

円孔を有する固定正方形板の弾性せん断座屈

Elastic shear buckling of fixed square plates with circular holes

上野谷 実^{*} 大村 裕^{**}

By Minoru UENOYA and Hiroshi OHMURA

Elastic shear buckling of square plates containing centrally located circular holes is investigated analytically and experimentally. The plates are subjected to uniform in-plane shearing deformations. Ratios of the hole diameter to the plate length, d/l , are 0.3, 0.5 and 0.7. The influence of the circular hole and in-plane loading condition on buckling strength is considered. Results are compared with previous analysis and experiments for various sized holes. For large holes, the results suggest that the critical stress of clamped plates is higher than uniform shear stress. Comparison of analytical results with test shows good agreement on initial buckling strength. It is shown that experimental ultimate loads of the perforated plates are from 5.6 to 7.0 times of the initial buckling loads.

1. まえがき

土木、建築、造船、航空機などの分野において、板は構造物を構成する部材として使用される。この構造部材の板に配管、配線、維持管理用マンホール、重量軽減などの目的で孔を設ける場合がある。このような孔を有する板要素を有孔板という。土木構造物では鋼箱桁のダイヤフラムやプレートガーダーの横桁ウェブなどに有孔板がみられる。有孔板は孔のない場合に比較すると力学的強度の低下が著しいため設計には、その応力状態、耐荷力や力学的挙動を正確に把握する必要がある。

有孔板に荷重が作用すると、孔のため応力集中を生じる。この応力集中に関する研究は古くから多くなされ、弾性応力については文献(1)に集大成されている。有孔板は孔のため面外剛性が減少し座屈強度の低下も著しい。板の座屈強度は主に荷重条件と周辺の面外支持条件によって決まるが、有孔板の場合これらに加えて孔の形や大きさとその位置および孔縁の補強の有無などが影響する。

有孔板の座屈に関する研究は使用頻度の少ない特殊構造であることや解析の複雑さのため少なく、座屈の基本的荷重である圧縮を受ける場合が最も多く行われている。せん断あるいは曲げを受ける場合や圧縮、せん断、曲げの組合せ荷重を受ける場合の座屈解析に関する研究は少ない。周辺に一樣せん断応力を受ける有孔板の座屈に関する研究は Kroll⁽²⁾ が 1949年に Rayleigh-Ritz のエネルギー法を用いて、円孔を有する単純支持正方形板のせん断座屈解析を行った。有限要素法による座屈解析は 1967年に Rockey ら⁽³⁾ が行った

* 工修 福山大学 助教授 工学部 土木工学科 (〒729-02 福山市東村町)

** 工博 広島大学 教授 工学部 第四類(建設系) (〒724 東広島市西条町下見)

が精度はあまりよくなく無孔板の場合、古典解に対して 9.7 % の誤差があった。1968年に吉識ら⁴⁾は円孔を有する圧縮板の面内応力解析を有限要素法で行い、面外変位を表わすたわみ関数に多項式を用いた Rayleigh-Ritz 法による座屈解析法を示した。1975年 Allman⁵⁾は高精度の有限要素を用いてよい結果を得たが孔の大きさは1種類のみだった。1978年に吉識らと同じ解析方法であるが、たわみ関数にフーリエ級数を用いた Rayleigh-Ritz 法で著者は円孔を有する正方形板が一様せん断応力を受ける場合の弾塑性座屈解析を行ない円孔の大きさが広範囲に渡って変化する場合の座屈強度を示した。⁶⁾ 1979年に Rockey⁷⁾は円孔縁の補強リングの効果について理論および実験的研究を行なっている。

いままでに述べた研究は、図-1 (a) に示すように荷重は有孔板の周辺境界上で、せん断応力が等分布に作用し、面内方向の拘束がない場合である。当然、孔のために周辺は図のような変形をする。ところが実際の構造物は周辺境界に多くの場合フランジやスチフナなどが存在して、面内方向をある程度拘束するものと考えられる。極端な場合として周辺が完全な剛体で固定された状態で、せん断変形すると図-1 (b) のように周辺は直線を保ったままの変形となる。ここでは便宜的に図-1 (a) と (b) の载荷状態をそれぞれ「一様せん断応力载荷」および「一様せん断変形载荷」と呼ぶことにする。

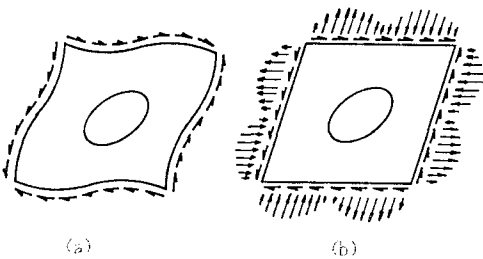


図-1 (a) 一様せん断応力载荷
(b) 一様せん断変形载荷

一様せん断変形を受ける有孔板の弾性座屈解析は1976年 Grosskruth ら⁸⁾が有限要素法を用いて初めて行った。その結果、円孔が大きくなれば一様せん断応力载荷の座屈強度より一様せん断変形载荷の座屈強度が大きくなることを解析および実験によって明らかにしたが、座屈強度について述べられているだけで、有孔板の応力状態や後座屈における面外挙動などは明らかにされていない。

