

補剛円筒パネルの応力解析と設計法

STRESS ANALYSIS AND DESIGN METHOD OF STIFFENED
CYLINDRICAL PANELS

三上 市藏*

森澤 敬文**

By Ichizou MIKAMI and Yoshifumi MORISAWA

Cylindrical panels with and without stiffeners in circumferential direction and subjected to circumferential inplane load, are analyzed using the finite difference method. The orthotropic shell theory is also used to determine an approximate stress distribution. The numerical results are compared with the provisions of BS5400 code, and the more desirable formulas for the cylindrical panels with and without stiffeners are presented.

1. まえがき

箱断面の曲り梁のフランジ, 縦断方向に曲率を有する箱桁の上下フランジ, テーパーを有する箱桁の下フランジなどは, 円周方向面内荷重を受け, 周辺支持された円筒パネルとみなすことができる。これらの無補剛円筒パネルの線形的挙動は Eible¹⁾ や三上²⁾ によって, 非線形的挙動は三上³⁾ によって解かれている。また, 円周方向面内荷重を受け, 周辺支持された円筒パネルがいくつかのリブで円周方向に補剛されることがある。このような補剛円筒パネルの非線形挙動は三上⁴⁾ によって, 直交異方性シェル理論に基づいて解析されている。

本論文では, 円周方向面内荷重を受ける周辺支持補剛円筒パネルを差分法を用いて近似的に応力解析し, 応力分布に対する種々のパラメータの影響を明らかにする。この近似解法の妥当性は解を実験結果^{5) - 9)} と比較して確かめる。次に, 設計公式に利用する目的で, 補剛円筒パネルを直交異方性円筒パネルとみなして簡便な方法で解く。

英国の示方書 BS5400¹⁰⁾ には, 周辺支持円筒パネルおよび自由突出円筒パネルの設計条項が無補剛・補剛の両方に対して与えられているが, 日本の道路橋示方書¹¹⁾ はこれらのパネルの設計法をなら規定していない。無補剛の自由突出円筒パネルについては, 著者^{12) 13)} が BS5400 の条項よりもより合理的な設計条項を提案している。

本論文では, 上記の差分解を用いて, 無補剛および補剛円筒パネルに対する BS5400 の条項の妥当性を検討したのち, 直交異方性円筒パネルの簡略解に基づいて, より合理的な設計条項を提案する。

* 工博 関西大学教授 工学部土木工学科 (〒564 吹田市山手町3丁目3番35号)

** 関西大学助手 工学部土木工学科 (同 上)

2. 円筒パネルの応力解析

Fig.1 に示すような弧に沿った長さ a 、幅 b 、厚さ t 、中央面の曲率半径 R の無補剛円筒パネルおよび補剛円筒パネルを考える。パネルは両直線辺に一樣な円周方向面内応力 σ_m を受け、両側辺で弾性固定支持され、両載荷辺で固定支持されているものとする。補剛円筒パネルの場合、 n_s 本の補剛材が円周方向に等間隔に配置されるものとする。

円筒パネルと曲線補剛材の微小要素に作用する断面力をFig.2 のように考える。ここに、 q は補剛材からパネルに作用する単位面積当たりの力で、 p はパネルから補剛材に作用する単位長さ当たりの力であり、円周方向膜力 N_y は一定で、母線方向膜力 N_x と膜せん断力 N_{xy} が無視できる状態を考えている。 y 方向の変位を v 、 z 方向の変位を w とする。

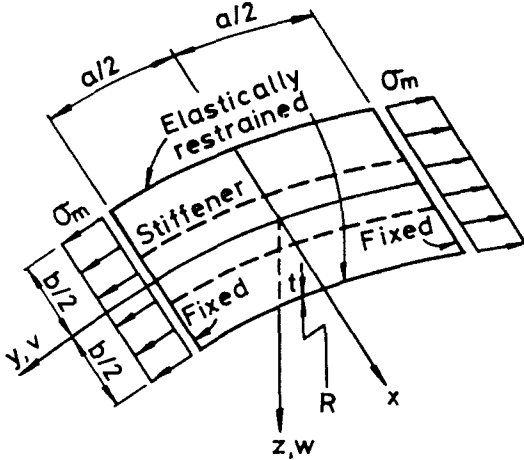


Fig.1 A cylindrical panel with equally spaced stiffeners in circumferential direction under inplane-load

