

浅い部分球殻の座屈に及ぼす初期不整の影響

INFLUENCE OF INITIAL IMPERFECTIONS
ON THE BUCKLING OF SHALLOW SPHERICAL SHELLS.

*忠 和男 **桜井孝昌 ***西野文雄

By Kazuo CHU, Takamasa SAKURAI and Fumio NISHINO

This paper presents the influence of initial imperfections on the buckling strength of shallow spherical shells by experiments and calculations of it.

On the numerical calculations, the shape and the thickness of shells are considered imperfect and calculations are made with altering the width of imperfected zone.

On the experiments, the intentionally distorted spherical shells are used as test pieces, and these shell shapes are measured closely. Using of these measured results, numerical calculations are carried out. And the experimental results are compared with the calculated results.

1. まえがき

部分球殻の座屈に関する研究は、1900年代の初期から始まり、実験による座屈荷重値が理論によるその1/3から1/4になるという問題を解くために、数値計算^{1), 2), 3)}および実験⁴⁾によって多くの研究が進められてきた。その結果、実験値と理論値の相違の原因は、主に球面の初期形状の不整によることが明らかとなった。

砂川・市田^{5), 6)}はポリ塩化ビニール製の供試体を用いて実験の精度を上げ、初期不整を極力小さくすることにより、理論値と実験値の誤差が小さくなることを示した。それに加えて、供試体の形状によっては初期不整のない部分球殻に対するHuangらの数値解析⁷⁾から得られた座屈荷重値より、砂川らが実験によって得た座屈荷重値の方が大きくなる場合も存在することを示した。

実験による山田らの研究⁸⁾は、供試体の初期不整について詳細な測定を行ない、実験結果と初期不整を考慮した計算結果とがよく一致することが報告されている。

数値計算によるKoga & Hoff⁹⁾らおよび小久保・山本¹⁰⁾の研究では、球面の初期形状の不整のパターンを種々変化させ、その影響について検討している。

本報告においては、不整のない供試体を精度よく作るのとは逆に、供試体に意図的に不整を与え、それらの不整量を精密に測定して、測定結果より得られた形状を用いて数値解析を行った。その結果得られた計算値と実験値を比較することにより、形状の不整の影響を検討した。さらに実験とは別に、数値解析において、

* 工修 豊田工業高等専門学校助手 土木工学科 (〒471 愛知県豊田市栄生町2の1)

** 工修 豊田工業高等専門学校助教授 土木工学科 (〒471 愛知県豊田市栄生町2の1)

*** Ph. D. アジア工科大学副学長 (タイ国バンコク市)。(東京大学より出向)

球殻の頂点近傍に形状の不整がある場合および板厚の不整がある場合について解析し、これらの初期不整の種類や大きさと、座屈荷重値の低減率との関係を調べた。

記号説明（図－１，図－２，図－４ 参照）

d：底円の直径

t：板厚

Δt ：板厚の減少量

q：外圧

q_{cr} ：実測した座屈荷重，および数値計算による座屈荷重

q_{cl} ：周辺固定で一様外圧を受ける完全球殻に対する古典的座屈外圧

$$= 2E [3 (1 - \nu^2)]^{1/2} (t/R)^2$$

E， ν ：供試体のヤング係数およびポアソン比

H：不整を与えない時の部分球殻頂点部の高さ

h：形状の不整の大きさ（図－２ 参照）

R：曲率半径

ϕ ：中心半角

a：初期不整を与える範囲

δ ：球殻頂点部の下方向鉛直変位量

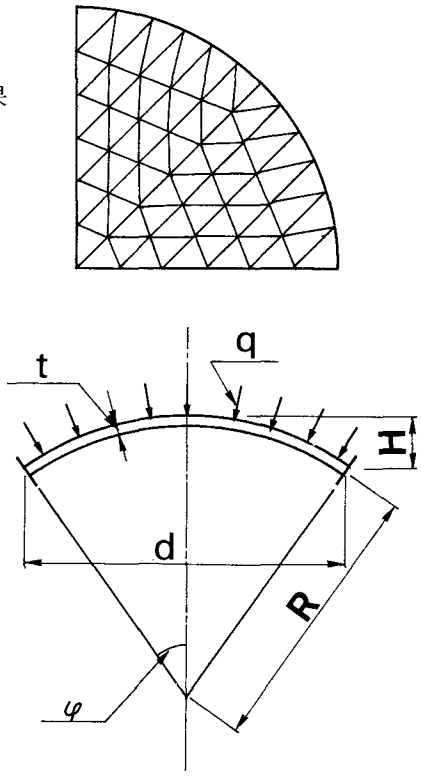
2．初期不整が座屈荷重におよぼす影響に関する数値解析結果

数値計算は，全荷重－全変位関係にもとづく有限要素法により曲面を３角形の板要素の集合として解析した。有限変位解析には，Newton-Raphson 法と等価な逐次代入法^{11), 12)}を用いた。計算の対象とする構造物は，図－１に示す周辺固定の部分球殻である。計算は，球面の変形が２軸対称として，図－１に示すように，球面の４分の１について72個の３角形要素に分割して行なった。球殻の諸元は図－１に示す中心半角 $\phi = 8^\circ$ ，曲率半径 $R = 1079.6\text{mm}$ ，板厚 $t = 1\text{mm}$ ，底面の直径 $d = 300.5\text{mm}$ である。その材料は，アルミ製で次章３．で測定した実験結果より，ヤング係数 $E = 7220\text{kg/mm}^2$ ，ポアソン比 $\nu = 0.33$ とした。