本報告は一様せん断変形を受ける正方形板が板の中央に円孔を有する場合の弾性座屈解析を Rayleigh - Ritz 法で行ない、弾性座屈強度や孔縁および周辺の応力状態が一様せん断応力载荷と異なる点を明らかにする。また解析の妥当性を検討するために模型実験を行い、初期座屈強度および後座屈挙動と後座屈強度を実験的に明らかにしようとするものである。

2. 解析方法

(1) 座屈解析

Rayleigh-Ritz 法による板の座屈解析は幾何学的条件を満足するたわみ関数を仮定し、この関数の未定係数を座屈時のポテンシャルエネルギーが最小となるように決定する。以下この解析法について簡単に述べる。

面外荷重のない場合、中央面に作用する面内荷重によって、座屈を生じるときのたわみに関する微分方程式は直角座標系で次のように表わされる。

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) = N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2 N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \dots\dots\dots (i)$$

ここに、w は x と y で表わされるたわみ関数、Dは板の単位巾当たりの曲げ剛度、N_x, N_y, N_{xy} は x y 面内に作用する面内力である。

座屈するときの板のひずみエネルギーと外力によってなされる仕事から板の全ポテンシャルエネルギー U は、次のように表わされる。

$$U = \frac{D}{2} \iint \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} \right] dx dy$$

$$+ \frac{1}{2} \iint \left[N_x \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 2 N_{xy} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + N_y \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy \quad \dots\dots\dots (2)$$

求める解は U が最小になるように関数 w を決定すれば得られる。

$$\delta \frac{D}{2} \iint \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} \right] dx dy$$

$$+ \delta \frac{\lambda}{2} \iint \left[N_x \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + 2 N_{xy} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + N_y \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 N'_x, N'_y, N'_{xy} はある任意の荷重における面内力であり、座屈するときの面内力は乗数 λ によって $N_x = \lambda N'_x$, $N_y = \lambda N'_y$, $N_{xy} = \lambda N'_{xy}$ となる。 λ が求まれば座屈荷重が決定できる。

Rayleigh-Ritz 法ではたわみ関数を次のような級数で表わす。

$$w(x, y) = \sum A_i f_i(x, y) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 A_i は未定係数であり、 $f_i(x, y)$ は幾何学的面外境界条件を満足する関数である。式 (4) を式 (3) へ代入して、各係数に関して微分すれば、次の方程式が得られる。

$$(\Phi + \lambda \Psi) A = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $\Phi = [\phi_{ij}]$, $\Psi = [\psi_{ij}]$, $A = \{A_j\}$

$$\phi_{ij} = \sum_{q=1}^{N_0} D \iint \left\{ \frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2} \frac{\partial^2 f_j}{\partial x^2} + \nu \left(\frac{\partial^2 f_i}{\partial x^2} \frac{\partial^2 f_j}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f_j}{\partial x^2} \frac{\partial^2 f_i}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 f_i}{\partial y^2} \frac{\partial^2 f_j}{\partial y^2} \right.$$

$$\left. + 2(1-\nu) \frac{\partial^2 f_i}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 f_j}{\partial x \partial y} \right\} dx dy \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\psi_{ij} = \sum_{q=1}^{N_0} \iint \left\{ N_{x,q} \frac{\partial f_i}{\partial x} \frac{\partial f_j}{\partial x} + N_{y,q} \left(\frac{\partial f_i}{\partial x} \frac{\partial f_j}{\partial y} + \frac{\partial f_j}{\partial x} \frac{\partial f_i}{\partial y} \right) + N_{y,q} \frac{\partial f_i}{\partial y} \frac{\partial f_j}{\partial y} \right\} dx dy$$

\dots\dots\dots (7)

ここに、有限要素法で応力を計算する場合、各積分は要素ごとに行い、総和は全要素 N 。についてとる。本解析ではたわみ関数に後で示すフーリエ級数を用いるので三角形要素について行う 2 重積分はガウスの 7 点

公式による数値積分で計算する。

たわみ関数の微分と2重積分を含む式(6)と(7)の計算ができれば、板の座屈問題は式(5)の λ を求める固有値問題に帰着する。

(2) たわみ関数

たわみ関数は板の面外変形を表わす関数であり、面内変形とは無関係である。したがって周辺境界条件は任意に規定できると考えられる。図-2に示すような純せん断を受ける場合、本解析では正方形板の対称座屈に対するたわみ関数を次のような8項のフーリエ級数で仮定する。

