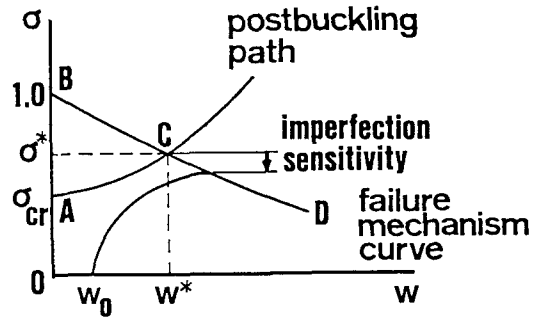


図-1 等価分岐点

(3) 塑性崩壊機構曲線

実際の構造部材の耐荷力は、主に残留応力による弾塑性後座屈強度だけで決定されるものではない。それは、材料の弾塑性特性のみならず、幾何学的な初期不整や塑性崩壊機構の影響を受ける (14-16)。終局崩壊機構に対応する塑性除荷曲線は、近似的に

$$w = w_p(\sigma) \quad (2.5)$$

で定義される。ここに、 w_p は崩壊機構と降伏条件を与える相関関係 (たとえば、軸圧縮力-曲げモーメント関係) から求められる関数である。

(4) 弾塑性耐荷力

図-1 は $\sigma - w$ の空間において、式 (2.4) の弾塑性後座屈釣り合い径路 AC と式 (2.5) の塑性崩壊機構曲線 BCD の典型を示す。2つの曲線の交点として『等価分岐点』C (σ^* , w^*) が定義される。この点を非対称分岐点として持つ擬似ポテンシャルを仮定し、その釣り合い方程式を次式で与える:

$$V' = - \frac{\partial V}{\partial w} = g \sigma \epsilon w_d - \sigma (w_d + w_0) = 0 \quad (2.6)$$

ここに、

$$g(w_d) = g^0 + \frac{1}{2} g^1 w_d, \quad w_d = w - w_0 - w^*$$

さらに、もし $w_0 = 0$ かつ $w_d = 0$ なら

$$\sigma^* = g^0 \sigma_E \quad (2.7)$$

ここに、係数 g は前述の f と類似しているが、その違いは f が通常の弾塑性分岐点 A ($0, \sigma_{cr}$) における評価であるのに対し、 g は等価分岐点 C (w^*, σ^*) における評価を意味する。

このとき、一般的な不完全構造部材の終局強度 σ_m は、いわゆる初期不整の敏感性曲線により推定される。この敏感性曲線は、釣り合い曲面 M_0 上の特異点の集合 AC を弾塑性耐荷力 σ_m - 初期不整 w_0 平面に投影してできる曲線 a_2c_2 で表わされる (図-2)。

$$\frac{\sigma_m}{\sigma^*} = 1 + \alpha^* w_0 - \sqrt{2 \alpha^* w_0 \left(1 + \frac{1}{2} \alpha^* w_0\right)} \quad (2.8)$$

ここに、

$$\alpha^* = - \frac{g_1^2}{g^0}$$

この g_1^2 を正確に決めることは非常に難しく、本解析では塑性崩壊機構曲線 BCD の等価分岐点 C における勾配 α^* により近似する：

$$\alpha^* = - \frac{1}{\sigma^*} \left(\frac{d w_0}{d \sigma} \right)^{-1}_{(w^*, \sigma^*)} \quad (2.9)$$

このことは、不完全構造部材の一般的な非線形釣り合い径路が、図-1の塑性崩壊機構曲線 BCD 上で荷重が最大値となることを意味する。つまり、一般化応力の終局状態である。いわゆる『折り目』のカタストロフィー分岐集合はこの第1次近似である (17, 18)。

なおシェル2モード解析では、分岐後の釣り合い径路を非線形解法により逐次追跡せず、釣り合いの特異点集合をもとに、弾塑性の影響を考慮して直接的に弾塑性耐荷力を算定する。