1) 初期不整として形状の不整を有する場合（不整の形状は同心円上では振幅のない軸対称形とする。）

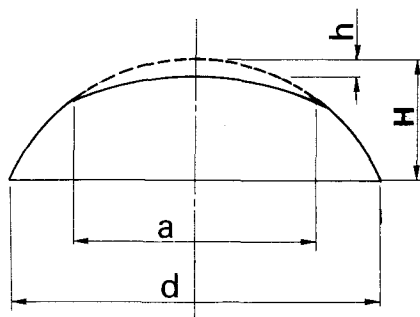
完全部分球殻を不整のない形状として，不整量はこの形状を基準にして測った量とする。図－２に示すように，形状の不整に与える領域は，球の頂点部の直径 a 内とし，底円直径 d との比 a/d が $1/3$ ， $1/2$ ， $5/6$ （それぞれ領域Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ）の領域とした。不整部分の球面の形状は，図－２に示す頂点部の不整量 h と，不整のない

球面の高さ H との比 h/H をパラメータとして，不整を与える領域内の球面の高さに $(H-h)/H$ を乗じて不整後の球面の高さを定めた。ただし，中心より $a/2$ だけ離れた円周上の高さは変えないようにした。図－３に，有限変位解析より求めた初期不整 h/H に対応する座屈荷重を示した。図の縦軸は計算より求めた座屈荷重 q_{cr} を古典理論値による座屈荷重 q_{cl} で割った値をとり，横軸は h/H をとった。 h/H



図－１ 供試体

H値が0.0の場合 q_{cr}/q_{cl} 値は初期不整の存在しない計算結果を示している。不整のない曲面が凸面であるのに対し、不整量 h/H が大きくなると不整量を与えた曲面が凹面となる。図中の印“●”は不整の曲面が凸であり、“○”はそれが凹であることを表わす。不整領域が比較的狭い領域Ⅰの場合は、不整量を大きくしても座屈荷重はほとんど変化しない。不整領域が比較的広い領域Ⅱの場合は、 h/H が0.00から0.04まで変化する間に、座屈荷重は急激に低下し、それより不整量が増加しても座屈荷重は低下しない。不整領域がほとんど球面の全域にわたっている領域Ⅲでは、不整量 h/H の値が0.13まで増加する間は、座屈荷重は不整のない場合の0.19倍まで低下し、それ以上不整量が増加すると、座屈荷重はやや増加するものの、ほぼ一定となる。

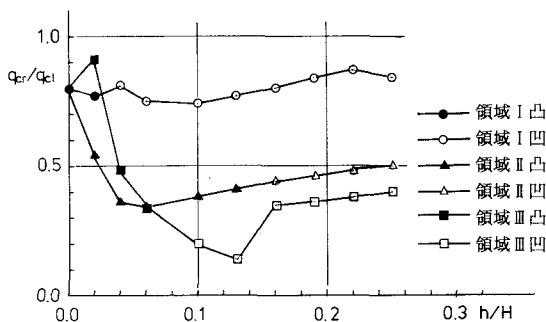


図－2 初期不整形状

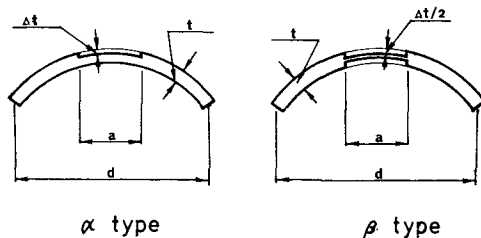
以上のことより、この形状の部分球殻においては、形状の不整が狭い領域で生じているときは、不整量が大きくても座屈荷重にはほとんど影響せず、比較的広い領域で不整が生じている場合は、わずかな不整量で座屈荷重が大きく低下することがわかる。

2) 初期不整として板厚の不整を有する場合

図－4 に示すような球面の頂点部分の板厚が薄くなる不整を考える。不整のパターンを図に示す α タイプと β タイプの2種類とし、 α タイプは板厚を上から薄くし、 β タイプは上、下両面から一様に薄くするタイプとする。これらの不整を与える範囲は、図－4 に示す Zone 1 から Zone 3 までの3種類とする。不整が生じていない板厚を t とし、球殻中央部の板厚の減少量を Δt とすると、板厚の減少率 $\Delta t/t$ を図に示す0.1から0.8まで5種類選んだ。不整のない板厚は1mmとし、中心半角 $\varphi = 8^\circ$ と 16° の2種類を対象とした。図－5 と 6 は $\varphi = 8^\circ$ で不整のタイプがそれぞれ α と β の場合の結果である。図の縦軸に有限変位解析によって求めた座屈荷重 q_{cr} と古典理論値による座屈荷重 q_{cl} との比 q_{cr}/q_{cl} をとり、横軸には板厚の減少率 $\Delta t/t$ をとった。比較のため、図に球の全断面の板厚が $(t - \Delta t)$ である場合の座屈荷重値も示した。図－5 より、 $\varphi = 8^\circ$ で不整が部分球殻の上面からのみあるタイプ α について、不整領域が狭い Zone 1 のケースでは、板厚の減少率 $\Delta t/t$ にわずかに影響されるのみであるが、Zone 2 と 3 の場合は $\Delta t/t$ に大きく影響される。



図－3 座屈荷重と初期不整の関係



thickness ratio $\Delta t/t$	
1	0.1
2	0.2
3	0.4
4	0.6
5	0.8

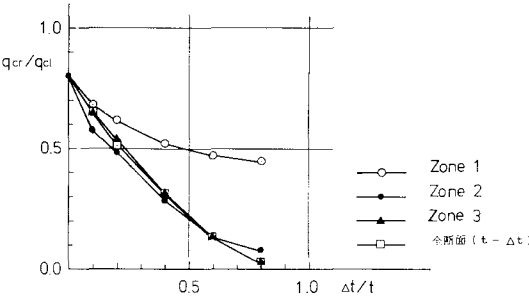
Zone	a/d
Zone 1	0.17
Zone 2	0.33
Zone 3	0.50