単純支持の場合

$$w(x, y) = A_1 \cos \frac{\pi x}{\ell} \cos \frac{\pi y}{\ell} + A_2 \sin \frac{2\pi x}{\ell} \sin \frac{2\pi y}{\ell} + A_3 \cos \frac{\pi x}{\ell} \cos \frac{3\pi y}{\ell} + A_4 \cos \frac{3\pi x}{\ell} \cos \frac{\pi y}{\ell} \\ + A_5 \cos \frac{3\pi x}{\ell} \cos \frac{3\pi y}{\ell} + A_6 \sin \frac{2\pi x}{\ell} \sin \frac{4\pi y}{\ell} + A_7 \sin \frac{4\pi x}{\ell} \sin \frac{2\pi y}{\ell} + A_8 \sin \frac{4\pi x}{\ell} \sin \frac{4\pi y}{\ell} \dots \dots (8)$$

固定の場合

$$w(x, y) = (\cos \frac{\pi x}{\ell})^2 (\cos \frac{\pi y}{\ell})^2 (A_1 + A_2 \sin \frac{\pi x}{\ell} \sin \frac{\pi y}{\ell} + A_3 \cos \frac{2\pi x}{\ell} \cos \frac{2\pi y}{\ell} + A_4 \sin \frac{2\pi x}{\ell} \sin \frac{2\pi y}{\ell} \\ + A_5 \sin \frac{3\pi x}{\ell} \sin \frac{3\pi y}{\ell} + A_6 \cos \frac{\pi x}{\ell} \cos \frac{\pi y}{\ell} + A_7 \cos \frac{3\pi x}{\ell} \cos \frac{3\pi y}{\ell} + A_8 \sin \frac{4\pi x}{\ell} \sin \frac{4\pi y}{\ell}) \dots (9)$$

式(8)と(9)のたわみ関数は文献(6)で用いられているものと同じである。項の順序は座屈応力の収束に貢献する順位を示し、これらのたわみ関数による誤差は無孔板の場合古典解に対して1%以下である。

(3) 弾性応力解析

円孔を有する正方形板の平面応力解析は有限要素法で行った。用いた要素は要素内応力一定の三角形要素で、要素分割は図-3に示す。計算において一様せん断変位は境界辺が直線を保ち長さは一定のまま回転するような変位を節点に与え、対称性を利用して正方形板の1/4について行った。

3. 実験方法

(1) 実験装置および供試体

実験装置は供試体の有孔板を固定するため、図-4に示すように4隅をヒンジ機構にした非常に剛性の高い鋼鉄製の載荷フレームを用いた。載荷方法は直径18mmの高力ボルトで供試体を載荷フレームに固定し、試験機の引張荷重Pが連結器から載荷フレームを経て、板周辺に一様せん断変形荷重として作用する方法を用いた。供試体は正方形板の辺長 ℓ と円孔の直径 d の比で表わすと、無孔板($d/\ell=0$)と有孔板 $d/\ell=0.3, 0.5, 0.7$ の4種類である。また、供試体の寸法は平均板厚が $t=$

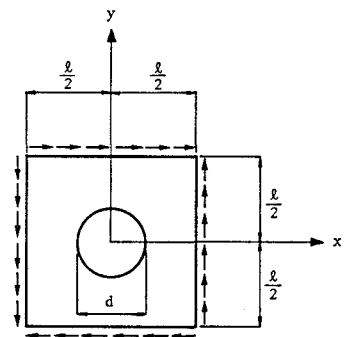


図-2 たわみ関数の座標系

1.2 mm であり、正方形板の辺長は 510 mm であるが、4 隅のヒンジ部分を切除してあり、実際にせん断変形を受ける部分は載荷フレーム内の一辺 400 mm の正方形部分である。実験に用いた鋼板は構造用軟鋼 SS41P である。引張強度試験の結果は引張降伏応力 $\sigma_y = 2290 \text{ kgf/cm}^2$ (224.6 MPa) であった。応力計算に用いる弾性係数 E 、ポアソン比 ν は、構造用軟鋼の一般的な数値である $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ ($2.06 \times 10^5 \text{ MPa}$)、 $\nu = 0.3$ を用いた。

(2) ひずみと変位の測定方法

供試体の板が初期座屈を起こすまでの面内応力分布や板の応力状態、更に面外の曲げ挙動を調べるために電気抵抗線ひずみゲージ (ゲージ長 5 mm) を図-5 に示す位置に接着した。ただし、有孔板については載荷軸上の孔縁に接着したひずみゲージが面外の曲げ挙動を調べるためのひずみゲージを兼ねる。

板の面外方向変位 (以下「面外たわみ」と呼ぶ) は、座屈時に板のたわみが最大になると予想される位置、すなわち、無孔板は板の中央、有孔板は載荷軸上の孔縁をダイヤルゲージ (最小目盛 1/100 mm) によって測定した。また、板の面内方向変位は、対角線方向の変位をダイヤルゲージによって測定した。