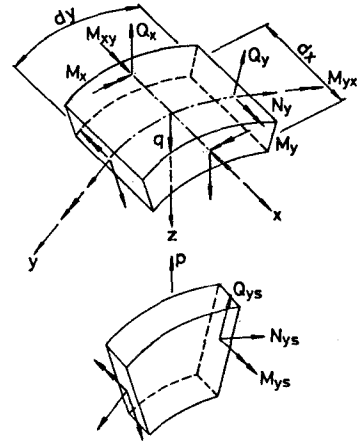


Fig.2 Stress-resultants on small element of cylindrical panel and curved stiffener

(1) 基礎方程式

Donnell-Mushtari-Vlasovの線形シェル理論¹⁴⁾を用いることにし、簡略化²⁾を施すと、Fig.2の円筒パネル要素のつりあいから次式が得られる。

$$w_{,xxxx} + 2w_{,xxyy} + w_{,yyyy} + E t w / R^2 D = \sigma_m t / R D + q / D \quad (1)$$

ここに、 $D = E t^3 / 12(1 - \nu^2)$ 、 E = ヤング係数、 ν = ポアソン比である。

次に、Fig.2の曲線補剛材のつりあいは次のようになる。

$$Q_{ys,y} + N_{ys}/R - p = 0 \quad (2)$$

$$M_{ys,y} - Q_{ys} = 0 \quad (3)$$

補剛材偏心を無視すると、断面力と変位の関係は次式で表される。

$$N_{ys} = E A_s (v_{,y} - w/R) \quad (4)$$

$$M_{ys} = -E I_s w_{,yy} \quad (5)$$

ここに、 A_s = 補剛材の断面積、 I_s = 補剛材の断面二次モーメントである。

式(2)と式(3)から Q_{ys} を消去し、式(4)と式(5)を代入し、簡単のため

$$\sigma_m = E v_{,y} \quad (6)$$

と仮定すると、最終的に次式が得られる。

$$E I_s w_{,yyyy} + E A_s w / R^2 = A_s \sigma_m / R - p \quad (7)$$

微分方程式を解くために差分法を用いることにし、 x 方向に間隔 Δx で分点を設けると、 $q = p / \Delta x$ の関係があるので、式(7)を使って、式(1)から q を消去すると、補剛材の取り付け位置における基本方程式が次のように得られる。

$$w_{,xxxx} + 2 w_{,xxyy} + (1 + E I_s / D \Delta x) w_{,yyyy} + (t + A_s / \Delta x) E w / D R^2 = \sigma_m (t + A_s / \Delta x) / R D \quad (8)$$

補剛材のないパネル部分においては、基本方程式は次のようになる。

$$w_{,xxxx} + 2 w_{,xxyy} + w_{,yyyy} + E t w / D R^2 = \sigma_m t / R D \quad (9)$$

(2) 境界条件と対称条件

対称性を考慮してパネルの $1/4$ 領域を解析する。境界条件は次のようになる。

$$x = b/2 : w = 0, \quad w_{,xx} + \phi w_{,x} / b = 0 \quad (10a-b)$$

$$y = a/2 : w = 0, \quad w_{,y} = 0 \quad (11a-b)$$

ただし、 ϕ は弾性拘束係数である。また、対称条件は次のように表される。

$$x = 0 : w(x) = w(-x) \quad (12)$$

$$y = 0 : w(y) = w(-y) \quad (13)$$

式(9)を式(10)～(13)のもとに解くと、たわみ w の分布が得られる。

(3) 応力分布と有効断面積

応力分布はたわみ w を用いて次式から決定できる。²⁾

$$\sigma_y^m = \sigma_m - E w / R, \quad \sigma_x^m = \tau_{xy}^m = 0 \quad (14a-b)$$

$$\sigma_x^b = -6 D (w_{,xx} + \nu w_{,yy}) / t^2, \quad \sigma_y^b = -6 D (w_{,yy} + \nu w_{,xx}) / t^2 \\ \tau_{xy}^b = -6 D (1 - \nu) w_{,xy} / t^2 \quad (15a-c)$$

ここに、 σ_x は x 方向直応力、 σ_y は y 方向直応力、 τ_{xy} はせん断応力で、上付き添え字 m および b は膜応力および板曲げ応力を示す。

円周方向膜応力 σ_y^m に関して、補剛材を含めた有効断面積 A' が次のように定義できる。

$$A' = \left[2 \int_0^{b/2} \sigma_y^m t dx + A_s \sum_{s=1}^n (\sigma_y^m)_{x=x_s} \right] / \sigma_m \quad (16)$$