図－4 板厚の不整形状

図－6 より、不整が部分球殻の上、下両面から

生じるタイプβの場合は、Zone 1に不整が生じていても、座屈荷重はほとんど影響されない。Zone 2, 3については、座屈荷重は $\Delta t/t$ の値に大きく影響される。

不整のタイプαとβが座屈荷重に及ぼす影響を図－5と図－6の結果を比較して検討すると、不整が同じZoneに対して、αタイプの方がβタイプの場合より座屈荷重が小さい。これは、αタイプでは板厚の不整が板中央面に関して偏心しているため、不整のある部分では板中央面の位置が球の中心方向に下がり、そのため球殻の頂点部分で板厚の不整と同時に形状の不整が生じている影響が現われているためと考えられる。



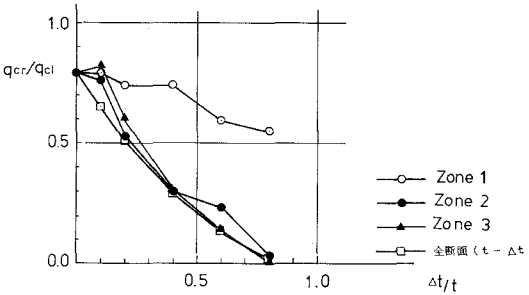
図－7 板厚の不整と座屈荷重との関係
($\varphi=16^\circ$, αタイプ)

図－7と8に $\varphi=16^\circ$ の場合の結果を示す。 $\varphi=8^\circ$ の場合と異なり、Zone 1の場合も $\Delta t/t$ の変化に従って座屈荷重は一樣に低下する。Zone 2と3の場合については $\varphi=8^\circ$ の場合とはほぼ同じ傾向を示している。なお、 $\varphi=8^\circ$ および 16° の両者につき、Zone 3で $\Delta t/t$ が0.2以下の場合の座屈荷重は、球殻全体の板厚が $(t-\Delta t)$ になった場合の座屈荷重とほぼ一致している。このことは、この条件の不整が生じている球殻においては、板厚が t の部分でも、板厚が $(t-\Delta t)$ と同じ程度にしか、部分球殻の耐荷力に帰依していないことを意味している。

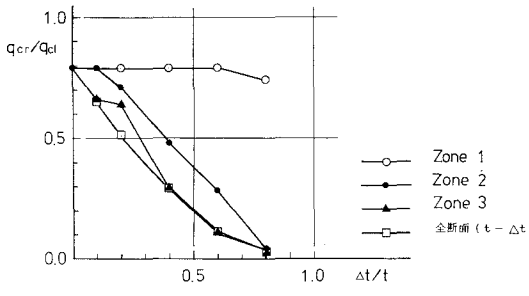
3. 実 験

1) 実験装置

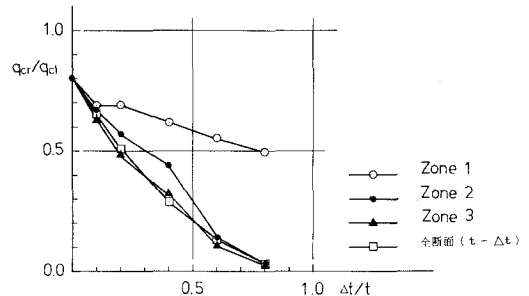
本実験が対象とする供試体の形状は、図－1に示す、比較的ライズスパン比の小さな周辺固定の部分球殻である。その中心半角 φ は 8° (曲率半



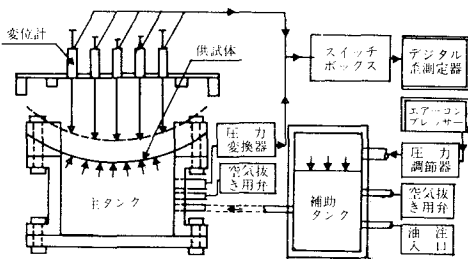
図－5 板厚の不整と座屈荷重との関係
($\varphi=8^\circ$, αタイプ)



図－6 板厚の不整と座屈荷重との関係
($\varphi=8^\circ$, βタイプ)



図－8 板厚の不整と座屈荷重との関係
($\varphi=16^\circ$, βタイプ)



図－9 実験概略

径1079.6mm)
と、 16° (曲率
半径545.1mm)
の2種類であ
る。実験装置
は、図-9に
示すように、
主タンク、補
助タンク、変
位測定装置

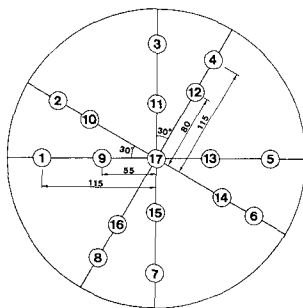


図-10 変位計の位置

(最小目盛1/100mm)、主タンク内の圧力を測る圧力変換器およびデジタル歪測定器によって構成されている。変位計は、アクリル板(40cm×40cm)上に図-10に示す位置に設置した。変位計(最小目盛1/100mm)のストロークは100mmのものを使用した。

2) 供試体

供試体の材質は、アルミニウムで、材料試験の結果、ヤング係数は 7220kg/mm^2 、ポアソン比は0.33であった。初期不整のない供試体の形状は、図-1に示すとおりである。実験に用いた供試体の形状は、図-11および表-1に示すように、初期不整を意図的に与えないものをAタイプ、部分球殻の中央部に底面直径の0.17倍の領域が平面となる初期不整を与えるものをBタイプさらに底面の0.33倍の領域が平面となる不整を与えるものをCタイプとし、これら3種類とした。板厚は1.0mmと2.0mmの2種類とした。