(5) 幾何学的初期不整の修正

さらに、構造部材の実際の終局挙動を表わすために、『等価初期不整』 w_0^* が導入される。

$$w_0^* = \mu(R) w_0 \quad (2.10)$$

ここに、

$$\mu(R) = \mu_0 \left(\frac{R}{R_0} \right)^\beta$$

$$\beta = 2 \left(1 - \frac{R}{R_0} \right)$$

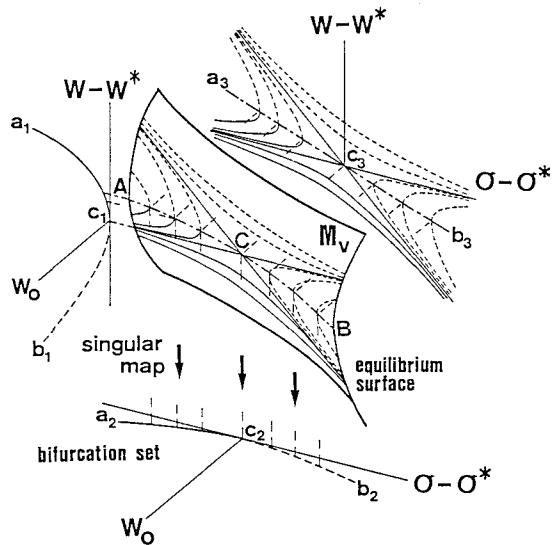


図-2 釣り合い曲面と分岐集合

表-1 弾塑性耐荷力の統一的簡易評価法

		中 心 圧 縮 柱	無補剛板・補剛板	軸圧縮円筒シェル		
載 荷 条 件		軸 方 向 圧 縮				
一般化応力 σ		平均軸圧縮応力／降伏応力				
一般化変位 w		面外たわみ／柱長		面外たわみ／板 厚		
弾 性 座 屈 強 度 σ_E		$\frac{1}{R^2}$				
一般化細長比R		一般化細長比	一般化幅厚比	一般化半径－板厚比		
弾塑性座屈強度 $\sigma_{cr} = f^c \sigma_E$ f^c の値		(弱軸回り) 1－モード $(k^c)^3$	無(1－モード) [*] 補(2－モード) ^{**} $\sqrt{k^c}$	非対称(1－モード) $\frac{\sqrt{k^c} + 1}{2} \sqrt{\frac{E_s}{E}}$	+ 軸対称(2－モード) ^{***} $\sqrt{k^c} \sqrt{\frac{E_s}{E}}$	
後 座 屈 径 路 式(2.4)		一定直線 $\sigma = \sigma_{cr}$	放物線 (安定) $\sigma = \sigma_{cr} + C_p w^2$	直線 (不安定) $\sigma = \sigma_{cr} - C_s w$	2－モード解析 釣り合い方程式	
降 伏 条 件 式		$m = c_2 (1 - \sigma)$ $\times \{2 - c_2 (1 - \sigma)\}$	$m + \sigma^2 = 1$			
崩壊機構曲線 $w = w_p(\sigma)$ 式(2.5)		$w = A_p \frac{1 - \sigma}{\sigma}$ $\times \{2 - c_2 (1 - \sigma)\}$	$w = A_p \frac{1 - \sigma^2}{\sigma}$			
勾 配 式(2.9) α^*		$\frac{A_p \sigma^*}{2 - c_2 (1 - \sigma^*)}$	$\frac{\sigma^*}{A_p (1 + \sigma^{*2})}$	釣り合いの特異条件から直接算定		
初期たわみ w_0		道路橋示方書 $\frac{\text{柱長}}{1000}$	道路橋示方書 板長/1000 (全体) 板幅/150 (局部)	ECCS $\frac{\text{ゲージ長}}{100}$		
修正 係数 μ (R) 式(2.10)	μ_c	$\mu_c = \frac{1}{2}$	$\mu_c = \frac{1}{8}$	$\mu_c = 1$		
	β	$2 \left(1 - \frac{R}{R_p}\right)$				