(3) 載荷実験

載荷は、予想初期座屈荷重を越えないように、無孔板では予想初期座屈荷重のおよそ 1/2、有孔板では最も早く降伏すると予想される孔縁のひずみが降伏ひずみの 1/4 から 1/3 のならし荷重を載荷した後、載荷実験を行なった。初期座屈を起こすと予想される荷重付近の荷重増分は小さくとり、 $d/l = 0.7$ では特に小さくとった。その後の荷重増分は、局部的塑性域の発生あるいは座屈挙動に変化の兆候が現われはじめてから変化が小さくなるまでの領域では小さくとり、その他の領域では大きくとった。弾塑性域において、荷重を一定に保っても面外たわみおよび面内方向変位の増加がみられる場合、これらの変位の増加が微小になってから変位やひずみの読み取りを行った。

4. 解析結果および実験結果の考察

(1) 弾性応力

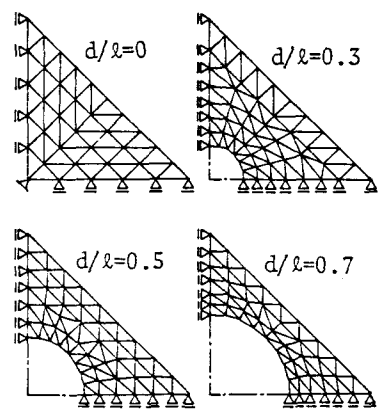


図-3 無孔板および有孔板の有限要素分割

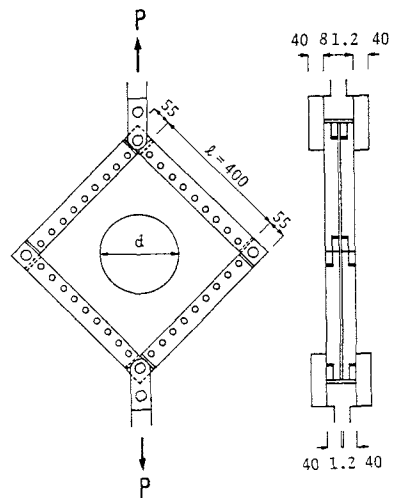


図-4 一様せん断変形載荷装置 (単位: mm)

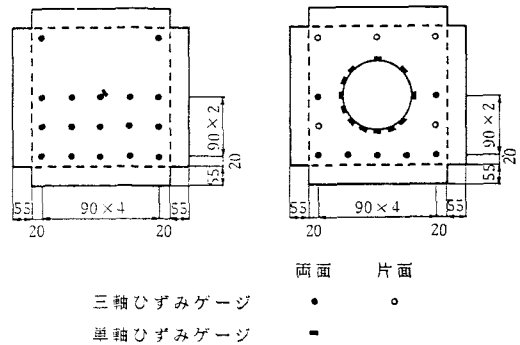


図-5 ひずみゲージ接着位置 (単位: mm)

図-6 に 無孔板 と 有孔板の周辺から 2 cm の断面 t_1-t_1' 、板中間断面 t_2-t_2' および板中央断面 t_3-t_3' における応力分布を示す。ここでは 便宜上各断面の t_1, t_2, t_3 側から順に測点1~5 とする。一様せん断変形を受ける有孔板の場合、周辺境界は変位が拘束されるため、せん断応力は等分布ではなく、また境界上で法線方向の垂直応力も生じる。理論解析のこれらの応力による合力は実験における対角線方向の荷重 P に相当する。この対角線方向力 P の周辺方向成分として周辺せん断力 Q を定義する。このせん断力 Q を周辺断面積で除して平均せん断応力 τ_0 とする。これらを式に表わせれば次のようになる。

$$Q = P / \sqrt{2} \dots\dots\dots (10)$$

$$\tau_0 = Q / (t \ell) \dots\dots\dots (11)$$

解析値および実験値は平均せん断応力 τ_0 によって各応力成分を除し、無次元応力として表示している。面内応力の実験値は初期座屈前における板の表面と裏面の応力を平均して曲げによる影響を除いた値を示している。

無孔板の場合、理論的な面内応力状態は、孔の影響がまったく無いので、板のいたる所で $\tau_{xy} / \tau_0 = 1$ 、 $\sigma_x / \tau_0 = \sigma_y / \tau_0 = 0$ の純せん断応力状態である。断面 t_1-t_1' 、 t_2-t_2' の測点2および断面 t_3-t_3' の測点3において、実験によるせん断応力 τ_{xy} / τ_0 が解析値より少し大きな値を示しているが、これらの測点では面外の曲げの影響を最も受け易いため、その影響が現われたものと考えられる。しかし、全体的には解析値によく近似する。垂直応力 σ_x / τ_0 、 σ_y / τ_0 は、断面 t_1-t_1' の載荷点に最も近い測点1でせん断応力のおよそ2倍もの大きな値を示しているが、他の測点および断面 t_2-t_2' 、断面 t_3-t_3' では多少増減があるものの、全体的には純せん断に近い値を示す。したがって本載荷装置は載荷点付近を除けば純せん断に近い応力状態を得ることのできる載荷方法とみなせる。