ここに、 x_s は任意の補剛材の x 座標値である。

無補剛円筒パネルの場合は、有効幅 b' を用いて、 $A' = b't$ と表される。

3. 簡易直交異方性シェル理論による解

補剛円筒パネルを直交異方性円筒パネルとみなして、簡単のため円周方向に無限長の場合について解析解を求める。

(1) 基礎方程式

式(1)と同様な簡易化を施した直交異方性円筒パネルの基礎微分方程式は次のようになる。⁴⁾

$$D_x w_{,xxxx} + 2Hw_{,xyxy} + D_y w_{,yyyy} + Et' w/R^2 = \sigma_m t'/R \quad (17)$$

ここに、 D_x 、 D_y は x 、 y 方向曲げ剛度、 H は有効ねじり剛度、 t' は補剛パネルの直交異方性パネルとしての換算板厚である。

いま、簡単のために y 方向に無限に長い円筒パネルを考える。式(17)は次のように書ける。

$$D_x w_{,xxxx} + Et' w/R^2 = \sigma_m t'/R \quad (18)$$

ここで、 $D_x = D$ 、 $t' = t + n_s A_s / b = t (1 + n_s \delta_s)$ とみなす。ただし、 $\delta_s = A_s / b t$ である。

式(18)の解は、境界条件式(10)のもとで次のようになる。

$$w/t = (\sigma_m \beta^2 / EZ) [1 - \chi(\xi)] \quad (19)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \chi(\xi) = & 2 [(2\lambda \cosh \lambda/2 \cos \lambda/2 + \phi \cosh \lambda/2 \sin \lambda/2 \\ & + \phi \sinh \lambda/2 \cos \lambda/2) \cosh \lambda \xi \cos \lambda \xi \\ & + (2\lambda \sinh \lambda/2 \sin \lambda/2 + \phi \cosh \lambda/2 \sin \lambda/2 \\ & - \phi \sinh \lambda/2 \cos \lambda/2) \sinh \lambda \xi \sin \lambda \xi] \\ & / [2\lambda (\cosh \lambda + \cos \lambda) + \phi (\sinh \lambda + \sin \lambda)] \end{aligned} \quad (20)$$

で、 $\xi = x/b$ 、 $\beta = b/t$ 、 $Z = b^2/Rt$ 、 $\lambda = [3Z^2(1-\nu^2)(1+n_s\delta_s)]^{1/4}$ である。

(2) 応力分布

応力分布はたわみ w を用いて次のように表される。

$$\sigma_y^m = \sigma_m - Ew/R, \quad \sigma_x^m = \tau_{xy}^m = 0 \quad (21a-b)$$

$$\sigma_x^b = -6Dw_{,xx}/t^2, \quad \sigma_y^b = -6D\nu w_{,xx}/t^2, \quad \tau_{xy}^b = 0 \quad (22a-c)$$

式(19)を式(21)および(22)に代入すると、次のようになる。

$$\sigma_y^m = \sigma_m \chi(\xi) \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^b = & \sigma_m [12/(1-\nu^2)]^{1/2} \\ & \cdot [- (2\lambda \cosh \lambda/2 \cos \lambda/2 + \phi \cosh \lambda/2 \sin \lambda/2 \\ & + \phi \sinh \lambda/2 \cos \lambda/2) \sinh \lambda \xi \sin \lambda \xi \\ & + (2\lambda \sinh \lambda/2 \sin \lambda/2 + \phi \cosh \lambda/2 \sin \lambda/2 \\ & - \phi \sinh \lambda/2 \cdot \cos \lambda/2) \cosh \lambda \xi \cos \lambda \xi] \\ & / [2\lambda (\cosh \lambda + \cos \lambda) + \phi (\sinh \lambda + \sin \lambda)] \end{aligned} \quad (24a)$$

$$\sigma_y^b = \nu \sigma_x^b \quad (24b)$$

円周方向膜応力 σ_y^m に関して、補剛材を含めた有効断面積 A' は

$$A' = 2 \int_0^{b/2} \sigma_y^m t' dx / \sigma_m \quad (25)$$

と定義できるので、式(23)を代入して次のように得られる。

$$A'/b t = 2(1+n_s \delta_s) \left[\lambda (\sinh \lambda - \sin \lambda) + \phi (\cosh \lambda - \cos \lambda) \right] / \lambda \left[2\lambda (\cosh \lambda + \cos \lambda) + \phi (\sinh \lambda + \sin \lambda) \right] \quad (26)$$