一般に、製作誤差上の初期不整はわずかであり、かつ、その形状は不確定である。これに対し不整の形状およびその大きさを意図的に与えた供試体を用いて実験することにより、不整の影響をより明確に検証することができる。図-3に示す計算結果より、初期形状の不整が生じている領域の大きさが、座屈荷重を低減させる大きな原因となっていることがわかる。このことより、実験で与える不整の形状として、図-11に示す球殻の頂点部が平面となるような軸対称の不整を与え、その領域の異なるタイプBおよびCを選んだ。

供試体の製作方法は、金属材料を成形するのに用いられるへら絞り法を用いた。この方法は、木製の型枠を回転させつつアルミニウム円板をそれに押し当てて成形していく方法である。

3) 座屈実験の方法

図-9に示す実験装置を用いて、次の順序で載荷実験を行った。① 主タンクおよび補助タンクに2/3ほどオイルを満す。② 供試体を主タンクにボルト締めする。③ 初期形状を測定する。④ 補助

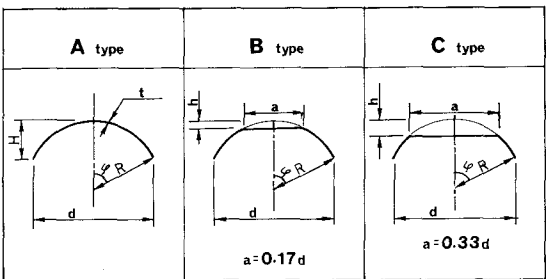


図-11 初期形状のタイプ

表-1 供試体寸法

	$\varphi = 8^\circ$			$\varphi = 16^\circ$		
	A	B	C	A	B	C
h/H	0	0.03	0.11	0	0.03	0.11
a	—	50.0	100.0	—	50.0	100.0
R	1079.6			545.1		
d	300.5			300.5		
t	1.0			1.0		
H	10.5			21.1		

単位: mm

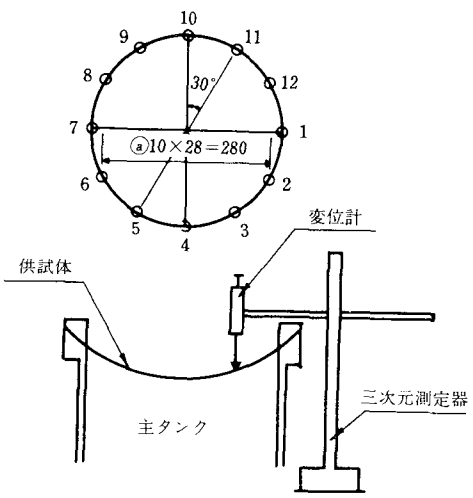


図-12 初期不整の測定

タンクのオイルを用いて主タンク内の空気を抜き、主タンクにオイルを満す。⑤ 補助タンクにエアーコンプレッサーから圧縮空気を送り、供試体に圧力を加える。

初期形状の測定は供試体をタンクに設置した状態で行った。図-12に示す三次元測定装置（最小目盛1/100mm）で球面の初期形状を測定した。測定は底面の直径上で、その中心から10mm間隔で両側に14点ずつとり、それに中心点を加えて直径上で29点について行った。さらに、底面円を30°ずつに分割し、6つの直径上について行った。従って、測定は14個の同心円上と頂点で行い、頂点では6点、それ以外の同心円上では、12点を測定した。前述したように、供試体の成形をへら絞り法で行ったことにより、同心円上の球面の高さはほとんど同じであることから、同心円上の測定データをその同心円ごとに平均して球面の高さを求めた。

表-2 座屈実験結果（第1グループ）

$\varphi - t$	NO.	q_{cl} (g/cm^2)	$\frac{q_{cr}}{q_{cl}}$	$\Delta t/t$
8 - 1	1	757.5	0.46	0.05
	2		0.44	-0.03
	3		0.39	-0.01
	4		0.35	0.04
8 - 2	1	3030.9	0.27	0.03
	2		0.25	0.03
	3		0.26	0.03
	4		0.24	0.01
16 - 1	1	2972.2	0.23	0.04
	2		0.21	0.04
	3		0.35	0.16
	4		0.24	0.04

Δt : 板厚の不整量
(厚くなった場合を“+”とする)

4) 実験結果

実験は2つのグループに分けて行った。第1グループは供試体に意図的に不整を与えないグループであり、第2グループは、図-11に示す初期不整を与えるグループとした。なお、初期不整の測定は第2グループの供試体についてのみ行った。

第1グループで用いた供試体は、意図的に初期不整を与えない形状（Aタイプ）で表-2に示すよう

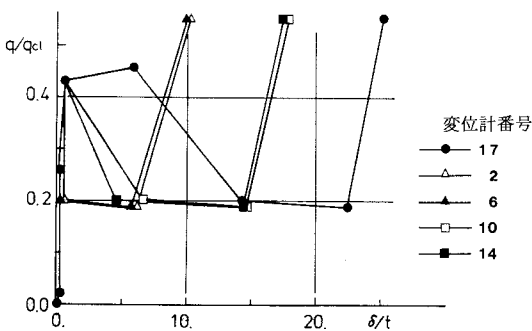


図-13 荷重-変位曲線 ($\varphi = 8^\circ$, $t = 1 \text{ mm}$)