有孔板の応力は、無孔板と同様に載荷点付近の垂直応力を除いて各有孔板ともに解析値によく近似した値を示す。

図-7 に有孔板の孔縁における接線方向の垂直応力 σ_θ / τ_0 を示す。 $d/\ell = 0.3, 0.5$ の実験値は解析値によく近似する。 $d/\ell = 0.7$ の実験値は、全体的に解析値より小さい傾向を示す。

(2) 初期座屈挙動

図-8 に初期座屈を生じる近傍の荷重 P と面外たわみ δ

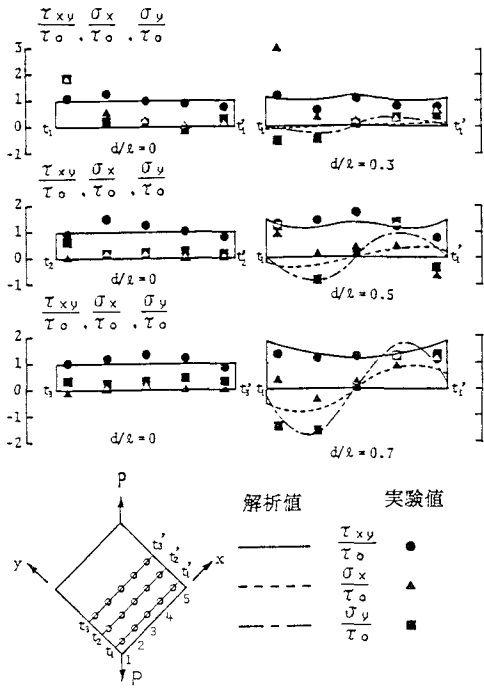


図-6 周辺付近の断面における弾性応力分布

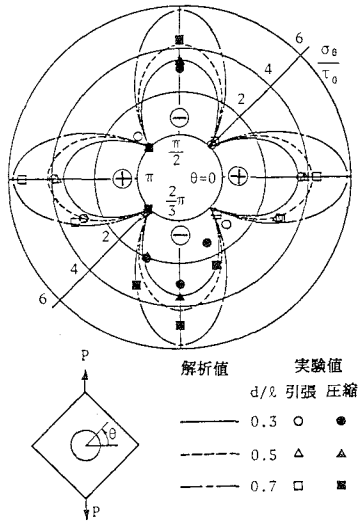


図-7 孔縁の弾性応力分布

の関係を表わすP-δ曲線を示す。実験による初期座屈荷重は文献(8)と同じ方法であるP-δ曲線の変曲点における荷重とし、図中に矢印で示す。変曲点は曲率がゼロになり本図の場合、曲線の傾きが最小になる点であるから、板の面外剛性が最小になる荷重として力学的に重要な意味をもつ。表-1に供試体を載荷フレームに固定した後に測定した最大初期たわみ $\delta_{o\max}$ と板厚 t の比 $\delta_{o\max}/t$ を示す。測定した初期たわみは、供試体の板中央付近あるいは孔縁の周辺が最大となる分布をしていた。文献(9)によればせん断座屈の場合、初期たわみが板厚以下の場合座屈強度に与える影響はほとんどないとされている。本実験の場合板厚と同程度かそれ以下の最大初期たわみなので、座屈強度に与える影響はほとんどないものと考えられる。

座屈挙動についてみると、すべての供試体において変化が少ないように見えるが、詳細に見ると必ず変曲点が存在する。 $d/\ell = 0.7$ の場合、測定値に若干のばらつきがあり、2曲線の変曲点荷重に差異が生じる結果となっているが、実験値を滑らかな曲線で表わせば、その差はさらに小さくなるものと思われる。

(3) 初期座屈強度

一様せん断応力を受ける板の座屈応力は座屈係数 k を用いて次式で表す。

$$\tau_{cr} = \frac{k}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{\ell} \right)^2 \dots (12)$$

無孔板に対する古典解は単純支持の場合 $k = 9.34$ ，固定の場合 $k = 14.71$ である。一様せん断変形を受ける有孔板の座屈強度は対角線方向荷重 P で表わすべきであるが一様せん断応力載荷の場合と比較するため荷重 P を式(11)によって定義した平均せん断応力で表わせば、式(12)を適用できる。したがって座屈強度は座屈係数 k と比較すればよいことになる。図-9に解析および実験による初期座屈強度と孔の大きさの関係を示す。この図では面外境界条件が単純支持と固定に区分し、面内境界条件は一様せん断変形載荷に関するものが実線で一様せん断応力載荷が破線で示してある。全体的に円孔による座屈強度の低下は