* 無補剛板 ** 補剛板 *** 非対称モード+軸対称モード

また、 R_p は通常の分岐座屈が弾塑性から弾性に移るときの一般化細長比 R の値である。初期不整 w_0 の2つの極限条件： $R \rightarrow 0$ と $R \rightarrow \infty$ において、初期不整が弾塑性耐力力におよぼす影響はほとんど見られないこと考慮して、上式(2.10)の係数 μ と β が決定される。このとき従来からの多くの設計曲線が参考にされる(11,12)。

結局、本簡易評価法による弾塑性耐力力は、式(2.9)の勾配 α^* と式(2.10)の等価初期不整 w^* を用いて式(2.8)から求められる。

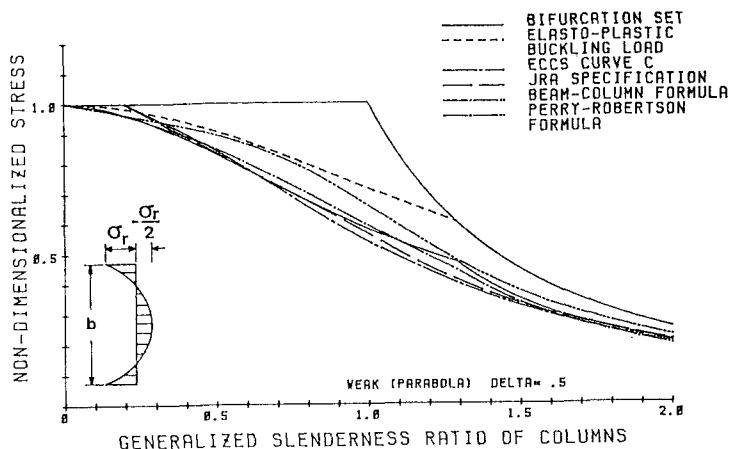


図-3 耐力力曲線 (I-型断面軸圧縮柱、弱軸)

(6) 各種構造部材への適用

本論文でまとめた統一的评价法

は、主に4種類の構造部材に適用されその有用性と妥当性が示される：軸圧縮柱、矩形的圧縮無補剛板と圧縮補剛板および軸圧縮円筒シェルである。表-1は、それをまとめたものである。ここに、一般化応力 σ は、平均軸圧縮応力を材料の降伏応力で無次元化したものを、一般化変位 w は柱の長さあるいは板厚で無次元化した弾塑性座屈モードの大きさを表わす。また、 m は塑性ヒンジ線に沿う無次元化曲げモーメントである。さらに、塑性崩壊機構曲線の係数 A_p は構造モデルの弾塑性座屈モードに対応する終局状態から定義され、これを用いて勾配 α^* が等価分岐点において簡単に評価される。ただしシェル構造では、前述したように釣り合いの特異条件から直接求めるものとする。

3. 数値計算例

4種類の構造モデルに対しその数値計算例を示す(5-10)。以下に示す例題では、いずれもその断面内に圧縮軸方向に一定で、最大圧縮応力の大きさが $\sigma_r = 0.4\sigma_y$ の放物線の残留応力分布が存在するものとする。また、初期たわみはいずれの場合も道路橋示方書あるいはECCSの許容値や制限値を採用した(表-1)(19,23)。

図-3はI-型断面(ウェブとフランジの断面積の比は0.5)の単純支持中心圧縮柱モデルの弱軸まわりの曲げ座屈に対し、本評価法にもとづく耐力力曲線である。初期たわみの大きさは、柱の長さの1000分の1である。図中、梁-柱相関曲線、Perry-Robertson曲線、道路橋示方書の基本耐力力曲線やECCS柱曲線などと本耐力力曲線の比

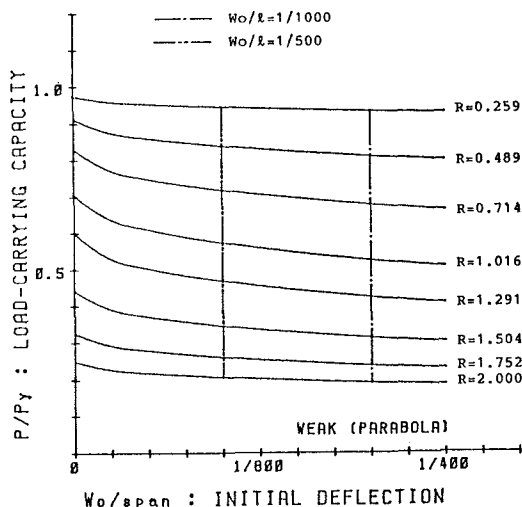


図-4 初期不整の敏感性曲線 (I-型断面軸圧縮柱、弱軸)