無補剛円筒パネルの場合は式(19)～(26)において、 $\lambda = [3Z^2(1-\nu^2)]^{1/4}$ と置けばよい。

(3) 簡略な式

設計に便利な式を誘導するため、式(18)において左辺第2項を無視して簡略化を図ると、

$$D_x w_{xxxx} = \sigma_m t' / R \quad (27)$$

となる。これは単位幅で長さ b の x 方向の梁が円周方向面内力 N_m の鉛直成分を横荷重として受ける場合の微分方程式にほかならない。

式(27)を境界条件式(10)のもとに解くと、たわみは

$$w/t = \left[(1-\nu^2) \sigma_m \beta^2 Z / 2E \right] (1+n_s \delta_s) \cdot \left[\xi^4 - \xi^2 (6+\phi) / 2(2+\phi) + (10+\phi) / 16(2+\phi) \right] \quad (28)$$

となり、これを式(21a) と式(22a) に代入すると、応力が定まる。

$$\sigma_y^m = \sigma_m \left[1 - \frac{1}{2}(1-\nu^2)(1+n_s \delta_s) Z^2 \cdot \left\{ \xi^4 - \xi^2 (6+\phi) / 2(2+\phi) + (10+\phi) / 16(2+\phi) \right\} \right] \quad (29)$$

$$\sigma_x^b = \sigma_m Z (1+n_s \delta_s) \left[-3\xi^2 + (6+\phi) / 4(2+\phi) \right] \quad (30)$$

有効断面積は、式(25)に式(29)を代入して次のように得られる。

$$A'/b t = (1+n_s \delta_s) \left[1 - Z^2 (1-\nu^2)(1+n_s \delta_s) (12+\phi) / 60(2+\phi) \right] \quad (31)$$

4. 数値計算例

円筒パネルを x 方向に $2n_x$ 分割、 y 方向に $2n_y$ 分割する。最初に、差分解の精度を調べる。補剛材1本の場合について、パネル中央のたわみ w 、側辺中央の x 方向板曲げ応力 σ_x^b 、端辺中央の y 方向板曲げ応力 σ_y^b および中央横断面の有効断面積比 $A'/b t$ の精度と分割数の関係をFig.3 に示す。図中、 $\tau_s = E I_s / b D$ で、外挿値は文献(15)の方法で推定したものである。 $n_x = n_y = 12$ の場合、外挿値に対する誤差は最大1.52%である。以後はこの分割数を用いて数値計算する。

Fig.4 は $a/b = 1$ 、 $n_s = 1$ の補剛パネルの中央横断面 ($y = 0$) におけるたわみ分布を荷重 $\sigma_m b^2 t / D = \pi^2$ の場合について調べたものである。補剛材

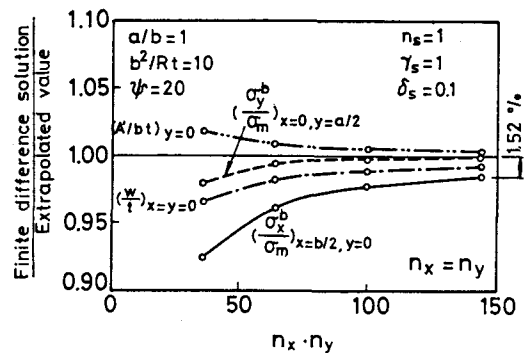


Fig.3 Accuracy of finite difference solutions

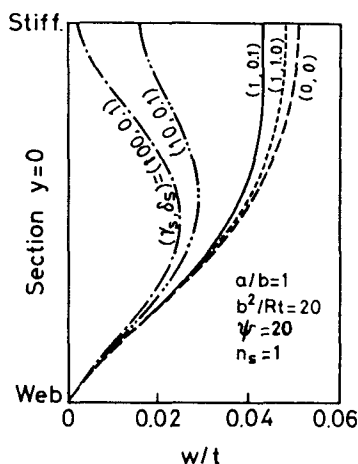


Fig.4 Deflected shapes along
center cross section

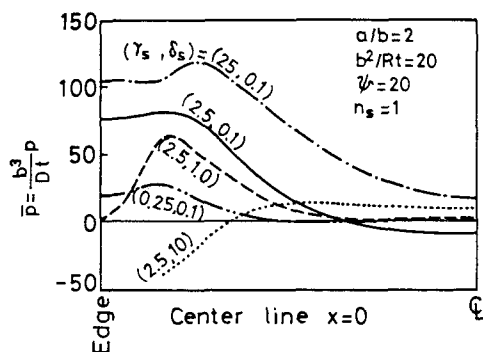


Fig.5 Interactive forces applying to stiffener from panel

の剛度 γ 。が大きくなると、補剛材近傍のたわみは減少し、全体として母線方向に2半波のモードになる。補剛材の断面積 δ 。が大きくなると、補剛材近傍のたわみが少し増加する。これは、補剛材断面積が大きいと、補剛パネル全体が受ける面内荷重が増大するためと思われる。