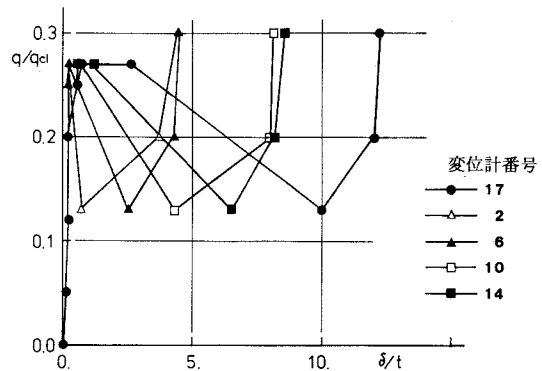


図-14 荷重-変位曲線 ($\varphi = 8^\circ$, $t = 2 \text{ mm}$)

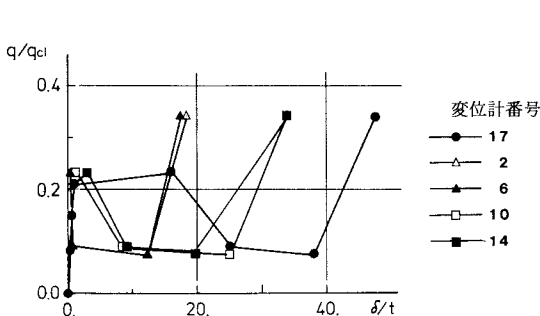


図-15 荷重-変位曲線 ($\varphi = 16^\circ$, $t = 1 \text{ mm}$)

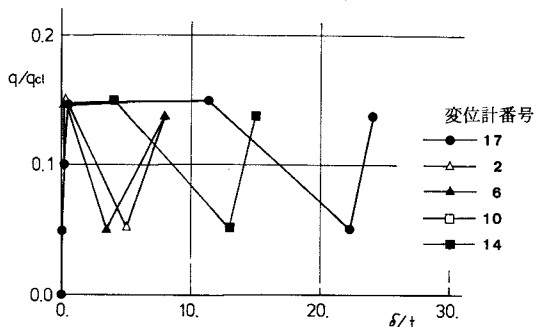


図-16 荷重-変位曲線 ($\varphi = 16^\circ$, $t = 2 \text{ mm}$)

に、中心半角 ϕ が 8° の場合は板厚が1.0mmと2.0mmであり、 ϕ が 16° の場合は板厚が1.0mmである。これら3種類につき、それぞれ4体ずつ合計12体用いた。

図-13から図-16に実験で得られた荷重-変位曲線の代表的なものを示す。図の縦軸は作用している圧力 q を、全球の古典理論による座屈荷重値 q_d で割った値をとり、横軸は図中に示す測定点の鉛直下向きの変位 δ を板厚 t で割った値をとった。

これらの図より、球殻の中心に関して対称の位置の変形がほぼ同じであることより座屈形状は対称形であることがわかる。表-2は、各々の供試体ごとに、実験により得られた座屈荷重 q_{cr} と q_d の比、および頂点部における不整のない板厚 t と板厚の不整量 Δt （厚くなる場合を+とする。）の比 $\Delta t/t$ を示した。この程度の板厚の不整は座屈荷重にほとんど影響を及ぼさないと考えられる。

実験結果より同種の供試体に関しては、座屈荷重はほぼ同じ値となっている。これは供試体の成形がほぼ同一に出来ていることを意味している。同じ中心半角で板厚が厚い供試体は、薄いそれと比較して、その座屈荷重は小さい。これは供試体の成形上、板厚の厚い供試体の初期不整量が薄い供試体のそれより大きいためと考えられる。板厚が同じで中心半角が大きい場合も同様の原因と考えられる。

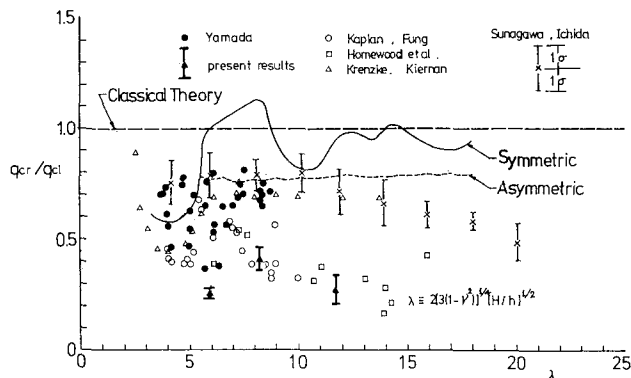


図-17 既往の実験結果と計算結果

既往の実験結果を図-17に示し、本実験の結果もあわせて図中に記入した。本実験結果は、Kaplan, Fung¹³⁾の結果と類似している。これは、Kaplanらの実験に用いられた供試体が金属材料で作られていたため、本実験のアルミニウム製の供試体による結果と類似した結果になったものと考えられる。これに対して、砂川や山田らの実験はポリ塩化ビニール材料を用い、実験精度をあげることで理論値に近い実験値を得たものと考えられる。

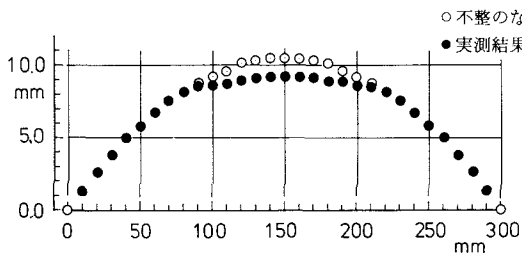


図-18 初期形状 (8-A-2)

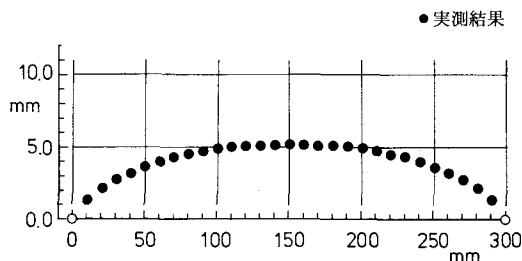


図-19 初期形状 (8-B-4)