較がされている。また図-4は、代表的な各一般細長比 R に対する初期不整の敏感性曲線の変化を示したものである。 R の中間的な領域つまり弾塑性座屈領域では、耐荷力は初期不整に比較的鋭敏であることがわかる。

図-5は、周辺単純支持矩形軸圧縮板に対する本簡易評価法の数値計算結果である。初期たわみの大きさは、道路橋示方書の制限値である板幅の150分の1と参考として200分の1で与える。数値結果は von Kármán, Crisfield らの単純支持矩形板の終局強度曲線と比較し、よく相関している(7,20)。

図-6および7は、圧縮矩形補剛板の全体座屈と局部座屈の2つのタイプに関する本評価法による数値計算結果である。それらはともに、von Kármán、福本、小松や、道路橋示方書・Dast・ÖNORM などの設計曲線と比較されている(10,21,22)。補剛材は、板幅中央に1本軸方向に配置されている縦補剛材を考える。横軸は局部板パネルの一般化幅厚比である。図-6の結果は、補剛材の曲げ剛性が板自身の曲げ剛性に比べて小さいときに補剛板に現われる全体座屈に対するものである。補剛板の残留応力分布は、板パネル部で放物線分布 $\sigma_r=0.4\sigma_y$ 、補剛材断面で一定の引張り残留応力 $\sigma_{rs}=-0.2\sigma_y$ とした。初期たわみは、補剛材の初期たわみ自身が全体座屈モードを代表すると考え、補剛板長さの1000分の1で与えた。その他、数値計算に用いた各パラメータの値は図中に示してある。また、図-7は補剛材曲げ剛性がかなり大きく補剛材が節となるような板パネルの局部座屈に対する数値計算結果である。残留応力は図-6の場合と同じである。初期たわみは、板パネル部を無補剛板と考えパネル幅(補剛板全幅の半分)の150分の1で与えた。いずれの座屈タイプに対しても本評価法は中間的な耐荷力評価を与えている。

図-8は、軸圧縮円筒シェル2モード解析の本評価法による耐荷力曲線である。初期たわみは、ECCSの制限値としてゲージ長の100分の1を与えた。なお、ゲージ長としては $4\sqrt{rt}$ (r :半径、 t :板厚)により換算した(23)。この例題では軸対称モードの初期不整だけを考えた。図中では主にECCSの設計曲線と比較して、弾性域ではほとんど両者は一致しており、弾塑性域では本解析法が少し下位にあることがわかる。また、シェル構造の1モード解析でも同様な耐荷力曲線が求められる。さて、図-9は2モード解析にもとづく『放物的へそ』のカタストロフィー分岐集合である。 λ は弾塑性耐荷力、 ε_1 は軸対称モード初期たわみ、 ε_2 は非対称モード初期たわみを示す。前者の方が耐荷力に対し敏感であることが視覚的に把握できる。なお、本論文ですでに述べたようにシェル構造の場合、等価分岐点は通常の弾塑性分岐点そのままであるとし、弾塑性を考慮した擬似弾性ポテンシャルから弾塑性耐荷力を算定している。ここでは、弾塑性分岐点自身が不安定であることから弾塑性崩壊機構曲線は考慮していない(表-1)(24)。

4. 結論

本論文は、カタストロフィー理論の考え方をを用いて、鋼構造部材の弾塑性耐荷力の新しい簡易評価法を統一的にまとめたものである。数値計算例としてここでは特に、柱、板およびシェル構造を対象にする。得られた主な結論は、以下の通りである：