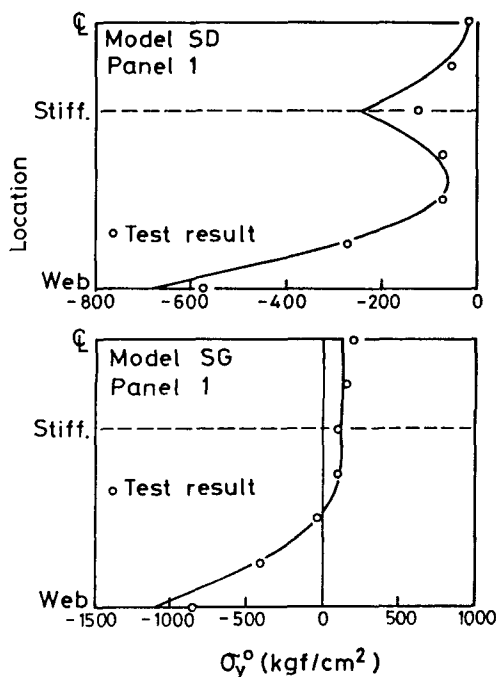


Fig.6 Stress distribution on outer surface
in y-direction ($1\text{kgf/cm}^2=0.098\text{N/mm}^2$)

次に、補剛材がパネルから受ける力 p の分布を調べると Fig.5 のようになる。端辺 $x = b/2$ から中央横断面に近づくにつれて力 p は小さくなる。ほとんどの場合 $p > 0$ であるが、中央横断面付近において $p < 0$ となる場合がある。この場合、 p の値は小さいが、補剛材はパネルのたわみを増大させるように作用していることになる。

差分解を実験結果^{5)~9)}と比較した。実験は、文献2)の方法で、補剛材付き円筒パネルをフランジとする π 断面曲がりばりに純曲げを载荷した。ここでは一例をFig.6に示す。これは、補剛材2本、パネル縦横比 $a/b=1$ で、 r_s が異なる2つのモデルについて、中央横断面の曲率外側表面の円周方向応力の分布を比較したものである。モデルSDの場合は、 r_s が大きく、補剛材がパネルのたわみを減少させているケースであるが、簡易な取り扱いをしたにもかかわらず、理論値は実際の傾向を良く捉えている。モデルSGの場合は、 r_s が小さく、補剛材とパネルが一体となっていたわむケースであるが、理論値は実験値と良く一致している。

6. 設計法

数値計算結果を用いて、BS5400¹⁰⁾ の設計条項の妥当性を検討するとともに、より合理的な条項を提案する。以下の図において、理論値は2. の解法によって得られたものである。

(1) 無補剛円筒パネル

BS5400では、無補剛円筒パネルについて次の条項を準備している。

$$Z < 1/2 \text{ のとき } b' = b \quad (32)$$

$$\sigma_{x^b} / \sigma_m = 3Z/4 \quad (33)$$

式(32)は、曲率パラメータ Z が $1/2$ より小さい場合に限り、全幅有効で、 y 方向膜応力 $\sigma_{y^m} = \sigma_m$ とすることを意味している。式(33)は、膜応力 σ_{y^m} の他に設計に考慮しなければならない側辺の x 方向板曲げ応力 σ_{x^b} を計算する近似式である。これは、 $n_s = 0$ 、 $\psi = 0$ の場合に、式(30)から得られるパネル中央点 ($x = y = 0$) の最大板曲げ応力に一致する。

Fig.7 は、中央横断面 $y = 0$ における有効幅 b' と曲率パラメータ Z との関係を示している。式(32)の制限値 $Z = 1/2$ において、 b'/b の最小値は $a/b = \infty$ (円周方向に無限のパネル) で $\psi = 0$ (側辺単純支持) の場合に生じ、0.978 となる。したがって、全幅有効としても誤差は 2.2% で、許容できる。