図-11と表-1に示す、初期不整のある供試体を対象とした第2グループの実験では、供試体の形状を ϕ が 8° と 16° で板厚は1.0mmのみを選んだ。

図-18から図-23に測定した初期不整の結果を示す。図の縦軸は、底面直径 $d=300$ mmとなる底円面を基準として各底円面までの高さを示し、横軸にはそれぞれの測定点の水平方向の位置をと

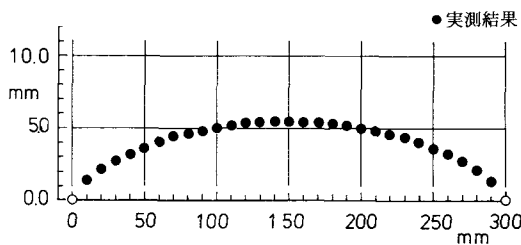
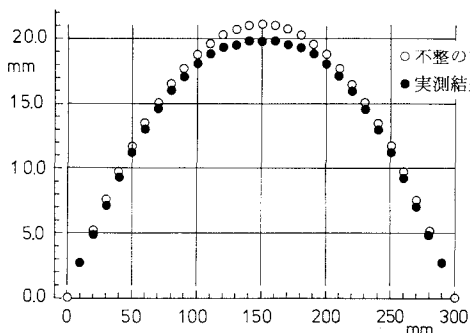


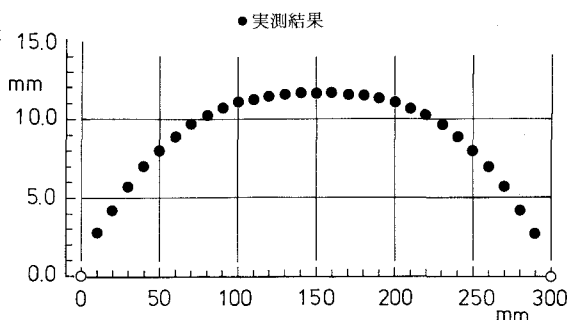
図-20 初期形状 (8-C-5)

た。図中の白抜きの丸印は、初めに予定した不整のない球面の高さを表わし、黒丸印は実測結果より得られた球面の高さを表わす。図中の記号、例えば、8—A—2は中心半角 φ が 8° 、初期形状のタイプがA、供試体整理番号が2であることを意味している。

実測の結果、供試体は予定された形状には成形されておらず、図—18の $\varphi = 8^\circ$ でAタイプにおいては、頂点部近傍で球面が平面に近い形状となり、その範囲は $0.33d$ に及んでいる。図—19, 20に示す、 $\varphi = 8^\circ$ でそれぞれB, Cタイプを予定した球面は不整が球面全域に広がる結果となっている。従って、図—19, 20に示す形状は、 $\varphi = 4^\circ$ の場合の形状に近くなっている。図—21の $\varphi = 16^\circ$ でAタイプの場合

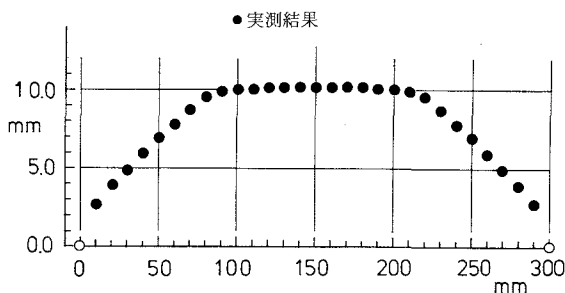


図—21 初期形状 (16—A—7)



図—22 初期形状 (16—B—9)

および図—22, 23の $\varphi = 16^\circ$ でB, Cタイプの場合も、 $\varphi = 8^\circ$ でそれぞれに対応するタイプとほぼ同様の傾向を示している。図—23のCタイプを予定した形状では $\varphi = 8^\circ$ の形状に類似しているものの、中央部の $0.5d$ の領域では平面となっている。以上の実測結果より、初期不整が予定通りの形状には成形できなかったものの、完全形とは異なる軸対称形の形状で、かつ不整領域の異なるタイプの供試体が成形できた。これらの供試体を不整の形状が同じで、その領域が異なる供試体として座屈実験を行なった。



図—23 初期形状 (16—C—11)

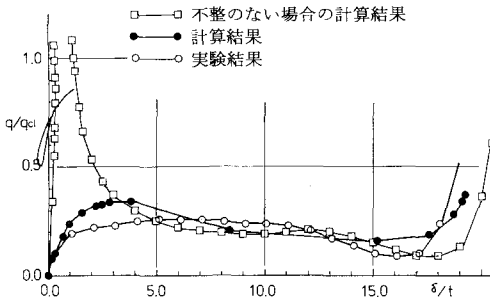
図—24から図—29に実験より求めた各供試体の荷重—変位曲線を示す。加えて、図—18から図—22で示した実測結果から得られた球面の形状を初期形状として、2章で述べた有限変位解析により数値計算した結果を同じ図に示し、実験結果と計算結果を比較した。図の縦軸には、各々の段階の荷重を古典理論による座屈荷重 q_0 で割った値をとり、横軸は頂点の鉛直変位を板厚で割った値をとった。それぞれの図に示す記号は図—18から23に示した供試体の分類記号と同じである。