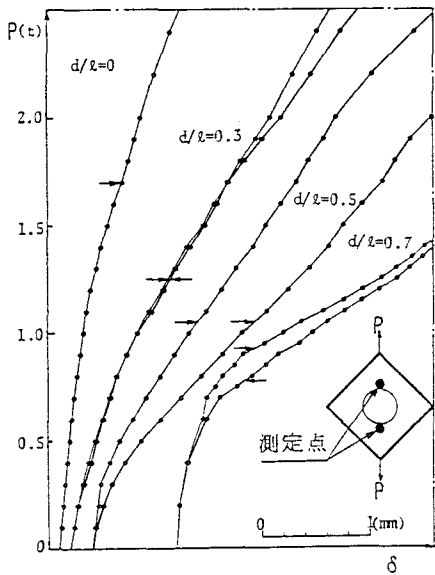


図-8 荷重-たわみ曲線

表 1 最大初期たわみ $\delta_{o\max}$

円孔径 d/ℓ	0.0	0.3	0.5	0.7
$\delta_{o\max}$ (mm)	1.2	1.1	1.0	0.4
$\delta_{o\max}/t$	1.00	0.92	0.83	0.33

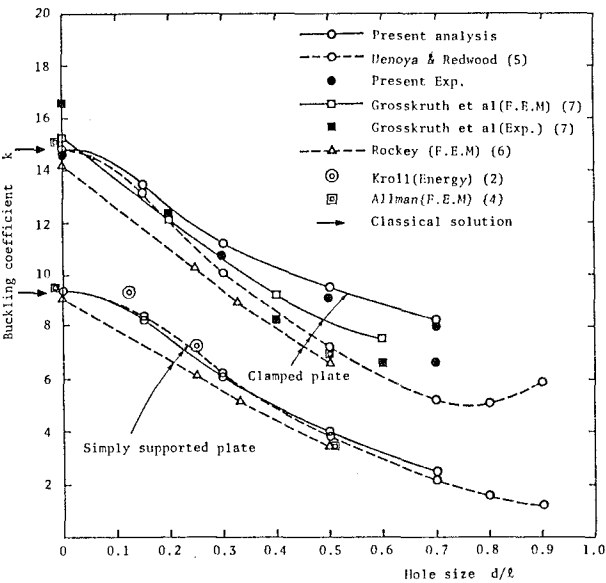


図-9 弾性座屈係数と孔径の関係

著しい。

面内境界条件すなわち載荷条件の違いが座屈強度に与える影響を検討するため本解析値と文献(6)の結果を比較する。単純支持の場合、載荷条件によって座屈強度の相違はほとんどみられない。ところが固定の場合、円孔が大きくなると一様せん断変形載荷の座屈強度は一様せん断応力載荷より大きくなり、 $d/\ell = 0.7$ のとき 60 % 大きい値を示す。

次に本解析と同じ一様せん断変形の荷重条件で、有限要素法を用いて解いた Grosskruth ら⁸⁾の結果と比較する。円孔が大きくなると本解析は Grosskruth らの値よりやや大きくなり $d/\ell = 0.6$ のとき 17 % 大きくなる。これは Grosskruth らの要素分割が板の 1/4 領域において 32 要素であるのに対して本解析では 67 要素であり、平面応力解析における要素分割の影響が考えられる。

解析と実験結果を比較すると $d/\ell = 0.7$ の小さい実験値を除いて 非常によい近似をする。Grosskruth ら⁸⁾は 幅厚比 $\ell/t = 159$ (板厚 $t = 1.66 \text{ mm}$) のアルミニウム板で本実験と同じような載荷装置で実験を行った。その結果と本解析結果を比較すると孔が小さいときはよい近似をするが、孔が大きくなると本解析は実験値より大きくなり $d/\ell = 0.4$ と 0.6 でそれぞれ 24 % と 35 % 大きくなる。また本実験との差異も同様に大きいことから材質の違いによる影響も少ないと思われる。

(4) 後座屈挙動

後座屈挙動に関して、図-10 に $P-\delta$ 曲線、図-11

には荷重 P と面内せん断変形の関係を示す $P-\gamma$ 曲線を示す。 $P-\delta$ 曲線、 $P-\gamma$ 曲線においてそれぞれの傾きが面外剛度および面内剛度を表わす。面内の平均せん断ひずみ γ は、実験によって測定した対角線方向変位 $\delta_L, \delta_R, \delta_O, \delta_U$ から次式によって算出した。

$$\gamma = \frac{\delta_L + \delta_R + \delta_O + \delta_U}{2\sqrt{2} \ell} \dots\dots\dots (13)$$

$P-\delta$ 曲線および $P-\gamma$ 曲線において、無孔板および有孔板でおよそ 6 ton から 2.5 ton の間で急に剛性の低下する変化が全ての板に見られる。これは、板に塑性域が生じたためと思われる。無孔板は面外たわみの最大となる板中央部に曲げによる塑性域が生じ、有孔板は面外たわみに加えて孔縁の応力集中によって塑性域が生じる。したがって、塑性域の発生による曲線の傾きは応力集中の著しい孔の大きい板ほど小さい荷重で変化が起きる。傾きの変化以後において、 $d/\ell = 0.5$ や 0.7 のように孔が大きい場合 $P-\delta$ 曲線および $P-\gamma$ 曲線は、板の剛性が減少し、傾きがほとんど水平に近い曲線になっている。これに対して無孔板や d