Fig.8 は中央横断面の σ_{x^b} と縦横比 a/b との関係を示す。 σ_{x^b} は、単純支持 ($\psi = 0$) の場合は中央点で、固定支持 ($\psi = \infty$) の場合は側辺で最大となる。数値解は常に式(33)の値より小さくなっている。設計の対象とするアーチリブの無補剛円筒フランジは $a/b > 3$ のものが多く、BS5400の規定式(33)は安全側で、それほど不経済になることも無く、妥当であると思われる。

Fig.9 は端辺の中央点 ($x = 0$ 、 $y = a/2$) における y 方向板曲げ応力 σ_{y^b} と縦横比 a/b との関係を示す。この応力は、BS5400では設計上考慮しなくてよいが、かなり大きく、無視することはできない。

そこで、次の近似算定式を提案する。

$$\sigma_{y^b} / \sigma_m = -3Z/4 \quad (34)$$

この簡単な提案式は、Fig.9 に示されているように安全側の値を与える。

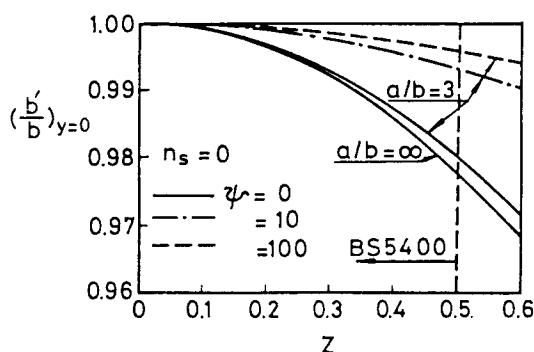


Fig.7 Effective width of unstiffened panels

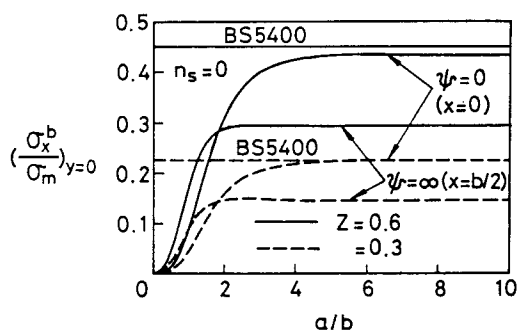


Fig.8 Bending stresses in x-direction

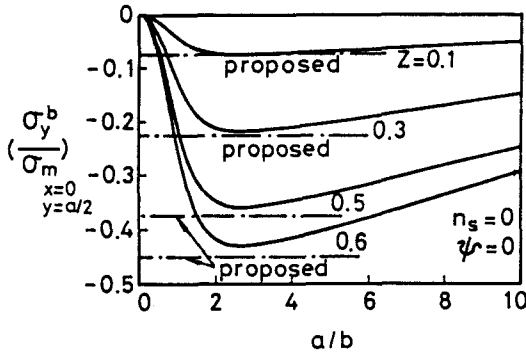


Fig.9 Bending stresses in y-direction

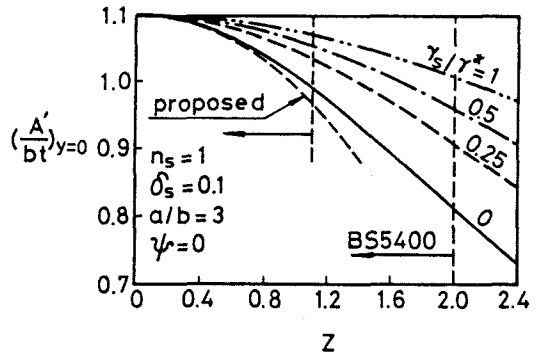


Fig.10 Effective cross-sectional areas on center line

(2) 補剛円筒パネル

BS5400では、補剛円筒パネルについて次の条項を準備している。

$$Z < (1 + n_s)^2 / 2 \text{ のとき } A' / b t = 1 + n_s \delta_s \quad (35)$$

$$\sigma_x^b / \sigma_m = 3 Z / 4 (n_s + 1)^2 \quad (36)$$

式(35)は、Zが制限内の場合に限り、全断面が有効で、y方向膜応力 $\sigma_y^m = \sigma_m$ を負担することを意味している。また、x方向板曲げ応力 σ_x^b の計算式(36)を規定しており、この応力を σ_y^m とともに設計に考慮することを意味している。両式は補剛材間のサブパネルに式(32)、(33)を準用したものである。