図—24は、 $\varphi = 8^\circ$ でAタイプの場合の結果である。不整の全くない部分球殻のツライイ曲線も合わせて示した。

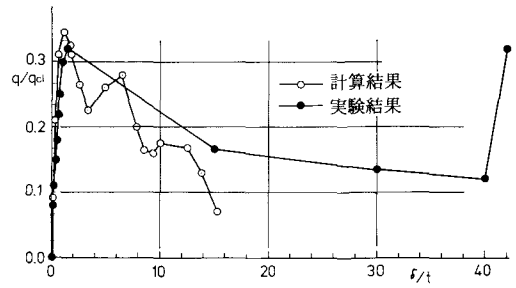
実験値と計算値の誤差は座屈荷重において約15%実験値の方が大きい。これは負荷圧力を油圧で行ったため、座屈時の急激な圧力変化に油圧が追従できず、座屈後もわずかに圧力増加があったためと、球面の初期不整の測定誤差によるものと考えられる。しかし、マクロ的に見れば、不整のない場合の座屈荷重比 q_{ex}/q_0 が0.8であるのに対し、初期不整を考慮するとそれが0.3程度になり、形状の不整が座屈荷重を大きく低下させている原因であることが確認できた。図—25, 26に $\varphi = 8^\circ$ で不整がB, Cタイプの結果を示す。両者とも、実験結果と計算結果はよく一致している。図—27に $\varphi = 16^\circ$ Aタイプの結果を示す。実験と計算による座屈荷重比の誤差は6%程度でよく一致している。座屈時の頂点の鉛直変位は板

厚程度で、 $\varphi = 8^\circ$ の場合と比較してかなり小さい。

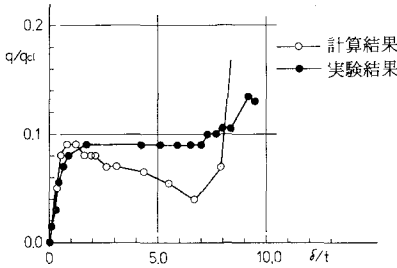
図一28, 29に $\varphi = 16^\circ$ でB, Cタイプの結果を示す。実験と計算による座屈荷重の誤差は15%程度であり、 $\varphi = 8^\circ$ の場合と傾向が類似している。



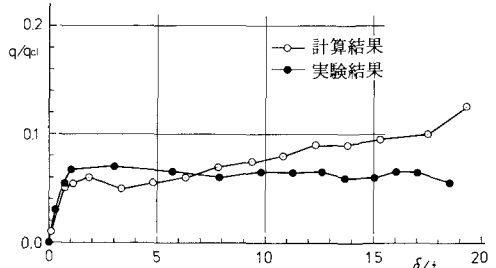
図一24 荷重一変位曲線 (8-A-2)



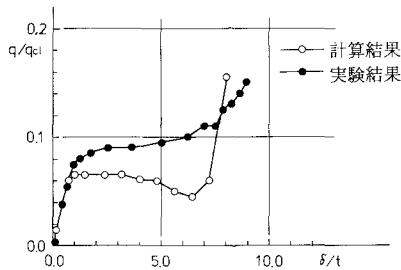
図一27 荷重一変位曲線 (16-A-7)



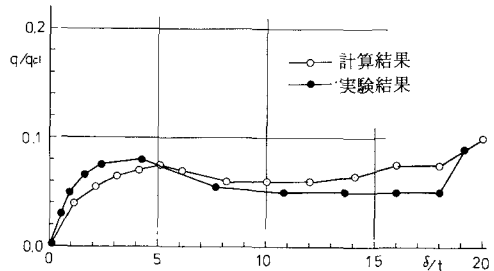
図一25 荷重一変位曲線 (8-B-4)



図一28 荷重一変位曲線 (16-B-9)



図一26 荷重一変位曲線 (8-C-5)



図一29 荷重一変位曲線 (16-C-11)

表一3に実験を行った供試体の主要なデータについて整理したものを示す。

以上述べたように、図一24から図一29に示した実験結果と計算結果は、座屈後のツライイ経路も含めて、定量的には10数パーセントの範囲で、定性的にはツライイ経路の傾向がよく一致している。表一3より意図的に不整を与えない供試体の実験による座屈荷重比は、 $k_c \approx 0.30 \sim 0.34$ であるのに対し、意図的に不整の形状を定め、不整量 $h/H = 0.5 \sim 0.6$ 程度の大きな不整を与えた供試体のそれは $k_c \approx 0.07 \sim 0.10$ とかなり小さくなっている。

4. まとめ

部分球殻の座屈荷重におよぼす初期不整の影響について、数値解析と実験とで検討した。

数値解析では、初期不整として球殻の形状の不整と板厚の不整の2種類について検討した。数値解析から

得られた結果をまとめると、

表一 3 座屈実験結果 (第 2 グループ)

- 1) 初期形状に不整がある場合の球殻の座屈荷重比 q_{cr}/q_{cl} は、不整の領域が比較的狭い Zone I ($a/d = 1/3$) の場合には、不整量が変わってもほとんど変化せず、その値は 0.8 のままであり、不整の範囲が Zone II ($a/d = 1/2$) 以上になると、 q_{cr}/q_{cl} の値が低減し、その値が 0.15~0.5 となった。このことから初期不整が生じている領域の広さが、座屈荷重値を低減させる主要な原因の 1 つであるといえる。
- 2) 板厚に不整が生じている場合の計算結果では、1) の場合と同様、不整が生じている領域が狭い Zone I の場合、その座屈荷重におよぼす影響は小さい。不整の領域が拡大して Zone 2 以上になると、不整量の大きさによって q_{cr}/q_{cl} の値はかなりの程度まで小さくなる。