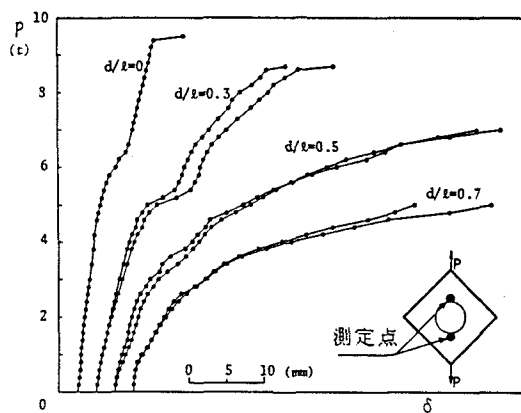


図-10 荷重—たわみ曲線

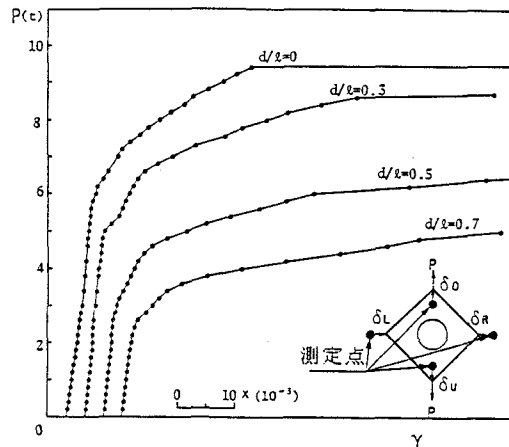


図-11 荷重—せん断変形曲線

$d/\ell = 0.3$ のように孔が小さい場合、 $P-\gamma$ 曲線の面内剛性は徐々に減少しているにもかかわらず、 $P-\delta$ 曲線では面外剛性が一次的に増加するような挙動を示す。これは無孔板や $d/\ell = 0.3$ のように孔の小さい場合、面外変形が大きくなると载荷軸方向に大変形による軸力が生じ、この軸力が面外たわみの増加を抑える作用をするものと思われる。しかし、終局強度に近づくと、塑性域貫通のため $P-\delta$ 曲線、 $P-\gamma$ 曲線ともに急激に傾きが小さくなり塑性崩壊する。このようなことから、板の後座屈挙動を正確に把握するには $P-\delta$ 曲線とともに $P-\gamma$ 曲線も必要と思われる。

図-12 (a) に解析によって得られた固定支持板の初期座屈時のたわみを等高線で示す。また図-12 (b) に実験において終局強度に達した後、除荷した状態の面外たわみを示す。実験における面外たわみは载荷軸上に集中し $d/\ell = 0.7$ を除くすべての板に主たわみと逆方向のたわみ (図中の破線) が生じる。特に無孔板は座屈波の数が解析結果より 2 波多い。実験中の観察によれば初期座屈荷重付近では解析結果と同じような座屈波数であったがその後崩壊荷重に近付くにつれて座屈波数の増加がみられた。したがってこれらの違いは大変形によるものと考えられる。

(5) 終局強度

図-13 に孔の大きさと終局強度 および 初期座屈強度との関係を示す。実験による終局強度は、図-10、図-11 によって決定した荷重とし、無孔板の解析値は、ひずみ硬化を考えない板全体の塑性崩壊強度として次式によるものとする。

$$Q_p = \sigma_y t \ell / \sqrt{3} \dots\dots\dots (14)$$

これらの結果、無孔板は 解析値の塑性崩壊強度に対して 6 % 程度大きい値を示している。また、図-10 の $P-\delta$ 曲線および図-11 の $P-\gamma$ 曲線の座屈挙動を考慮すると、無孔板は最終的に塑性崩壊をするものと考えられる。無孔板の終局強度に対する有孔板の終局強度の比は、 $d/\ell = 0.3, 0.5, 0.7$ に対して それぞれ 9 %, 26 %, 47 % 低下しており、孔が大きくなると急激に終局強度が低下する。しかし、 $d/\ell = 0.3$ と 0.5 の場合、初期座屈荷重の低下ほど大きくはない。実験による初期座屈強度に対する終局強度の比をみると、無孔板が 5.60 倍であるのに対して $d/\ell = 0.3, 0.5, 0.7$ の有孔板においてそれぞれ 6.96, 6.67, 6.45 倍であり、かなりの後座屈強度が認められるが、この値は本実験の幅厚比 $\ell/t = 333$ に対するもので、他の板にそのまま適用することはできない。

$d/\ell = 0.3$ の場合、無孔板における解析値の塑性崩壊強度および実験の終局強度に対して、それぞれ 3%, 9 % 程度しか低下していない。これは有孔板に特有な孔による応力集中の影響が局部的に限定されるために、