$n_s = 1$ 、 $\phi = 0$ の場合の $A' / b t$ とZの関係をFig.10に示す。図中、 r^* は補剛平板の座屈に対する最小剛比である。図から、式(35)の制限値 $Z = 2.0$ では全断面有効とみなすと、26%以下の危険側の誤差を生じる。 $r_s = r^*$ の場合でも誤差は9%になる。

また、Fig.10と同様の関係を $n_s = 1$ 、 $\phi = \infty$ の場合について調べるとFig.11のようになる。式(35)の制限値のZにおいて、全断面有効とみなすと、 r_s の値にもよるが、6.5%以下の危険側の誤差が生じる。したがって、式(35)は修正する必要がある。

そこでより合理的な条項として、次の式を提案する。

$$Z < 1 + n_s \delta_s \text{ のとき}$$

$$A' / b t = (1 + n_s \delta_s) [1 - Z^2 (1 - \nu)^2 (1 + n_s \delta_s) (12 + \phi) / 60 (2 + \phi)] \quad (37)$$

$$\sigma_x^b / \sigma_m = 3 Z (1 + n_s \delta_s) / 4 \quad (38)$$

式(37)は式(31)そのものであり、式(38)は式(30)において、 $\phi = 0$ 、 $\xi = 0$ と置いたものである。Fig.10からわかるように、式(37)によれば、制限値 $Z = 1.1$ において、すべての場合に安全側の A' を算定でき、 $A' / b t$ の下限値に対して最大約3%の誤差しか生じない。この図の場合、 $a/b = 3$ であるが、さらに長いパネルになれば、無限長パネルに対する理論から得られた式(35)がより精度良くなるものと思われる。また、Fig.11では、式(35)は制限 $Z < 1.1$ の範囲において、数値解の下限とほとんど一致している。

次に $n_s = 2$ 、 $\phi = 0$ の場合における $A' / b t$ の値を調べるとFig.12のようになる。BS5400規定の制限値 $Z = 4.5$ においては誤差がきわめて大きい。明らかに全断面有効とするにはZの範囲が広すぎる。式(37)によれば、制限 $Z < 1.2$ のもとに、誤差は3%以内で、しかも安全側にある。通常設計されるアーチリブの円