中心半角 $\varphi =$	供試体 整理番号	$k_e = \frac{q_{exp}}{q_{cl}}$	$k_c = \frac{q_{cal}}{q_{cl}}$	$\frac{k_e - k_c}{k_e} \times 100$ (%)	q_{cl} (g/cm ²)
8°	8-A-2	0.34	0.29	14.7	757.5
	8-B-4	0.09	0.09	0.0	
	8-C-5	0.10	0.07	30.0	
	8-C-6	0.10	0.07	30.0	
16°	16-A-7	0.32	0.34	-6.3	2972.2
	16-A-8	0.30	0.23	23.3	
	16-B-9	0.07	0.06	14.3	
	16-B-10	0.07	0.06	14.3	
	16-C-11	0.08	0.07	12.5	

板厚が薄くなる不整の領域が Zone III ($a/d = 5/6$) 程度になるとその座屈荷重比 q_{cr}/q_{cl} の値は、球殻全領域が薄くなったときのそれとほぼ同じ値となる。従って、この領域程度の不整が生じている場合は、板厚が薄くなっていない球殻の部分でも、それが薄い部分と同じ程度にしか、球殻の耐力に貢献していないことを意味している。さらに、球殻の上面の板厚のみが減少する A タイプの場合の方が、上下両面から均等に板厚が減少する B タイプの場合より q_{cr}/q_{cl} に与える不整の影響が大きい。

実験では、供試体の成形時に形状に不整を与えないグループ (第 1 グループ) と、形状の不整を意図的に与え、その不整量を測定したグループ (第 2 グループ) の 2 種類について検討した。実験より得られた結果をまとめると、

- 1) 第 1 グループの実験で得た q_{cr}/q_{cl} の値は、 $1/3.8 \sim 1/2.5$ で Kaplan・Fung らの実験結果と類似した結果となった。
- 2) 第 2 グループの実験に関して、初期形状を測定し、その結果得られた形状を球殻の初期形状として計算した結果 $k_c = (q_{cal}/q_{cl})$ と、実験結果 $k_e = (q_{exp}/q_{cl})$ を比較すると、 $(k_e - k_c)/k_e$ の平均値が、球殻の中心半角 $\varphi = 8^\circ$ の場合では 19%、 $\varphi = 16^\circ$ では 14% と実験値と計算値の誤差が 10 数パーセント程度の範囲で一致している。両者のツリアイ曲線は、曲面が座屈後反転するに至るまでよく一致している。
- 3) 表一 3 および図 24~29 に示したように、この種の球殻に関しては、初期不整やその領域の大きさにかかわらず、初期形状の精密な結果が得られれば、数値計算により座屈荷重や、座屈後の挙動も含めた変形特性はかなりの程度まで正確に把握できる。
- 4) 既往の実験的研究では、初期不整として製作誤差程度の小さな、かつ形状が特定されない球殻の耐力特性について多く研究されてきた。これに対して本報告では、特定された形状の初期不整でその領域が大きな球殻について実験を行った。このことにより、特定された初期不整の形状とその大きさに対応して、それらの座屈荷重に及ぼす影響を系統的に検討することができた。その結果およびそれと計算結果との比較から、大きな不整がある場合についても、それが小さい場合と同様、球殻の耐力を低減させる最大の原因は形状の不整であることがわかった。

謝 辞

本研究を進めるにあたり、御指導、御助言をいただいた元名城大学教授 荒井利一郎先生および名城大学講師 清水泰弘先生に対し、ここに記して感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) T. Von Karman, H. S. Tsien : The buckling of spherical shells by external pressure, J. Aeronaut. SCI. 7, pp. 43~50, 1939.
- 2) Thompson, J. M. T : The Elastic instability of a complete spherical shell, shell instab. pp. 189~, May, 1962.
- 3) H. J. Weinitschke : On Asymmetric buckling of spherical shells, J. Math. phys., 44, pp. 141~165, 1965.
- 4) Tillman, S. C. : Some effects of Rib-reinforcement Arrangement on Spherical- dome buckling, Experi. Mech., pp. 396~, October, 1978.
- 5) 砂川, 市田 : 球形殻の外圧による座屈に関する研究 (第1報), 日本航空宇宙学会誌, 第21巻, 第232号, pp. 15~22, 1973. 5月
- 6) 砂川, 市田 : 球形殻の外圧による座屈に関する研究 (第2報), 日本航空宇宙学会誌, 第21巻, 第234号, pp. 384~393, 1973. 7月
- 7) Huang, N. C. : Unsymmetrical buckling of thin shallow spherical shell, J. Appl. Mech. 31, pp. 447~, 1964.
- 8) Yamada, S., Uchiyama, K., Yamada, M. : Experimental investigation of the buckling of shallow spherical shells, Int. J. NON-LINEAR Mech. Vol. 18, No. 1, pp. 37~54, 1983.
- 9) Koga, T., Hoff, N. J. : The axisymmetrical buckling of initially imperfect Complete Spherical shells, Int. Solids. ST. Vol. 5, pp. 679-697, 1969.
- 10) 小久保, 山本 : 外圧を受ける球形殻の座屈, 日本造船学会論文集, 133号, pp. 142~151, 昭和48年5月
- 11) 桜井, 西野 : シェル構造物の有限変位解析に関する数値解析, 土木学会第39回学術講演概要集, I-96, 1984年10月
- 12) Nishino, F., Ikeda, K., Sakurai, T. and Hasegawa, A. : A total lagrangian nonlinear analysis of elastic trusses, Proc. of JSCE, No. 343 / I-1(Structural Eng. / Earthquake. Eng, pp. 39~53, April, 1984.
- 13) Kaplan, A., Fung, Y. - C. : A nonlinear theory of bending and buckling of thin elastic shallow spherical shells, NACA TN-3212, 1954.