- (1) 構造部材の弾塑性耐荷力は、弾塑性の影響を考慮した擬似弾性ポテンシャルをもとにカタストロフィー理論による分岐集合としての初期不整の敏感性曲線の形で予測できる。
- (2) 弾塑性後座屈経路と塑性崩壊機構曲線の交点である等価分岐点を非対称分岐点として持つように擬似ポテンシャルを定義し、塑性崩壊機構曲線上で荷重最大となることにより弾塑性耐荷力を評価する。
- (3) ただし、軸圧縮円筒シェルの場合には弾塑性分岐点自身が不安定であることから、擬似ポテンシャルの通常の弾塑性分岐点での安定特性より直接的に弾塑性耐荷力をもとめる。
- (4) 本評価法では、実際の構造部材の挙動を参考に、数値計算に用いる初期不整は等価初期不整に置き換えられ修正される。その形は、従来の多くの理論解析・数値結果や各種の設計曲線を考慮して、統一的に定義される。

图-5 耐力力曲线
 (周边单纯支持
 矩形压缩板)

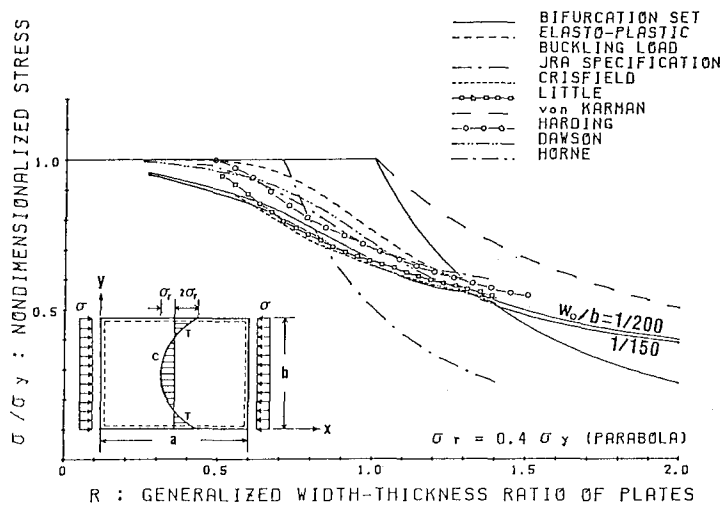


图-6 耐力力曲线
 (周边单纯支持
 矩形压缩补刚板)
 - 全体座屈 -

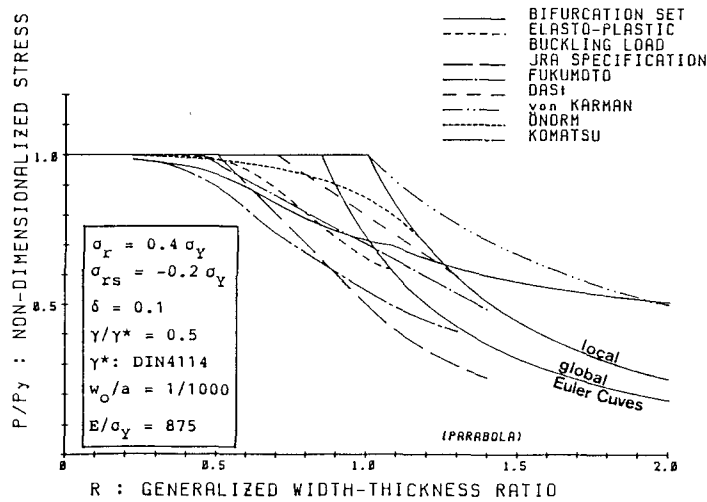
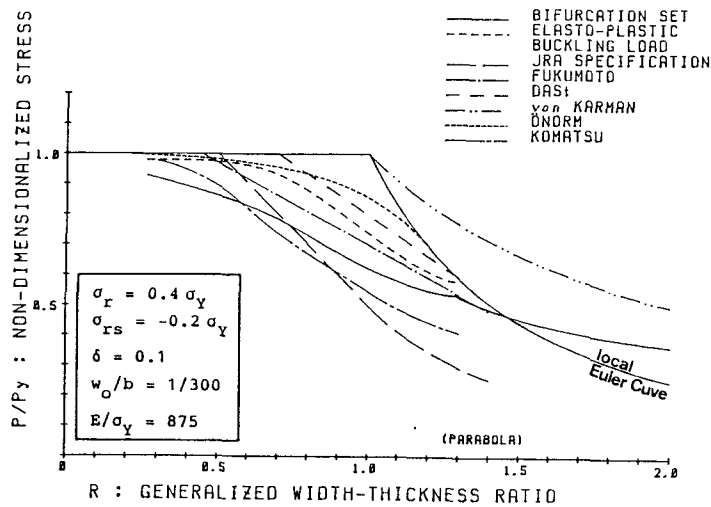