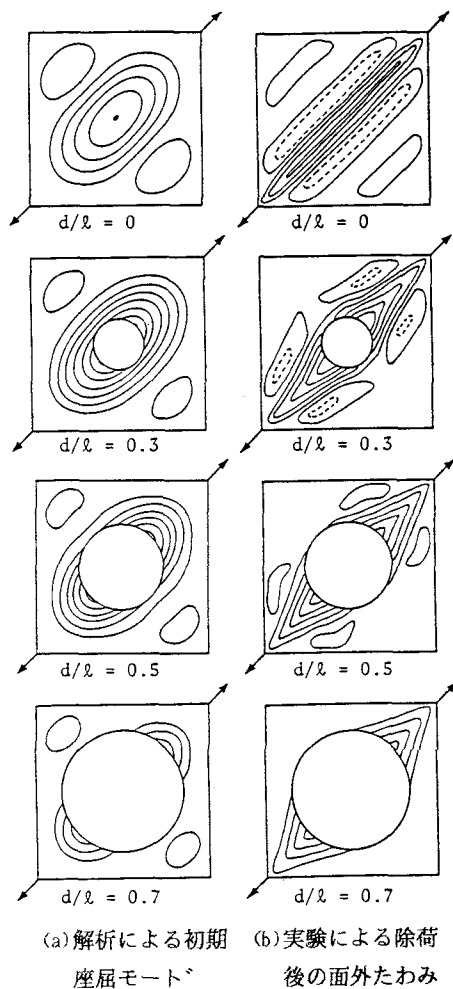


図-12 面外たわみ

無孔板に見られるような塑性崩壊に似た後座屈挙動をするためと考えられる。

5. まとめ

中央に円孔を有する正方形鋼板が一様せん断変形を受けるときの弾性座屈解析を Rayleigh - Ritz 法で行い一様せん断応力を受ける場合の座屈強度と比較した。また、有孔鋼板の模型実験を行い解析結果と比較して次のようなことが明らかになった。

- (1) 面外境界条件が固定の場合、円孔が大きくなるほど、一様せん断変形載荷の有孔板が一様せん断応力載荷より大きな座屈強度を有する。
- (2) 面外境界条件が単純支持の場合、円孔の大きさに関係なく、一様せん断変形載荷の有孔板は一様せん断応力載荷とほぼ同じ初期座屈強度を有する。
- (3) 本解析による初期座屈強度は円孔が大きい場合、他の著者らによる有限要素法の結果よりやや大きくなる傾向がある。
- (4) 本解析による初期座屈荷重は模型実験とよい近似をした。また、巾厚比 $l/t = 333$ の本実験における終局強度は、初期座屈強度の 5.6~7.0 倍であった。

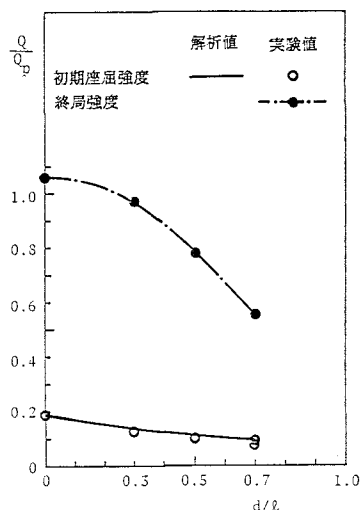


図-13 孔の大きさと終局強度および初期座屈強度の関係

参考文献

- 1) 西田正孝：応力集中，森北出版，1969.
- 2) Kroll, W. D. : Instability in shear of simply supported square plates with reinforced hole, J. Res. Natl. Bur. Stand., Vol. 43, pp. 465~472, Nov. 1947.
- 3) Rockey, K. C., Anderson, R. G. and Cheung, Y. K. : The behaviour of square shear webs having a circular hole, Symp. on Thin Walled Steel Structures, University College of Swansea, Sept. 1967.
- 4) 吉識雅夫，川井忠彦，大坪英臣：平板の曲げ振動および座屈問題に対するエネルギー法の一般的適用法について（Ⅲ），造船学会論文集，第123号，pp. 181~187，1968年5月。
- 5) Alliman, D. L. : Calculation of the elastic buckling loads of thin flat reinforced plates using triangular finite elements, Int. J. Num. Meth. Engng, Vol. 9, pp. 415~432, 1975.
- 6) Uenoya, M. and Redwood, R. G. : Elasto-plastic shear buckling of square plates with circular holes, Computers and Structures, Vol. 8, No. 2, pp. 291~300, Jan. 1978.
- 7) Rockey, K. C. : The buckling and post-buckling behaviour of shear panels which have a central circular cutout, International Conference on Thin-Walled Structures, Institution of Structural Engineers, University of Strathclyde, pp. 658~672, 1979.
- 8) Grosskurth, Jr., J. F., White, R. N. and Gallagher, R. H. : Shear buckling of square perforated plates, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 102, No. EM6, pp. 1025~1040, Dec. 1976.
- 9) 森脇良一，藤野真之：初期不整を有するプレートガーダーのせん断強度に関する実験的研究，土木学会論文集，第249号，pp. 41~54，1976年5月。