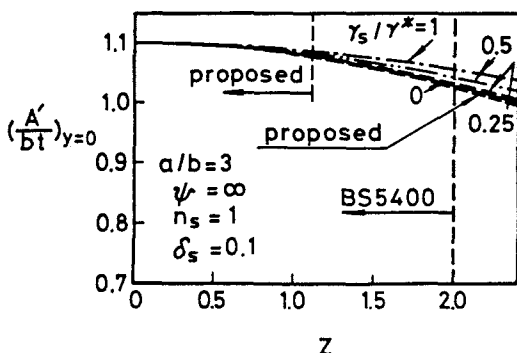


Fig.11 Effective cross-sectional areas on center line

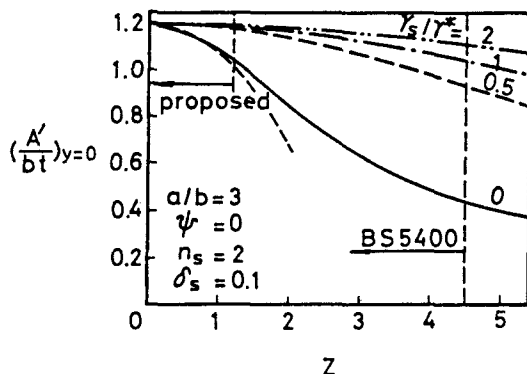


Fig.12 Effective cross-sectional area on center line

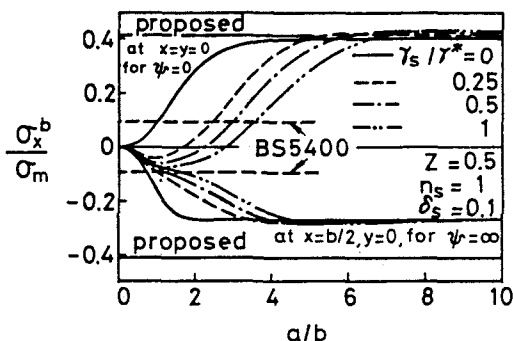


Fig.13 Bending stress in x-direction

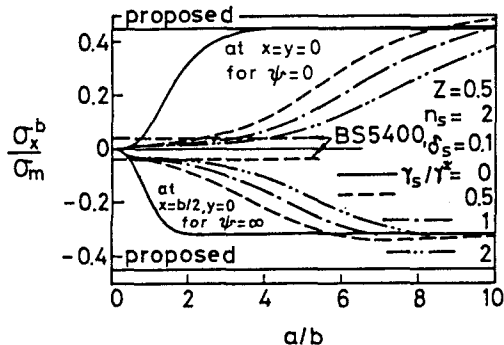


Fig.14 Bending stress in x-direction

筒フランジは $Z < 1.2$ の範囲にあり、式(37)の制限でも十分であるが、 $Z > 1.2$ の場合には、式(26)を用いれば、Fig.12の $r_s = 0$ の曲線とほとんど一致する値を得ることができる。

ここで、式(36)と式(38)を検討してみる。Fig.13に $n_s = 1$ の場合の σ_x^b / σ_m と a/b との関係を示す。式(36)も式(38)も a/b には無関係であるが、BS5400規定式は a/b が大きい範囲では危険側の評価を与える。これに対して、提案式は数値解の上限と下限をはばおさえており、妥当である。Fig.14は $n_s = 2$ の場合の結果であるが、同様に式(36)は危険側の値を与え、式(38)は妥当であることがわかる。

6. あとがき

円周方向補剛材を有する周辺支持円筒パネルが円周方向面内荷重を受ける場合について、差分法を用いて応力解析を行い、応力分布を明らかにした。また、直交異方性シェル理論を用いて、円周方向に無限長のパネルに対する解析解を求めた。

数値計算結果を用いて、英国のBS5400の設計条項の妥当性を検討したが、修正を必要とすることがわかった。そこで、より合理的な設計公式を提案した。

参考文献

- 1) Eible, J. and Iványi, G.: Ermittlung der Querbiegung von Druckplatten gevouteter Hohlkasten-

träger, Bautechnik, Vol.48, No.4, pp.113-118, 1971.

- 2) 三上市藏・米澤 博：曲りばり円筒フランジの応力分布と有効幅，土木学会論文報告集，No.315，pp.13-26p 1981-11.
- 3) Mikami, I. and Yonezawa, H. : Nonlinear cylindrical flanges of vertically curved beams, Theoretical and Applied Mechanics, Vol.27, Univ. of Tokyo Press, pp.143-153, 1979.
- 4) Mikami, I. and Harada, M. : Nonlinear analysis of orthotropic cylindrical panels under circumferential in-plane loading, Theoretical and Applied Mechanics, Vol.33, Univ. of Tokyo Press, pp.179-193, 1985.
- 5) Mikami, I. and Morisawa, Y. : A test on curved beams with stiffened cylindrical flange, Technology Reports of Kansai Univ., No.24, pp.363-379, Mar., 1983.
- 6) Mikami, I. and Morisawa, Y. : Further test on curved beams with stiffened cylindrical flange, Technology Reports of Kansai Univ., No.25, pp.175-190, Mar., 1984.
- 7) 三上市藏・森澤敬文：補剛円筒パネルのたわみおよび応力，土木学会年次学術講演会，I-22，1981.
- 8) 三上市藏・森澤敬文：補剛円筒パネルのたわみおよび応力（第2報），土木学会関西支部年次学術講演会，I-58，1982.
- 9) 三上市藏・森澤敬文・夏秋義広：補剛円筒パネルのたわみおよび応力（第3報），土木学会関西支部年次学術講演会，I-39，1983.
- 10) BS5400 : Steel, Concrete and Composite Bridges, Part 3. Code of Practice for Design of Steel Bridges, British Standards Institution, 1982.
- 11) 道路橋示方書・同解説，日本道路協会，1980.
- 12) Mikami, I. and Morisawa, Y. : Deformation and stress of cylindrical outstands, Theoretical and Applied Mechanics, Vol.34, Univ. of Tokyo Press, 1986.
- 13) 三上市藏・森澤敬文：面外に曲率を有する自由突出パネルの応力解析と設計法，関西大学工学会誌，Vol.8, No.2, pp.17-23, 1984.
- 14) Novozhilov, V.V. : Thin Shell Theory, 2nd ed., Springer-Verlag, 1973.
- 15) Mikami, I. and Yonezawa, H. : Extrapolation technique for finite difference and finite element solutions, Theoretical and Applied Mechanics, Vol.25, Univ. of Tokyo Press, pp.567-575, 1977.

(1985年10月18日受付)