图-7 耐力力曲线
 (周边单纯支持
 矩形压缩补刚板)
 - 局部座屈 -



- (5) すべての数値計算は、非常に簡単でマイクロコンピュータだけで十分に可能である。
- (6) ここで提案した簡易評価法は、骨組み、トラスやラーメンといったその他の土木構造物に対しても適用できるものとする。

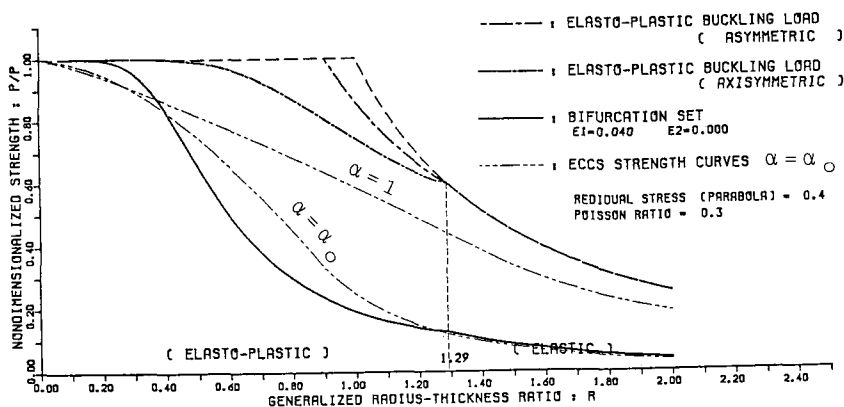


図-8 耐力力曲線（軸圧縮円筒シェル）- 軸対称初期たわみ -

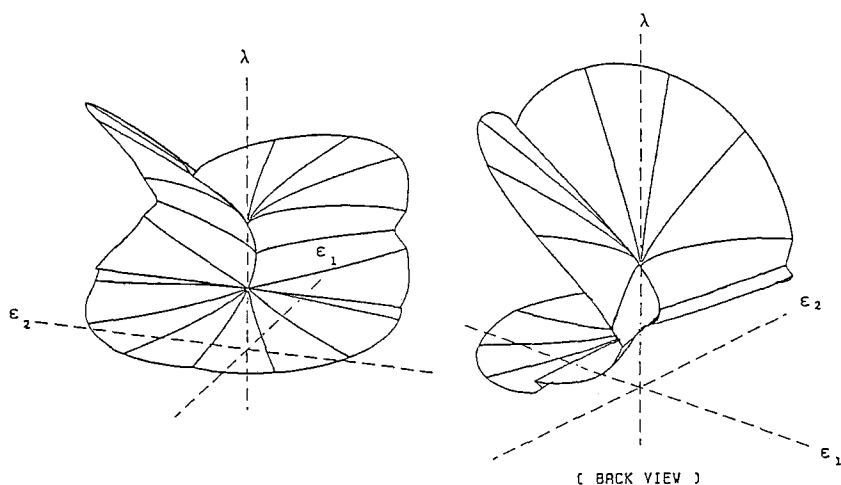


図-9 初期不整の敏感性曲面（軸圧縮円筒シェル）- 放物的ヘソのカタストロフィー -

5. 参考文献

- 1) SSRC, IABSE, ECCS, JCRC, FABSE, Stability of Metal Structures. Proceedings of the 3rd International Colloquium on Stability of Metal Structures, Preliminary Report, Paris, Nov. 16-17, 1983.
- 2) Rockey, K.C. and H.R. Evans (eds.), The Design of Steel Bridges. Granada Publishing, 1981.
- 3) Morris, L.J. (ed.), Instability and Plastic Collapse of Steel Structures. Granada Publishing, 1983.
- 4) Rhodes, J. and J. Spence (eds.), Behaviour of Thin-Walled Structures. Elsevier Applied Science Publishers, 1984.
- 5) Niwa, Y., E. Watanabe and H. Isami, A new approach to predict the strength of steel columns. Proc. JSCE, No. 341, pp. 13-21, 1984.
- 6) Isami, H., E. Watanabe and Y. Niwa, Strength of I-sectional steel columns predicted by catastrophe theory. Bulletin of Kohchi Technical College, Vol. 20, pp. 127-135, 1984 (in Japanese).
- 7) Niwa, Y., E. Watanabe, H. Isami and Y. Fukumori, A new approach to predict the strength of compressed steel plates. Proc. JSCE, No. 341, pp. 23-31, 1984.
- 8) Niwa, Y., E. Watanabe and S. Suzuki, A new approach to the elasto-plastic lateral buckling strength of beams. Proc. JSCE, Structural Engineering/Earthquake Engineering, Vol. 1, No. 1, pp. 41s-49s, 1984.
- 9) Niwa, Y., E. Watanabe and H. Isami, A unified view of the strength of columns, beams and compressed plates through catastrophe theory. Proceedings of the 3rd International Colloquium on Stability of Metal Structures, Preliminary Report, pp. 313-317, 1983.
- 10) Niwa, Y., E. Watanabe and H. Isami, A new approach to predict the strength of compressed steel stiffened plates. Proc. JSCE, Structural Engineering/Earthquake Engineering, Vol. 2, No. 2, pp. 281s-290s, 1985.
- 11) Johnston, B.G., Guide to Stability Design Criterion for Metal Structures. 3rd Edition. Structural Stability Research Council, John Wiley & Sons, 1976.
- 12) Allen, H.G. and P.S. Bulson, Background to Buckling, McGraw-Hill, 1980.
- 13) Timoshenko, S.P. and J.M. Gere, Theory of Elastic Stability, 2nd Edition. McGraw-Hill, 1961.
- 14) Horne, M.R. and L.J. Morris, Plastic Design of Low-Rise Frames. Granada Publishing, 1981.
- 15) Murray, N.W., Introduction to the Theory of Thin-walled Structures. Oxford University Press, 1984.
- 16) Korol, R.M. and A.N. Sherbourne, Strength prediction of plates in uniaxial compression. J. Struct. Div., Proc. ASCE, Vol. 98, No. ST9, pp. 1965-1986, 1972.
- 17) Thompson, J.M.T., Instabilities and Catastrophes in Science and Engineering, John Wiley & Sons, 1982.
- 18) Thom, R., Structural Stability and Morphogenesis, Benjamin, 1975.
- 19) Japan Road Association, Specifications of Highway Bridges, 1980.
- 20) Bradfield, C.D., An evaluation of the elasto-plastic analyses of steel plates loaded by uniaxial in-plane compression. Int. J. Mech. Sci., Vol. 24, pp. 127-146, 1982.
- 21) Fukumoto, Y., Numerical data bank for the ultimate strength of steel structures. Der Stahlbau, Vol. 51, pp. 21-27, 1982.
- 22) Komatsu, S., S. Nara and T. Kitada, Elasto-plastic analysis of orthogonally stiffened plates with initial imperfections under uniaxial compression. Computer & Structures, Vol. 11, pp. 429-437, 1980.
- 23) ECCS, European Recommendations for Steel Construction: Buckling of Shells, 2nd Edition. Publication No. 29, 1983.
- 24) Niwa, Y., E. Watanabe, H. Isami and N. Taniguchi, An evaluation of elasto-plastic ultimate strength of compressed cylindrical shells. Proceedings of the 40th Annual Meeting of Japan Society of Civil Engineers, I-95, 1985 (in Japanese).